# 이 학 사 학 위 논 문

# 스핀전달토크 및 스핀-궤도 토크 기반의 스핀동역학

충북대학교 자연과학대학

물리학과

김 을 중

2025 年 02 月

## 이학사학위논문

# 스핀전달토크 및 스핀-궤도 토크 기반의 스핀동역학

지도교수 김 동 현

충북대학교 자연과학대학

물리학과

김 을 중

이 논문을 이학사학위 논문으로 제출함.

2025 年 02 月

본 논문을 김을중의 이학사학위 논문으로 인정함.

심사위원장 <u>이 만 희 (P)</u> 심사위원 <u>김 동 현 (P)</u>

충북대학교 자연과학대학

2025 年 02 月

# 차 례

Abstract ——— ii
List of figuresiii
I . 서 론1
Ⅱ. 스핀 전달 토크 ···································
Ⅲ. 스핀 홀 효과6
3.1 비틀림 산란 메커니즘7
3.2 고유 메커니즘9
3.3 옆 뜀 메커니즘11
Ⅳ. 스핀-궤도 토크 ···································
V. 결 론15
<b>VI.</b> 참고 문헌

# Spin dynamics based on spin transfer torque and spin-orbit torque

김 을 중

충북대학교 자연과학대학 물리학과 (지도교수: 김 동 현)

#### **Abstract**

Spintronics is an electronics technology that utilizes the spin and charge states of electrons, and devices that utilize this provide higher energy efficiency and data processing speed than conventional electronic devices. In this paper, we introduce spin dynamics based on spin transfer torque(STT) and spin-orbit torque(SOT). The theory of spin transfer torque and spin-orbit torque is the core of spintronics, helping to understand spin dynamics and opening up practical applications.

Spin transfer torque is the force that the spin of a conduction electron affects the magnetic moment of a magnetic layer. Spin-orbit coupling is the interaction between the spin of a particle and its movement in the potential, and this interaction creates the spin Hall effect, and this spin Hall effect creates the spin-orbit torque. In this paper, we introduce three mechanisms that create the spin Hall effect, thereby helping to understand the spin Hall effect and the spin-orbit torque generated through it.

<sup>\*</sup>A thesis for the degree of Master in February 2025.

# List of figures

그림	1.	스핀	밸브	구조여	]서의	의 스픿	틴 여	과 현~	상(st	oin-fi	ilteri	ng e	effec	:t)과	STI	`	2
그림	2.	전류	E가	흐를	때	스핀	업	전자와	스:	핀 디	운	전자	의	궤적	,스 <sup>ュ</sup>	핀 홀	효과
(Spin	На	ll eff	ect) ··		••••	•••••	•••••		•••••		•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	······6
그림.	3.	불순	물 원/	사에 의	한	전자	산란	궤적	•••••		•••••	•••••	•••••		•••••	•••••	7
그림	4.	베리	위상	효과	를 두	무시 한	전기	나 궤조	마	베리	위성	상을	고려	후한	전자	궤적	비교
				•••••			•••••	•••••									11

#### I. 서 론

스핀트로닉스는 전자의 스핀과 전하 상태를 이용하는 전자공학으로, 이를 이용하는 소자는 기존의 전자소자보다 높은 에너지 효율성과 데이터 처리 속도를 제공한다. 본 논문에서는 스핀 전달 토크(Spin Transfer Torque, STT)와 스핀-궤도 토크(Spin-Or bit Torque, SOT) 기반의 스핀동역학을 소개한다. 스핀 전달 토크와 스핀-궤도 토크에 관한 이론은 스핀트로닉스의 핵심으로서 스핀동역학에 대한 이해를 도우며 실질적인 응용 가능성을 열어준다.

스핀 전달 토크는 전도 전자의 스핀이 자성층의 자기 모멘트에 영향을 끼치는 힘이다. 스핀-궤도 결합은 입자의 스핀과 퍼텐셜 내에서의 움직임 사이의 상호작용이며,이러한 상호작용은 스핀 홀(spin Hall) 효과를 만들어 내고 이 스핀 홀 효과가 스핀-궤도 토크를 만들어 낸다 [3]. 본 논문에서는 스핀 홀 효과를 만들어 내는 세 가지 메커니즘을 소개함으로써 스핀 홀 효과와, 이를 통해 발생하는 스핀-궤도 토크에 대한이해를 돕고자 한다.

#### II. 스핀 전달 토크 (Spin Transfer Torque, STT)

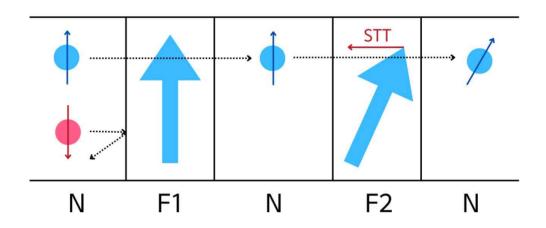


그림 1. 스핀밸브 구조에서의 스핀여과 현상(spin-filtering effect)과 STT

스핀동역학을 기술하기 위해, 자화의 운동방정식(Landau-Lifshitz-Gilbert, LLG)을 소개하겠다 [5,10].

$$\frac{\partial \hat{m}}{\partial t} = -|\gamma| \hat{m} \times \vec{B} + \alpha \hat{m} \times \frac{\partial \hat{m}}{\partial t} + \vec{N}_{STT}$$
 (1)

 $\hat{m}$ 는 자화 방향의 단위 벡터,  $\gamma$ 는 자기회전비율(gyromagnetic ratio),  $\vec{B}$ 는 자화가 경험하는 자기장을 나타낸다. 또한  $\alpha$ 는 감쇠(damping) 상수로서, 자화가느끼는 일종의 마찰력이다. 마지막으로  $\vec{N}_{STT}$ 는 전류에 의해 발생하는 스핀전달 토크(Spin Transfer Torque, STT)이다. LLG 방정식의 첫 번째 항은 자화  $\hat{m}$ 랑 자기장  $\vec{B}$  사이의 상호작용을 기술한다. 두 번째 항은 감쇠 토크(damping torque)를 설명하며, 자화 운동에서의 다양한 에너지 손실을 설명한

다. 본론에서는 세 번째 항에 해당하는 스핀 전달 토크를 중점으로 설명한다. 스핀 전달 토크란(STT), 자성층과 비자성층이 번갈아가며 쌓여있는 다층박막 구조에서 [4] 전자가 여과할 때 발생하는 토크를 의미한다. 다층박막 구조에서 전자의 터널링 확률은 페르미 레벨에서의 상태 밀도(Density of states)에 의존한다 [8]. 그림 1에서 업 스핀이 여과할 때, 자성층(F1)에서의 스핀 업과 스핀 다운의 상태 밀도가 다르기 때문에 업 스핀은 잘 통과하지만 다운 스핀은 반사될 확률이 높다. 따라서 자성층(F1)을 통과한 스핀은 자성층의 자화방향과 동일하게 분극된다. 마찬가지로 F2를 통과한 스핀은 F2의 자화 방향과 본극된다. 이때 전체 시스템의 스핀 각운동량은 보존되어야 하기 때문에각운동량 변화에 상응하는 토크(STT)가 발생한다 [3].

STT를 수식으로 표현하기 위해서 F2에 입사하는 전도전자의 스핀성분을 자화방향에 평행한 성분(longitudinal spin component)과 수직한 성분(transverse spin component)으로 구분한다. F1과 F2의 자화 단위 벡터를 각각  $\widehat{m_1}$ ,  $\widehat{m_2}$ 라 할 때, longitudinal spin component는  $\widehat{m_1}$ 을  $\widehat{m_2}$ 로 project한 것과 같으므로

$$(\widehat{m_1} \cdot \widehat{m_2})\widehat{m_2}$$
 (2)

이다. 따라서 transverse spin component는

$$\widehat{m_1} - (\widehat{m_1} \cdot \widehat{m_2}) \widehat{m_2} \tag{3}$$

이다. 벡터 항등식 BAC-CAB rule을 적용하면

$$-\widehat{m_2} \times (\widehat{m_2} \times \widehat{m_1}) \tag{4}$$

이 된다. F2에 인가되는 STT는 (F2를 빠져 나간 transverse 스핀전류) - (F2에 입사한 transverse 스핀전류)로 구해지므로, STT는

$$\left[\frac{\partial \widehat{m_2}}{\partial t}\right]_{STT} = \overrightarrow{N}_{STT} = |\gamma| \frac{\hbar}{2e} \frac{PJ_e}{M_s d} \widehat{m_2} \times (\widehat{m_2} \times \widehat{m_1})$$
 (5)

으로 주어진다 [1]. 방향은

$$\widehat{m_2} \times \left(\widehat{m_2} \times \widehat{m_1}\right) \tag{6}$$

이며, P는 스핀분극률,  $J_e$ 는 전하전류밀도, d는 F2의 두께이다. 전류가 인가되어 STT가 존재하는 경우 식 (5)를 LLG 방정식으로 다시 쓰면

$$\frac{\partial \hat{m}}{\partial t} = -|\gamma| \hat{m} \times \vec{B} + \alpha \hat{m} \times \frac{\partial \hat{m}}{\partial t} + |\gamma| a_J \hat{m} \times (\hat{m} \times \hat{m_1})$$
 (7)

가 된다. 이때

$$a_J = \frac{\hbar}{2e} \frac{PJ_e}{M_e d} \tag{8}$$

이며 식 (7) 우변의  $\frac{\partial \hat{m}}{\partial t}$ 을 제거하면

$$\frac{\partial \hat{m}}{\partial t} \approx -|\gamma| \hat{m} \times \vec{B} - |\gamma| \hat{m} \times (\hat{m} \times (\alpha \vec{B} - a_f \hat{m_1}))$$
(9)

가 된다. 수직자성층으로 구성된 스핀밸브 구조의 경우  $\stackrel{\frown}{B}$ 와  $\stackrel{\frown}{m_1}$  모두 막의 수직 방향 성분만을 가지므로 식 (9)의 두 번째 항은

$$(\alpha B_0 - a_I) |\gamma| \hat{m} \times (\hat{m} \times \hat{z})$$
(10)

로 표현할 수 있다.  $B_0$ 는 수직 방향 유효자기장의 크기이다. 식 (10)을 통해 감 $4(\alpha)$ 와 STT $(a_f)$ 의 관계는 서로 대립하고 있음을 알 수 있다. 전류가 충분히 클 경우  $\alpha B_0 - a_f$ 가 0에 가까워지고 방정식은

$$\frac{\partial \hat{m}}{\partial t} \approx -|\gamma| B_0(\hat{m} \times \hat{z}) \tag{11}$$

가 된다. 따라서 자화는 세차운동을 하게 된다. 이와 같이 자화의 움직임에 STT가 관여할 경우, 자화는 자화반전 또는 세차운동과 같은 거동을 보이는 특성을 가진다.

## Ⅲ. 스핀 홀 효과 (Spin Hall effect)

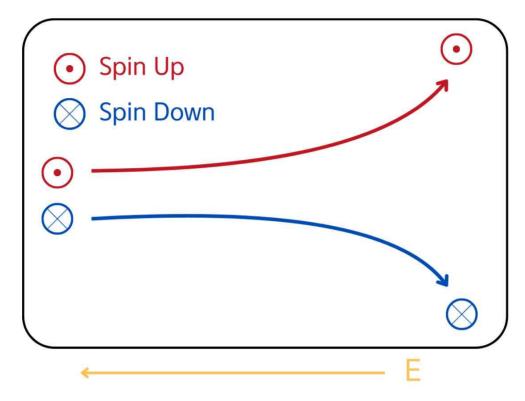


그림 2. 전류 E가 흐를 때 스핀 업 전자와 스핀 다운 전자의 궤적, 스핀 홀 효과 (Spin Hall effect)

전자가 자기장 영역을 지날 때 로렌츠(Lorentz) 힘에 의해 전자의 궤적이 휘는 홀(Hall) 효과가 발생한다. 이와 유사하게 스핀-궤도 결합이 존재하는 영역에서 전자의 스핀 방향에 따라 궤적이 휘는 현상을 스핀 홀 효과라고 한다[7]. 스핀 홀 효과는 비틀림 산란 메커니즘(Skew scattering mechanism), 고유메커니즘(Intrinsic mechanism), 옆 뜀 메커니즘(Side jump mechanism)으로 설명할 수 있다.

#### 3.1. 비틀림 산란 메커니즘

원자번호가 클수록 강한 스핀-궤도 결합(Spin-Orbit Coupling)을 가진다. 이러한 원자를 불순물로 삽입하여 스핀 홀 효과를 유도할 수 있다. 전자는 불순물 원자가 있을 때 산란하게 되며, 이때 전자의 스핀 방향에 따라 산란 방향이 달라질 수 있기 때문이다. 전자가 불순물 원자에 의해 산란할 때 스핀 의존성을 보이며 산란하게 되는 현상을 비틀림 산란이라고 부른다.

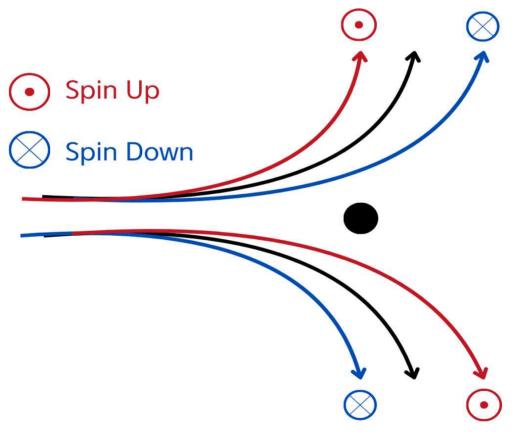


그림 3. 불순물 원자에 의한 전자 산란 궤적

스핀-궤도 결합에 영향받는 포텐셜 에너지는 다음과 같은 형태로 표현할 수 있다 [1].

$$U = \frac{1}{2m^2c^2}\vec{p} \cdot (\vec{S} \times \overrightarrow{\nabla} V) \tag{12}$$

V는 전자가 느끼는 포텐셜 에너지, p는 전자 운동량,  $\vec{s}$ 는 전자의 스핀 각운 동량, m과 c는 각각 전자의 질량과 빛의 속도이다. 원점에 위치한 불순물 원자와 불순물이 만들어 내는 포텐셜 에너지만을 고려했을 때 식은 아래와 같은 형태로 표현할 수 있다.

$$U = \frac{1}{2m^2c^2r} \frac{dV}{dr} \vec{L} \cdot \vec{S}$$
 (13)

 $\vec{L}$ 는 궤도 각운동량이다. 스핀 방향이 평면에서 밖으로 나오는 스핀 업 전자를 기준으로, 전자가 불순물에 상호작용하는 힘을 척력으로 가정하겠다. 이때 위의 식에서  $\frac{dV}{dr}$ 는 음수가 되고  $\vec{L} \cdot \vec{s}$  또한 음수가 된다. 따라서 스핀-궤도 결합에 의한 포텐셜 에너지는 양수가 되어 결과적으로 척력을 더욱 강하게 만든다. 즉, 그림 3과 같이 스핀 업 전자는 위로 더욱 강하게 산란 되고, 아래로는약하게 산란 된다. 따라서 스핀 방향에 의존하는 결과로 스핀 홀 효과가 발생하게 된다.

#### 3.2. 고유 메커니즘

고유 메커니즘이란, 불순물에 의존하지 않고 스핀-궤도 결합으로 인해 스핀홀 효과를 만들어 내는 방법이다. 양자역학 시스템에서 파동 함수(wave function)의 위상(phase)은 전자 운동에 관한 정보를 가지고 있다. 만약 스핀-궤도 결합이 위상에 영향을 줄 수 있고 전자의 스핀에 따라 영향을 받는다면결과적으로 스핀은 궤적을 변화시킬 수 있을 것이다.

스핀-궤도 결합이 고유 메커니즘을 통해 스핀 홀 효과를 만들어 내는 과정은 스핀-궤도 결합이 양자역학적 진폭을 변화시킨다는 점을 통해서 이해할 수 있다 [6]. 시간  $t_i$ 에 에너지 밴드 n에서 운동량  $\overrightarrow{k_i}$ 를 가지던 전자가 시간  $t_f(>t_i)$ 에 에너지 밴드 n에서 운동량  $\overrightarrow{k_f}$ 를 가질 양자역학적 진폭을  $\phi_n(\overrightarrow{k_f},t_f,\overrightarrow{k_i},t_i;\alpha)$ 라고 한다면 스핀-궤도 결합이 있는 경우와 없는 경우의 양자역학적 진폭의 차이는

$$\phi_n^B(\overrightarrow{k_f}, \overrightarrow{k_i}) = \int_{\overrightarrow{k_i}}^{\overrightarrow{k_f}} d\overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{A}_n(\overrightarrow{k})$$
 (14)

이다 [1].  $\phi_n^B$ 를 베리 위상(Berry phase),  $\overrightarrow{A}_n(\overrightarrow{k})$ 는 베리 연결(Berry connection) 이라고 부른다. 베리 위상은 양자역학 시스템에서 한 사이클 동안의 위상 변화를 의미한다.  $\overrightarrow{B}_n(\overrightarrow{k})$ 는 베리 곡률(Berry curvature)이라고 부르며 베리 위상이 변화하는 비율을 나타낸다. 베리 곡률은 베리 연결과

$$\overrightarrow{B}_n(\overrightarrow{k}) = \overrightarrow{\nabla}_{\overrightarrow{k}} \times \overrightarrow{A}_n(\overrightarrow{k}) \tag{15}$$

의 관계를 가진다. 베리 연결은 운동량  $\stackrel{\rightarrow}{k}$ 의 함수이며, 효과는 운동량과 짝이되는 위치의 시간 변화로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\overrightarrow{dr}}{dt} = \cdots - \frac{\overrightarrow{dk}}{dt} \times \overrightarrow{B}_n(\overrightarrow{k})$$
 (16)

스핀-궤도 결합을 고려하지 않았을 때 위의 식이 그룹 속도(group velocity)로 주어지는 것을 고려하면 스핀-궤도 결합이 있는 전자의 속도는 다음과 같이나타낼 수 있다 [1].

$$\frac{\overrightarrow{dr}}{dt} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_n(\overrightarrow{k})}{\partial \overrightarrow{k}} - \frac{\overrightarrow{dk}}{dt} \times \overrightarrow{B_n}(\overrightarrow{k})$$
(17)

 $E_n(\vec{k})$ 는 특정 밴드 n에 대한 전자의 에너지로, 파동 벡터  $\vec{k}$ 에 따라 달라진다. 베리 곡률이 존재하는 물질에서 전자의 속도는 그룹 속도에 의해 결정되지 않고 베리 곡률에 영향을 받는다. 식 (17)의 두 번째 항을 비정상 속도  $(anomalous\ velocity)$ 라고 부른다. 비정상 속도가 0이 아닌 유한한 값을 가지는 메커니즘이 존재하는 물질에서 전자의 궤적은 그룹 속도로 예측한 궤적과 달라진다. 스핀-궤도 결합이 비정상 속도의 원인이면 비정상 속도가 스핀 의존성을 가지는 것이다. 결국 스핀 방향에 따라 전자의 궤적이 변화할 수 있음을 보여준다.

#### 3.3. 옆 뜀 메커니즘

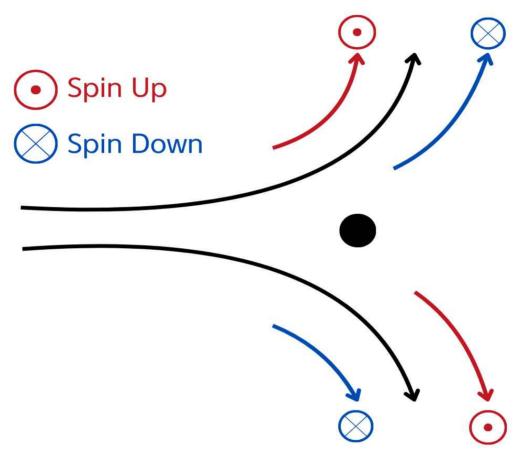


그림 4. 베리 위상 효과를 무시한 전자 궤적과 베리 위상을 고려한 전자 궤적 비교

옆 뜀 메커니즘이란, 스핀-궤도 결합이 강한 불순물 원자로 인해 전자가 산란 될 때 베리 위상(Berry phase)이 불순물 원자 주위에서 발생해 스핀 홀 효과가 생겨나는 메커니즘이다 [1]. 앞선 고유 메커니즘을 통해 스핀-궤도 결합이 스핀 홀 효과를 만들어 내는 과정이 양자역학적 진폭 변화로 설명할 수 있

음을 알았다. 이러한 설명은 전자의 파동성을 통해 스핀 홀 효과를 이해하고 자 함이며, 옆 뜀 메커니즘의 원리 또한 전자의 파동성을 통해 이해하고자 한 다.

특정 위치에 국소화(localized)되어 있는 파동 묶음(wave packet)이 전자의파동 함수인 경우를 고려한다. 이때 파동 묶음은 각각의 운동량  $\vec{k}$ 를 가지는평면파들의 합으로 나타낼 수 있다. 따라서 평면파들 간의 보강 간섭(constructive interference)이 어떤 위치에서 일어나는지에 따라 파동 묶음의위치를 결정한다. 파동 묶음이 불순물 원자에 의해 산란되는 과정은 운동량 $\vec{k}_i$ 를 가지는 평면파들의 합이 운동량 $\vec{k}_j$ 를 가지는 평면파들의 합으로 변환되는 과정이다. 운동량의 변화 과정에서 파동의 위상은 베리 위상만큼 달라진다. 베리 위상의 크기는 운동량 $\vec{k}_i$ (또는  $\vec{k}_j$ )마다 다르므로 평면파들이 보강 간섭하는 위치가 달라졌다는 것에 해당한다. 따라서 파동 묶음을 구성하는 평면파들 간의 상대적 위상차가 베리 위상에 의해 변하면 보강 간섭이 발생하는 위치가 바뀌면서 파동 묶음의 위치가 변화하게 된다. 위상 변화는 운동량 $\vec{k}_j$ 의 방향을 변화시키는 것은 아니므로 불순물에 의해 산란된 전자 파동 묶음의 진행 방향은 궤적 진행 방향 기준 오른쪽 또는 왼쪽으로만 변한다. 이때 궤적이 옮겨가는 현상이 옆 뜀(side jump) 현상이다.

## Ⅳ. 스핀-궤도 토크 (Spin-Orbit Torque)

스핀-궤도 결합(Spin-Orbit Cupling)으로 인해 발생하는 스핀 전달 토크를 스핀 궤도 토크라고 한다. 대표적으로 Fe, Co, Ni 등으로 박막된 자성층이 큰 원자번호를 가지는 Pt, Ta, W 등의 비자성층과 접합된 자성이중층(magnetic bilayer) 구조를 많이 이용한다. 비자성층에서의 강한 스핀-궤도 결합을 통해 스핀 홀 효과를 유도하고 특정 방향을 가지는 스핀을 모아줄 수 있다 [9]. 분극 되는 전자의 스핀 방향을 수식으로 표현하면

$$\hat{z} \times \overrightarrow{j_N}$$
 (18)

이다.  $\hat{z}$ 는 자성체층과 비자성체층 계면에 수직한 단위 벡터이며,  $\hat{j}_N$ 는 비자성체층에 흐르는 전류 밀도이다. 또한 주입되는 스핀 전류는

$$\theta_{SH} j_N \frac{\hbar/2}{-e} \tag{19}$$

이다 [7].  $\theta_{SH}$ 는 스핀 홀 각이며 클수록 스핀 홀 효과가 크다. 식 (18)과 식 (19)을 이용하여 Slonczewski가 유도한 스핀 전달 토크 공식과 결합하면 다음

과 같은 식을 얻을 수 있다 [1].

$$\left[\frac{\partial \widehat{m_2}}{\partial t}\right]_{SOT} = \overrightarrow{N_{SOT}} = -|\gamma| \frac{\hbar}{2e} \frac{\theta_{SH}}{M_s d} \widehat{m_2} \times \left[\widehat{m_2} \times \left(\hat{z} \times \overrightarrow{j_N}\right)\right]$$
(20)

 $\widehat{m_2}$ 는 강자성체층의 자화 방향을 나타내는 단위 벡터이며 d는 강자성체층의 두께,  $M_s$ 는 강자성체층의 포화자화량이다. 위의 식은 스핀-궤도 결합으로 인해 생겨난 스핀 전달 토크이며, 이를 스핀-궤도 토크라고 한다 [2].

# Ⅴ. 결 론

본 논문에서는 스핀 전달 토크(STT)와 스핀-궤도 토크(SOT)에 기반한 스핀동역학을 분석하였다. STT는 전도 전자의 스핀이 자성층의 자기 모멘트에 영향을 끼치는 힘으로서, 자화는 전류의 상태에 따라 자화반전 또는 지속적인 세차운동이 가능해진다. SOT는 스핀-궤도 결합이 있을 때의 스핀 전달 토크이다. SOT는 비자성층에서 발생하는 강한 스핀-궤도 결합을 통해 스핀 홀 효과를 만들어 내어 자성층의 자화를 효과적으로 제어할 수 있는 방법을 제공한다. 스핀 홀 효과를 만들어내는 메커니즘으로는 비틀림 산란 메커니즘, 고유메커니즘, 옆 뜀 메커니즘이 있다. 비틀림 산란 메커니즘과 옆 뜀 메커니즘은 불순물이 있는 경우이며, 고유 메커니즘은 불순물이 없는 경우에서 스핀 홀효과를 만들어내는 방법이다. STT와 SOT의 특이한 자화거동은 스핀소자 개발 및 관련 응용 분야에서 큰 발전을 가져오고 있다.

STT 및 SOT 메커니즘을 보다 정교하게 활용함으로써 차세대 비휘발성 메모리 소자, 고성능 센서, 그리고 논리 소자 등의 개발 가능성이 크게 확대될 것으로 기대된다. 최근에는 효율적이며 실용적인 SOT 개발을 위해 새로운 다층접합 구조를 찾고, 트랙 스케일의 최적화 등의 연구가 진행되고 있다. 앞으로의 연구에서는 이러한 메커니즘과 SOT의 실질적인 응용을 위해 다양한 시스템에서의 응용 및 실험적 검증이 필요할 것이다.

## Ⅵ. 참고 문헌

- [1] 이경진. 이현우. 유천열 (2014), 자기학총서: 자성재료와 스핀트로닉스, 한국자기학회, 173-205.
- [2] I. M. Miron et al., Nature 476, 189 (2011).
- [3] J. C. Slonczewski, J. Magn. Magn. Mater. 159, L1 (1996).
- [4] J. M. Slaughter, R. W. Dave, M. DeHerrera, M. Durlam, B. N. Engel, J. Janesky, N. D. Rizzo, and S. Tehrani, J. Supercond. Nov. Magn. 15, 19–25 (2002).
- [5] K. Gilmore, Y. U. Idzerda, and M. D. Stiles, PRL 99, 027204 (2007).
- [6] L. Berger, Phys. Rev. B 54, 9353 (1996).
- [7] L. Liu, C.-F. Pai, Y. Li, H. W. Tseng, D. C. Ralph, and R. A. Buhrman, Science 336, 555 (2012).

[8] M. D. Stiles and A. Zangwill, Phys. Rev. B 66, 014407 (2002).

[9] Q. Shao, P. Li, L. Liu, H. Yang, S. Fukami, A. Razavi, H. Wu, K. Wang, F. Freimuth, Y. Mokrousov, M. D. Stiles, S. Emori, A. Hoffmann, J. Akerman, K. Roy, J.-P. Wang, S.-H. Yang, K. Garello, and W. Zhang, IEEE Trans. MAG 57, 800439 (2021)

[10] T. L. Gilbert, IEEE Trans. MAG 40, 3443 (2004).