

# ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ

## CQ2024/1 - N1

Thời gian làm bài: 75 phút

### 1 Câu 1 (7 điểm) - Entropy-optimal sorting

Cho trước một vector  $a$  gồm  $n$  số nguyên dương ngẫu nhiên có chưa được sắp xếp. Vector này có một số phần tử trùng lặp. Để giảm thời gian sắp xếp từ  $O(n \log n)$  thành tuyến tính, ta có thể sử dụng một ý tưởng đơn giản như sau: “*Ta phân hoạch mảng thành ba phần, một phần cho những phần tử có giá trị nhỏ hơn, một phần cho những phần tử có giá trị bằng và phần cho những phần tử có giá trị lớn hơn giá trị phân hoạch (pivot)*”.

Lời giải của Dijkstra cho bài toán này dựa trên một single left-to-right pass qua vector mà đảm bảo con trỏ  $lt$  thoả mãn  $a[lo \dots lt]$ , một con trỏ  $gt$  thoả mãn  $a[gt+1 \dots hi]$ , và một con trỏ  $cr$  thoả mãn  $a[lt \dots cr-1]$  và khoảng giá trị  $a[cr \dots gt]$  không cần phải đánh giá. Đây là kỹ thuật **3-Way Quick Sort**.

Gọi  $v$  là giá trị phân hoạch. Bắt tại  $i$  bằng với  $lo$ , ta xử lý phần tử  $a[i]$  theo ba trường hợp:

1.  $a[i]$  nhỏ hơn  $v$ : hoán đổi  $a[lt]$  với  $a[i]$  và tăng giá trị cho cả  $lt$  và  $i$ .
2.  $a[i]$  lớn hơn  $v$ : hoán đổi  $a[i]$  với  $a[gt]$  và giảm giá trị  $gt$ .
3.  $a[cr]$  bằng  $v$ : tăng  $i$

Bên cạnh đó, ta có thể cải thiện độ phức tạp thời gian thông qua kỹ thuật **Fast three-way partitioning**. Kỹ thuật này dựa trên việc giữ các giá trị bằng nhau ở cả vector con trái và phải.

- Ta duy trì các chỉ số  $p$  và  $q$  sao cho  $a[lo \dots p-1]$  mà tất cả các phần tử  $a[q+1 \dots hi]$  bằng  $a[lo]$ , một chỉ số  $i$  mà tất cả các phần tử  $a[p \dots i-1]$  nhỏ hơn  $a[lo]$  và một chỉ số  $j$  mà tất cả các phần tử  $a[j+1 \dots q]$  đều lớn hơn  $a[lo]$ .
- Thêm một inner partitioning loop để hoán đổi  $a[i]$  và  $a[p]$  (và tăng  $p$ ) nếu nó bằng  $v$  và hoán đổi  $a[j]$  và  $a[q]$  (và giảm  $q$ ) nếu nó bằng  $v$  trước khi sử dụng phép so sánh thông thường giữa  $a[i]$  và  $a[j]$  với  $v$ .
- Sau khi kết thúc vòng lặp phân hoạch, hoán đổi các giá trị bằng nhau.

Hãy viết chương trình:

- (2 điểm) Cài đặt **Insertion Sort** để sắp xếp vector với độ phức tạp thời gian  $O(n^2)$ .
- (2.5 điểm) Cài đặt thuật toán **3-Way Quick Sort** dựa trên mô tả trên.
- (2.5 điểm) Cài đặt thuật toán **Fast three-way partitioning** dựa trên mô tả trên.

## 2 Câu 2 (3 điểm) - Tìm cặp đôi

Cho trước hai vector  $a$  và  $b$  lần lượt gồm  $m$  và  $n$  số nguyên dương ngẫu nhiên phân biệt và một số nguyên dương  $x$  với  $x > \max(\max(a), \max(b))$ . Bằng cách sử dụng kỹ thuật ở Câu 1, sắp xếp hai mảng này theo thứ tự tăng dần. Xây dựng một chương trình với độ phức tạp  $O(m \log n)$  để tìm kiếm một bộ giá trị tại các chỉ số  $i$  và  $j$  sao cho:

- $a[j] + b[i] = x$
- $a[i] \times b[j]$  có giá trị nhỏ nhất

Nếu không tìm thấy, trả ra bộ giá trị  $(-1, -1)$

**Ví dụ:**

```
1 Input :  
2 - vector a: 0, 3, 1, 6, 2, 5, 4  
3 - vector b: 1, 0, 3, 6, 4, 2, 5  
4 - x: 10  
5  
6 Output: 4 6
```

### 3 Câu 3 (1 điểm) - “Sắp xếp chỉ số”

Cho trước một vector gồm  $n$  số nguyên dương ngẫu nhiên phân biệt. Thay vì sắp xếp các phần tử trong vector này theo thứ tự tăng dần, hãy viết một chương trình trả ra một vector **perm** mà phần tử tại vị trí  $i$  của nó thể hiện chỉ số của phần tử nhỏ thứ  $i$  trong vector ban đầu. Độ phức tạp thời gian của thủ tục sắp xếp là  $O(n \log n)$ .

**Ví dụ:**

```
1 Input: 64, 25, 12, 22, 11
```

```
2
```

```
3 Output: 4 3 1 2 0
```

## Quy định

Vui lòng tuân thủ các quy định sau:

- Vui lòng đến phòng thi sớm 15 phút để ổn định chỗ ngồi và kiểm tra cẩn thận máy tính cẩn thận. Bạn được phép sử dụng bất kỳ IDE nào.
- Trong quá trình làm bài kiểm tra, không được sử dụng internet hoặc điện thoại di động. Học viên tự chịu trách nhiệm về đồ đạc cá nhân của mình.
- Sau khi hoàn thành bài kiểm tra, hãy kiểm tra bài nộp của bạn trước và sau khi tải lên Moodle.
- Trước khi rời đi, hãy xóa mã của bạn, tắt máy tính và sắp xếp ghế ngồi đúng cách.
- Các thư viện bị cấm: `<set>`, `<unordered_set>`, `<map>`, `<unordered_map>`, `<algorithm>`.
- Mọi hành vi gian lận, sao chép bài trong quá trình thi cử đều sẽ bị đánh giá không điểm môn học.

Mã nguồn của bạn phải được nén dưới dạng tập tin .zip và được đặt tên theo định dạng StudentID.zip. Sau đây là thông tin chi tiết về tổ chức thư mục:

```
StudentID
├── Exercise_1.cpp
├── Exercise_2.cpp
└── Exercise_3.cpp
```

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Hết.