

Lab 2 -- Các phương pháp đếm tổng quát (tt) có lặp lại và Bài toán Phân bố

I. Bài tập

1. Có bao nhiêu chuỗi nhị phân chiều dài 8? Trong số các chuỗi nhị phân chiều dài 8 này, có bao nhiêu chuỗi chứa đúng 3 bit 0?
2. Có bao nhiêu chuỗi có chiều dài 5 lấy từ các ký tự của $U = \{a, b, c, d\}$? Có bao nhiêu chuỗi có mặt đúng 1 ký tự a? Có bao nhiêu chuỗi có mặt ít nhất 1 ký tự a?
3. 4 người khách được chủ nhà mời ngồi vào một bộ salon có 6 chỗ ngồi. Hỏi có bao nhiêu cách chọn chỗ ngồi của 4 người khách này?

Bài tập về nhà:

4. Chứng minh rằng số hoán vị lặp của n phần tử thuộc 2 loại (trong đó có k phần tử loại 1 và $n - k$ phần tử loại 2) bằng số tổ hợp chập k của n phần tử.
5. Chứng minh rằng số nghiệm nguyên dương của phương trình $x_1 + x_2 + \dots + x_n = r$ là C_{r-1}^{n-1} , $1 \leq n \leq r$, với n, r là các số nguyên.
6. Sử dụng tính chất đối xứng $C_n^k = C_n^{n-k}$, hãy chứng minh rằng số cách chọn r vật từ n loại (có lặp lại) cũng bằng số cách chọn $n - 1$ vật từ $n + r - 1$ loại (không lặp lại).
7. Từ các ký tự của từ ALGORITHM, ta có thể sắp xếp được bao nhiêu chuỗi:
 - a) tùy ý?
 - b) ngay sau A là I?
 - c) các phụ âm đứng cạnh nhau và các nguyên âm đứng cạnh nhau?
8. Có bao nhiêu cách sắp xếp 8 ký tự của từ VISITING:
 - a) tùy ý?
 - b) các ký tự I xếp cạnh nhau?
9. Có bao nhiêu hoán vị của các ký tự trong từ INTERPRETATION thỏa điều kiện không có 2 nguyên âm nào đứng cạnh nhau?
10. Treo 14 đèn lồng màu đỏ, 8 đèn lồng màu xanh và 4 đèn lồng màu vàng thành một hàng dài để trang trí. Các đèn cùng màu xem là giống nhau. Hỏi có bao nhiêu cách treo:
 - a) tùy ý?
 - b) các đèn cùng màu treo cạnh nhau?

c) các đèn xanh treo cạnh nhau?

d) a, b, c nhưng với các đèn được xem là đôi một khác nhau?

11. Có bao nhiêu cách sắp xếp các ký tự trong từ CONGNGHETHONGTIN sao cho 4 KÝ TỰ N không đứng cạnh nhau?
12. Một người đi mua 12 quả trái cây từ một cửa hàng có bán 5 loại: táo, cam, chuối, lê, và xoài. Hỏi có bao nhiêu cách chọn khác nhau? (Giả sử cửa hàng có đủ số lượng mỗi loại).
13. Có bao nhiêu cách chia 10 lá thư giống hệt nhau vào 4 hộp thư khác nhau?
14. Trên một con đường có 15 vị trí trồng cây. Người ta muốn trồng 6 cây phượng, 5 cây bằng lăng và 4 cây xà cừ. Hỏi có bao nhiêu cách trồng cây khác nhau?
15. Chứng minh rằng số cách phân bố r vật giống nhau vào n hộp khác nhau sao cho không có hộp nào rỗng là $C(r - 1, n - 1)$ (Điều kiện: n, r là các số nguyên dương, $r \geq n$).
16. Chứng minh rằng bài toán phân bố r vật giống nhau vào n hộp khác nhau tương đương với bài toán tìm số đường đi ngắn nhất trên lưới tọa độ từ điểm $(0, 0)$ đến điểm $(r, n - 1)$, chỉ bằng cách đi sang phải hoặc đi lên trên. Từ đó suy ra lại công thức $C(r + n - 1, r)$.
17. Phân bố 10 trái bóng bàn (xem là giống nhau) vào 4 cái hộp khác nhau. Có bao nhiêu cách phân bố sao cho mỗi hộp có ít nhất 1 trái bóng?
18. Một công ty có 5 phòng ban nhận được 5 giấy mời giống nhau đi tham quan ở nước ngoài. Hỏi có bao nhiêu cách phân phối 5 giấy mời đó cho các phòng ban:
 - a) tùy ý?
 - b) mỗi phòng ban nhận được 1 giấy mời?
 - c) có đúng một phòng ban không nhận được giấy mời?
19. Chia 8 viên kẹo bạc hà (giống nhau) và 10 viên kẹo dừa (giống nhau) cho 3 em bé. Có bao nhiêu cách chia sao cho mỗi bé nhận được ít nhất 2 viên kẹo dừa?
20. Một hiệu bánh có 30 loại bánh khác nhau trong đó có 18 loại bánh mặn và 12 loại bánh ngọt. Một khách hàng muốn mua 5 cái bánh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn:
 - a) 5 loại bánh khác nhau?
 - b) 5 loại bánh mặn khác nhau?
 - c) 5 loại bánh khác nhau gồm cả 2 loại mặn và ngọt?
21. Một tiệm bán hoa có 20 bông hồng, 15 bông cúc và 9 bông cẩm chướng. Một khách hàng muốn chọn mua 10 bông. Hỏi có bao nhiêu cách chọn:
 - a) tùy ý?
 - b) 10 bông hồng?

- c) 5 bông hồng, 3 bông cúc và 2 bông cẩm chướng?
 d) 10 bông gồm đúng 2 loại khác nhau?
 e) 10 bông gồm đủ 3 loại?
22. 5 cặp vợ chồng đi dự đám cưới được xếp ngồi vào một bàn tròn. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi:
 a) tùy ý?
 b) các ông chồng ngồi cạnh nhau và các bà vợ ngồi cạnh nhau?
 c) vợ chồng ngồi cạnh nhau?
23. Treo 14 áo gồm 3 áo xanh, 4 áo vàng, 2 áo trắng và 5 áo tím vào một tủ áo thành một hàng dài. Hỏi có bao nhiêu cách treo:
 a) tùy ý?
 b) các áo cùng màu treo cạnh nhau?
 c) các áo tím treo cạnh nhau?
 d) không có 2 áo tím nào treo cạnh nhau?
24. Một tiệm bán sơn có 12 màu sơn khác nhau. Một khách hàng muốn mua 15 hộp sơn. Hỏi có bao nhiêu cách chọn:
 a) màu nào cũng được?
 b) mỗi màu có ít nhất 1 hộp?
 c) có đúng 5 hộp màu trắng?
 d) gồm đúng 8 màu khác nhau?
25. Tìm số nghiệm nguyên của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 32$ thỏa điều kiện:
 a) $x_i \geq 0, i = 1, 2, 3, 4$
 b) $x_i > 0, i = 1, 2, 3, 4$
 a) $x_i \geq -2, i = 1, 2, 3, 4$
 a) $x_1, x_2 \geq 0; x_3, x_4 \geq 7$
 a) $x_i \geq 0, i = 1, 2, 3$, và $0 < x_4 \leq 25$
26. Có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm của bất phương trình:
 a) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 9$?
 b) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 < 9$?

--- THE END ---