

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ  
ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ**

Кафедра

Систем Управления и Информатики

Группа Р3340

**Лабораторная работа №10**  
**“Исследование математической модели**  
**электромеханического объекта управления”**

Вариант - 10

Выполнила Ким А. А. (подпись)  
(фамилия, и.о.)

Проверил \_\_\_\_\_ (подпись)  
(фамилия, и.о.)

" \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 20\_\_г.

Санкт-Петербург,

20\_\_г.

Работа выполнена с оценкой \_\_\_\_\_

Дата защиты " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 20\_\_г.

**Цель работы:** Изучение математических моделей и исследование характеристик электро-механического объекта управления, построенного на основе электродвигателя постоянного тока независимого возбуждения.

**Исходные данные.** Функциональная схема типичного электро-механического объекта (ЭМО) представлена на рисунке 1. Она включает усилительно-преобразовательное устройство (УПУ), электродвигатель (ЭД), редуктор (Р) и исполнительный механизм (ИМ).

Усилительно-преобразовательное устройство служит для формирования напряжения, подаваемого на двигатель в соответствии с управляющим сигналом. Электродвигатель осуществляет преобразование электрической энергии в механическую. Редуктор снижает скорость вращения и повышает момент двигателя на валу ИМ. Для получения информации о состоянии объекта, используемой в устройстве управления, ЭМО снабжено измерительным устройством углового или линейного перемещения (измерители перемещения — ИП).

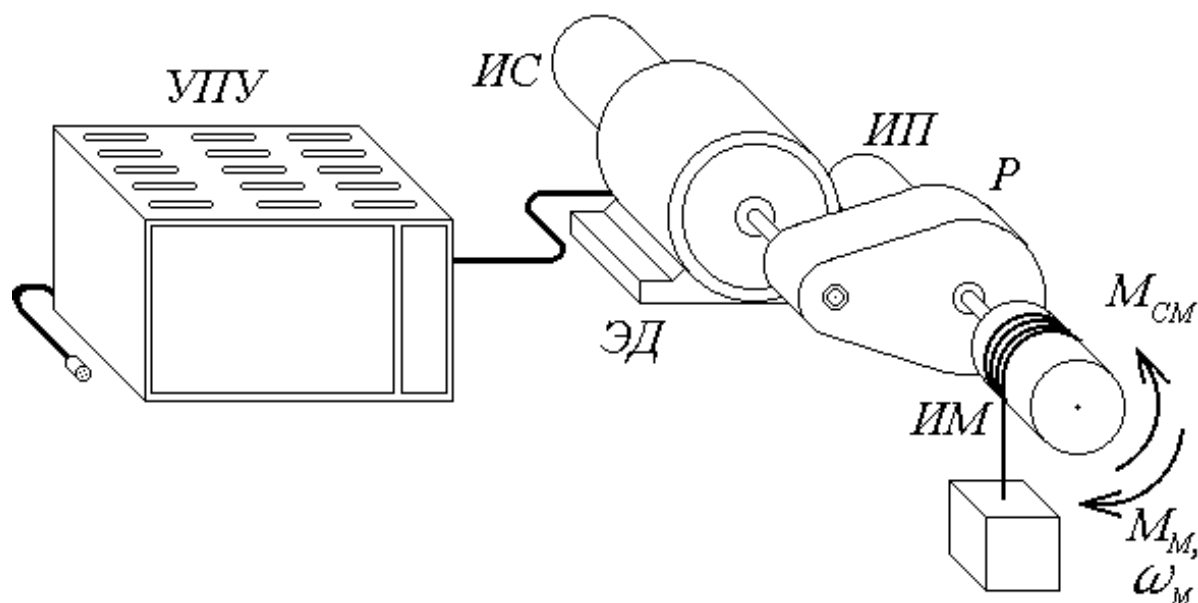


Рисунок 1 – Функциональная схема ЭМО

Исходные данные для выполнения работы приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Исходные данные

$U_H,$ В	$n_0,$ об/мин	$I_H,$ А	$M_H,$ Н·м	R, Ом	$T_я,$ мс	$J_d,$ кг·м <sup>2</sup>	$T_y,$ мс	$i_p$	$J_M,$ кг·м <sup>2</sup>
65	2000	14,7	4,6	0.65	10	$3,4 \cdot 10^{-3}$	8	20	2,25

# 1 Расчёт параметров математической модели двигателя

Произведём расчет необходимых параметров для полной модели:

$$J_p = 0,2J_d = 0,2 \cdot 3,4 \cdot 10^{-3} = 0,68 \cdot 10^{-3} [\text{кг} \cdot \text{м}^2] \quad (1)$$

$$J_\Sigma = J_d + J_p + \frac{J_M}{i_p^2} = 3,4 \cdot 10^{-3} + 0,68 \cdot 10^{-3} + \frac{2,25}{20^2} = 0,0097 [\text{кг} \cdot \text{м}^2] \quad (2)$$

$$K_E = \frac{U_H}{\omega_0} = \frac{U_H \cdot 60}{2\pi \cdot n_0} = \frac{65 \cdot 60}{2\pi \cdot 2000} = 0,31 [B \cdot c / \text{рад}] \quad (3)$$

$$K_m = \frac{M_H}{I_H} = \frac{4,6}{14,7} = 0,31 [H \cdot \text{м} / A] \quad (4)$$

$$K_d = \frac{1}{R} = \frac{1}{0,65} = 1,53 [\text{См}] \quad (5)$$

$$K_y = \frac{U_H}{U_m} = \frac{65}{10} = 6,5 [B] \quad (6)$$

Для упрощенной модели:

$$K = \frac{K_y}{K_E \cdot i_p} = \frac{6,5}{0,31 \cdot 20} = 1,04 [\text{рад} / c] \quad (7)$$

$$K_f = \frac{R}{K_m \cdot K_E \cdot i_p^2} = \frac{0,65}{0,31 \cdot 0,31 \cdot 20^2} = 0,016909 [\text{Ом} \cdot A \cdot \text{рад} / (H \cdot \text{м} \cdot B \cdot c)] \quad (8)$$

$$T_M = \frac{R \cdot J_\Sigma}{K_m \cdot K_E} = \frac{0,65 \cdot 0,0097}{0,31 \cdot 0,31} = 0,065608 [\text{Ом} \cdot A \cdot \text{рад} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^2 / (H \cdot B \cdot c)] \quad (9)$$

Коэффициенты передачи измерительных устройств  $K_U, K_I, K_\omega, K_\alpha$  выбираются таким образом, чтобы обеспечить соответствие максимального значения измеряемого сигнала уровню 10 В на выходе измерительного устройства.

$$K_U = 0,307$$

$$K_I = 0,269$$

$$K_\omega = 0,095$$

$$K_\alpha = 5,847$$

## 2 Математическое моделирование полной модели электро-механического объекта

На основе структурной схемы, представленной на рисунке ??, составим схему моделирования ЭМО (рисунок ??).

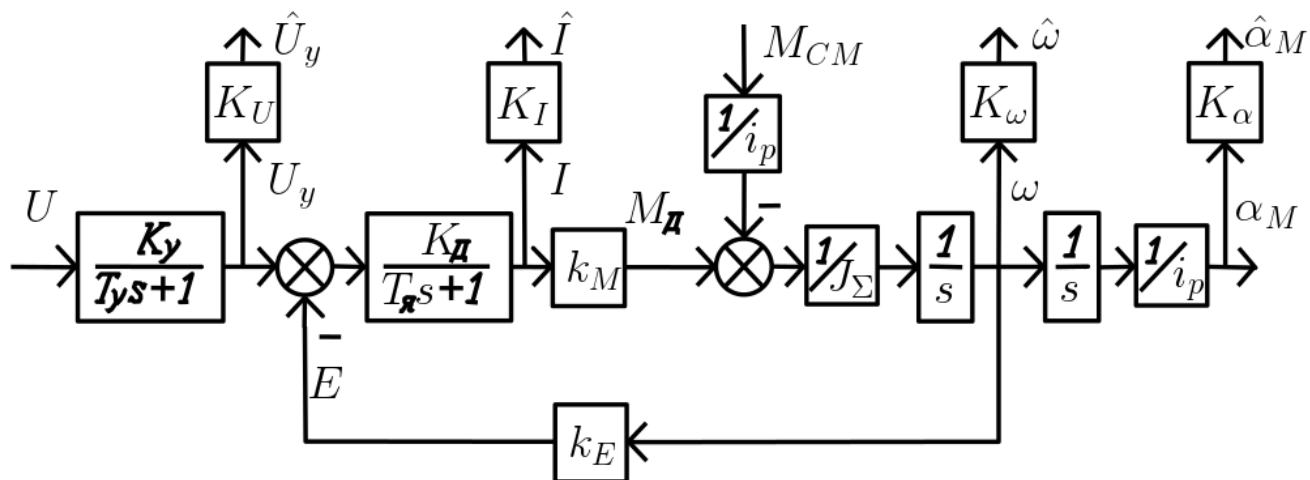


Рисунок 2 – Структурная схема ЭМО

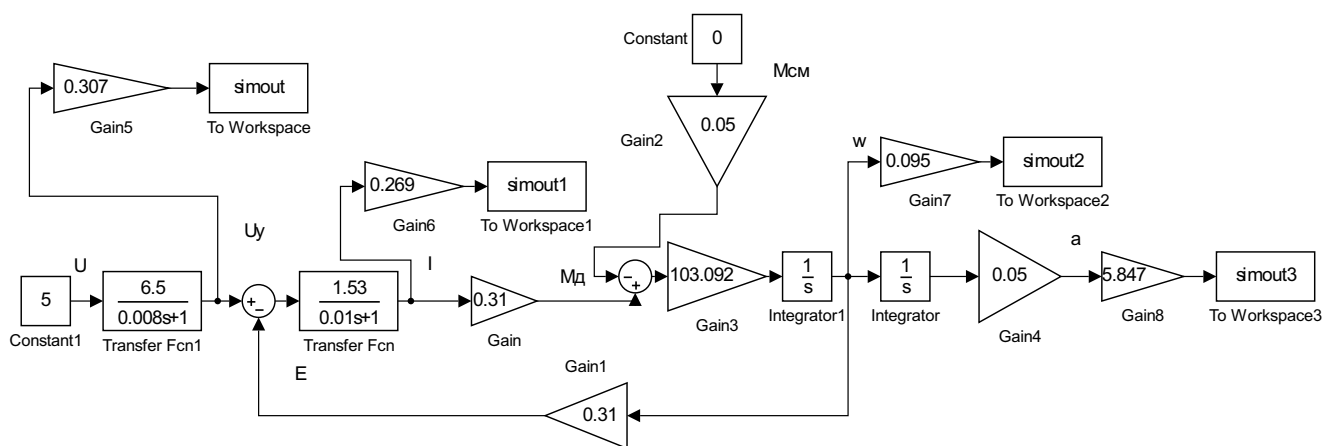
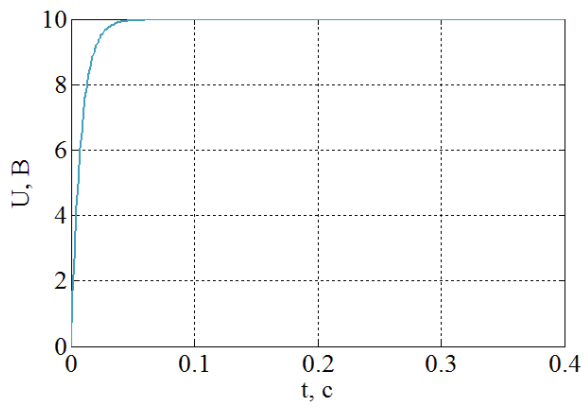
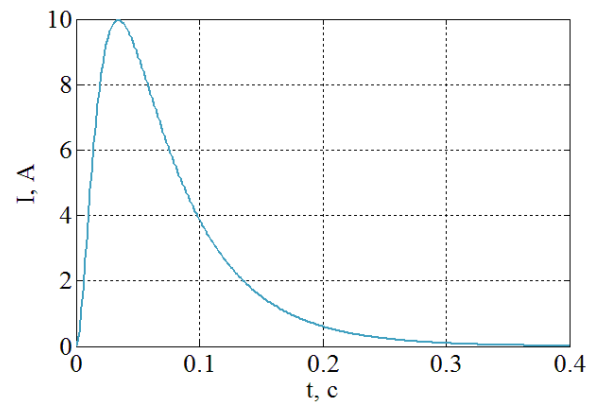


Рисунок 3 – Схема моделирования ЭМО

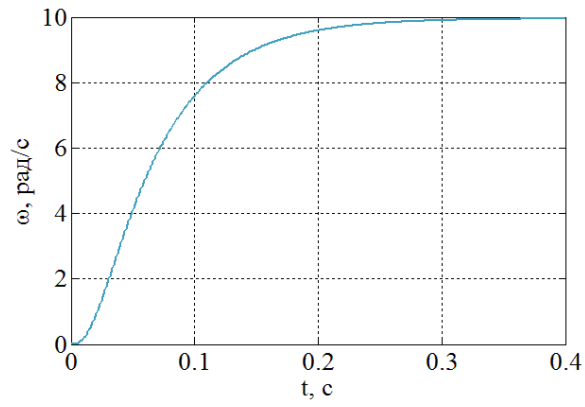
Построим графики переходных процессов при  $M_{CM} = 0$  Н·м и  $U=5$ В (рисунок 4):



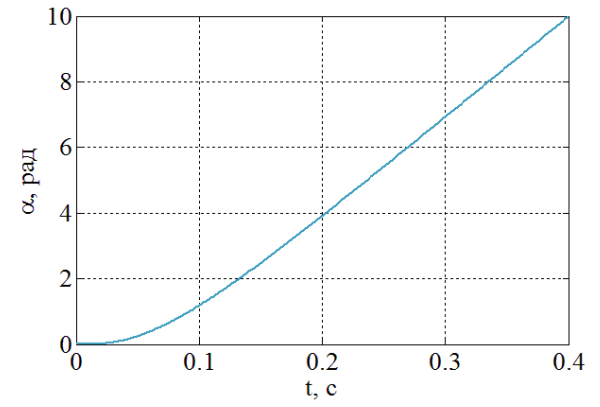
(a) Переходный процесс по напряжению



(b) Переходный процесс по току



(c) Переходный процесс по угловой скорости

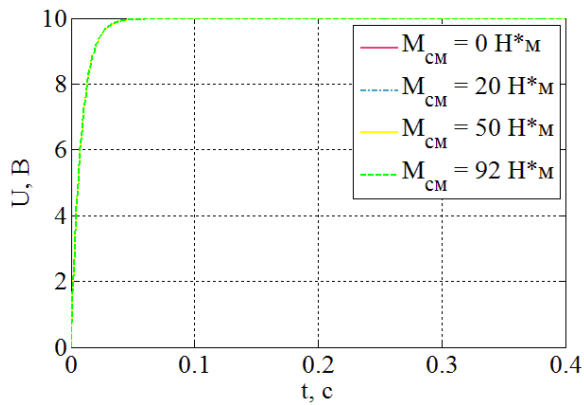


(d) Переходный процесс по углу поворота

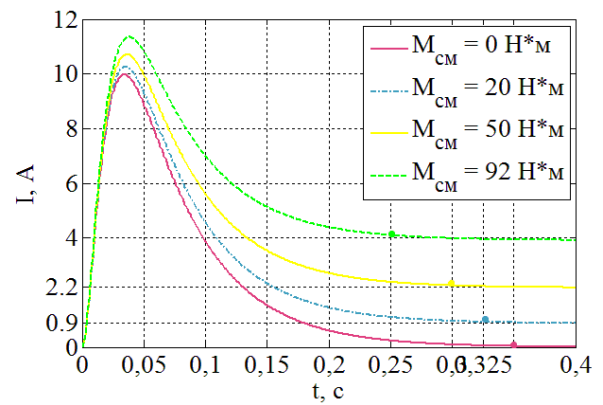
Рисунок 4 – Графики переходных процессов при  $M_{CM} = 0$  Н·м и  $U=5$ В

### 3 Исследование влияния момента сопротивления $M_{CM}$ на вид переходных процессов

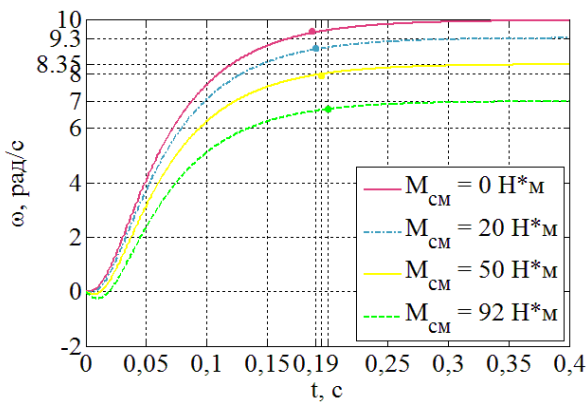
Диапазон изменения  $M_{CM}$ : от 0 Н·м до величины, равной  $i_p M_H = 92$ . Графики переходных процессов представлены на рисунке 5.



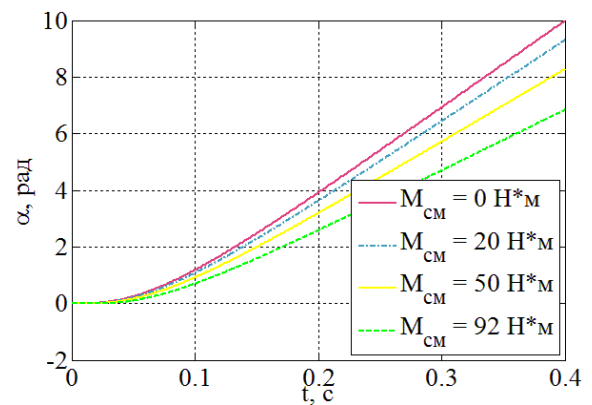
(а) Переходный процесс по напряжению



(б) Переходный процесс по току



(в) Переходный процесс по угловой скорости

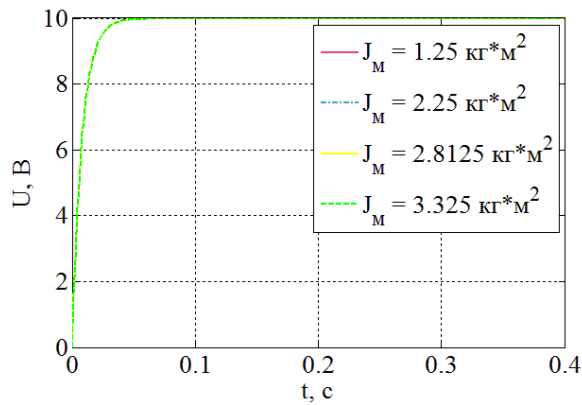


(г) Переходный процесс по углу поворота

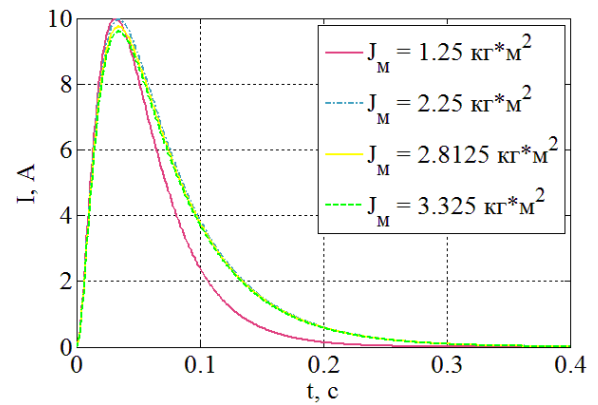
Рисунок 5 – Графики переходных процессов при различных значениях  $M_{CM}$

## 4 Исследование влияния момента нагрузки $J_M$ на вид переходных процессов

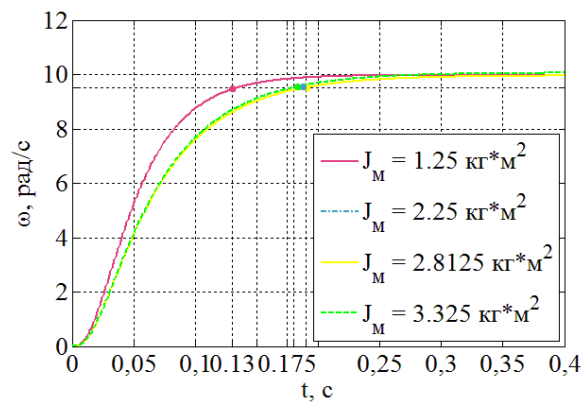
Диапазон изменения момента инерции:  $\pm 50\%$  от заданного значения. Графики переходных процессов представлены на рисунке 6.



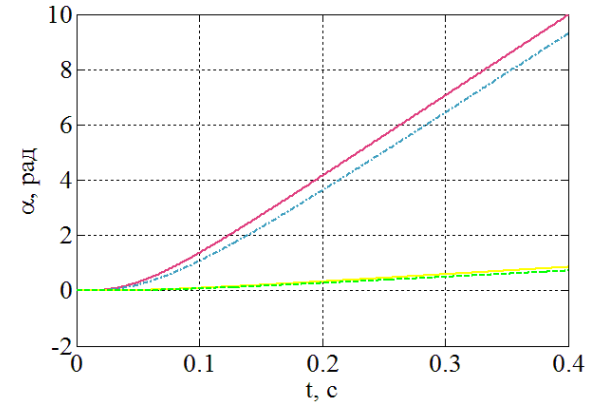
(а) Переходный процесс по напряжению



(б) Переходный процесс по току



(с) Переходный процесс по угловой скорости

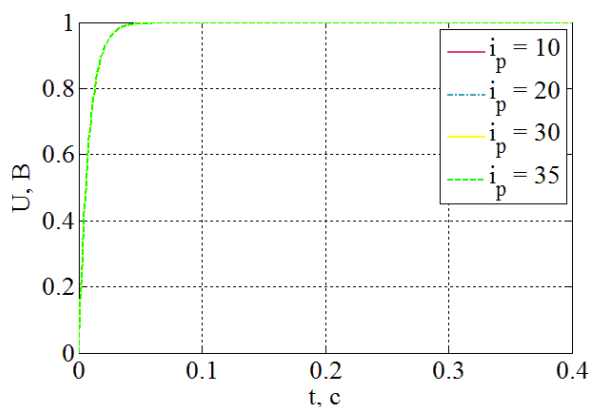


(д) Переходный процесс по углу поворота

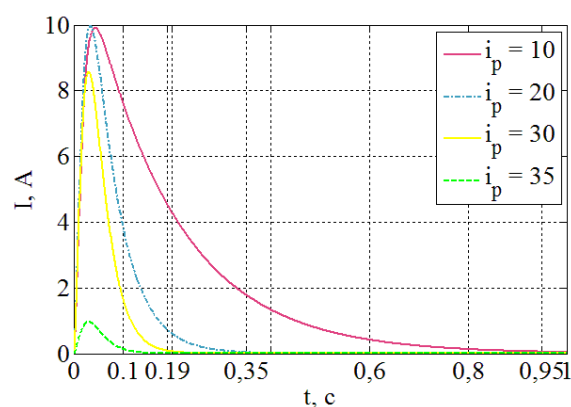
Рисунок 6 – Графики переходных процессов при различных значениях  $J_M$

## 5 Исследование передаточного отношения редуктора $i_p$ на вид переходных процессов

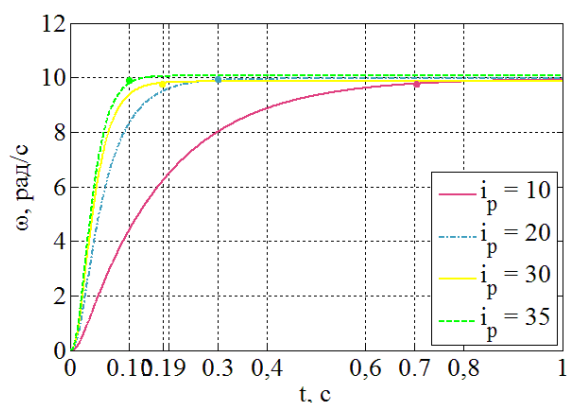
Исследования проводились при величине момента сопротивления  $M_{CM} = 0$  и при  $M_{CM} = 46$ . Графики переходных процессов изображены на рисунках 7 и 8 соответственно. Диапазон изменения передаточного отношения:  $\pm 75\%$  от заданного значения.



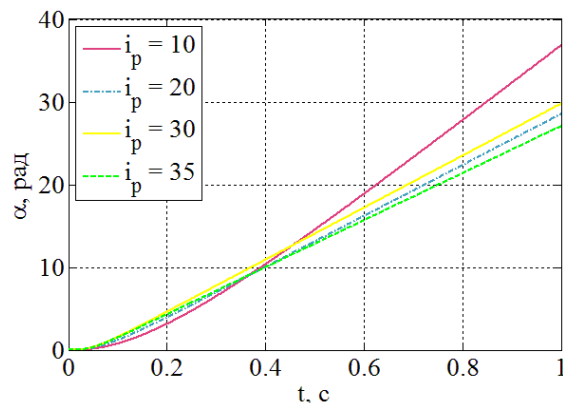
(а) Переходный процесс по напряжению



(б) Переходный процесс по току



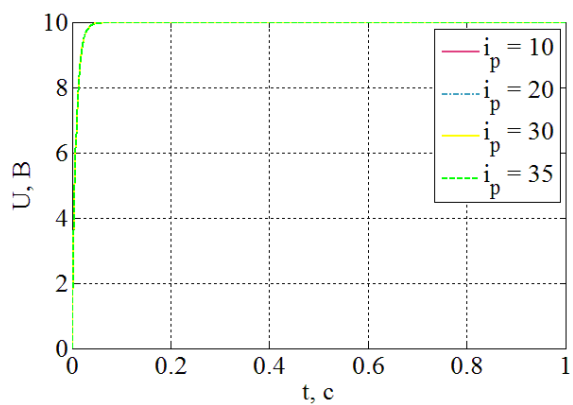
(в) Переходный процесс по угловой скорости



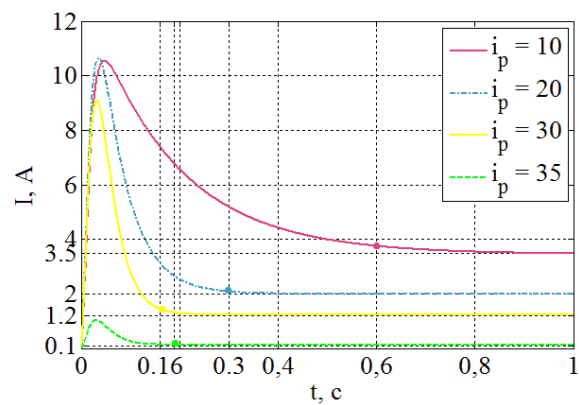
(г) Переходный процесс по углу поворота

Рисунок 7 – Графики переходных процессов при различных значениях  $i_p$  и  $M_{CM} = 0$

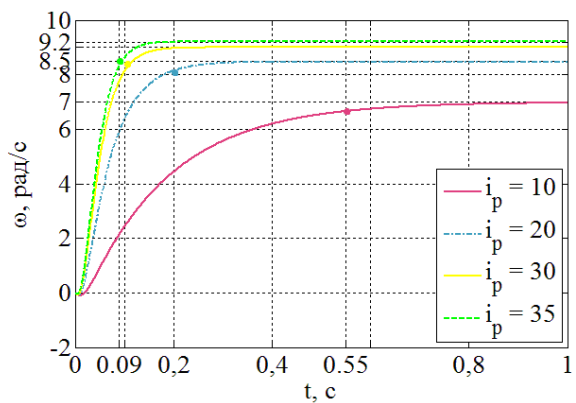




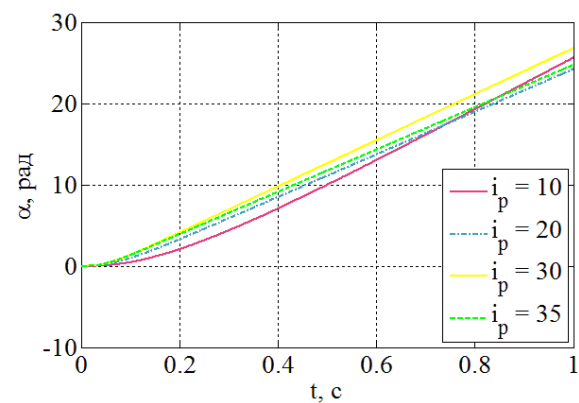
(a) Переходный процесс по напряжению



(b) Переходный процесс по току



(c) Переходный процесс по угловой скорости

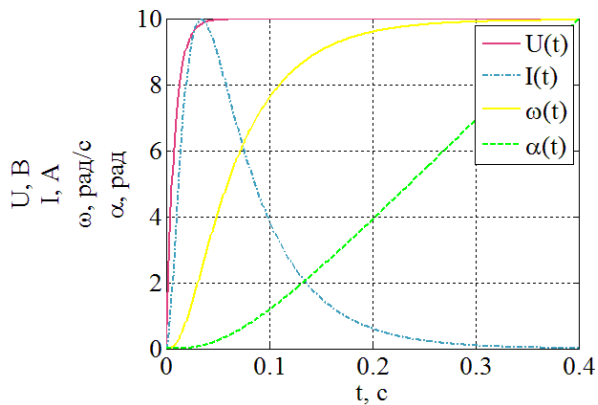


(d) Переходный процесс по углу поворота

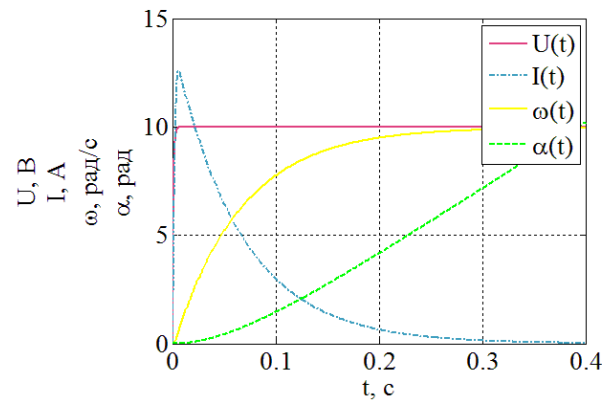
Рисунок 8 – Графики переходных процессов при различных значениях  $i_p$  и  $M_{CM} = 46$

## 6 Исследование влияния постоянных времени на вид переходных процессов

Исследования проводились при значениях постоянных времени  $T_y = \frac{8}{10}\text{мс} = 0,0008\text{с}$ ,  $T_{\alpha} = \frac{6}{10}\text{мс} = 0,001\text{с}$ . Графики переходных процессов изображены на рисунке 9.



(a)  $T_y = 0,008\text{с}$ ,  $T_{\alpha} = 0,01\text{с}$



(b)  $T_y = 0,0008\text{с}$ ,  $T_{\alpha} = 0,001\text{с}$

Рисунок 9 – Графики переходных процессов при различных значениях постоянных времени

Из графиков (рисунок 9) видно, что при уменьшении значений постоянных времени на порядок установившиеся значения тока и скорости, а также время переходного процесса этих величин не изменились, однако возросло максимальное значение тока.

## 7 Математическое моделирование упрощённой модели электромеханического объекта

На основе структурной схемы, представленной на рисунке 10, составим схему моделирования ЭМО (рисунок 11).

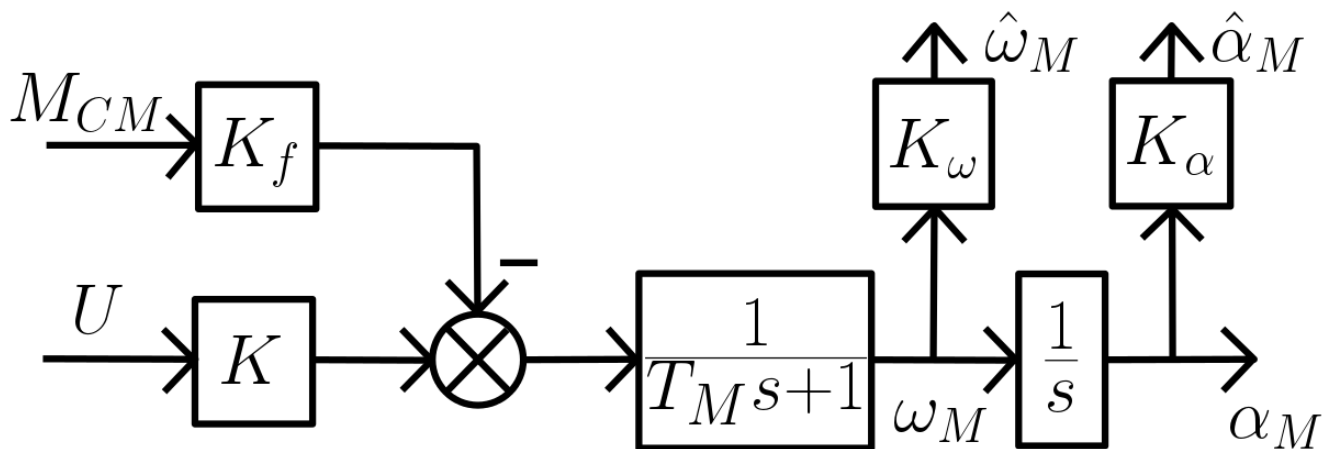


Рисунок 10 – Структурная схема ЭМО

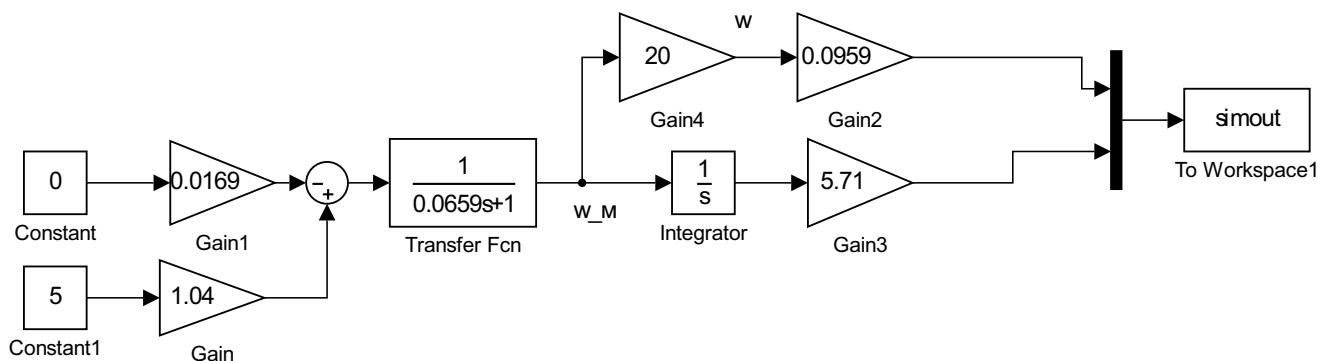
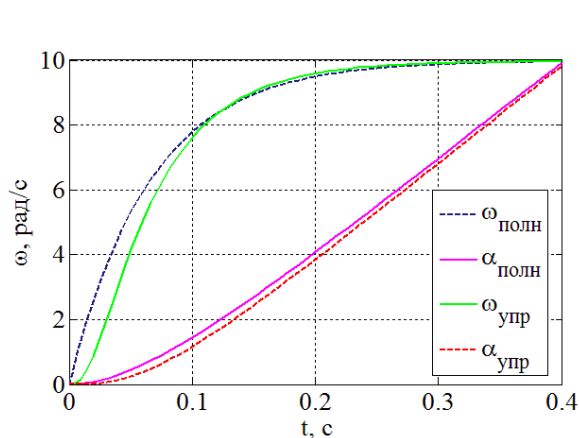
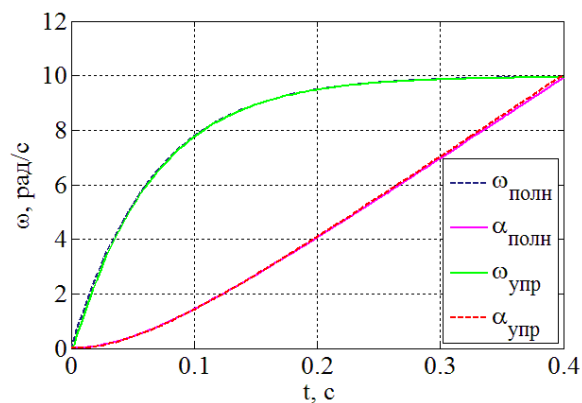


Рисунок 11 – Схема моделирования ЭМО

Для того, чтобы проанализировать погрешности проведём сравнение графиков переходных процессов по угловой скорости полной и упрощённой модели ЭМО, а также полной модели при меньших значениях постоянных времени и упрощённой модели (рисунок 12).



(а) График сравнения переходных процессов полной модели ЭМО и упрощённой



(б) График сравнения переходных процессов полной модели ЭМО при меньших значениях постоянных времени и упрощённой модели

Рисунок 12 – График сравнения переходных процессов полной и упрощённой модели ЭМО

## 8 Вывод математических моделей вход-состояние-выход для полной и упрощенной схем моделирования ЭМО

Полная модель ЭМО.

Для составления математической модели запишем формулы, характеризующие ЭМО, взятые из теории к данной лабораторной работе.

$$\begin{cases} T_{\text{Я}}\dot{I} + I = K_{\text{Д}}(U_{\text{Y}} - K_{\text{Е}}\omega) \\ M_{\text{Д}} - M_{\text{С}} = J_{\Sigma}\dot{\omega} \\ \dot{\alpha} = \omega \\ T_{\text{Y}}\dot{U}_{\text{Y}} + U_{\text{Y}} = K_{\text{Y}}U \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{I} = -\frac{1}{T_{\text{Я}}}I + \frac{K_{\text{Д}}}{T_{\text{Я}}}U_{\text{Y}} - \frac{K_{\text{Е}}}{T_{\text{Я}}}\omega \\ \dot{\omega} = \frac{K_{\text{м}}}{J_{\Sigma}}I - \frac{1}{J_{\Sigma}}M_{\text{С}} \\ \dot{\alpha} = \omega \\ \dot{U}_{\text{Y}} = -\frac{1}{T_{\text{Y}}}U_{\text{Y}} + \frac{K_{\text{Y}}}{T_{\text{Y}}}U \end{cases}, \quad (10)$$

где  $M_{\text{Д}} = K_{\text{м}}I$ .

Примем вектор состояния  $X = [\alpha \ \omega \ I \ U_{\text{Y}}]^T$  и вектор входных воздействий  $U = [U \ M_{\text{С}}]^T$ , тогда исходя из (10) получим модель Вход-Состояние-Выход:

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU \\ y = CX \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\omega} \\ \dot{I} \\ \dot{U}_{\text{Y}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{K_{\text{м}}}{J_{\Sigma}} & 0 \\ 0 & -\frac{K_{\text{Е}}}{T_{\text{Я}}} & -\frac{1}{T_{\text{Я}}} & \frac{K_{\text{Д}}}{T_{\text{Я}}} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{\text{Y}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \\ I \\ U_{\text{Y}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J_{\Sigma}} \\ 0 & 0 \\ \frac{K_{\text{Y}}}{T_{\text{Y}}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ M_{\text{С}} \end{bmatrix} \\ \alpha = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \\ I \\ U_{\text{Y}} \end{bmatrix} \end{cases}. \quad (11)$$

Подставив рассчитанные ранее значения, получим следующие матрицы

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 31.95 & 0 \\ 0 & -31 & -100 & 153 \\ 0 & 0 & 0 & -125 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -103.09 \\ 0 & 0 \\ 812.5 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Упрощенная модель.

Для составления упрощённой модели ЭМО постоянные времени  $T_{\text{Y}}$  и  $T_{\text{Я}}$  приравниваем к 0, так как их значение существенно меньше, чем значение механической постоянной времени  $T_{\text{М}}$ . Для получения упрощённой модели Вход-Состояние-Выход произведём соответствующие подстановки в уравнения для полной системы (10).

$$\begin{cases} \dot{\omega} = -\frac{K_{\text{М}}K_{\text{Д}}K_{\text{Е}}}{J_{\Sigma}}\omega + \frac{K_{\text{М}}K_{\text{Д}}K_{\text{Е}}}{J_{\Sigma}}U - \frac{1}{J_{\Sigma}}M_{\text{С}} \\ \dot{\alpha} = \omega \end{cases}, \quad (13)$$

и на основании полученной системы построим модель:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{K_{\text{М}}K_{\text{Д}}K_{\text{Е}}}{J_{\Sigma}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{K_{\text{М}}K_{\text{Д}}K_{\text{Е}}}{J_{\Sigma}} & -\frac{1}{J_{\Sigma}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ M_{\text{С}} \end{bmatrix} \\ \alpha = [1 \ 0] \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \end{bmatrix} \end{cases}. \quad (14)$$

Подставив значения, получим матрицы:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -15,15 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 15,15 & -103.09 \end{bmatrix} \quad (15)$$

## Вывод

В ходе лабораторной работы было проведено исследование математических моделей электромеханического объекта управления. Были выявлены изменения в переходных процессах системы путём изменения таких параметров как момент сопротивления, момент нагрузки, передаточное отношение редуктора.

Как видно из рисунка 5 при увеличении момента сопротивления установившееся значение тока якоря увеличивается, а значение угловой скорости уменьшается. Время переходного процесса по току уменьшается с 0,325с до 0,25с, а по скорости остается практически постоянным и равным 0,19с.

При исследовании момента инерции нагрузки было показано, что его увеличение ведёт к возрастанию времени переходного процесса по угловой скорости и по току, в то время как установившееся значение этих двух параметров остается неизменным, что можно увидеть на графике, изображенном на рисунке 6.

Так же можно наблюдать, что в случае нулевого момента сопротивления при увеличении передаточного отношения редуктора максимальное значение тока и время переходного процесса уменьшаются. Установившиеся значения тока и угловой скорости при этом остаются постоянными.

В случае момента сопротивления равном половине максимального значения при увеличении  $i_p$  не только уменьшается время переходного процесса по току и скорости, а также установившееся значение тока, но и увеличивается установившееся значение скорости.

Как можно заметить по результатам математического моделирования при постоянных времени много меньших по сравнению с механической постоянной времени переходной процесс по скорости и углу поворота ротора не имеет значительных изменений, поэтому ими можно пренебречь и перейти к упрощенной модели.