

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ  
ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Кафедра Систем Управления и Информатики Группа Р3340

Лабораторная работа №8  
“Экспериментальное построение областей  
устойчивости линейной системы на плоскости  
двух параметров”  
Вариант - 10

Выполнила Ким А. А. (подпись)  
(фамилия, и.о.)

Проверил \_\_\_\_\_ (подпись)  
(фамилия, и.о.)

" \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г. Санкт-Петербург, 20 \_\_\_\_ г.

Работа выполнена с оценкой \_\_\_\_\_

Дата защиты " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

**Цель работы:** Ознакомление с экспериментальными методами построения областей устойчивости линейных динамических систем и изучение влияния на устойчивость системы её параметров.

**Вариант задания.** Задана линейная система третьего порядка, структурная схема которой представлена на рисунке 1. Система имеет три параметра — постоянные времени  $T_1, T_2$  и коэффициент передачи  $K$ . При исследовании системы постоянную времени  $T_1$  будем считать фиксированной и равной 2,75, а область устойчивости будем определять на плоскости двух параметров  $K$  и  $T_2$ . Причем диапазон изменения постоянной времени  $T_2$  — от 0,1 до 5 с. Тип устойчивости системы будет определять по виду переходного процесса при нулевом входном воздействии  $g(t) = 0$  и ненулевом начальном значении выходной переменной  $y(0) = 1$ .

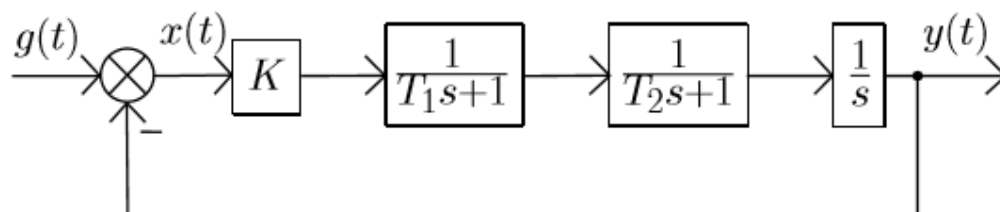


Рис. 1: Структурная схема моделируемой линейной системы третьего порядка

# 1 Построение границы устойчивости на плоскости двух параметров $K$ и $T_2$ методом математического моделирования

На рисунке 2 представлена схема моделирования для системы с заданными параметрами.

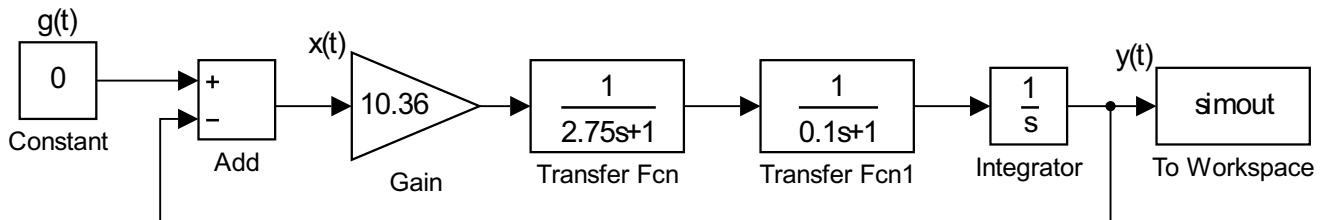


Рис. 2: Структурная схема моделируемой системы

Будем менять значение  $T_2$  и подбирать коэффициент передачи  $K$  таким образом, чтобы система находилась на границе устойчивости. Данные, необходимые для построения границы устойчивости приведены в таблице 1, графическое изображение границы устойчивости — на рисунке 3.

Таблица 1 – Данные необходимые для построения границы устойчивости системы

$T_2$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,75	1	2	3	5
$K$	10,36	5,36	3,69	2,86	2,36	1,69	1,36	0,86	0,69	0,56

Графики переходных процессов для устойчивой системы, неустойчивой и системы, находящейся на границе устойчивости представлены соответственно на 4, 5 и 6 рисунках.

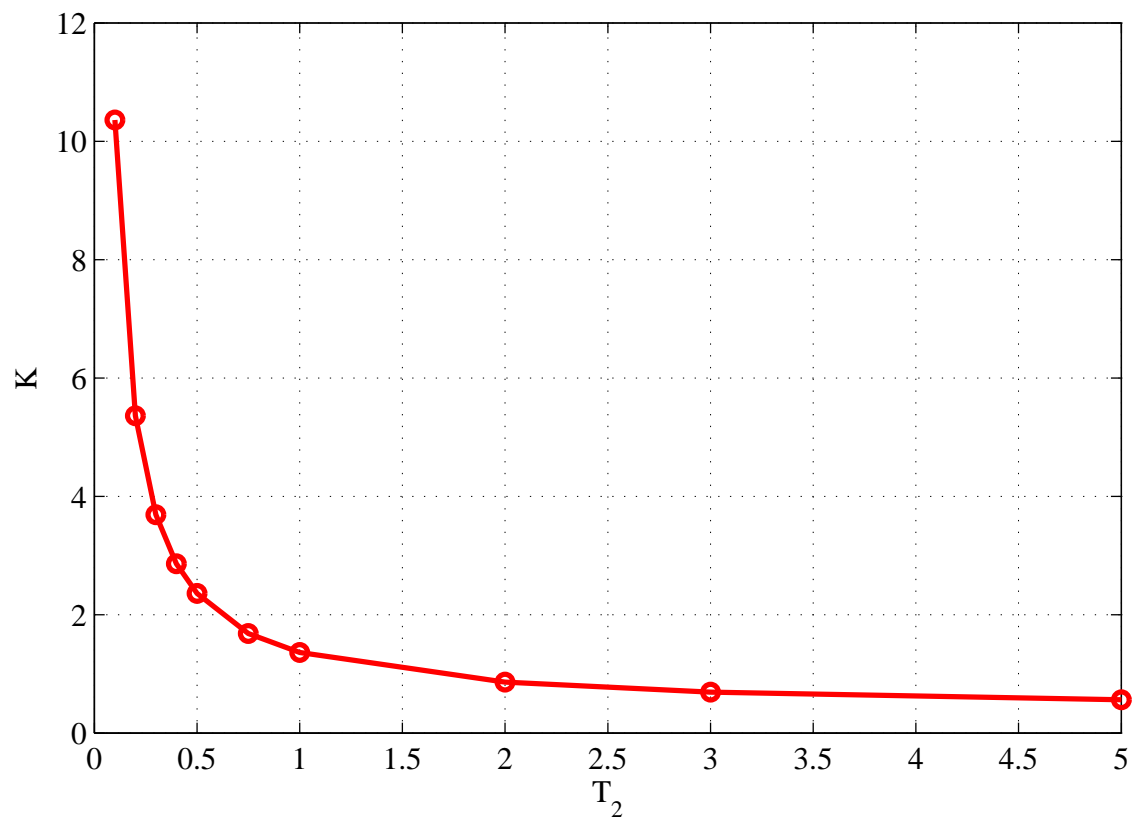


Рис. 3: Граница устойчивости на плоскости двух параметров  $K, T_2$ , построенная методом математического моделирования

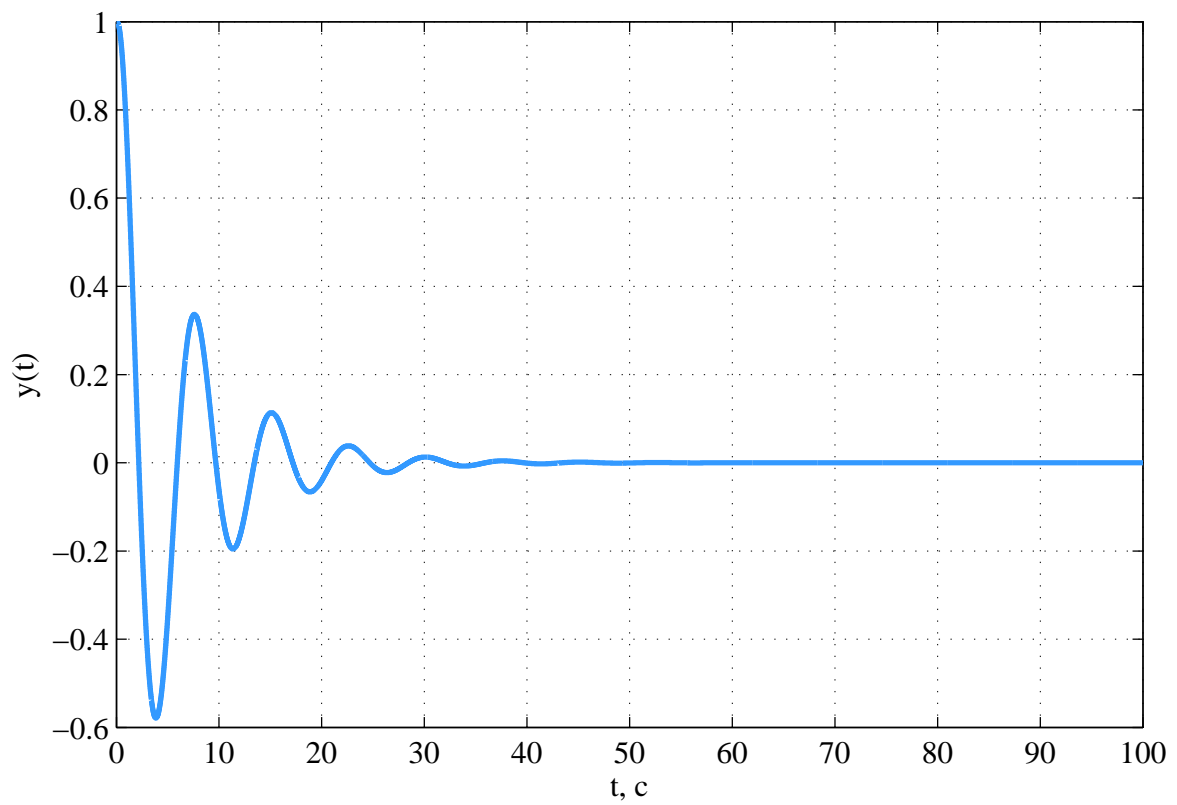


Рис. 4: Система устойчива

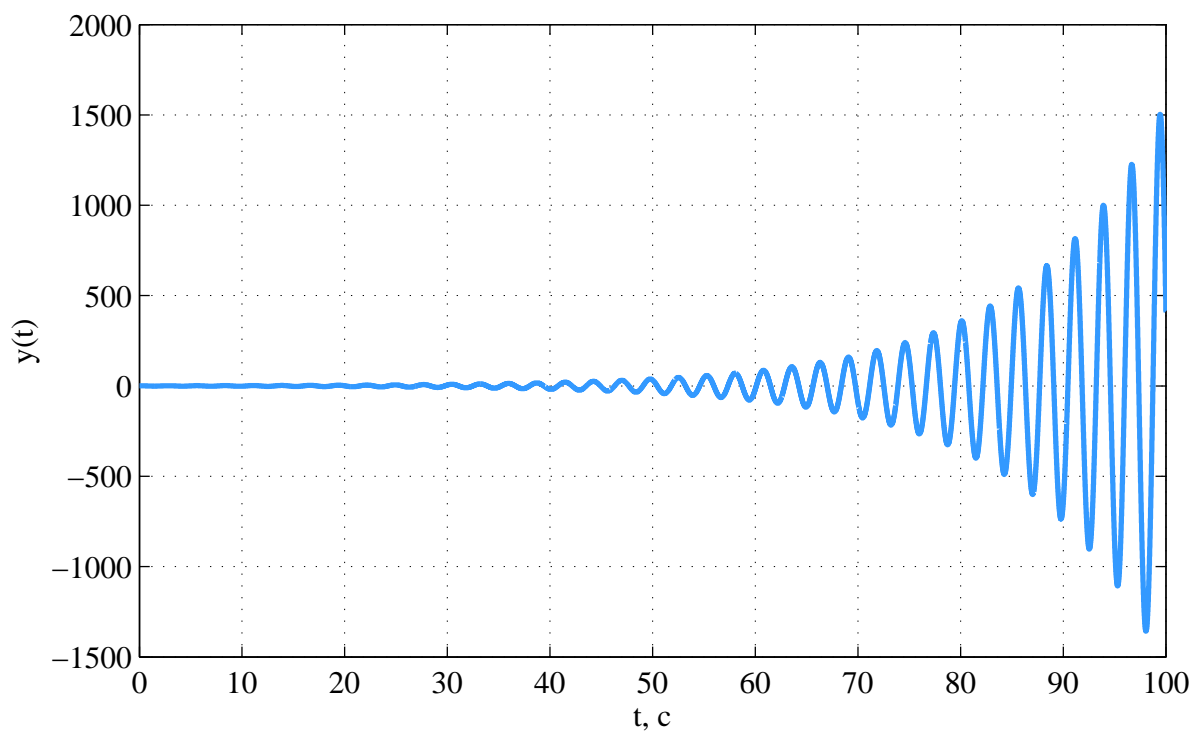


Рис. 5: Неустойчивая система

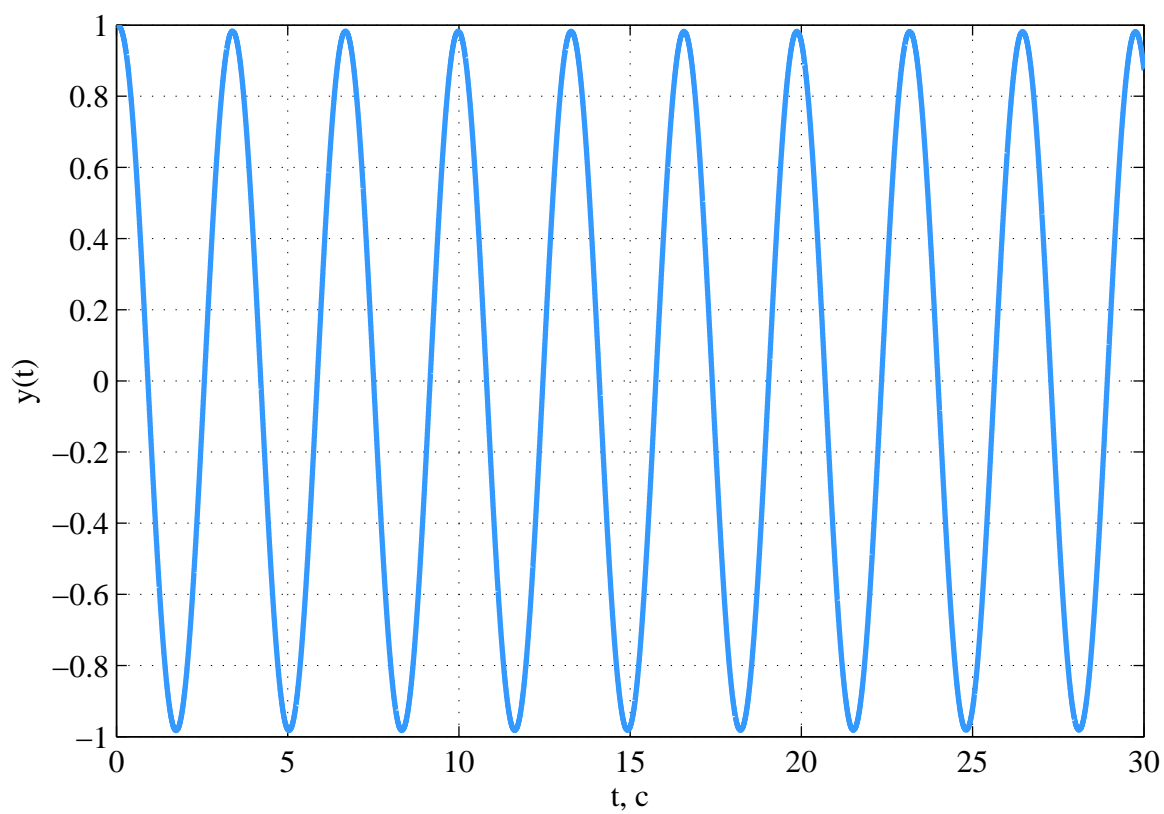


Рис. 6: Система, находящаяся на границе устойчивости

## 2 Теоретический расчет границы устойчивости с использованием критерия Гурвица

Передаточная функция замкнутой системы выглядит следующим образом:

$$W(s) = \frac{\Phi(s)}{1 + \Phi(s)}, \quad (1)$$

где  $\Phi(s)$  - передаточная функция разомкнутой системы.

$$\Phi(s) = K \cdot \frac{1}{T_1 s + 1} \cdot \frac{1}{T_2 s + 1} \cdot \frac{1}{s} = \frac{K}{T_1 T_2 s^3 + (T_1 + T_2)s^2 + s}, \quad (2)$$

Тогда

$$W(s) = \frac{K}{T_1 T_2 s^3 + (T_1 + T_2)s^2 + s + K}. \quad (3)$$

На основании характеристического уравнения, построенного по передаточной функции замкнутой системы, составим матрицу Гурвица для определения границы устойчивости:

$$\begin{vmatrix} T_1 + T_2 & K & 0 \\ T_1 T_2 & 1 & 0 \\ 0 & T_1 + T_2 & K \end{vmatrix}$$

По критерию Гурвица для устойчивости системы необходимо, чтобы главные миноры матрицы были положительны.

$$\begin{cases} T_1 + T_2 > 0 \\ T_1 + T_2 - K T_1 T_2 > 0 \\ K(T_1 + T_2) - K^2 T_1 T_2 > 0 \end{cases} \quad (4)$$

Если минор  $n - 1$  порядка равен 0, то система будет находиться на колебательной границе устойчивости. По условию  $T_1$  и  $T_2$  больше 0, тогда для определения границы устойчивости воспользуемся выражением:

$$K = \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \quad (5)$$

Используя выражение (5), найдём  $K$ . Полученные значения запишем в таблицу 2.

Таблица 2 – Данные необходимые для построения теоретической границы устойчивости системы

$T_2$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,75	1	2	3	5
$K$	10,36	5,36	3,69	2,86	2,36	1,69	1,36	0,86	0,69	0,56

По данным из таблицы 2 построим графическое изображение теоретической границы устойчивости (рисунок 7):

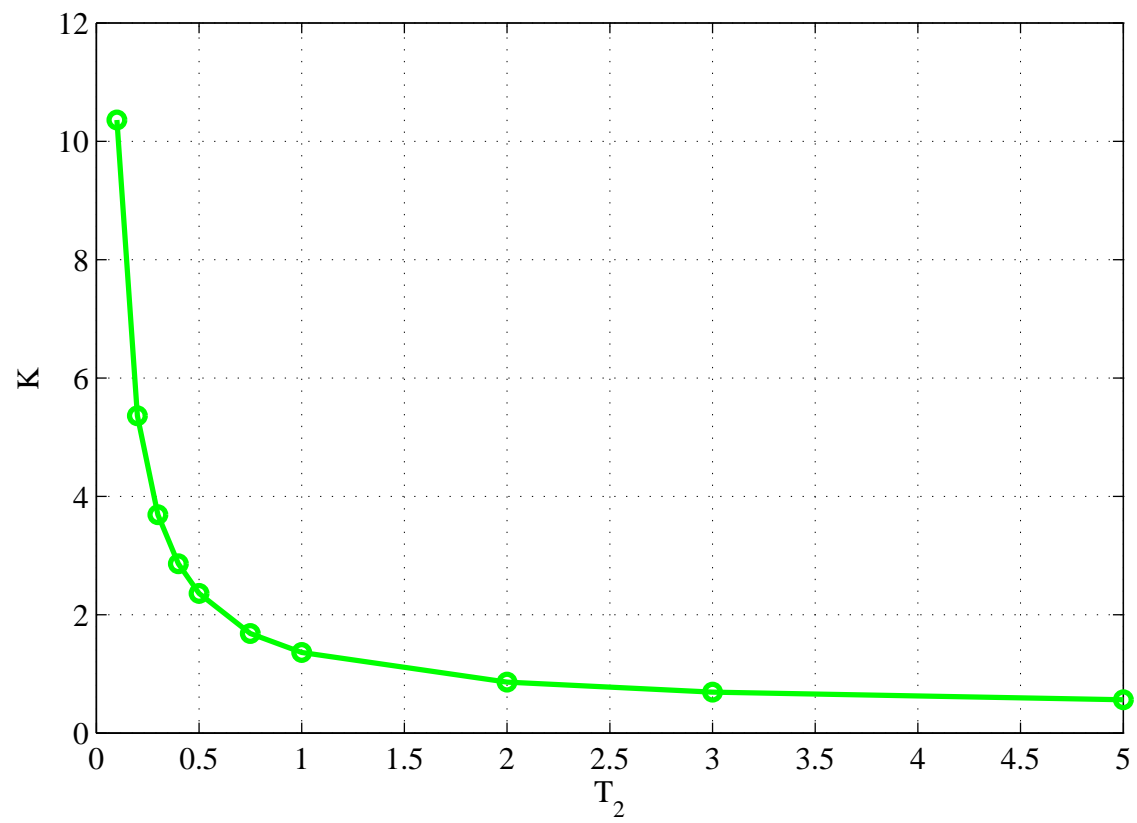


Рис. 7: Теоретическая граница устойчивости на плоскости двух параметров  $K, T_2$

## Вывод

В ходе лабораторной работы был рассмотрен метод управления устойчивостью системы путём изменения отдельных её параметров, таких как  $T_2$  и  $K$  при фиксированном значении  $T_1$ . На основе критерия Гурвица были получены значения для построения графика границы устойчивости аналитическим методом. Аналитически полученные результаты совпадают с полученными в результате математического моделирования. Следовательно, можно сделать вывод, что устойчивость системы определяется не характером возмущения, а структурой самой системы.