

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Кафедра Систем Управления и Информатики Группа P3340

Лабораторная работа №8
“Экспериментальное построение областей
устойчивости линейной системы на плоскости
двух параметров”
Вариант - 10

Выполнила Ким А.А. (подпись)
(фамилия, и.о.)

Проверил _____ (подпись)
(фамилия, и.о.)

"__" _____ 20__г. Санкт-Петербург, 20__г.

Работа выполнена с оценкой _____

Дата защиты "__" _____ 20__г.

Цель работы: Ознакомление с экспериментальными методами построения областей устойчивости линейных динамических систем и изучение влияния на устойчивость системы её параметров.

Вариант задания. Задана линейная система третьего порядка, структурная схема которой представлена на рисунке 1. Система имеет три параметра — постоянные времени T_1, T_2 и коэффициент передачи K . При исследовании системы постоянную времени T_1 будем считать фиксированной и равной 2,75, а область устойчивости будем определять на плоскости двух параметров K и T_2 . Причем диапазон изменения постоянной времени T_2 — от 0,1 до 5 с. Тип устойчивости системы будет определять по виду переходного процесса при нулевом входном воздействии $g(t) = 0$ и ненулевом начальном значении выходной переменной $y(0) = 1$.

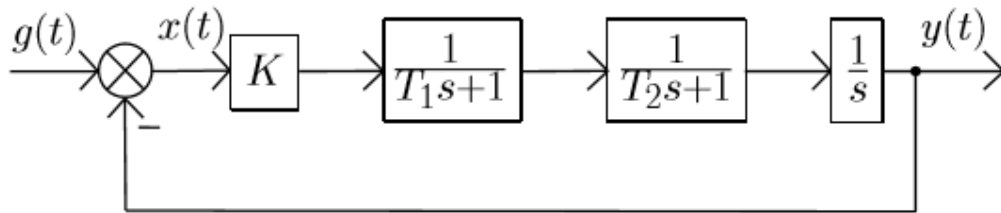


Рисунок 1 – Структурная схема моделируемой линейной системы третьего порядка

1 Построение границы устойчивости на плоскости двух параметров K и T_2 методом математического моделирования

На рисунке 2 представлена схема моделирования для системы с заданными параметрами.

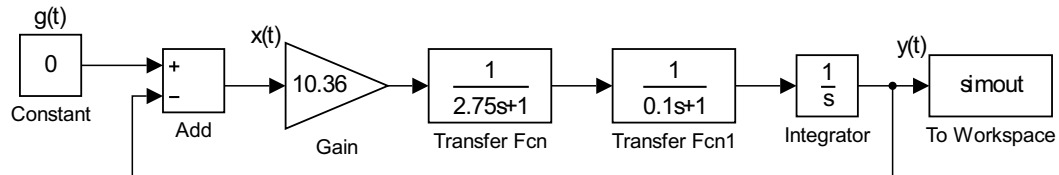


Рисунок 2 – Структурная схема моделируемой системы

Будем менять значение T_2 и подбирать коэффициент передачи K таким образом, чтобы система находилась на границе устойчивости. Данные, необходимые для построения границы устойчивости приведены в таблице 1, графическое изображение границы устойчивости — на рисунке 3.

Таблица 1 – Данные, необходимые для построения границы устойчивости системы

T_2	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,75	1	2	3	5
K	10,36	5,36	3,69	2,86	2,36	1,69	1,36	0,86	0,69	0,56

Графики переходных процессов для устойчивой системы, неустойчивой и системы, находящейся на границе устойчивости представлены соответственно на 4, 5 и 6 рисунках.

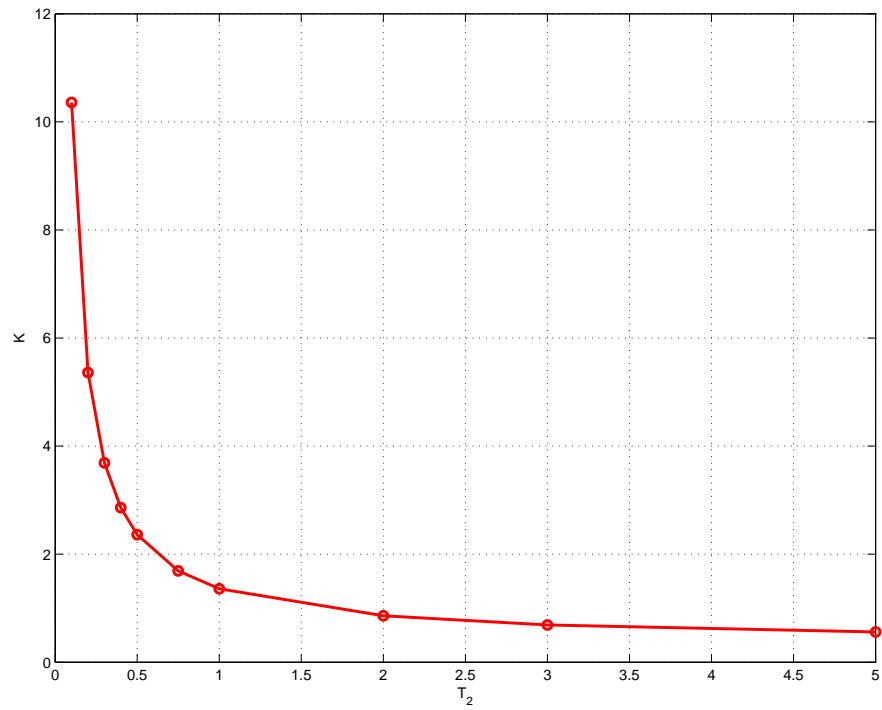


Рисунок 3 – Граница устойчивости на плоскости двух параметров K, T_2 , построенная методом математического моделирования

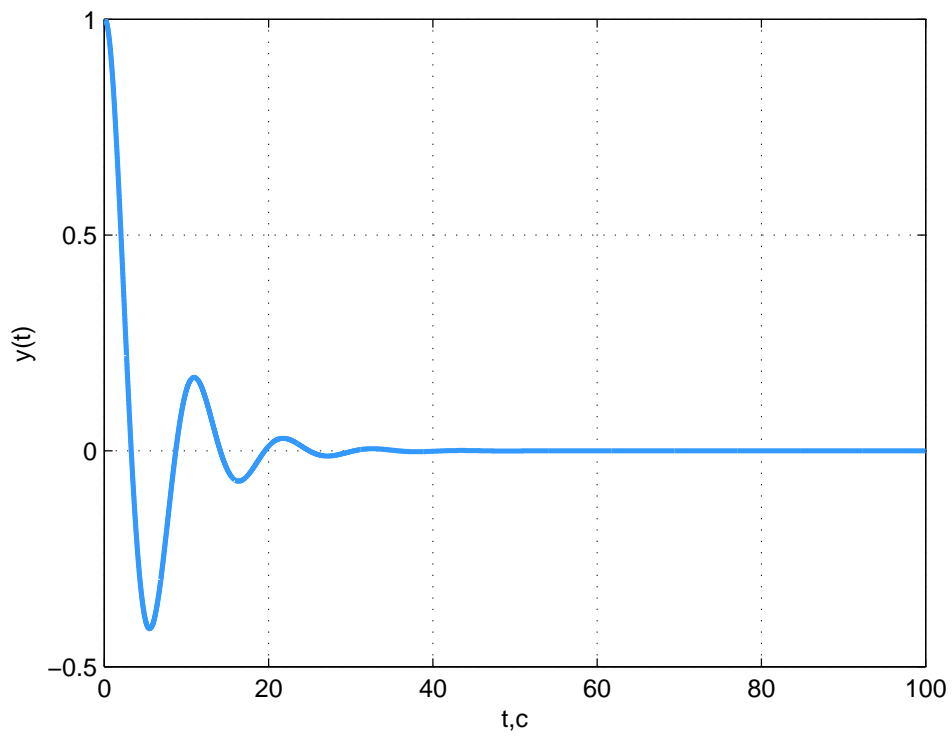


Рисунок 4 – Система устойчива

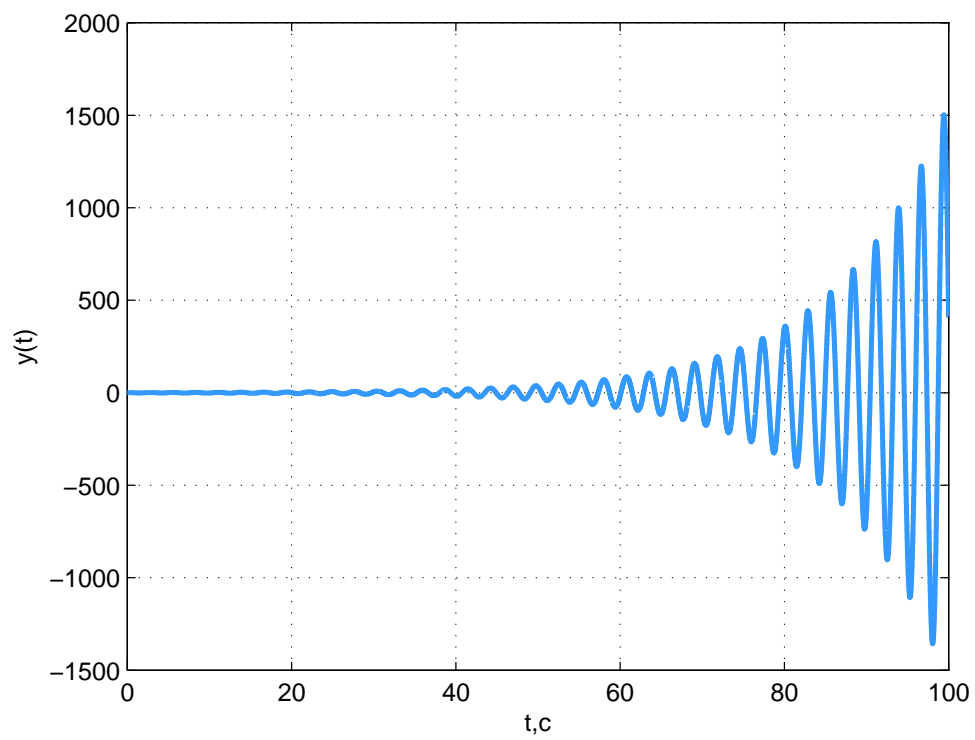


Рисунок 5 – Неустойчивая система

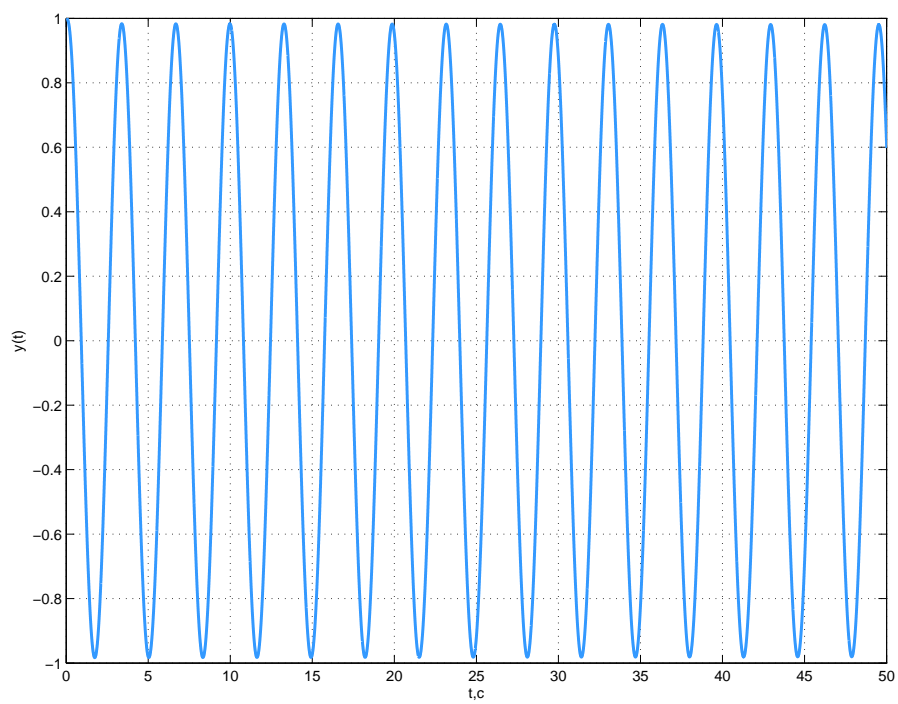


Рисунок 6 – Система, находящаяся на границе устойчивости

2 Теоретический расчет границы устойчивости с использованием критерия Гурвица

Передаточная функция замкнутой системы выглядит следующим образом:

$$W(s) = \frac{\Phi(s)}{1 + \Phi(s)}, \quad (1)$$

где $\Phi(s)$ - передаточная функция разомкнутой системы.

$$\Phi(s) = K \cdot \frac{1}{T_1 s + 1} \cdot \frac{1}{T_2 s + 1} \cdot \frac{1}{s} = \frac{K}{T_1 T_2 s^3 + (T_1 + T_2)s^2 + s}, \quad (2)$$

Тогда

$$W(s) = \frac{K}{T_1 T_2 s^3 + (T_1 + T_2)s^2 + s + K}. \quad (3)$$

На основании характеристического уравнения, построенного по передаточной функции замкнутой системы, составим матрицу Гурвица для определения границы устойчивости:

$$\begin{vmatrix} T_1 + T_2 & K & 0 \\ T_1 T_2 & 1 & 0 \\ 0 & T_1 + T_2 & K \end{vmatrix}$$

По критерию Гурвица для устойчивости системы необходимо, чтобы главные миноры матрицы были положительны.

$$\begin{cases} T_1 + T_2 > 0 \\ T_1 + T_2 - K T_1 T_2 > 0 \\ K(T_1 + T_2) - K^2 T_1 T_2 > 0 \end{cases} \quad (4)$$

Если минор $n - 1$ порядка равен 0, то система будет находиться на колебательной границе устойчивости. По условию T_1 и T_2 больше 0, тогда для определения границы устойчивости воспользуемся выражением:

$$K = \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \quad (5)$$

Используя выражение (5), найдём K . Полученные значения запишем в таблицу 2.

Таблица 2 – Данные, необходимые для построения теоретической границы устойчивости системы

T_2	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,75	1	2	3	5
K	10,36	5,36	3,69	2,86	2,36	1,69	1,36	0,86	0,69	0,56

По данным из таблицы 2 построим графическое изображение теоретической границы устойчивости (рисунок 7):

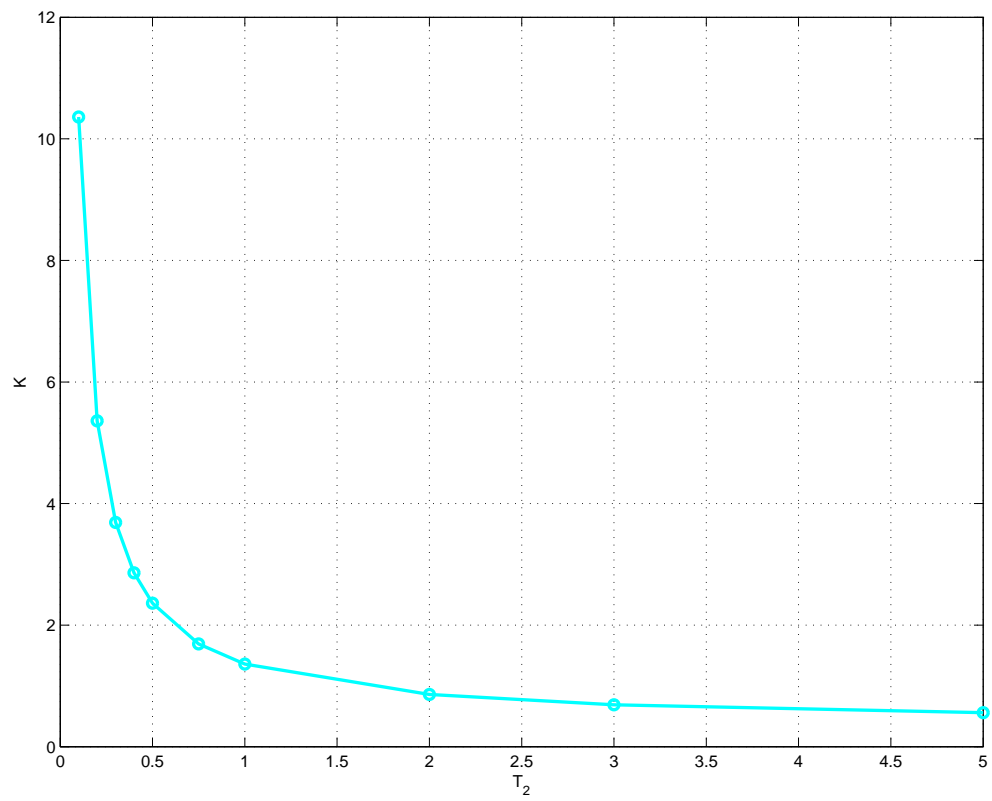


Рисунок 7 – Теоретическая граница устойчивости на плоскости двух параметров K, T_2

Вывод

В ходе лабораторной работы был рассмотрен метод управления устойчивостью системы путём изменения отдельных её параметров, таких как T_2 и K при фиксированном значении T_1 .

На основе критерия Гурвица были получены значения для построения графика границы устойчивости аналитическим методом. Аналитически полученные результаты совпадают с полученными в результате математического моделирования.

Следовательно, можно сделать вывод, что устойчивость системы определяется не характером возмущения, а структурой самой системы.