Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Кафедра Систем Управления и Информатики Группа P3340

Лабораторная работа №12 "Анализ линейных непрерывных систем с использованием прикладного пакета MATLAB CONTROL SYSTEM TOOLBOX"

Вариант - 10

Выполнила Ким А. А. ______________________ (подпись)
(фамилия, и.о.)

Проверил ______________________ (подпись)
(фамилия, и.о.)

"___" _________ 20___г. Санкт-Петербург, 20___г.

Работа выполнена с оценкой ______________________

Дата защиты "___" _________ 20___г.

Цель работы: Исследование динамических и частотных характеристик, анализ структурных свойств и устойчивости линейных непрерывных систем с помощью прикладного пакета Matlab Control System Toolbox.

Исходные данные. Исходная модель разомкнутой системы представляется в форме вход-выход и описывается передаточной функцией вида:

$$W(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s \cdot (a_2 s^2 + a_1 s + a_0)}. \tag{1}$$

Значения коэффициентов a_0, a_1, a_2, b_0, b_1 в числителе и знаменателе передаточной функции для выполнения лабораторной работы выбираются самостоятельно произвольно из условия $a_2 \neq 0, b_1 \neq 0$.

Выбранные значения коэффициентов: $a_0 = 6, a_1 = 6, a_2 = 6, b_0 = 5, b_1 = -1$. Тогда передаточная функция будет выглядеть следующим образом:

$$W(s) = \frac{5s - 1}{s \cdot (6s^2 + 6s + 6)}. \tag{2}$$

1 Анализ исходной разомкнутой системы

Получим представление исходной системы в виде передаточной функции.

$$W(s) = \frac{5s-1}{6s^3+6s^2+6s}. \tag{3}$$

Найдём нули и полюса передаточной функции разомкнутой системы, результат представим в виде графика (рисунок 1).

Нули передаточной функции — корни числителя, полюса — корни характеристического уравнения знаменателя. Исходя из этого $p_1 = 0 + j0, p_2 = -0.5 + j0,8660, p_3 = -0.5 - j0,8660, z = 0,2 + j0$, где z—ноль.

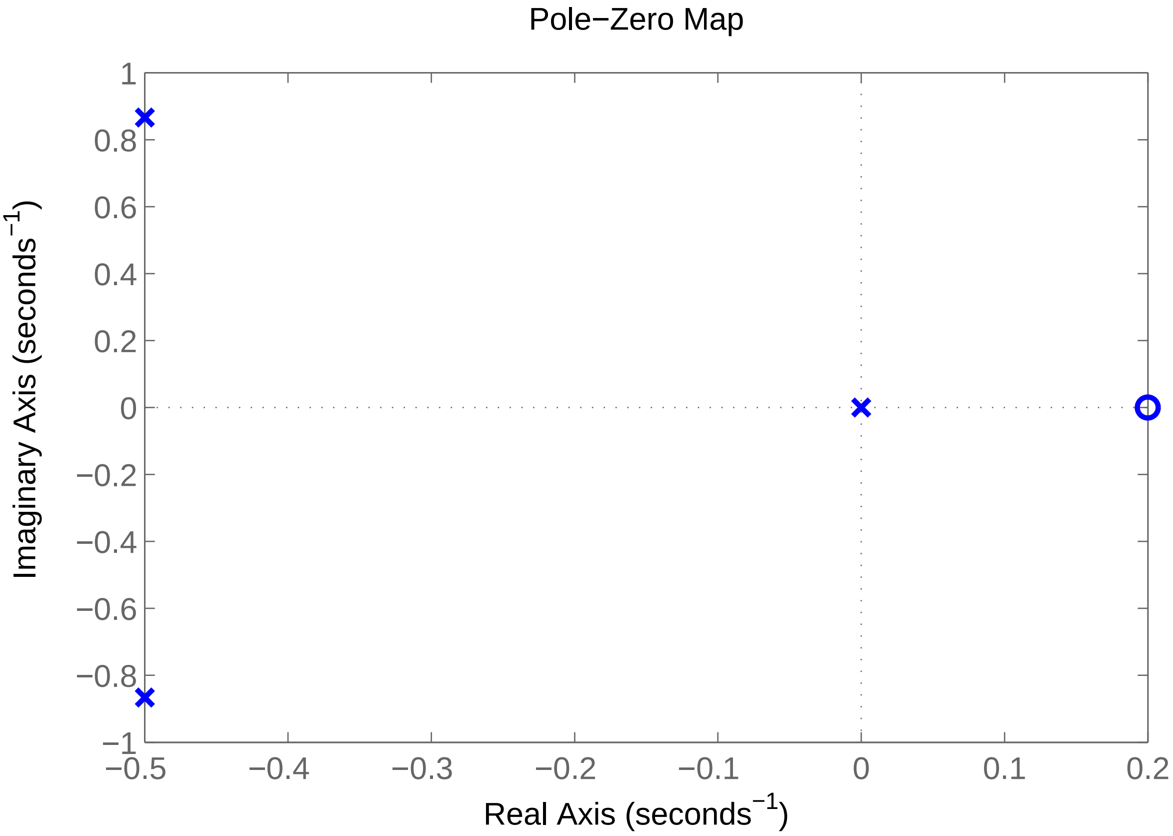


Рисунок 1 – Нули и полюса системы

Для определения устойчивости системы обратимся к корневому критерию, в соответствии с которым система находится на нейтральной границе устойчивости, так как имеет чисто нулевой полюс и не имеет полюсов с положительной вещественной частью, что видно на рисунке 1.

Получим графики логарифмических амплитудно-частотной и фазочастотной характеристик (рисунок 2).

По графика на рисунке 2 видно, что частота среза равна 0,706 рад/с, запас устойчивости системы по амплитуде бесконечный, по фазе равен 141 градуса.

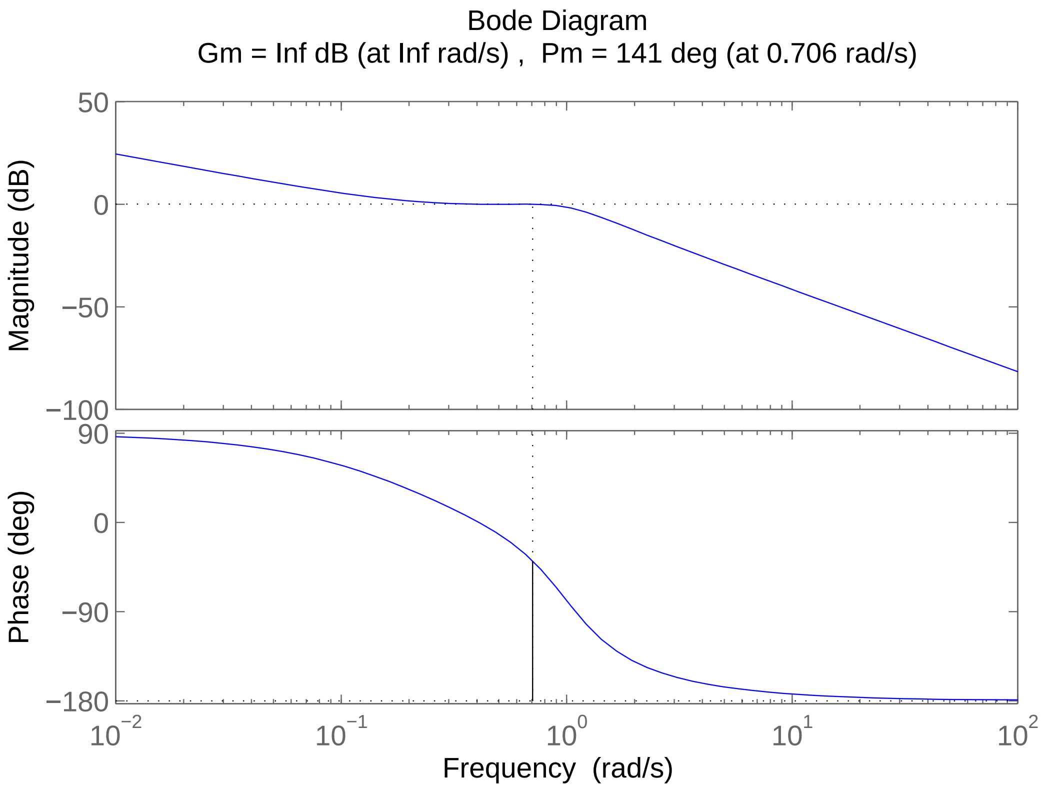


Рисунок 2 – Логарифмические частотные характеристики системы

Построим амплитудно-фазочастотную характеристику исходной системы (рисунок 3).

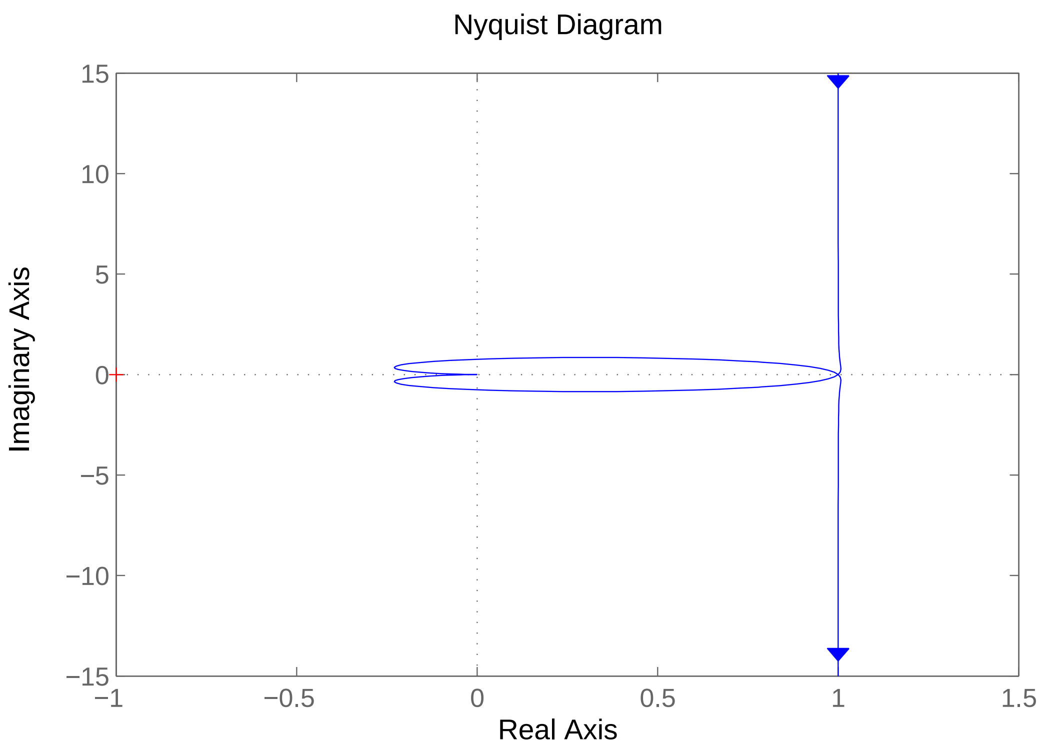


Рисунок 3 – АФЧХ исследуемой системы

На графике 3 видно, что АФЧХ системы не охватывает точку (-1; j0). Следовательно, система является устойчивой по критерию Найквиста.

2 Анализ замкнутой системы

Передаточная функция системы с жесткой отрицательной обратной связью в общем случае будет иметь вид:

$$\Phi(s) = \frac{\dfrac{5s-1}{6s^3+6s^2+6s}}{1+\dfrac{5s-1}{6s^3+6s^2+6s}\cdot K} = \frac{5s-1}{6s^3+6s^2+(6+5K)s-K} \tag{4}$$

Анализ влияния коэффициентов отрицательной обратной связи на расположение полюсов замкнутой системы представим в виде графика на рисунке 4.

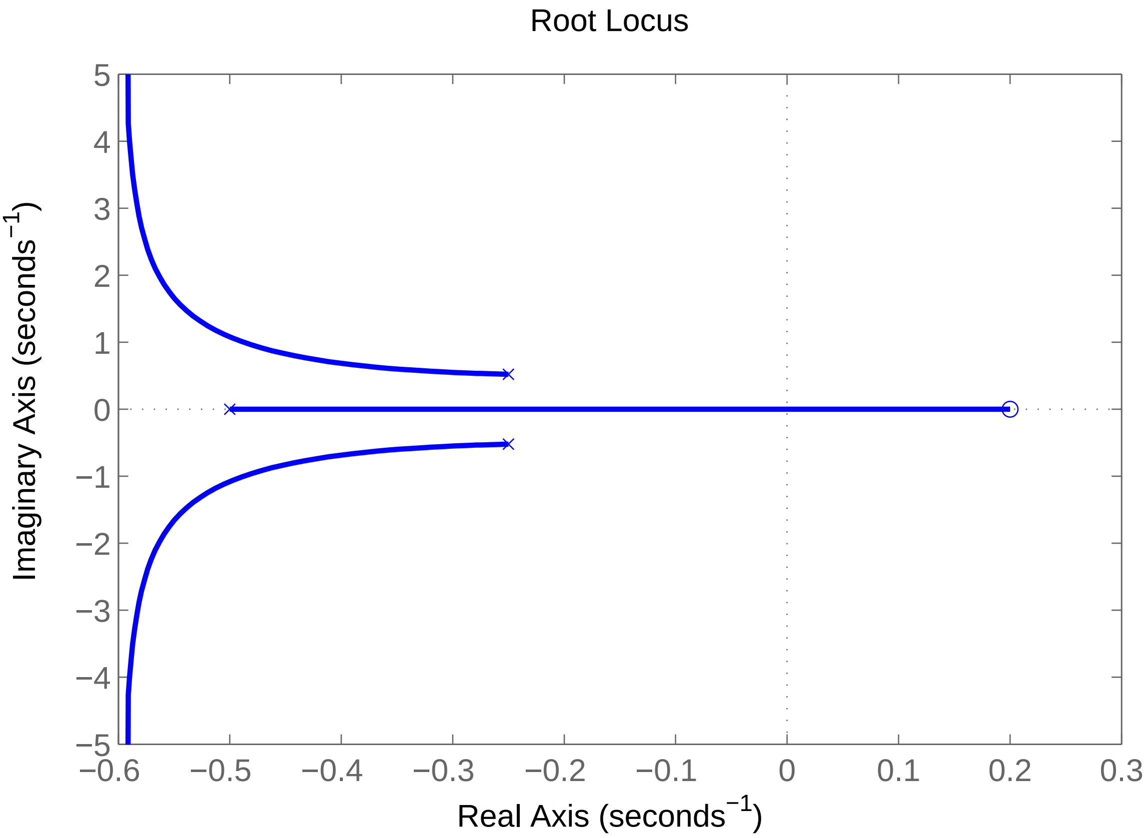


Рисунок 4 – Зависимость расположения полюсов замкнутой системы от коэффициента обратной связи

Для выбора коэффициента К воспользуемся корневым критерием устойчивости и составим матрицу Гурвица:

$$\begin{vmatrix} 6 & -K & 0 \\ 6 & 6+5K & 0 \\ 0 & 6 & -K \end{vmatrix}$$

откуда видно, что при $K = 0$ система будет находиться на нейтральной границе устойчивости, при $K = -1$ — находиться на колебательной границе устойчивости, при $K \in (-1; 0)$ — устойчива.

Выберем коэффициент обратной связи $K = -0,5$ тогда передаточная функция замкнутой системы примет вид

$$\Phi(s) = \frac{5s-1}{6s^3+6s^2+3,5s+1}. \tag{5}$$

Найдём нули и полюса передаточной функции замкнутой системы, результат представим в виде графика (рисунок 5).

Исходя из графика $p_1 = -0,5+j0, p_2 = -0,25+j0,5204, p_3 = -0,25-j0,5204, z = 0,2+j0,$ где z—ноль.

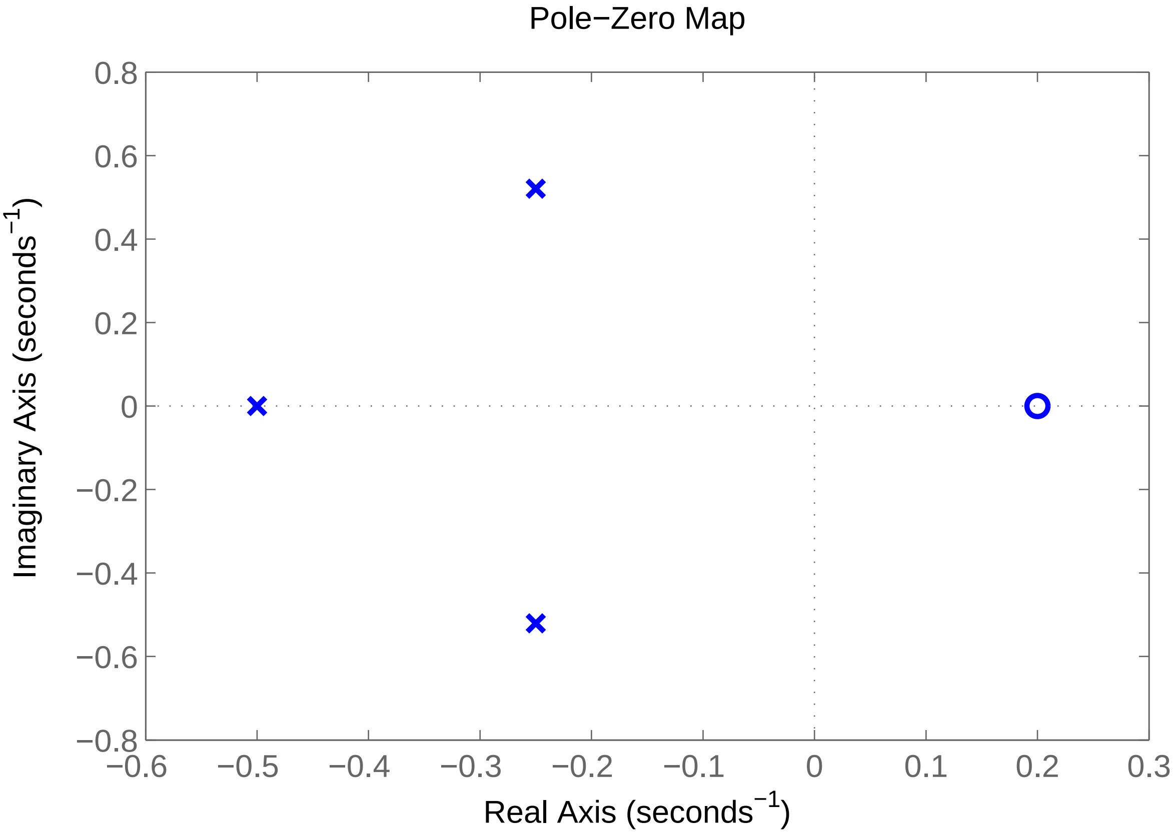
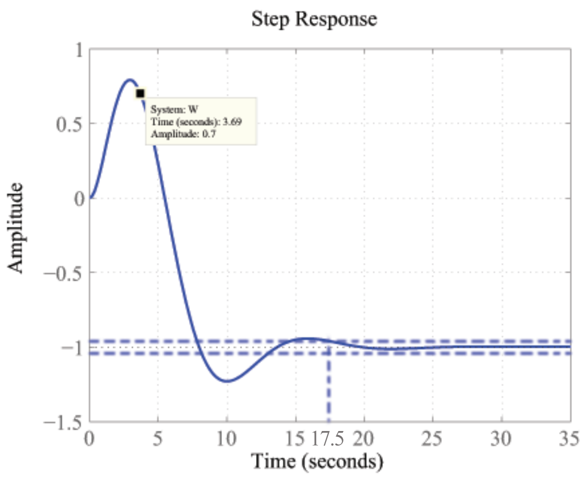


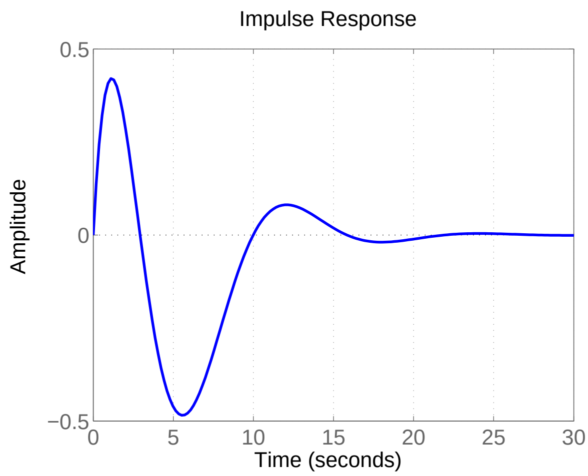
Рисунок 5 – Нули и полюса замкнутой системы

Система устойчива, так как не имеет корней с неотрицательной вещественной частью.

Построим графики переходной и весовой функций замкнутой системы, изобразим полученные графики на рисунке 6.



(a) График переходной функции



(b) График весовой функции

Рисунок 6 – Графики переходной и весовой функции замкнутой системы

По графику переходной функции видим, что установившееся время переходного процесса равно 17,5с. Значение перерегулирования $\sigma = \dfrac{-1,25+1}{-1} \cdot 100\% = 25\%$, затухание равно 0.

Перейдём к представлению замкнутой системы в форме В-С-В с помощью команды [A,B,C,D]=tf2ss(b,a), где b-числитель передаточной функции замкнутой системы, а-знаменатель.

Получим следующие матрицы:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0,16677 & -0,5833 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -0,1667 & 0,8333 & 0 \end{bmatrix}$$

С помощью команд ctrb(A,B) и obsv(A,C) найдём соответственно матрицу управляемости и наблюдаемости.

$$U_y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 0,4167 \end{bmatrix}$$

$$U_n = \begin{bmatrix} -0,1667 & 0,8333 & 0 \\ 0 & -0,1667 & 0,8333 \\ -0,1389 & -0,4861 & -1 \end{bmatrix}$$

Так как ранг $U_y = U_n$ равен порядку системы, следовательно система является полностью управляемой и наблюдаемой.

Вывод

С помощью прикладного пакета Matlab Control System Toolbox можно достаточно быстро и точно исследовать линейную непрерывную систему любого порядка.

При помощи функций Matlab pole и zero, а также pzmap находятся полюса и нули передаточной функции, по которым на основе корневого критерия можно сделать вывод об устойчивости системы.

Воспользовавшись функциями bode и margin легко построить графики ЛАЧХ и ЛФЧХ, из которых можно найти частоту среза и запасы устойчивости системы по амплитуде и по фазе.

Функция nyquist строит АФЧХ системы, по которой тоже можно судить об устойчивости системы, однако следует всё же придерживаться корневого критерия устойчивости, так как критерий устойчивости Найквиста, применим относительно замкнутых систем.

По передаточной функции разомкнутой системы rlocus строит диаграмму расположения на комплексной плоскости нулей и полюсов замкнутой системы при изменении коэффициента отрицательной обратной связи от 0 до ∞. В данном же случае система устойчива при отрицательных значениях K, поэтому на рисунке 4 это не отражено.

Построение графика переходной функции производится функцией step, а построение графика импульсной функции — impulse. Из этих графиков можно определить время переходного процесса, значение перерегулирования, а также затухание колебаний в случае колебательных процессов.

В ходе исследования была получена устойчивая система, полностью управляемая и наблюдаемая, замкнутая жестко положительной обратной связью.