

โจทย์ชุดที่สิบเก้า วันจันทร์ 1 พฤษภาคม พ.ศ. 2566 จำนวน 6 ข้อ

ที่	เนื้อหา	โจทย์
1.	Dynamic Programming on trees จำนวน 6 ข้อ	1. แพลชยุคทองคำ (FC_Golden Age) 2. ต้นทุเรียนทวิภาค (Durian Binary Tree) 3. พีทเทปส์เซตตรี (PT_Tree Subset) 4. อัจฉริยะปริเยสหก (AG_Tension6) 5. ฝืนยอสรางทางด่วน (PN_Bypass) 6. นิมเบิลจัดงานเฉลิมฉลอง (NC_Celebration)

1. เรื่อง Dynamic Programming on trees จำนวน 6 ข้อ

1. แพลชยุคทองคำ (FC_Golden Age)

ที่มา: ข้อสามสิบสาม Flash Contest 2017 โจทย์สำหรับตัวผู้แทนศูนย์ สอวน. คอมพิวเตอร์ ม.บูรพา รุ่น 13

กาลครั้งหนึ่ง มีดินแดนอันกว้างใหญ่ชื่อ "พีทแลนด์" มีเมือง N เมืองอาศัยอยู่ โดยที่เมือง i จะมีถนนสองทิศเชื่อมกับเมือง $i/2$ เสมอ (ยกเว้นเมือง 1) ในแต่ละเมืองจะมีความรุ่งเรืองของแต่ละเมืองอยู่ พีทโงะผู้เป็นราชาของดินแดนแห่งนี้ ต้องการที่จะเลือกหยิบเมือง K เมืองที่ติดกัน โดยให้มีผลรวมความรุ่งเรืองสูงที่สุด

งานของคุณ

จงเขียนโปรแกรมเพื่อหาผลรวมความรุ่งเรืองที่มากที่สุดที่เป็นไปได้จากการเลือกเมืองที่ติดกัน K เมือง

ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดแรก รับจำนวนเต็มบวก N K ($1 \leq N \leq 5,000$; $1 \leq K \leq 100$)

บรรทัดต่อมา รับจำนวนเต็มบวก N จำนวน แทนค่าความรุ่งเรืองของแต่ละเมืองจากเมือง 1 ไปจนถึงเมือง N โดยที่ค่าความรุ่งเรืองจะมีค่าไม่เกิน 10,000

20% ของชุดข้อมูลทดสอบ: $1 \leq N \leq 1,000$; $1 \leq K \leq 10$

40% ของชุดข้อมูลทดสอบ: $1 \leq N \leq 1,000$; $1 \leq K \leq 100$

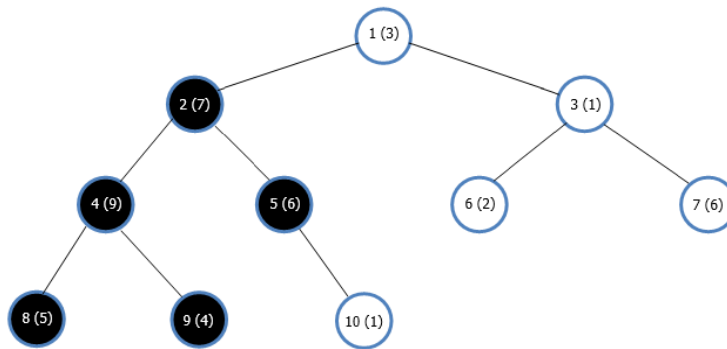
ข้อมูลส่งออก

บรรทัดเดียว แสดงผลรวมความรุ่งเรืองที่มากที่สุดที่เป็นไปได้จากการเลือกเมืองที่ติดกัน K เมือง

ตัวอย่าง

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
10 5 3 7 1 9 6 2 6 5 4 1	31

คำอธิบายตัวอย่างที่ 1



เมืองสีดำคือเมืองที่ถูกเลือก ได้ค่าผลรวมมากที่สุด เป็น 31

+++++

2. ต้นทุเรียนทวิภาค (Durian Binary Tree)

ที่มา: ข้อยี่สิบสาม Blast Programming Contest 2014 โจทย์สำหรับตัวผู้แทนศูนย์ สอวน. คอมพิวเตอร์ ม.บูรพา รุ่น 10

ทุกวันนี้อะไร ๆ ก็ดูจะแปลกไปทุกที แม้แต่ต้นทุเรียนที่คุณประคบประหงมมันอย่างดีกลับกลายโตมาผิดแปลก แม้จะมีรากก็จริง แต่ลำต้นก็งอกลับแตกเป็นกิ่งย่อยสองกิ่งเสมอ นับได้ความว่ามีไม่น้อยกว่าหนึ่งกิ่งและไม่มากกว่าเก้าสิบเก้ากิ่งเลยดูไปดูมามันก็คล้ายกับต้นไม้ทวิภาคเหมือนกัน คุณก็เลยเรียกต้นทุเรียนต้นนี้ว่า "ต้นทุเรียนทวิภาค"

แต่มันมันไม่ใช่ประเด็นหรอก เพราะวันหนึ่งเวลาออกผลต้นทุเรียนนี้ยังประหลาดได้อีกก็คือ มันออกผลกิ่งละหลาย ๆ ผลเท่าที่ดู ๆ แต่ละกิ่งน่าจะมิทุเรียนไม่เกินสามหมื่นผล (อันที่จริงแค่ต้นทุเรียนออกลูกได้ร้อยผลก็ประหลาดแล้ว) แต่ว่าบางกิ่งก็ไม่มีผลออกมาเลยฟังแล้วก็น่าเศร้าใจเหมือนกัน

แต่มันมันก็ไม่ใช่ประเด็นหรอก ประเด็นมันอยู่ที่ "พุ่มไม่มีหนามหนาย่อมไม่เหมาะแก่หงส์จะอาศัย" เนื่องจากทุเรียนเป็นพืชมีหนาม (หมายถึงผลมันนะ) มันย่อมไม่ได้เป็นที่พึงพอใจนักถ้าต้นทุเรียนที่มีผลเยอะแยะมากมายอย่างนี้ลามไปถึงข้างบ้านคุณ เพราะอาจจะทำให้โดนพาดพิงถึงบุพการีได้ ดังนั้นคุณจึงตัดสินใจตัดกิ่งทุเรียนบางกิ่งออกเพื่อผดุงความปลอดภัยของบุพการีคุณ แต่อย่างไรก็ดีการตัดกิ่งทั้งทั้งหมดก็ใช่เรื่อง ไม่ตัดเลยก็ได้คุณก็เลยตั้งเงื่อนไขกับข้างบ้านว่า "ผมจะให้ต้นทุเรียนมีกิ่งเหลืออยู่บางกิ่งนะซึ่งไม่น้อยกว่าหนึ่งและไม่มากกว่าจำนวนกิ่งทั้งหมดนะ โอเคไหม" ซึ่งข้างบ้านก็ยอมแต่โดยดี ดังนั้นคุณก็ตัดสินใจตัดกิ่งที่เหลือทิ้งแต่แน่นอนที่สุดว่าต้นทุเรียนดงาม เพราะผลทุเรียนคุณก็ยังต้องการให้เหลือผลทุเรียนอยู่บนต้นมากที่สุดอยู่ดีนั่นแหละ

คุณจึงตัดสินใจเขียนโปรแกรมเพื่อแก้ปัญหานี้ โดยคุณจะอธิบายแต่ละกิ่งของต้นทุเรียนทวิภาคเป็นเลขจุดเริ่มและเลขจุดจบ และให้รากของต้นทุเรียนเป็นเลขหนึ่งเสมอ

ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดแรก รับจำนวนเต็มสองจำนวน บอกจำนวนจุดเชื่อมต่อบนต้นทุเรียน (ต้นทุเรียนมีจำนวนกิ่งน้อยกว่าจุดเชื่อมต่ออยู่หนึ่ง) และ จำนวนกิ่งที่จะยังคงรักษาไว้ (อาจจะตัดกิ่งทั้งทั้งหมดก็ได้)

อีกหลายบรรทัดต่อมา แต่ละบรรทัดรับข้อมูลของแต่ละกิ่งของต้นทุเรียน โดยรับค่าสามจำนวน โดยสองจำนวนแรกคือบอกว่ากิ่งนี้เชื่อมจุดใดกับจุดใด และจำนวนสุดท้ายบอกว่าจำนวนผลทุเรียนที่อยู่บนกิ่งนี้มีเท่าไร

ข้อมูลส่งออก

บรรทัดเดียว จำนวนผลทุเรียนมากที่สุดที่ยังคงเหลืออยู่บนต้น

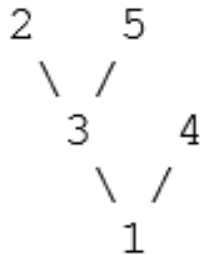
ตัวอย่าง

โจทย์พีทมีลิขสิทธิ์ ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดไปดัดแปลง หรือ ใช้งานต่อ โดยเด็ดขาด

หากไม่ได้รับความอนุญาตจาก นายอัศรพนธ์ วัชรพลากร (พีพีท)

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
5 2 1 3 1 1 4 10 2 3 20 3 5 20	21

คำอธิบายตัวอย่างที่ 1



นี่คือลักษณะของต้นไม้เวียน เลข 1 คือราก และ 1-3 (1 ผล), 3-2 (20 ผล), 3-5 (20 ผล), 1-4 (10 ผล) คือกิ่ง มี 5 จุดเชื่อม และมีเพียง 4 กิ่ง และถ้าตัดให้เหลือสองกิ่ง คือ 1-3 (1 ผล) และ 3-2 (20 ผล) ก็จะเหลือทั้งสิ้น 21 ผลซึ่งเป็นค่าที่มากที่สุดแล้ว

+++++

3. พีทเทพลับเซตทรี (PT_Tree Subset)

ที่มา: ข้อสอบท้ายค่ายสองศูนย์ ม.บูรพา รุ่น 15 ออกโดย PeaTT~

พีทเทพ (Peattaep) เป็นพระราชapakครองดินแดน POSNBUU

พีทเทพมีต้นไม้ N โหนด เรียกว่าโหนดที่ 1 ถึงโหนดที่ N และมีเส้นเชื่อมทั้งสิ้น $N-1$ เส้น ซึ่งทำให้โหนดทุกโหนดสามารถเดินทางไปมาหาสู่กันได้ โหนดแต่ละโหนดจะมีมูลค่า v_i อยู่

พีทเทพต้องการหาสับเซตทรี กล่าวคือ เป็นโหนดบางโหนดในต้นไม้ที่มีผลรวมมูลค่ามากที่สุด และระหว่างคู่ใด ๆ ในสับเซตทรีจะต้องไม่มีเส้นเชื่อมระหว่างกันโดยตรง

งานของคุณ

จงเขียนโปรแกรมเพื่อช่วยพีทเทพหาสับเซตทรีที่มีมูลค่ารวมมากที่สุด

ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดแรก รับจำนวนเต็มบวก Q แทนจำนวนคำถาม โดยที่ Q ไม่เกิน 10 ในแต่ละคำถาม ข้อมูลในแต่ละบรรทัดมีรายละเอียดดังนี้

บรรทัดแรก รับจำนวนเต็มบวก N แทนจำนวนโหนด โดยที่ N ไม่เกิน 100,000

บรรทัดที่สอง รับจำนวนเต็มบวก N จำนวน แสดงมูลค่าของโหนดที่ i โดยที่ $1 \leq v_i \leq 100,000,000$

อีก $N-1$ บรรทัดต่อมา รับจำนวนเต็ม $A B$ ($1 \leq A, B \leq N$) เพื่อบอกว่ามีเส้นเชื่อมระหว่าง A และ B

20% ของชุดข้อมูลทดสอบจะมีค่า N ไม่เกิน 20

40% ของชุดข้อมูลทดสอบจะมีค่า N ไม่เกิน 1,000

ข้อมูลส่งออก

มีทั้งสิ้น Q บรรทัด แต่ละบรรทัดให้แสดงผลรวมมูลค่าสูงสุดของสับเซตทรีที่คู่โหนดใด ๆ ไม่มีเส้นเชื่อมระหว่างกัน

ตัวอย่าง

โจทย์พีพีทมีลิขสิทธิ์ ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดไปดัดแปลง หรือ ใช้งานต่อ โดยเด็ดขาด

หากไม่ได้รับความอนุญาตจาก นายอัครพนธ์ วัชรพลากร (พีพีท)

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
2	6
3	30
3 4 3	
1 2	
2 3	
5	
3 2 10 10 10	
1 2	
2 3	
1 5	
4 2	

คำอธิบายตัวอย่างที่ 1

มี 2 คำถาม ได้แก่ คำถามแรก เลือกโหนดที่ 1 และ โหนดที่ 3 จะได้มูลค่ารวมเป็น $3+3 = 6$ ซึ่งสูงที่สุดแล้ว, คำถามที่สอง เลือกโหนดที่ 3, 4 และ 5 จะได้มูลค่ารวมเป็น $10+10+10 = 30$ ซึ่งสูงที่สุดแล้วนั่นเอง

+++++

4. อจิล์ตึงเปรี๊ยะหก (AG_Tension6)

ที่มา: ข้อหก Agile Programming Contest 2021 โจทย์สำหรับติวผู้แทนศูนย์ สอวน. คอมพิวเตอร์ ม.บูรพา รุ่น 17

ณ อาณาจักรพีทที่ดีคนดี ประกอบไปด้วยเมืองจำนวน N เมืองและวิธีการเดินทางระหว่างเมืองต่าง ๆ จะใช้การวาร์ป ซึ่งมีทางวาร์ปทั้งหมด $N-1$ ทางวาร์ป แต่เนื่องด้วยความตึงเปรี๊ยะของจราจรทำให้กฎหมายกำหนดไว้ว่าทางวาร์ปสามารถเดินทางได้ทางเดียวเท่านั้น หากเดินทางย้อนกลับจะเป็น “การเปิดวาร์ปผิดกฎหมาย” เพราะมันจะทำให้การจราจรตึงเปรี๊ยะมากขึ้น รับประกันว่าถ้าไม่สนใจเรื่องกฎหมาย ทุกเมืองสามารถเดินทางไปมาหากันได้เสมอ

นายกั้งเป็นนักธุรกิจหนุ่มที่เปิดร้านขายของเล่นอยู่ในอาณาจักรนี้ เขากำลังจะเริ่มเปิดสาขาแรก ณ เมืองใดเมืองหนึ่ง และเขาต้องการที่จะส่งของไปให้ลูกค้าทุกคนของเขา (เขามีลูกค้าอยู่ทุกเมือง) แต่เพราะนายกั้งมีความตึงเปรี๊ยะเรื่องธุรกิจสูงจริตเป็นอย่างมาก เขาจึงไม่ยอมทำการเปิดวาร์ปผิดกฎหมายมากเกินไป เขาจึงสงสัยว่าเขาควรตั้งร้านของเขาไว้ที่เมืองใดดี เพื่อให้เขาต้องเปิดวาร์ปผิดกฎหมายน้อยครั้งที่สุด

ทางวาร์ปใด ๆ ที่เคยเปิดวาร์ปผิดกฎหมายไปแล้ว หากเดินทางซ้ำอีกครั้งจะนับเป็นการเปิดวาร์ปผิดกฎหมายเพียงแค่อรอบเดียวเท่านั้น

งานของคุณ

จงเขียนโปรแกรมเพื่อหาว่ากั้งควรจะต้องตั้งร้านของเขาไว้ที่เมืองใดดีและหากตั้งร้านไว้ที่เมืองนั้น เขาต้องเปิดวาร์ปผิดกฎหมายทั้งสิ้นกี่ครั้ง

ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดแรก รับจำนวนเต็มบวก N โดยที่ $N \leq 10^5$

$N-1$ บรรทัดต่อมา รับจำนวนเต็ม u และ v แทนเส้นทางจากเมือง u ไปยังเมือง v แบบทางเดียว โดยที่ $1 \leq u, v \leq N$

20% ของข้อมูลชุดทดสอบจะมี N ไม่เกิน 5×10^3

โจทย์พีพีทีมีลิขสิทธิ์ ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดไปดัดแปลง หรือ ใช้งานต่อ โดยเด็ดขาด

หากไม่ได้รับความอนุญาตจาก นายอัศรพนธ์ วัชรพลากร (พีพีท)

ข้อมูลส่งออก

บรรทัดเดียว ตอบจำนวนการเปิดวาร์ปผิดกฎหมาย และเมืองที่เป็นที่ตั้งของร้าน หากมีหลายเมืองให้เลือกเมืองที่มีหมายเลขน้อยที่สุด

ตัวอย่าง

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
6 3 1 4 5 4 2 1 6 6 2	1 3

คำอธิบายตัวอย่างที่ 1

หากตั้งร้านที่เมือง 3 จะต้องทำการเปิดวาร์ปผิดกฎหมายเพียงแค่ครั้งเดียวเท่านั้น คือ ทางวาร์ป (4, 2) ที่ทำให้สามารถไปส่งของให้เมือง 4 และเมือง 5 ได้ ซึ่งเป็นการเปิดวาร์ปผิดกฎหมายน้อยครั้งที่สุดแล้ว

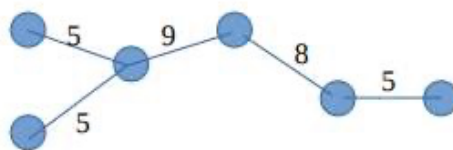
+++++

5. ฝึน้อยสร้างทางด่วน (PN_Bypass)

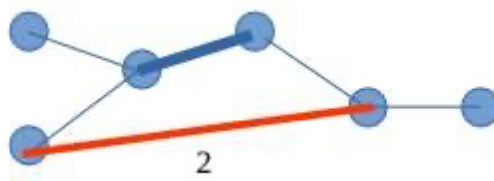
ที่มา: ข้อสอบท้ายค่ายสองศูนย์ ม.บูรพา รุ่น 16 ออกโดย PeaTT~

อาณาจักร POSNBUU มีเมืองทั้งสิ้น N เมือง และมีทางด่วนแบบวิ่งได้สองทิศทางเชื่อมระหว่างเมืองอยู่ $N-1$ เส้น รับประกันว่าทุกคูเมืองสามารถเดินทางไปหากันได้

นิยาม ภาระของทางด่วนเส้นที่ i แทนจำนวนคูของเมืองที่เมื่อเดินทางถึงกันจะต้องผ่านทางด่วนเส้นนี้ (การนับภาระจะนับเป็นคูไม่ซ้ำกัน เช่น คูเมือง 1 กับ 2 จะถูกนับเพียงหนึ่งครั้ง) ด้านล่างเป็นตัวอย่างทางด่วน และ ภาระของทางด่วนแต่ละเส้น



การให้ทางด่วนมีภาระมากไปย่อมเป็นสิ่งที่ไม่ดี ฝึน้อยจึงวางแผนสร้างทางลัดเพิ่มหนึ่งเส้น ทางลัดสำหรับทางด่วน i ที่เชื่อมเมือง a และ b จะเป็นทางด่วนที่เชื่อมเมืองสองเมือง u และ v ที่การเดินทางจากเมือง u และ v ต้องผ่านทางด่วน i และ u เชื่อมกับ a โดยตรงด้วยทางด่วนหนึ่งเส้น และ v เชื่อมกับ b โดยตรงด้วยทางด่วนหนึ่งเส้น ทางลัดดังกล่าวจะลดภาระทางด่วน i ได้เท่ากับจำนวนคูของเมืองที่ต้องเดินทางผ่านทางด่วน i และต้องผ่านเมือง u และ v ด้วย ด้านล่างแสดงทางลัดหนึ่งที่เป็นไปได้ (สีแดง) สำหรับทางด่วนเส้นสีน้ำเงินหนาพร้อมด้วยจำนวนภาระที่ทางลัดลดได้ (ทางลัดจะเป็นคูโหนดที่มี simple path ยาว 3)



งานของคุณ

โจทย์พีพีทีมีลิขสิทธิ์ ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดไปดัดแปลง หรือ ใช้งานต่อ โดยเด็ดขาด

หากไม่ได้รับความอนุญาติจาก นายอัศรพนธ์ วัชรพลากร (พีพีท)

จงเขียนโปรแกรมเพื่อช่วยผิ้น้อยรับข้อมูลทางด่วน จากนั้นให้คำนวณว่าถ้าผิ้น้อยจะสร้างทางลัดหนึ่งเส้นในระบบทางด่วนนี้ ภาระมากที่สุดที่สามารถลดได้เป็นเท่าใด?

ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดแรก รับจำนวนเต็มบวก Q แทนจำนวนคำถาม โดยที่ Q มีค่าไม่เกิน 5 ในแต่ละคำถาม

บรรทัดแรก รับจำนวนเต็มบวก N โดยที่ $4 \leq N \leq 100,000$

อีก N-1 บรรทัดต่อมา รับจำนวนเต็มบวก A B เพื่อบอกว่ามีทางด่วนเชื่อมระหว่างเมืองที่ A และ เมืองที่ B โดยตรง โดยที่ $1 \leq A, B \leq N$

30% ของชุดข้อมูลทดสอบ จะมี N ไม่เกิน 1,000

ข้อมูลส่งออก

มีทั้งสิ้น Q บรรทัด ในแต่ละบรรทัดให้แสดงภาระมากที่สุดที่ลดได้ หรือถ้าไม่สามารถสร้างทางลัดได้เลย ให้ตอบ 0

ตัวอย่าง

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
2	3
6	12
1 3	
2 3	
3 4	
4 5	
5 6	
9	
1 2	
2 3	
3 4	
4 5	
5 6	
6 7	
7 8	
8 9	

คำอธิบายตัวอย่างที่ 1

มี 2 คำถาม สำหรับคำถามแรก ทางลัดที่ลดภาระได้มากที่สุดลดภาระทางด่วนเชื่อมระหว่างเมือง 4 กับ 5 โดยสร้างระหว่างเมือง 3 กับ 6 มีคู่ของเมือง 3 คู่ที่ลดภาระได้คือ (1, 6), (2, 6) และ (3, 6)

+++++

โจทย์พีพีทีมีลิขสิทธิ์ ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดไปดัดแปลง หรือ ใช้งานต่อ โดยเด็ดขาด

หากไม่ได้รับความอนุญาตจาก นายอัศรพนธ์ วัชรพลากร (พีพีท)

6. นิเมเบิลจัดงานเฉลิมฉลอง (NC_Celebration)

ที่มา: ข้อยี่สิบสอง Nimble Code 2016 โจทย์สำหรับติวผู้แทนศูนย์ สอวน. คอมพิวเตอร์ ม.บูรพา รุ่น 12

อาณาจักร POSNBUU กำลังจะจัดงานเฉลิมฉลองครั้งยิ่งใหญ่ อาณาจักร POSNBUU ประกอบด้วยเมืองทั้งสิ้น N เมือง เชื่อมกันหมดด้วยถนนแบบสองทางทั้งหมด $N-1$ เส้น ถนนแต่ละเส้นจะเชื่อมจากเมืองหนึ่งไปยังอีกเมืองหนึ่ง พระราชามีแผนที่ต้องการจะจัดงานเฉลิมฉลอง โดยมีเงื่อนไขว่าถ้าจัดงานเฉลิมฉลองที่เมือง A จะเสียเงินในการจัดงาน C_A บาท และประชาชนที่อยู่ในเมืองที่ติดกับเมือง A สามารถมาเฉลิมฉลองในเมือง A ได้

พระราชากำลังหาว่าเขาสามารถเสียเงินได้น้อยสุดเท่าไร จึงจะทำให้ประชาชนทุกคนสามารถมาร่วมงานเฉลิมฉลองนี้ได้

งานของคุณ

จงเขียนโปรแกรมเพื่อหาค่าใช้จ่ายที่น้อยที่สุดที่จะจัดงานเฉลิมฉลองครั้งนี้

ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดแรก รับจำนวนเต็ม N ($1 \leq N \leq 10,000$)

N บรรทัดต่อมา รับจำนวนเต็ม C_i ($1 \leq C_i \leq 1,000$) เพื่อบอกว่าถ้าจัดงานเฉลิมฉลองที่เมือง i ต้องเสียเงิน C_i บาท

$N-1$ บรรทัดต่อมา รับจำนวนเต็ม $A B$ ($1 \leq A, B \leq N$) เพื่อบอกว่ามีถนนเชื่อมระหว่างเมือง A และเมือง B ประมาณ 30% ของชุดทดสอบ จะมี N ไม่เกิน 20

ข้อมูลส่งออก

บรรทัดเดียว แสดงค่าใช้จ่ายที่น้อยที่สุดที่จะจัดงานเฉลิมฉลองครั้งนี้

ตัวอย่าง

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
6 4 9 1 2 0 5 3 2 1 3 2 2 4 5 4 4 6	13

คำอธิบายตัวอย่างที่ 1

รูปแบบของอาณาจักร POSNBUU เป็นดังภาพ เราจะจัดงานเฉลิมฉลองที่เมืองที่ 1, 3, 5 และ 6 ทำให้เสียค่าใช้จ่ายเป็น $4+1+5+3 = 13$ ซึ่งน้อยที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้แล้ว

