

โจทย์ชุดที่สามสิบเอ็ด วันศุกร์ที่ 12 พฤษภาคม พ.ศ. 2566 จำนวน 4 ข้อ

ที่	เนื้อหา	โจทย์
1.	Catalan Number จำนวน 2 ข้อ	1. ต้นมะนาวทวิภาค (Binary lemon tree) 2. ขวดน้ำ (Crystal)
2.	โจทย์ประยุกต์ จำนวน 2 ข้อ	3. อัจฉริยจิตรกรโพธิ์โมสต์ (AG_Art ForeMost) 4. อัจฉริยออลากรูวี่ (AG_Groovy)

1. เรื่อง Catalan Number จำนวน 2 ข้อ

1. ต้นมะนาวทวิภาค (Binary lemon tree)

ที่มา: โจทย์ค่ายติว PeaTT~

ตำนานได้กล่าวไว้ว่ามีผลมะนาววิเศษบนโลกอยู่ทั้งหมด N ผล โดยแต่ละผลจะมีเลขกำกับแต่ละผลไม่ซ้ำกัน ซึ่งทั้ง N ผลจะวางเรียงตามเลขกำกับจาก 1 ถึง N ผู้ใดที่สามารถนำผลมะนาววิเศษทั้ง N ผลมาสร้าง “ต้นมะนาวทวิภาค” ได้สำเร็จ จะได้รับพร 1 ข้อจากท่านเทพเจ้ามะนาว

เงื่อนไขของการสร้างต้นมะนาวทวิภาคได้แก่

1. ต้นมะนาวทวิภาคจะประกอบไปด้วย ปม ทั้งหมด N ปม โดยแต่ละปมจะต้องนำมะนาวมาติด 1 ผลเท่านั้น ห้ามเว้นว่าง และ ห้ามติดเกิน 1 ผล เพราะมันไม่สวยงาม ท่านเทพเจ้ามะนาวไม่ชอบยิ่งนัก!

2. แต่ละปมจะแยกออกไปได้ไม่เกิน 2 ปม โดยจะนิยาม ปมที่ถูกแยกออกมาว่าเป็น “ปมลูก” แบ่งเป็น “ปมลูกทางซ้าย” และ “ปมลูกทางขวา” และปมหลักจะเรียกว่า “ปมพ่อ” และปมพ่อที่ไม่ได้แยกมาจากปมอื่นเลยจะเรียกว่า “ปมราก” โดยปมรากของต้นมะนาวทวิภาค 1 ต้นจะมีเพียง 1 ปมรากเท่านั้น

3. มะนาวที่จะมาติดปมลูกทางซ้ายจะต้องมีเลขกำกับน้อยกว่ามะนาวที่จะมาติดกับปมพ่อของมัน และมะนาวที่จะมาติดปมลูกทางขวาจะต้องมีเลขกำกับมากกว่ามะนาวที่จะมาติดกับปมพ่อของมัน (กล่าวคือมะนาวของปมลูกทางซ้ายจะมีเลขกำกับน้อยกว่าปมลูกทางขวา)

4. เมื่อสร้างต้นมะนาวทวิภาคตามเงื่อนไขข้อที่ 1 - 3 แล้วจะขอพรได้ 1 ข้อ จากนั้นจะสามารถได้มะนาวทั้งหมดจากแต่ละปมมาสร้างต้นมะนาวทวิภาคในรูปแบบใหม่ได้อีก

เนื่องจากคุณเป็นโปรแกรมเมอร์ยากไร้คนหนึ่ง จึงต้องการพรจากท่านเทพเจ้ามะนาวให้ได้มากที่สุด แต่ว่าพรของท่านเทพเจ้ามะนาว 1 ข้อจะขอได้จากการสร้างต้นมะนาวทวิภาค 1 รูปแบบเท่านั้น หากสร้างต้นมะนาวทวิภาคในรูปแบบที่ซ้ำเดิม ท่านเทพเจ้ามะนาวก็จะไม่ปรากฏตัวออกมาเพื่อให้พรอีกเลย ดังนั้นคุณจึงต้องวางแผนในการสร้างต้นมะนาวทวิภาคอย่างรอบคอบเพื่อป้องกันความผิดพลาดทำให้คุณต้องการจะทราบว่าคุณจะขอพรจากท่านเทพเจ้ามะนาวได้มากที่สุดทั้งหมดกี่ข้อ (กล่าวคือจะสร้างต้นมะนาวทวิภาคได้มากที่สุดกี่รูปแบบตามเงื่อนไขที่กำหนด)

ข้อมูลนำเข้า

มีทั้งหมด 1 บรรทัด 1 จำนวน คือ N แทนจำนวนผลมะนาววิเศษ ($1 \leq N \leq 10,000$)

ข้อมูลส่งออก

โจทย์พีพีทมีลิขสิทธิ์ ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดไปดัดแปลง หรือ ใช้งานต่อ โดยเด็ดขาด

หากไม่ได้รับความอนุญาตจาก นายอัครพนธ์ วัชรพลกร (พีพีท)

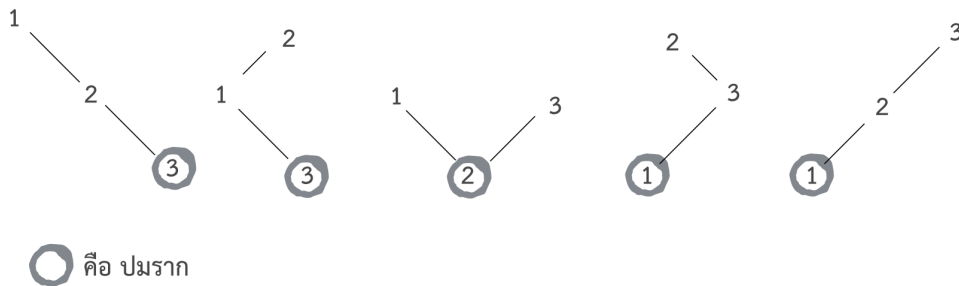
แสดงเศษจากการหารจำนวนรูปแบบทั้งหมดของต้นมะนาวทวิภาคที่สร้างได้ตามเงื่อนไขที่กำหนดด้วย 909091

ตัวอย่าง

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
3	5
4	1 4

คำอธิบายตัวอย่างที่ 1

มีมะนาววิเศษทั้งหมด 3 ผล มีเลขกำกับเป็น 1, 2 และ 3 จะสร้างต้นมะนาวได้ดังนี้



+++++

2. ขวดน้ำ (Crystal)

ที่มา: โจทย์ค่ายติว PeaTT~

ณ ค่ายแห่งหนึ่ง ซึ่งจัดโดยสมาคมสวมนแห่งประเทศไทย (สสวท.) มีการเก็บขวดน้ำที่ด้านหลังห้องเรียน เพื่อรอการนำไปรีไซเคิลลดโลกร้อน

อยู่มาวันหนึ่ง "ชายเลย" เพื่อนร่วมค่ายของคุณนำขวดน้ำมาตั้งซ้อนกันอย่างแปลกประหลาด โดยการเรียงขวดน้ำของเขามีกฎการเรียงดังนี้

1. ที่ฐานของกองขวดน้ำประกอบไปด้วยขวดน้ำ N ขวดเรียงชิดติดกัน
2. ขวดน้ำแต่ละขวดต้องตั้งอยู่บนขวดน้ำสองขวดที่อยู่ชั้นด้านล่าง
3. ในชั้นที่ไม่ใช่ชั้นล่างสุด สามารถวางขวดน้ำไม่ติดกันได้
4. ที่ค่ายมีขวดน้ำอยู่เป็นจำนวนมากจนถือว่าพอสำหรับการวางแบบใด ๆ และขวดน้ำทุกขวดลักษณะเหมือนกันหมด

(ถ้ายังไม่เข้าใจกรุณาดูรูปภาพประกอบข้อมูลนำเข้าที่ 2) ชายเลยต้องการหาวิธีการเรียงขวดน้ำทุกรูปแบบเท่าที่เป็นไปได้ เขาจึงวานให้คุณช่วยโจทย์จึงเขียนโปรแกรมรับจำนวนขวดที่ชายเลยใช้เป็นฐานของกองขวดน้ำ จากนั้นคำนวณหาจำนวนวิธีการเรียงขวด

น้ำทั้งหมดที่เป็นไปได้

ข้อมูลนำเข้า

มีบรรทัดเดียว รับจำนวนเต็มบวก N ($1 \leq N \leq 10,000$) แทนจำนวนขวดที่ชายเลยใช้เป็นฐานของกองขวดน้ำ

ข้อมูลส่งออก

มีบรรทัดเดียว แสดงจำนวนวิธีการเรียงขวดน้ำทั้งหมด โดยตอบเป็นเศษที่เหลือจากการหารจำนวนดังกล่าวด้วย 10,001

ตัวอย่าง

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
--------------	--------------

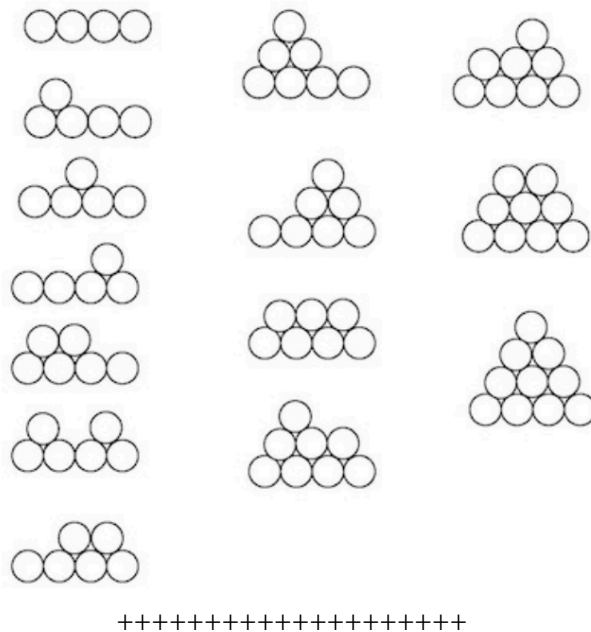
โจทย์พีพีทมีลิขสิทธิ์ ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดไปดัดแปลง หรือ ใช้งานต่อ โดยเด็ดขาด

หากไม่ได้รับความอนุญาตจาก นายอัศรพนธ์ วัชรพลากร (พีพีท)

3	5
4	1 4

คำอธิบายตัวอย่างที่ 2

$N=4$ รูปแบบกองขวดน้ำทั้งหมดของชายเลยที่มีฐานเป็นขวดน้ำ 4 ขวด วงกลมแทนขวดน้ำแต่ละขวด ดังรูป

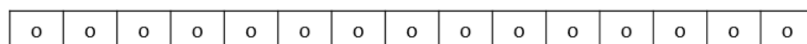
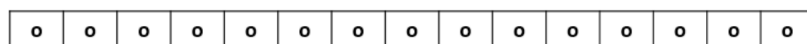


2. เรื่องโจทย์ประยุกต์ จำนวน 2 ข้อ

3. อัจฉริยจิตรกรโฟร์โมสต์ (AG_Art ForeMost)

ที่มา: ข้อยี่สิบเก้า Agile Programming Contest 2021 โจทย์สำหรับติวผู้แทนศูนย์ สอวน. คอมพิวเตอร์ ม.บูรพา รุ่น 17

โฟร์โมสต์เป็นศิลปินงานจิตรกรรม เขากำลังสร้างศิลปะแบบหนึ่งซึ่งประกอบด้วยวางยาว n หน่วยสองวาง วางตัวในแนวซ้ายไปขวายู่ขนานกัน โดยวางหนึ่งอยู่สูงกว่าอีกรางหนึ่ง แต่ละวางมีเข็มหมุดปักอยู่ n เข็มหมุด แต่ละเข็มหมุดวางตัวห่างกัน 1 หน่วยเท่า ๆ กันและเริ่มต้นที่ตำแหน่งเดียวกัน ดังรูปด้านล่างนี้

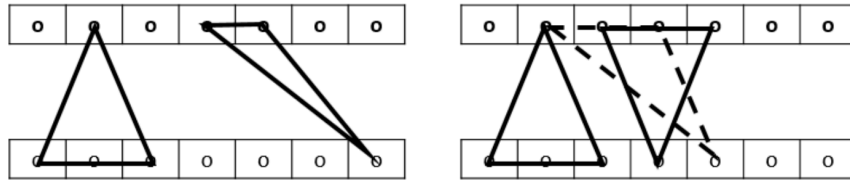


โฟร์โมสต์จะสร้างจิตรกรรมด้วยการเอาเชือกมาซึ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมบนเข็มหมุดเหล่านี้ เป็นจำนวนได้หลายรูป โดยรูปสามเหลี่ยมจะต้องเกิดจากหมุดสองหมุดบนวางเดียวกันแต่เป็นคนละหมุด และหมุดหนึ่งหมุดจากอีกรางหนึ่ง โฟร์โมสต์สามารถสร้างสามเหลี่ยมกี่รูปก็ได้ แต่ว่าสามเหลี่ยมแต่ละรูปนั้นจะต้องไม่ใช่หมุดซ้ำกันเลย และเชือกที่ขึงของแต่ละสามเหลี่ยมนั้นจะต้องไม่ทับกันหรือตัดกันเด็ดขาด นอกจากนี้สำหรับสามเหลี่ยมใด ๆ ก็ตาม ระยะห่างระหว่างเข็มหมุดที่อยู่บนวางเดียวกันนั้นต้องห่างไม่เกิน k

ตัวอย่างด้านซ้ายนี้เป็นวิธีการสร้างจิตรกรรมรูปแบบหนึ่งที่เป็นไปได้ ส่วนด้านขวานั้นเป็นตัวอย่างที่ผิดเนื่องจากสามเหลี่ยมที่เป็นเส้นประนั้นใช้เข็มหมุดร่วมกับสามเหลี่ยมซ้าย และมีเชือกทับกับสามเหลี่ยมด้านขวา แต่ถ้าเอาสามเหลี่ยมที่เป็นเส้นประออกไปนั้น ก็จะเป็นการขึงเชือกที่ถูกต้อง

โจทย์พีพีทมีลิขสิทธิ์ ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดไปดัดแปลง หรือ ใช้งานต่อ โดยเด็ดขาด

หากไม่ได้รับความอนุญาตจาก นายอัศรพนธ์ วัชรพลกร (พีพีท)



ในตัวอย่างด้านซ้าย รูปสามเหลี่ยมซ้ายมือนั้นมีระยะห่างของมุมที่อยู่ด้านเดียวกันเป็น 2 ส่วนรูปสามเหลี่ยมอันขวานั้นมีระยะห่างของมุมที่อยู่ด้านเดียวกันเป็น 1

งานของคุณ

จงเขียนโปรแกรมเพื่อหาว่าโปรแกรมสามารถสร้างจิตกรรมได้กี่แบบ ให้ถือว่าการไม่ซึ่งสามเหลี่ยมเลยนั้นไม่นับเป็นจิตกรรม

ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดแรก รับจำนวนเต็มบวก Q แทนจำนวนคำถาม โดยที่ Q ไม่เกิน 10

Q บรรทัดต่อมา รับจำนวนเต็มบวก n k ตามลำดับ โดยที่ $1 \leq k \leq n \leq 100$

ข้อมูลส่งออก

Q บรรทัด แต่ละบรรทัดแสดงจำนวนรูปแบบของงานจิตกรรมที่โปรแกรมสามารถสร้างได้ mod ด้วย 10^9+7

ตัวอย่าง

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
5	0
1 1	4
2 1	20
3 2	1074794
10 10	410536635
50 6	

+++++

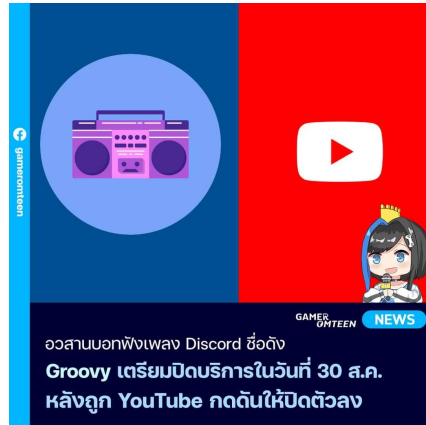
4. อัจฉริยะ (AG_Groovy)

ที่มา: ข้อสอบ Agile Programming Contest 2021 โจทย์สำหรับตัวผู้แทนศูนย์ สอวน. คอมพิวเตอร์ ม.บูรพา รุ่น 17

เรียกได้ว่าเป็นที่กะทันหันมาก สำหรับ Groovy Bot บอตที่ใช้ดิสคอร์ด (Discord) หลาย ๆ คนน่าจะรู้จักกันเป็นอย่างดี บอตที่ทำให้เราสามารถเล่นเพลงจากยูทูบ (YouTube) ได้ภายในแชตเนลเสียงของดิสคอร์ดโดนยูทูบส่งภายในไม่กี่วินาที

Groovy Bot เป็นบอตที่เปิดให้ผู้ใช้ดิสคอร์ดสามารถสร้างห้องฟังเพลงร่วมกันได้ในแชตเนลเสียง ซึ่งเสียงหรือเพลงส่วนใหญ่ที่นำมาเล่นนั้นจะมาจากวิดีโอบน YouTube ถึงแม้ว่าจะมีการรองรับบริการอื่น ๆ ด้วย ซึ่งตอนนี้ประมาณการว่ามีผู้ใช้มากกว่า 250 ล้านคน ถึงแม้ว่า Groovy Bot จะโดนคำสั่งปิดตัวในอีกไม่กี่วันนี้ ก็ยังคงมีบอตตัวอื่น ๆ ที่มีความสามารถคล้าย ๆ กัน อาทิ Rythm ที่ยืนยันยืนยันว่ายังไม่มีคำสั่งปิดในขณะนี้ แต่ในกรณีนี้บอตตัวอื่น ๆ รวมถึง Rythm ก็มีสิทธิ์ที่จะโดนยกเลิกสั่งปิดเช่นกัน

โจทย์พีพีทมีลิขสิทธิ์ ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดไปดัดแปลง หรือ ใช้งานต่อ โดยเด็ดขาด
หากไม่ได้รับความอนุญาตจาก นายอัครพนธ์ วัชรพลากร (พีพีท)



โจทย์ข้อนี้แต่งมาเพื่ออำลาครูวีครับ เพื่ออำลาครูวีพีทเทพต้องการเสียเงินน้อยที่สุดเพื่อเดินทางให้ครบทุกเมือง โดยพีทเทพมีเมืองอยู่ N เมือง มีรถไฟอยู่ M สาย แต่ละสายวิ่งไปกลับระหว่างสองเมืองเท่านั้น แต่ละสายอาจมีค่าตัวที่แตกต่างกัน ตัวรถไฟแต่ละใบสามารถใช้ขึ้นรถไฟสายใดสายหนึ่งได้ ไม่จำกัดจำนวนครั้ง แต่ไม่สามารถใช้กับรถไฟสายอื่นได้ พีทเทพต้องการที่จะเดินทางให้ได้ครบทุกเมืองโดยจ่ายค่าตัวให้น้อยที่สุด

พีทเทพมีบัตรกำนัล K ใบ ซึ่งแต่ละใบสามารถแลกเป็นตัวรถไฟสายใดก็ได้สายหนึ่ง โดยไม่เสียค่าใช้จ่าย เขาอยากทราบว่า จะต้องจ่ายค่าตัวน้อยที่สุดเท่าไร ซึ่งรับประกันว่าสามารถเดินทางได้

งานของคุณ

จงเขียนโปรแกรมเพื่อตอบว่าพีทเทพจะต้องเสียเงินน้อยที่สุดเท่าไร ถึงจะเดินทางได้ครบทุกเมือง

ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดแรก รับจำนวนเต็มบวก Q แทนจำนวนคำถาม โดยที่ Q ไม่เกิน 5 ในแต่ละคำถาม รับข้อมูลดังนี้

บรรทัดแรก รับจำนวนเต็มบวก N M และ K ตามลำดับ โดยที่ N ไม่เกิน 100,000; M ไม่เกิน 200,000 และ $K \leq N-1$

อีก M บรรทัด รับจำนวนเต็มบวกสามจำนวน u v w ระบุเมืองต้นทาง เมืองปลายทางของรถไฟแต่ละสาย และราคาตัวสายนั้นตามลำดับ โดยที่ $1 \leq u, v \leq N$ และ w ไม่เกิน 10,000

20% ของชุดข้อมูลทดสอบ จะมีค่า $N \leq 100$ และ $M \leq 200$ และ $K = 1$

50% ของชุดข้อมูลทดสอบ จะมีค่า $N \leq 100$ และ $M \leq 200$ และ $K \leq 2$

ข้อมูลส่งออก

มีทั้งสิ้น Q บรรทัด แต่ละบรรทัดให้ตอบจำนวนเงินน้อยที่สุดที่พีทเทพต้องจ่าย

ตัวอย่าง

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
1 5 6 1 1 2 5 2 3 4 2 5 2 3 4 10 3 5 6 4 5 3	9

โจทยพีพีทมีลิขสิทธิ์ ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดไปดัดแปลง หรือ ใช้งานต่อ โดยเด็ดขาด
หากไม่ได้รับความอนุญาติจาก นายอัศรพนธ์ วัชรพลากร (พีพีท)

คำอธิบายตัวอย่างที่ 1

ซื้อตัวรถไฟสาย (2, 3, 4), (2, 5, 2), (4, 5, 3) รวมเสียเงิน 9 บาทซึ่งน้อยที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้แล้ว

+++++