

## โจทย์ชุดที่เจ็ด วันอังคารที่ 18 เมษายน พ.ศ. 2566 จำนวน 8 ข้อ

ที่	เนื้อหา	โจทย์
1.	Math for TOIs จำนวน 4 ข้อ	1. บิตที่รับเครื่องเพิ่มมูลค่าเหรียญ (BT_Machine) 2. ลิงไต่ราว (Climbing Monkey) 3. บิตที่รับทำงาน (BT_Works) 4. อัจฉริยะรวมสุดยอดเพอร์เฟกต์ (AG_SumPerfect)
2.	Dynamic Programming algorithm จำนวน 4 ข้อ	5. อัจฉริยะเปรี๊ยะหนึ่ง (AG_Tension1) 6. ฝืนยอติงไฟ (PN_Cards) 7. จัดลำดับการทดลอง (Schedule TOI8) 8. กุญแจลับสมบัติเก้าแสง (Key TOI12)

### 1. เรื่อง Math for TOIs จำนวน 4 ข้อ

#### 1. บิตที่รับเครื่องเพิ่มมูลค่าเหรียญ (BT\_Machine)

ที่มา: ข้อสอบท้ายค่ายสอง สอวน. คอมพิวเตอร์ ม.บูรพา รุ่น 18 ออกโดย PeaTT~

นายบิตที่รับมีเหรียญรับที่สะสมเป็นจำนวนมากและเขาต้องการจะเพิ่มมูลค่าของเหรียญที่มีมากมายของเขา

นายบิตที่รับจะมีเครื่องผสมเหรียญ โดยการทำงานของเครื่องผสมเหรียญคือ ใส่เหรียญสองเหรียญเข้าไปในเครื่องและเครื่องจะผลิตเหรียญใหม่ที่มีมูลค่าเท่ากับสองเหรียญ โดยเหรียญใหม่จะมีมูลค่าเป็นมูลค่าของเหรียญสองเหรียญที่ใส่เข้าไปในเครื่อง XOR กัน (การ XOR กันคือการนำบิตของตัวเลขสองตัวเลขมาเปรียบเทียบกับกันที่ตำแหน่งเดียวกันโดยถ้าบิตในตำแหน่งเดียวกันเหมือนกันจะคืนค่า 0 แต่ถ้าต่างกันจะคืนค่า 1 เช่น  $3 \text{ XOR } 5$  หมายความว่า  $011_2 \wedge 101_2 = 110_2$  จะได้ค่าเป็น 6) สามารถใช้เครื่องหมาย  $\wedge$  แทนการ XOR ของตัวเลขจำนวนเต็มได้

เนื่องจากนายบิตที่รับต้องการเพิ่มมูลค่าของเหรียญที่มีอยู่ เขาจึงอยากรู้ว่าจะมีคู่เหรียญทั้งหมดกี่คู่ที่ใส่เข้าไปในเครื่องผสมเหรียญแล้วสามารถเพิ่มมูลค่าของเหรียญได้

#### งานของคุณ

จงเขียนโปรแกรมเพื่อหาจำนวนคู่เหรียญทั้งหมดที่สามารถเพิ่มมูลค่าของเหรียญได้

#### ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดแรก รับจำนวนเต็มบวก Q แทนจำนวนคำถาม โดยที่  $1 \leq Q \leq 5$

บรรทัดแรก รับจำนวนเต็ม N แทนจำนวนเหรียญ โดยที่  $2 \leq N \leq 100,000$

บรรทัดถัดไป รับจำนวนเต็มทั้งสิ้น N จำนวน แทนมูลค่าของเหรียญ โดยเหรียญแต่ละเหรียญจะมีมูลค่าได้ตั้งแต่ 0 ถึง  $10^{18}$

10% ของชุดข้อมูลทดสอบจะมี N ไม่เกิน 1,000

20% ของชุดข้อมูลทดสอบมูลค่าเหรียญแต่ละเหรียญจะมีค่าเป็น  $2^n$  โดยที่ n เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนเต็มลบ

#### ข้อมูลส่งออก

# โจทย์พีพีทมีลิขสิทธิ์ ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดไปดัดแปลง หรือ ใช้งานต่อ โดยเด็ดขาด

## หากไม่ได้รับความอนุญาตจาก นายอัศรพนธ์ วัชรพลากร (พีพีท)

มีทั้งสิ้น Q บรรทัด แต่ละบรรทัดให้แสดงจำนวนคู่เหรียญทั้งหมดที่สามารถเพิ่มมูลค่าได้

### ตัวอย่าง

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
1 5 1 2 3 7 9	4

### คำอธิบายตัวอย่างที่ 1

มี 1 คำถาม มีเหรียญทั้งหมด 5 เหรียญแต่ละเหรียญมูลค่า 1, 2, 3, 7, 9 และมีทั้งหมด 4 คู่เหรียญที่ใส่เข้าเครื่องและมีมูลค่าเพิ่มขึ้นได้แก่

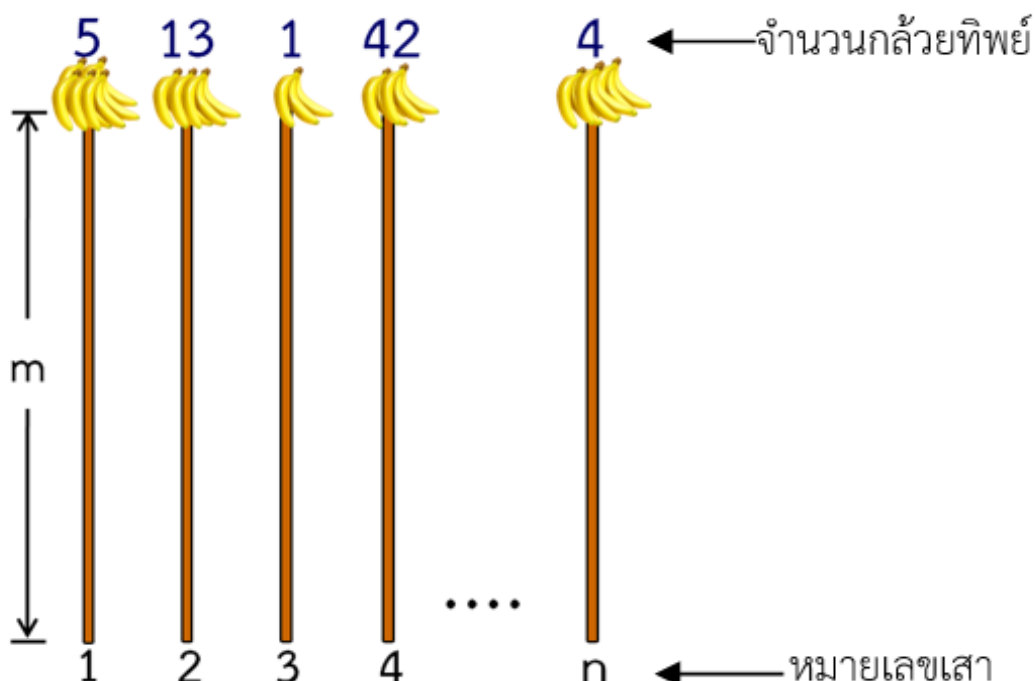
1. (1, 2) มีผล XOR เป็น 3 ซึ่งมากกว่า 1 และ 2
2. (2, 9) มีผล XOR เป็น 11 ซึ่งมากกว่า 2 และ 9
3. (3, 9) มีผล XOR เป็น 10 ซึ่งมากกว่า 3 และ 9
4. (7, 9) มีผล XOR เป็น 14 ซึ่งมากกว่า 7 และ 9

+++++

## 2. ลิงไต่ราว (Climbing Monkey)

ที่มา: ข้อสอบโอลิมปิกวิชาการระดับชาติครั้งที่ 10 ณ ศูนย์ สอวน. ม.อุบลราชธานี

ลิงน้อยชื่อ "ต๋อย" อาศัยอยู่ ณ อุทยานแห่งชาติผาแต้มซึ่งเป็นอุทยานที่มีผืนป่าที่อุดมสมบูรณ์ที่สุดผืนหนึ่ง ท่านเทพารักษ์ประจำอุทยานต้องการทดสอบสติปัญญาของลิงต๋อย จึงสร้างปริศนาที่มีเสาพิเศษ จำนวน  $n$  ต้น และเสาแต่ละต้นสูง  $m$  เมตร เสาพิเศษทั้งหมดตั้งเรียงกันเป็นแนวเส้นตรง โดยแต่ละต้นมีหมายเลขประจำเสา คือ 1, 2, 3, ...,  $n-1$ ,  $n$  เขียนกำกับตามลำดับ (ดังตัวอย่างในรูปที่ 1) เสาทั้งหมดมีระยะห่างระหว่างต้นเท่ากัน และบนยอดเสาพิเศษแต่ละต้นมีกล้วยทิพย์อยู่จำนวนต่างกัน



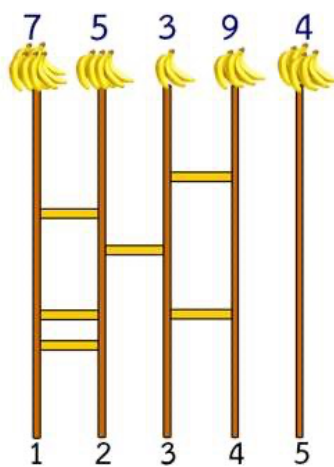
## โจทย์พีพีทมีลิขสิทธิ์ ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดไปดัดแปลง หรือ ใช้งานต่อ โดยเด็ดขาด

### หากไม่ได้รับความอนุญาตจาก นายอัศรพนธ์ วัชรพลากร (พีพีท)

รูปที่ 1 แสดงตัวอย่างการตั้งเรียงเสาพิเศษที่ท่านเทพารักษ์สร้าง

ท่านเทพารักษ์สามารถเสกกิ่งไม้มาเชื่อมระหว่างเสาพิเศษสองต้นที่อยู่ติดกันในแนวนอน (หรือแนวระดับ) เป็นจำนวน  $k$  กิ่งได้ โดยเสาพิเศษที่อยู่ติดกันหมายถึง เสาพิเศษต้นที่ 1 อยู่ติดกับต้นที่ 2, เสาพิเศษต้นที่  $n$  อยู่ติดกับต้นที่  $n-1$  และเสาพิเศษต้นที่  $i$  อยู่ติดกับต้นที่  $i-1$  และ ต้นที่  $i+1$  เมื่อ  $i = 2, 3, \dots, n-1$  และตั้งกฎไว้ว่าจะไม่มีกิ่งไม้เชื่อมที่ฐานของเสาพิเศษ (ความสูง 0 เมตร) และที่ยอดเสาพิเศษ (ความสูง  $m$  เมตร) กิ่งไม้เชื่อมที่ระดับความสูงเดียวกันจะไม่อยู่ติดกัน ตัวอย่างเช่น ถ้ามีกิ่งไม้เชื่อมระหว่างเสาพิเศษต้นที่ 1 กับเสาพิเศษต้นที่ 2 ที่ระดับความสูง 5 เมตร จะไม่มีกิ่งไม้เชื่อมระหว่างเสาพิเศษต้นที่ 2 กับเสาพิเศษต้นที่ 3 ที่ระดับความสูง 5 เมตร

ทั้งนี้ระหว่างเสาพิเศษที่อยู่ติดกันสองเสาใด ๆ อาจจะมีกิ่งไม้เชื่อมได้ในหลายระดับความสูง หรืออาจจะไม่มีกิ่งไม้เชื่อมเลยก็ได้ ตัวอย่างดังรูปที่ 2



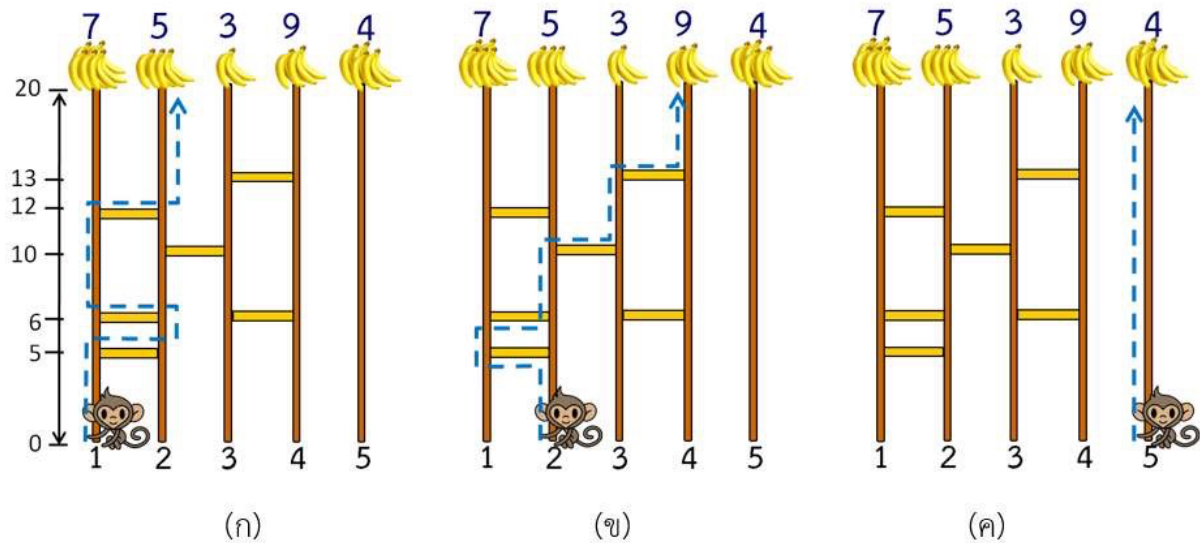
รูปที่ 2 แสดงตัวอย่างการเชื่อมระหว่างเสาพิเศษด้วยกิ่งไม้เชื่อมในแนวนอน

ท่านเทพารักษ์ตั้งเงื่อนไขให้ลิงต๋อยปีนขึ้นเสาพิเศษต้นที่กำหนด เพื่อเก็บกล้วยทิพย์บนยอดเสา โดยลิงต๋อยสามารถปีนขึ้นได้เพียงอย่างเดียว ไม่สามารถปีนลงได้ และจะปีนได้เพียงครั้งเดียวเท่านั้น ระหว่างปีนขึ้นถ้าลิงต๋อยพบกิ่งไม้เชื่อมลิงต๋อยจะถูกบังคับให้ไต่ตามกิ่งไม้เชื่อมนั้นไปยังเสาพิเศษอีกต้นที่เชื่อมอยู่เสมอ ตัวอย่างดังรูปที่ 3

- รูป (ก) ลิงต๋อยเริ่มปีนเสาพิเศษต้นที่ 1 แล้วเก็บกล้วยทิพย์จากเสาพิเศษต้นที่ 2
- รูป (ข) ลิงต๋อยเริ่มปีนเสาพิเศษต้นที่ 2 แล้วเก็บกล้วยทิพย์จากเสาพิเศษต้นที่ 4
- รูป (ค) ลิงต๋อยเริ่มปีนเสาพิเศษต้นที่ 5 แล้วเก็บกล้วยทิพย์จากเสาพิเศษต้นที่ 5

# โจทยพีพีทมีลิขสิทธิ์ ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดไปดัดแปลง หรือ ใช้งานต่อ โดยเด็ดขาด

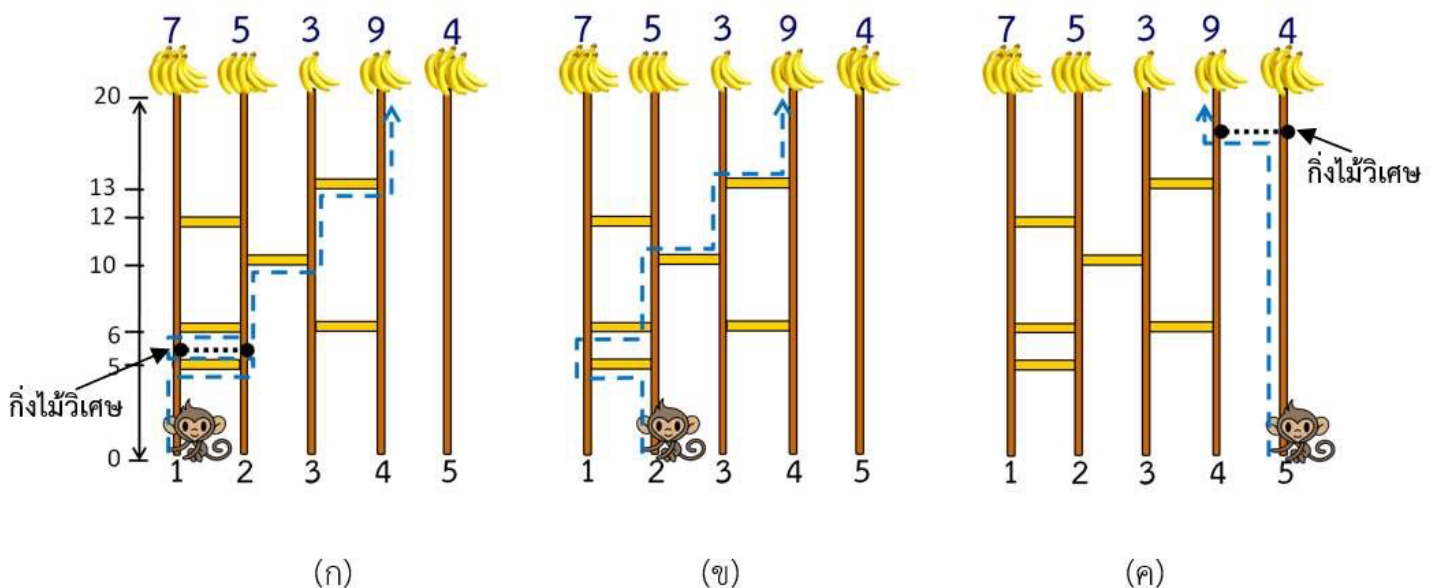
หากไม่ได้รับความอนุญาตจาก นายอัศรพนธ์ วัชรพลากร (พีพีท)



รูปที่ 3 แสดงภาพเส้นทางในการปีนไปเก็บกล้วยทิพย์ของลิงต๋อย

ยิ่งไปกว่านั้นท่านเทพารักษ์ได้มอบกิ่งไม้วิเศษหนึ่งอันแก่ลิงต๋อย สำหรับใช้เชื่อมเสาวีเศษต้นใดก็ได้ที่อยู่ติดกันที่ระดับความสูงใดก็ได้ตามที่ลิงต๋อยต้องการ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของเส้นทางในการปีนไปเก็บกล้วยทิพย์ให้ได้จำนวนมากที่สุด โดยระดับความสูงของกิ่งเป็นทศนิยมได้ และการเชื่อมต่อไม่ขัดแย้งกับกฎที่เทพารักษ์กำหนดไว้ก่อนหน้านี้ ทั้งนี้ลิงต๋อยไม่จำเป็นต้องใช้กิ่งไม้วิเศษนี้ได้ ดังตัวอย่างในรูปที่ 4

- รูป (ก) ลิงต๋อยเริ่มปีนเสาวีเศษต้นที่ 1 และใช้กิ่งไม้วิเศษเชื่อมเสาวีเศษต้นที่ 1 กับเสาวีเศษต้นที่ 2 ที่ระดับความสูงใดก็ได้ที่มากกว่า 5 เมตร แต่ไม่ถึง 6 เมตร เพื่อที่จะเก็บกล้วยทิพย์จากเสาวีเศษต้นที่ 4 ซึ่งมีจำนวนกล้วยทิพย์มากที่สุด
- รูป (ข) ลิงต๋อยเริ่มปีนเสาวีเศษต้นที่ 2 โดยไม่จำเป็นต้องใช้กิ่งไม้วิเศษ เพื่อที่จะเก็บกล้วยทิพย์จากเสาวีเศษต้นที่ 4 ซึ่งมีจำนวนกล้วยทิพย์มากที่สุด
- รูป (ค) ลิงต๋อยเริ่มปีนเสาวีเศษต้นที่ 5 และใช้กิ่งไม้วิเศษเชื่อมเสาวีเศษต้นที่ 4 กับเสาวีเศษต้นที่ 5 ที่ระดับความสูงใดก็ได้ที่มากกว่า 13 เมตร แต่ไม่ถึง 20 เมตร เพื่อที่จะเก็บกล้วยทิพย์จากเสาวีเศษต้นที่ 4 ซึ่งมีจำนวนมากที่สุดสำหรับการปีนในครั้งนี้



รูปที่ 4 แสดงตัวอย่างการใช้กิ่งไม้วิเศษเพื่อให้สามารถเก็บกล้วยทิพย์ได้จำนวนมากที่สุดที่เป็นไปได้

ด้วยความที่ผู้รู้วัยเยาว์ที่มารวมตัวกันในการแข่งขันคอมพิวเตอร์โอลิมปิกระดับชาติ ครั้งที่ 10 ณ มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี

# โจทย์พีพีทีมีลิขสิทธิ์ ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดไปดัดแปลง หรือ ใช้งานต่อ โดยเด็ดขาด

## หากไม่ได้รับความอนุญาตจาก นายอัศรพนธ์ วัชรพลากร (พีพีท)

เป็นผู้โอ้ออมอารีต่อสัตว์โลก ไม่อาจนิ่งดูตายให้สิ่งน้อยได้กลัวยทียจำนวนน้อยกว่าที่ควรจะเป็นจึงอยากให้ผู้รู้วัยเยาว์ช่วยเขียนโปรแกรมเพื่อหาว่าเจ้าลิงต๋อยจะสามารถเก็บกลัวยทียได้จำนวนมากที่สุดที่เป็นไปได้เท่าใด เมื่อท่านเทพารักษ์กำหนดเสาวีเศษที่จะให้ลิงต๋อยเริ่มป็น และการป็นเป็นไปตามเงื่อนไขข้างต้น

### งานของคุณ

จงเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่มีประสิทธิภาพ เพื่อหาจำนวนกลัวยทียที่มากที่สุดที่ลิงต๋อยจะสามารถเก็บได้ พร้อมระบุว่ามีการใช้กิ่งไม้พิเศษในเส้นทางการป็นไปเก็บกลัวยทียหรือไม่

### ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดแรก ประกอบด้วยจำนวนเต็ม  $m$ ,  $n$  และ  $k$  แต่ละจำนวนถูกคั่นด้วยช่องว่างหนึ่งช่อง แสดงความสูงของเสาวีเศษจำนวนเสาวีเศษ และจำนวนกิ่งไม้ทั้งหมด ตามลำดับ โดย  $10 \leq m \leq 100,000$ ;  $3 \leq n \leq 200,000$  และ  $0 \leq k \leq 1,000,000$

บรรทัดที่สอง ประกอบด้วยจำนวนเต็มบวก  $n$  จำนวน ระบุจำนวนกลัวยทียในยอดเสาดันที่ 1 ถึงตันที่  $n$  ตามลำดับ และจำนวนกลัวยทียมีค่าไม่เกิน 100,000,000 แต่ละจำนวนถูกคั่นด้วยช่องว่างหนึ่งช่อง

บรรทัดที่สาม ถึง บรรทัดที่  $k+2$  แต่ละบรรทัดประกอบด้วยจำนวนเต็มสองจำนวน แต่ละจำนวนถูกคั่นด้วยช่องว่างหนึ่งช่อง แสดงข้อมูลของกิ่งไม้เชื่อมที่  $i$  ว่าเชื่อมเสาวีเศษหมายเลข  $p_i$  กับ  $p_{i+1}$  ณ ระดับความสูง  $h_i$  โดยจำนวนแรก คือ หมายเลขเสาวีเศษ  $p_i$ , จำนวนที่สอง คือ ระดับความสูง  $h_i$  ของกิ่งไม้เชื่อมที่  $i$  โดยที่  $1 \leq i \leq k$ ;  $1 \leq p_i \leq n-1$  และ  $0 < h_i < m$

บรรทัดที่  $k+3$  เป็นจำนวนเต็มหนึ่งตัว ระบุหมายเลขเสาวีเศษที่ท่านเทพารักษ์กำหนดให้ลิงต๋อยเริ่มป็น โดยมีค่าได้ตั้งแต่ 1 ถึง  $n$

### ข้อมูลส่งออก

บรรทัดแรก ระบุจำนวนกลัวยทียที่มากที่สุดที่ลิงต๋อยสามารถเก็บได้

บรรทัดที่สอง ระบุว่าลิงต๋อย ได้ใช้กิ่งไม้พิเศษหรือไม่ โดยให้ระบุว่าเป็น "USE" (อักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่) ในกรณีที่ใช้กิ่งไม้พิเศษ และระบุ "NO" (อักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่) กรณีที่ไม่ได้ใช้กิ่งไม้พิเศษ

### ตัวอย่าง

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
20 5 6 7 5 3 9 4 1 5 1 6 2 10 1 12 3 6 3 13 1	9 USE

+++++

# โจทย์พีพีทีมีลิขสิทธิ์ ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดไปดัดแปลง หรือ ใช้งานต่อ โดยเด็ดขาด

หากไม่ได้รับความอนุญาตจาก นายอัศรพนธ์ วัชรพลากร (พีพีท)

## 3. บิตที่รับทำงาน (BT\_Works)

ที่มา: ข้อสอบท้ายค่ายหนึ่ง สอวน. คอมพิวเตอร์ ศูนย์ ม.บูรพา รุ่น 18 ออกโดย PeaTT~

นายบิตที่รับมีเวลาทำงาน M งาน ทั้งหมด N วัน แต่ละงานจะใช้เวลาทำงาน 1 วัน พีพีทต้องการให้เวลาพักระหว่างงานแก่นายบิตที่รับอย่างน้อย d วัน (ในแต่ละครั้งนายบิตที่รับห้ามพักระหว่างงานน้อยกว่า d วัน)

พีพีทอยากรู้ว่านายบิตที่รับจะเลือกทำงานได้กี่วิธี?

### งานของคุณ

มี Q คำถาม แต่ละคำถามให้ตอบว่าทำได้กี่วิธี mod ด้วย 1,000,000,007

### ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดแรก รับจำนวนเต็มบวก Q โดยที่  $Q \leq 100,000$

อีก Q บรรทัด แต่ละบรรทัดรับจำนวนเต็ม N, M, d แทนจำนวนวัน จำนวนงาน และ วันพักขั้นต่ำ ตามลำดับ โดยที่  $1 \leq N \leq 1000, 1 \leq M \leq N, 0 \leq d \leq N$

20% ของชุดข้อมูลทดสอบ  $Q = 5$  และ  $N \leq 20$

อีก 20% ของชุดข้อมูลทดสอบ จะมีค่า  $Q = 5$  และ  $N \leq 26$

### ข้อมูลส่งออก

Q บรรทัด แต่ละบรรทัดให้ตอบจำนวนวิธีที่ทำได้ของคำถามนั้น

### ตัวอย่าง

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
2	6
5 2 1	3
5 2 2	

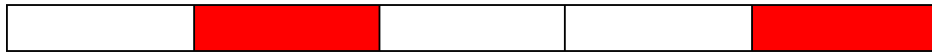
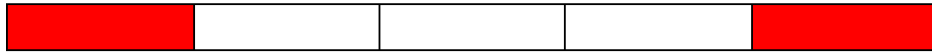
### คำอธิบายตัวอย่างที่ 1

คำถามแรกมี 5 วัน 2 งาน สามารถพักได้อย่างน้อย 1 วันระหว่างงาน จะทำได้ 6 วิธี ดังนี้


คำถามที่สองมี 5 วัน 2 งาน สามารถพักได้อย่างน้อย 2 วันระหว่างงาน จะทำได้ 3 วิธี ดังนี้

โจทย์พีพีทีมีลิขสิทธิ์ ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดไปดัดแปลง หรือ ใช้งานต่อ โดยเด็ดขาด

หากไม่ได้รับความอนุญาติจาก นายอัศรพนธ์ วัชรพลากร (พีพีท)



+++++

#### 4. อัจฉริยะผลรวมสุดเพอร์เฟกต์ (AG\_SumPerfect)

ที่มา: ข้อสอบสาม Agile Programming Contest 2021 โจทย์สำหรับตัวผู้แทนศูนย์ สอวน. คอมพิวเตอร์ ม.บูรพา รุ่น17

หลังจากเรียนเรื่องเลขยกกำลังมาอย่างหนักหน่วงทำให้คุณเสพติดเลขยกกำลังที่มีฐานเป็น 2 ซะแล้ว กลางดึกคืนหนึ่งระหว่างที่คุณกำลังสอບอยู่ คุณก็เผลอหลับไป ในฝันนั้นเขาได้เข้าไปอยู่ดินแดนแห่งตัวเลขที่ซึ่งมีตัวเลข  $N$  ตัวลอยอยู่ เขารู้ทันทีว่าเป็นฝันแน่ ๆ และเขาก็อยากกลับไปทำข้อสอบต่อแล้ว

หลังจากใช้เวลาหนึ่งวิเคราะห์อยู่สักพัก คุณก็ไม่รู้อยู่ว่าต้องทำยังไงกับเลขพวกนี้ ทันใดนั้นก็มียักษ์สาวคนหนึ่งเดินมาสะกิด แล้วบอกกับคุณว่า ทางเดียวที่จะออกจากที่นี่ได้ ให้คุณสร้างเลขขึ้นมา  $K$  ตัว เพื่อที่  $\sum_{i=1}^{N+K} 2^{a_i}$  เป็นค่าสมบูรณ์แบบ

**นิยาม** ค่าสมบูรณ์แบบ คือ ค่าที่สามารถเขียนให้อยู่ในรูป  $2^x - 1$  ได้

##### งานของคุณ

จงเขียนโปรแกรมเพื่อช่วยให้คุณได้กลับไปสอບต่อ

##### ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดแรก รับจำนวนเต็มบวก  $Q$  แทนจำนวนคำถาม โดยที่  $Q \leq 3$  ในแต่ละคำถาม

บรรทัดแรก รับจำนวนเต็มบวก  $N$  โดยที่  $1 \leq N \leq 10^5$

บรรทัดต่อมา รับจำนวนเต็มบวก  $N$  จำนวนเพื่อแทนตัวเลขเดิมที่มีกำลังลอยไปลอยมาในความฝัน ( $a_i$  ทั้งสิ้น  $N$  จำนวนแรก) โดยที่แต่ละจำนวนจะมีค่าไม่เกิน  $10^{18}$

10% ของข้อมูลชุดทดสอบ ตัวเลขเดิม หรือ ตัวเลขที่ลอยไปลอยมา ( $a_i$  ทั้งสิ้น  $N$  จำนวนแรก) จะมีค่าไม่เกิน  $10^5$

##### ข้อมูลส่งออก

$Q$  บรรทัด แต่ละบรรทัดตอบ  $K$  ที่น้อยที่สุด แทนจำนวนตัวเลขที่ต้องสร้างขึ้นมาเพื่อให้  $\sum_{i=1}^{N+K} 2^{a_i}$  เป็นค่าสมบูรณ์แบบ

##### ตัวอย่าง

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
3	4
3	2
5 3 3	2
4	
3 5 4 2	
4	
0 0 0 0	



### คำอธิบายตัวอย่างที่ 1

ในคำถามแรก มีตัวเลข 3 ตัว คือ  $2^5, 2^3, 2^3$  ต้องเติมเลขอีก 4 ตัว คือ  $2^0, 2^1, 2^2, 2^3$

ในคำถามที่ 3 มีตัวเลข 4 ตัว คือ  $2^0, 2^0, 2^0, 2^0$  ต้องเติมตัวเลข 2 ตัว คือ  $2^0, 2^1$

+++++

## 2. เรื่อง Dynamic Programming 1 จำนวน 4 ข้อ

### 5. อัจฉริยะเปรี๊ยะหนึ่ง (AG\_Tension1)

ที่มา: ข้อหนึ่ง Agile Programming Contest 2021 โจทย์สำหรับตัวผู้แทนศูนย์ สอวน. คอมพิวเตอร์ ม.บูรพา รุ่น17

คุณได้รับบทบาทเป็นฮีโร่แห่งปัญญาแลนด์อันยิ่งใหญ่ ในวันรุ่งขึ้นศัตรูได้เรียงแถวมาตีเมืองเป็นแถวตอนเรียงหนึ่งความยาว  $N$  แต่ตัวคุณก็มีแค่หนึ่งยางเส้นเดียวที่สามารถสู้กับศัตรูได้โดยถ้าตีหนึ่งยางแบบปกติจะทำให้ศัตรูตัวที่  $i$  ตายในเวลา  $T_i$  หน่วย

แต่คุณคิดว่าถ้าตีหนึ่งยางปกติจะทำให้ศัตรูตายเข้าไป จึงมีท่าไม้ตายโดยถ้าใช้ท่าไม้ตายที่ตำแหน่งศัตรูตัวที่  $i$  จะทำให้ศัตรูตัวที่  $i+1$  ถึง  $i+K$  ติดสถานะเงาะเงาะ ถ้าศัตรูตัวที่  $i$  ติดสถานะเงาะเงาะทำให้การตีหนึ่งยางปกติสามารถทำให้ศัตรูตัวที่  $i$  ตายในเวลา  $T_i/2$  หน่วย (รับประกันว่า  $T_i$  เป็นจำนวนคู่) แต่การใช้ท่าไม้ตายต้องใช้เวลาราย  $M$  หน่วย

เทพเจ้าแห่งปัญญาแลนด์ได้ถามคุณผู้เป็นฮีโร่ว่าจะสามารถกำจัดศัตรูให้หมดโดยใช้เวลาน้อยสุดเท่าใด

**หมายเหตุ** การเลือกช่วงไม่สามารถเลือกช่วงให้ซ้อนเหลื่อมกันได้ และไม่สามารถเลือกช่วง  $K$  ช่องที่เลยตารางออกไป (ห้ามเหลื่อมและห้ามเลย) นอกจากนี้จะสังเกตได้ว่าช่องที่ 1 จะไม่สามารถถูกลดค่าได้

#### งานของคุณ

จงเขียนโปรแกรมเพื่อหาว่าสามารถกำจัดศัตรูให้หมดโดยใช้เวลาน้อยสุดเท่าใด

#### ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดแรก รับจำนวนเต็มบวกสองจำนวน คือ  $N, K$  แทนจำนวนศัตรู และระยะท่าไม้ตาย โดยที่  $1 \leq K \leq N \leq 10^6$

บรรทัดที่สอง รับจำนวนเต็มบวก  $N$  จำนวน คือ  $T_i$  แทนเวลาที่กำจัดศัตรูแต่ละตัวแบบปกติ โดยที่  $2 \leq T_i \leq 10^9$

บรรทัดที่สาม รับจำนวนเต็มบวกหนึ่งจำนวนคือ  $Q$  แทนจำนวนคำถาม โดยที่  $1 \leq Q \leq 50$

ในแต่ละคำถาม รับจำนวนเต็มบวกหนึ่งจำนวนคือ  $M$  แทนเวลารายท่าไม้ตาย โดยที่  $1 \leq M \leq 10^9$

50% ของชุดข้อมูลทดสอบ จะมีค่า  $K, N$  ไม่เกิน 1,000

#### ข้อมูลส่งออก

มี  $Q$  บรรทัด แสดงว่าสามารถกำจัดศัตรูให้หมดโดยใช้เวลาน้อยสุดเท่าใดสำหรับเวลารายท่าไม้ตายที่แตกต่างกัน

#### ตัวอย่าง

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
7 2	4 9
10 8 2 4 16 6 12	5 8
2	
5	
100	



# โจทย์พีพีทมีลิขสิทธิ์ ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดไปดัดแปลง หรือ ใช้งานต่อ โดยเด็ดขาด

## หากไม่ได้รับความอนุญาตจาก นายอัครพนธ์ วัชรพลากร (พีพีท)

### คำอธิบายตัวอย่างที่ 1

ในคำถามย่อยที่หนึ่ง เราจะกำจัศตรู 3 ตัวแรกแบบปกติ แล้วใช้ท่าไม้ตายที่ศตรูตัวที่ 3 และศตรูตัวที่ 5 ทำให้สามารถกำจัศตรูตัวที่ 4, 5, 6 และ 7 ได้ในเวลาครึ่งเดียว รวมแล้วใช้เวลา  $10 + 8 + 2 + 2 + 8 + 3 + 6 + 5 + 5 = 49$  หน่วย

ในคำถามย่อยที่สอง เราจะกำจัศตรูแบบปกติทั้งหมดเพราะค่าร้ายท่าไม้ตายใช้เวลานานมาก รวมแล้วใช้เวลา 58 หน่วย

+++++

### 6. ฝีน้อยดิ่งไฟ (PN\_Cards)

ที่มา: ข้อสอบท้ายค่ายสองศูนย์ ม.บูรพา รุ่น 16 ออกโดย PeaTT~

ฝีน้อยมีไฟอยู่สองกอง ไฟกองแรกมีทั้งสีน  $n$  ใบ เรียกว่าไฟใบที่  $a_1, a_2, \dots, a_n$  (เรียงจากบนลงล่าง) และ ไฟกองที่สองมีทั้งสีน  $m$  ใบ เรียกว่าไฟใบที่  $b_1, b_2, \dots, b_m$  (เรียงจากบนลงล่าง)

ฝีน้อยจะดิ่งไฟออกจากกองทั้งสองมาทั้งจนไฟทั้งสองกองเหลือจำนวนไฟเท่ากัน (ดิ่งจากตรงไหนก็ได้ จะดิ่งไฟกี่ใบก็ได้ หรือจะไม่ดิ่งไฟทั้งก็ได้) โดยฝีน้อยจะทำได้แค่ดิ่งไฟออกจากกองมาทั้งเท่านั้น ห้ามสลับตำแหน่งของไฟ

เมื่อฝีน้อยดิ่งไฟทั้งจนทั้งสองกองเหลือจำนวนไฟต่อกองเท่ากันแล้ว คะแนนที่ฝีน้อยจะได้รับ เท่ากับผลรวมของผลต่างของค่าของไฟทั้งสองกองที่อยู่ในตำแหน่งเดียวกัน กล่าวคือ หากหลังจากดิ่งไฟเหลือกองละ  $k$  ใบเท่ากัน โดยกองแรกได้แก่  $c_1, c_2, \dots, c_k$  (เรียงจากบนลงล่าง) และกองที่ 2 ได้แก่  $d_1, d_2, \dots, d_k$  (เรียงจากบนลงล่าง) แล้วคะแนนที่ฝีน้อยจะได้รับเท่ากับ

$$\sum_{i=1}^k |c_i - d_i|$$

ฝีน้อยต้องการดิ่งไฟแล้วให้ได้รับคะแนนสูงที่สุด จึงวานคุณซึ่งเป็นโปรแกรมเมอร์ชื่อดัง มาเขียนโปรแกรมช่วยฝีน้อยดิ่งไฟให้หน่อย

#### งานของคุณ

จงเขียนโปรแกรมเพื่อหาคะแนนสูงที่สุดที่ฝีน้อยจะได้รับ หลังจากดิ่งไฟเสร็จแล้ว

#### ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดแรก รับจำนวนเต็มบวก  $Q$  แทนจำนวนคำถาม โดยที่  $Q$  มีค่าไม่เกิน 3 ในแต่ละคำถาม

บรรทัดแรก รับจำนวนเต็มบวก 2 จำนวนคือ  $n \ m$  ( $1 \leq n, m \leq 5,000$ ) แทนจำนวนไฟในกองแรกและกองที่ 2 ตามลำดับ

บรรทัดที่สอง รับจำนวนเต็ม  $n$  จำนวน แทนมูลค่าของไฟแต่ละใบในกองแรกเรียงจากบนลงล่าง ห่างกันหนึ่งช่องว่าง โดยที่แต่ละค่ามีค่าตั้งแต่  $-10^9$  ถึง  $10^9$

บรรทัดที่สาม รับจำนวนเต็ม  $m$  จำนวน แทนมูลค่าของไฟแต่ละใบในกองที่สองเรียงจากบนลงล่าง ห่างกันหนึ่งช่องว่าง โดยที่แต่ละค่ามีค่าตั้งแต่  $-10^9$  ถึง  $10^9$

20% ของชุดข้อมูลทดสอบ จะมีค่า  $1 \leq n, m \leq 15$  และ

50% ของชุดข้อมูลทดสอบ จะมีค่า  $1 \leq n, m \leq 300$

#### ข้อมูลส่งออก

มีทั้งสีน  $Q$  บรรทัด ในแต่ละบรรทัดให้แสดงคะแนนสูงที่สุดที่ฝีน้อยจะได้รับ หลังจากดิ่งไฟเสร็จแล้ว

#### ตัวอย่าง

# โจทย์พีพีทมีลิขสิทธิ์ ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดไปดัดแปลง หรือ ใช้งานต่อ โดยเด็ดขาด

หากไม่ได้รับความอนุญาตจาก นายอัศรพนธ์ วัชรพลากร (พีพีท)

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
1 4 4 1 2 3 4 1 2 3 4	4

## คำอธิบายตัวอย่างที่ 1

มี 1 คำถาม ได้แก่

คำถามแรก ฝึน้อยจะดึงไฟ 1, 2 ออกจากกองแรก เหลือเป็น 3, 4 และดึงไฟ 3, 4 ออกจากกองที่ 2 เหลือ เป็น 1, 2  
คะแนนที่ฝึน้อยได้รับเท่ากับ  $(|3-1|+|4-2|) = 4$  ซึ่งเป็นคะแนนที่สูงที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้แล้ว

+++++

## 7. จัดลำดับการทดลอง (Schedule TOI8)

ที่มา: ข้อสอบโอลิมปิกวิชาการระดับชาติครั้งที่ 8 ณ ศูนย์ สอวน. ม.ศิลปากร

นายเมธาต้องการทำการทดลองทางวิทยาศาสตร์อยู่สองงาน โดยที่แต่ละงานประกอบด้วยขั้นตอนทั้งหมด  $N$  ขั้นตอนคือ  
ขั้นตอน  $J_1, J_2, J_3, \dots, J_N$  สำหรับงานแรกและขั้นตอน  $K_1, K_2, K_3, \dots, K_N$  สำหรับงานที่สอง ซึ่งแต่ละขั้นตอนอาจใช้เวลาเท่ากัน  
หรือต่างกันได้ อย่างไรก็ตามขั้นตอนในงานเดียวกันไม่สามารถสลับลำดับกันได้กล่าวคือสำหรับงานแรกขั้นตอน  $J_1$  จะต้องถูกทำ  
เป็นอันดับแรกและขั้นตอน  $J_2, J_3, \dots, J_N$  จะถูกทำ ต่อมาตามลำดับดังกล่าว สำหรับงานที่สองก็เช่นกัน ขั้นตอน  $K_1$  จะต้องถูกทำ  
เป็นอันดับแรก และขั้นตอน  $K_2, K_3, \dots, K_N$  จะถูกทำตามลำดับ

แม้จะไม่สามารถสลับลำดับขั้นตอนในงานเดียวกันได้ แต่เมธาก็สามารถสลับลำดับขั้นตอนระหว่างงานแรกกับงานที่สองได้  
เป็นต้นว่าถ้า  $N=3$  เมธาสามารถที่จะทำการทดลองในลำดับ  $K_1, K_2, J_1, K_3, J_2, J_3$  เพราะ ลักษณะนี้เป็นการทำการทดลองแต่ละ  
งานตามลำดับจากขั้นตอนแรกไปขั้นตอนสุดท้าย

โชคไม่ดีนัก เมธาพบว่าห้องปฏิบัติการมีเครื่องมือสำหรับทำการทดลองอยู่เพียงชุดเดียว และงานทั้งสองก็ต้องใช้เครื่องมือ  
ชุดเดียวกันนี้ ยิ่งไปกว่านั้นเครื่องมือสามารถทำงานได้เพียง  $M$  นาทีในแต่ละวัน และการทดลองแต่ละขั้นตอนก็ต้องดำเนินการอย่าง  
ต่อเนื่องให้สำเร็จภายในวันเดียวเท่านั้น

ยกตัวอย่างเช่น หากงานแต่ละงานมีสองขั้นตอน ( $N = 2$ ) และใช้เครื่องได้ 300 นาทีต่อวัน ( $M = 300$ ) เมื่อ  $J_1 = 200, J_2 = 150, K_1 = 50$  และ  $K_2 = 150$  ถ้าหากเมธাজัดลำดับการทดลองเป็น  $J_1, J_2, K_1, K_2$  ตามลำดับ ขั้นตอน  $J_2$  จะไม่สามารถทำได้  
ในวันแรกเพราะเวลารวมในวันแรกจะเกิน 300 นาที ทำให้ต้องเลื่อนไปทำในวันที่สอง และการทดลองตามลำดับนี้จะใช้เวลาทั้งหมด  
3 วัน โดยวันสุดท้าย (วันที่สาม) จะใช้เวลาทั้งหมด 150 นาที แต่หากเมธাজัดลำดับการทดลองใหม่เป็น  $J_1, K_1, K_2, J_2$  การทดลอง  
ทั้งหมดจะแล้วเสร็จในเวลาเพียง 2 วัน โดยวันสุดท้าย (วันที่สอง) จะใช้เวลาทั้งหมด 300 นาที

จงเขียนโปรแกรมที่มีประสิทธิภาพในการจัดลำดับขั้นตอนการทดลองที่ทำให้การทดลองทั้งสองงานเสร็จด้วยเวลาที่น้อย  
ที่สุด

## ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดแรกเป็นเลขจำนวนเต็ม  $M$  ระบุเวลาที่สามารถใช้เครื่องมือได้ในแต่ละวัน โดยที่  $1 \leq M \leq 600$  และ  $M$  มีหน่วย  
เป็นนาที

บรรทัดที่สองเป็นจำนวนเต็ม  $N$  ระบุจำนวนขั้นตอนในแต่ละงานโดยที่  $2 \leq N \leq 1,000$

# โจทย์พีพีทมีลิขสิทธิ์ ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดไปดัดแปลง หรือ ใช้งานต่อ โดยเด็ดขาด

## หากไม่ได้รับความอนุญาติจาก นายอัศรพนธ์ วัชรพลากร (พีพีท)

บรรทัดที่สามเป็นจำนวนเต็มบวก  $N$  จำนวนคือ  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_N$  แต่ละตัวคั่นด้วยช่องว่างจำนวน แต่จำนวนนี้แทนเวลาที่ต้องใช้ทำการทดลองขั้นตอน  $J_1, J_2, J_3, \dots, J_N$  ของงานแรกตามลำดับ มีหน่วยเป็นนาฬิกา จำนวนแต่ละจำนวนถูกคั่นด้วยช่องว่าง โดยที่  $1 \leq a_i \leq M, i = 1, \dots, N$

บรรทัดที่สี่เป็นจำนวนเต็มบวก  $N$  จำนวนในลักษณะเดียวกับบรรทัดที่สามแต่จำนวนเหล่านี้แทนเวลาที่ต้องใช้ในการทดลองขั้นตอน  $K_1, K_2, K_3, \dots, K_N$  สำหรับงานที่สองซึ่งเวลาเหล่านี้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับหนึ่งและน้อยกว่าหรือเท่ากับ  $M$

### ข้อมูลส่งออก

ข้อมูลส่งออกระบุจำนวนวันที่ต้องใช้ในการทดลองของเมธา และจำนวนนาฬิกาที่ใช้ในการทดลองวันสุดท้าย โดยข้อมูลส่งออกต้องอยู่ในรูปแบบดังต่อไปนี้

บรรทัดแรกระบุจำนวนวันที่ต้องใช้ในการทดลองเป็นจำนวนเต็ม

บรรทัดที่สองระบุจำนวนนาฬิกาที่ใช้สำหรับการทดลองในวันสุดท้ายโดยที่จำนวนนาฬิกานี้มีค่าตั้งแต่หนึ่งและไม่เกิน  $M$

**หมายเหตุ** เวลาในการทดลองที่ดีที่สุดถือตามจำนวนวันเป็นลำดับแรก ในกรณีที่การจัดลำดับขั้นตอนสองแบบใช้จำนวนวันเท่ากัน จะนับเวลาที่ต่ำที่สุดจากจำนวนนาฬิกาที่ใช้ในวันสุดท้าย

### ตัวอย่าง

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
8	4
4	8
4 5 6 4	
3 3 2 4	

+++++

## 8. กุญแจลับสมบัติเก้าเส้ง (Key TOI12)

ที่มา: ข้อสอบโอลิมปิกวิชาการระดับชาติครั้งที่ 12 ณ ศูนย์ สอวน. ม.สงขลานครินทร์ วิทยาเขตหาดใหญ่

เขาเก้าเส้งเป็นสถานที่สำคัญริมทะเลจังหวัดสงขลา ภูมิทัศน์เป็นเขาหินมีต้นไม้ขึ้นเล็กน้อย และมีก้อนหินใหญ่ตั้งเด่นที่ปลายสุดเป็นลักษณะสำคัญ จากตำนานเล่าว่ามีเจ้าเมืองหนึ่งซึ่งเป็นเมืองขึ้นของนครศรีธรรมราช ชื่อว่า นายแรง ได้ขนเงินทองเป็นจำนวนมากเดินทางด้วยเรือสำเภาไปงานเฉลิมฉลองการบรรจุพระบรมสารีริกธาตุในเจดีย์ ขณะกำลังเดินทางเรือถูกคลื่นลมซัดรุดต้องแวะพักที่ชายฝั่งเพื่อซ่อมแซมเรือ เมื่อรู้ว่าไปไม่ทันงานบรรจุพระบรมสารีริกธาตุดังที่ตนตั้งใจก็เสียใจมาก สั่งให้ไพร่พลฝังเงินทองทั้งหมดไว้บนยอดเขา แล้วตัดหัวตัวเองวางไว้บนยอดเขาเป็นปูสมเฝ้าทรัพย์จนทุกวันนี้ ภายหลังเรียกว่าเขาเก้าแสน และเพี้ยนเป็นเขาเก้าเส้งอย่างในปัจจุบัน

น้องสิงหลาและน้องสิงขรได้ไปผจญภัยในเก้าเส้งแล้วค้นพบหีบสมบัติ ซึ่งหีบสมบัตินี้จะเปิดได้ก็ต่อเมื่อมีกุญแจที่เกิดจากการนำรหัสลับส่วนตัวของน้องสิงหลาและน้องสิงขรมาสร้างเป็นกุญแจใหม่ที่สร้างจากเครื่องสร้างกุญแจที่ใช้ได้เพียงครั้งเดียว (One Time Key : OTK) ทั้งสองคนมีรหัสลับเป็นของตนเองในรูปแบบของตัวอักษร ภาษาอังกฤษพิมพ์ใหญ่ A และ B เรียงต่อกัน โดยรหัสลับของน้องสิงหลาเป็น  $x_1x_2\dots x_m$  เมื่อ  $x_i$  เป็น A หรือ B และรหัสลับของน้องสิงขรเป็น  $y_1y_2\dots y_n$  เมื่อ  $y_i$  เป็น A หรือ B หลังจากเครื่องสร้างกุญแจได้รับรหัสลับมา เครื่องจะทำการสร้างกุญแจใหม่ที่เกิดจากการนำตัวอักษรของแต่ละคนมาผสมกัน โดยยังคงรักษาลำดับตำแหน่งของตัวอักษรในรหัสลับของแต่ละคนไว้ ซึ่งกุญแจสามารถมีได้หลายรูปแบบ เช่น หากรหัสลับของน้องสิงหลา

# โจทย์พีพีทมีลิขสิทธิ์ ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดไปดัดแปลง หรือ ใช้งานต่อ โดยเด็ดขาด

## หากไม่ได้รับความอนุญาตจาก นายอัศรพนธ์ วัชรพลากร (พีพีท)

คือ  $x_1x_2x_3 = BAB$  และรหัสลับของน้องสิงขร คือ  $y_1y_2 = AB$  จะสามารถสร้างกุญแจที่จะเปิดหีบสมบัติได้ ดังตัวอย่างบางส่วนต่อไปนี้

BAABB ซึ่งเกิดจาก  $x_1x_2y_1x_3y_2$  หรือ

BABAB ซึ่งเกิดจาก  $x_1x_2x_3y_1y_2$  หรือ

ABBAB ซึ่งเกิดจาก  $y_1y_2x_1x_2x_3$  ในขณะที่ BBABA ไม่ใช่กุญแจที่จะเปิดหีบสมบัติได้

### งานของคุณ

จงเขียนโปรแกรมที่มีประสิทธิภาพเพื่อตรวจสอบว่ากุญแจที่กำหนดให้เป็นกุญแจที่จะเปิดหีบสมบัติได้หรือไม่?

### ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดแรก สายอักขระความยาว  $m$  แสดงรหัสลับของน้องสิงหลา โดยที่  $m \leq 1,000$

บรรทัดที่สอง สายอักขระความยาว  $n$  แสดงรหัสลับของน้องสิงขร โดยที่  $n \leq 1,000$

บรรทัดที่สาม จำนวนเต็มบวก  $k$  ระบุกุญแจที่ต้องการตรวจสอบ โดยที่  $k \leq 100$

บรรทัดที่ 4 ถึง  $3+k$  แต่ละบรรทัดมีสายอักขระความยาว  $m+n$  แทนกุญแจลำดับที่  $i$  ที่ต้องการตรวจสอบ ( $1 \leq i \leq k$ )

30% ของชุดข้อมูลทดสอบ จะมี  $m+n$  ไม่เกิน 25 และ

50% ของชุดข้อมูลทดสอบ จะมี  $m+n$  ไม่เกิน 50

### ข้อมูลส่งออก

มีทั้งสิ้น  $k$  บรรทัด แต่ละบรรทัดแสดงข้อความ Yes ในกรณีกุญแจลำดับที่  $i$  เป็นกุญแจที่จะเปิดหีบสมบัติได้ หรือ แสดงข้อความ No กรณีไม่ใช่

### ตัวอย่าง

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
BAB	Yes
AB	Yes
4	Yes
BAABB	No
BABAB	
ABBAB	
BBABA	

+++++