Chapter 6

하향식 파싱 알고리즘 - **Part I**

First and Follow Sets

$$S \longrightarrow (S)S \mid a \mid \epsilon$$

- 어떤 생성 규칙을 선택할 것인가?
  - *lookahead* = '(' 이면 S → (S)S
  - *lookahead* = 'a' 이면 S → a
- **FIRST(S) = { (, a, ε }**
  - ε 는 어떤 정보도 제공하지 않음
    - S → ε 인 생성 규칙은 언제 선택해야 하나?
      - FOLLOW(S) : S 바로 뒤에 나오는 기호를 찾음
- **FOLLOW(S) = {), $ }**
  - $: EOF (*end of file*)

FIRST: 기본 정의

FIRST(α): 기호 α 로부터 파생(*derive*)되어 만들어진 문자열 맨 앞에 나타나는 *terminal* 기호. 단, $\boldsymbol{\alpha} \in V^*$

$$FIRST(\boldsymbol{\alpha}) = \{a \in V_T \mid \boldsymbol{\alpha} \overset{*}{\Rightarrow} a\gamma, \gamma \in V^*\}$$

V_T : *terminal* 기호 집합

$V = V_T \cup V_N$

γ : 임의의 기호

FIRST: 예1

```
type -> simple
      | ^ id
      | array [simple ] of type
simple -> integer
      | char
      | num dotdot num
```

type -> *simple*	First (*type*) = First (***simple***)
type -> **^id**	First (*type*) = {**^**}
type -> **array** [*simple*] **of type**	First (*type*) = {**array**}
simple -> **integer**	First (*simple*) = {**integer**}
simple -> **char**	First (*simple*) = {**char**}
simple -> **num dotdot num**	First (*simple*) = {**num**}

FIRST: 예1

```
type -> simple
      | ^ id
      | array [simple ] of type
simple -> integer
      | char
      | num dotdot num
```

type -> *simple*	First (*type*) = First (***simple***) ∪ {**^,array**} = {**integer**, **char**, **num**, **^,array**}
type -> **^id**	
type -> **array** [*simple*] **of type**	
simple -> **integer**	First (*simple*) = {**integer**, **char**, **num**}
simple -> **char**	
simple -> **num dotdot num**	

FIRST: 정의 (1/2)

$FIRST(a) = \{a\}$, 단 $a \in V_T$

terminal 기호의 FIRST 는 자기 자신

$X \to a\gamma, a \in V_T$일 경우 $\quad FIRST(X) = \{a\}$

생성 규칙의 오른쪽 표현 맨 앞에 나타나는 *terminal* 기호가 FIRST

$X \to \alpha_1 \mid \alpha_2 \mid \cdots \mid \alpha_n$일 경우

$FIRST(X) = FIRST\{\alpha_1\} \cup FIRST\{\alpha_2\} \cup \cdots \cup FIRST\{\alpha_n\}$

FIRST: 정의 (2/2)

$X \to \varepsilon$ 일 때, X 가 *nullable* 하다고 함

$A \to X_1 X_2 \cdots X_k$ 일 때

$$FIRST(A) = FIRST\{X_1\} \cup FIRST\{X_2\} \cup FIRST\{X_3\} \cup \cdots$$

X_1 이 *nullable* 한 경우

X_2 가 *nullable* 한 경우

Ring sum ⊕

- **Ring sum ⊕**
  - If $\varepsilon \notin A$ then $A \oplus B = A$
  - If $\varepsilon \in A$ then $A \oplus B = (A - \{\varepsilon\}) \cup B$

- **FIRST($A_1A_2 \cdots A_n$)**
  - $FIRST(A_1A_2 \cdots A_n) = FIRST(A_1) \oplus FIRST(A_2) \oplus \cdots \oplus FIRST(A_n)$
    - 첫 번째 기호 A_1 이 nullable 하면, 다음 기호 A_2 의 FIRST도 포함
    - 순차적으로 다음 기호가 nullable이 아닐 때까지 기호들의 FIRST를 구한다.

FIRST: 예2

$A \rightarrow aB \mid B$
$B \rightarrow bC \mid C$
$C \rightarrow c$

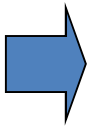
$FIRST(C) = \{ c \}$
$FIRST(B) = \{ b, c \}$
$FIRST(A) = \{ a, b, c \}$

$S \rightarrow ABc$
$A \rightarrow bA \mid \varepsilon$
$B \rightarrow c$

FIRST: 예2

$A \rightarrow aB \mid B$
$B \rightarrow bC \mid C$
$C \rightarrow c$

$S \rightarrow ABc$
$A \rightarrow bA \mid \varepsilon$
$B \rightarrow c$



$FIRST(S) = \{ b, c \}$
$FIRST(A) = \{ b \}$
$FIRST(B) = \{ c \}$

FIRST(S)=FIRST(A) ⊕ FIRST(B) ⊕ FIRST(C)
= { b, ε } ⊕ FIRST(B) ⊕ FIRST(C)
= { b } ⊕ { c } ⊕ FIRST(C) = { b, c }

$S \Rightarrow ABc \Rightarrow bABc$
$S \Rightarrow ABc \Rightarrow Bc \Rightarrow cc$

FIRST: 예3

```
1  E      → Prefix ( E )
2         | v Tail
3  Prefix → f
4         | λ
5  Tail   → + E
6         | λ
```

First (**Tail**) = { + }

First (**Prefix**) = { f }

First (E) = ?

E ⇒ **Prefix (E)**

E ⇒ **Prefix (E)** ⇒ **(E)**

E ⇒ **v Tail**

First (**E**) = { f, (, v }

First (Prefix) = { f }

First ((E)) = { (}

First (v Tail) = { v }

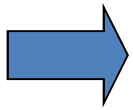
Quiz #1

1 S → A B c
2 A → a
3 | λ
4 B → b
5 | λ

First (S) = ?
First (A) = ?
First (B) = ?

FOLLOW: 기본 정의

nonterminal symbol A 가 *nullable* 하면, FIRST 만 갖고는 생성 규칙을 선택할 수 없음



nullable symbol A 바로 뒤에 어떤 *terminal symbol* 이 유도되는 지 알 수 있다면, 이 문제를 해결할 수 있음

FOLLOW(*A*): *nonterminal symbol A* 바로 다음에 올 수 있는 *terminal symbol* 들의 집합

$$FOLLOW(A) = \{\mathbf{a} \in V_T \cup \{\$\} \mid S \overset{*}{\Rightarrow} \alpha A \mathbf{a} \beta, \alpha, \beta \in V^*\}$$

V_T : *terminal symbol* 집합

α, β : 임의의 *symbol*

$: *endmarker* of the input stream.

FOLLOW: 정의

$FOLLOW(S) = \{\$\}$ 시작 기호 S 의 FOLLOW는 무조건 '$'를 포함

$A \to \alpha B \beta, \beta \neq \varepsilon$

$$FOLLOW(B) = FOLLOW(B) \bigcup FIRST(\beta) - \{\varepsilon\}$$

$A \to \alpha B$ 또는 $A \to \alpha B \beta, \beta \overset{*}{\Rightarrow} \varepsilon$

$$FOLLOW(B) = FOLLOW(B) \bigcup FOLLOW(A)$$

$A \to \alpha B \beta, \beta \overset{*}{\Rightarrow} \varepsilon$ 인 생성 규칙이 있을 때

$$S \overset{*}{\Rightarrow} \alpha_1 A \alpha_2 \Rightarrow \alpha_1 \alpha \mathbf{B} \beta \alpha_2 \overset{*}{\Rightarrow} \alpha_1 \alpha \mathbf{B} \alpha_2$$

FOLLOW: 예

$S \rightarrow aAb$
$A \rightarrow aS \mid b$

FOLLOW(S) = { \$, b }

FOLLOW(A) = { b }

$A \rightarrow \alpha B$ 일 때
FOL(B) = FOL(B) ∪ FOL(A) 이므로

$A \rightarrow aS$ 에서
FOL(S) = FOL(S) ∪ FOL(A)

$S \rightarrow ABc$
$A \rightarrow bA \mid \varepsilon$
$B \rightarrow c$

FOLLOW(S) = { \$ }
FOLLOW(A) = { c }

FOLLOW(B) = { c }

Quiz #2

1	S	→	A B	c
2	A	→	a	
3		|	λ	
4	B	→	b	
5		|	λ	

First (S) = ?
First (A) = ?
First (B) = ?
Follow (S) = ?
Follow (A) = ?
Follow (B) = ?

Quiz #3

1	E	→	Prefix (E)
2		|	v Tail
3	Prefix	→	f
4		|	λ
5	Tail	→	+ E
6		|	λ

First (E) = ?
First (Prefix) = ?
First (Tail) = ?
Follow (E) = ?
Follow (Prefix) = ?
Follow (Tail) = ?

Practice #1

- Construct First and Follow sets for the Nonterminals for the following grammars

$$S \rightarrow a\ S\ A \mid \varepsilon$$

$$A \rightarrow b$$

Practice #2

- Construct First and Follow sets for the Nonterminals for the following grammars

$$S \rightarrow a\ R\ T\ b \mid b\ R\ R$$

$$R \rightarrow c\ R\ d \mid \varepsilon$$

$$T \rightarrow R\ S \mid T\ a\ T$$

Practice #2 : Answer

$S \rightarrow a\ R\ T\ b \mid b\ R\ R$

$R \rightarrow c\ R\ d \mid \varepsilon$

$T \rightarrow R\ S \mid T\ a\ T$

First (S) = { a, b }

First (R) = { c }

Practice #2 : Answer

$S \rightarrow a\ R\ T\ b \mid b\ R\ R$

$R \rightarrow c\ R\ d \mid \varepsilon$

$T \rightarrow R\ S \mid T\ a\ T$

$T \rightarrow T\ a\ T \mid R\ S$

$T \rightarrow R\ S\ T'$

$T' \rightarrow a\ T\ T' \mid \varepsilon$

$A \rightarrow A\ a \mid b$

$A \rightarrow b\ A'$

$A' \rightarrow a\ A' \mid \varepsilon$

First (T) = First (RS)

= First (R) ∪ First (S)

= { c } ∪ { a, b} = { a, b, c}

Practice #2 : Answer

$S \rightarrow a\ R\ T\ b \mid b\ R\ R$
$R \rightarrow c\ R\ d \mid \varepsilon$
$T \rightarrow R\ S \mid T\ a\ T$

First (S) = { a, b }, First (R) = { c }, First (T) = { a, b, c}

Follow (T) = {a} ∪ {b} = {a, b}

Follow (S) = {$} ∪ Follow (T) = { a, b, $}

Follow(R) = First(S) ∪ {d} ∪ First (Tb) ∪ First (R) ∪Follow(S)

= { a, b} ∪ {d} ∪ { a, b, c } ∪ {c} ∪ {a, b, $} = { a, b, c, d, $}