

Computer Graphics

Prof. Jibum Kim

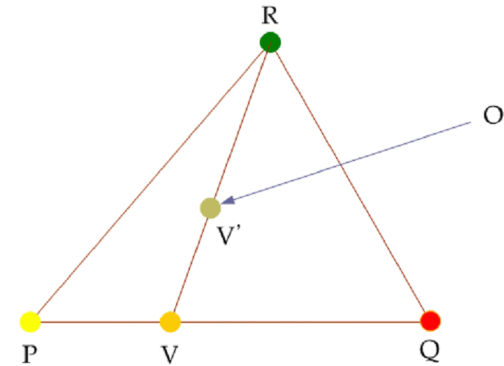
Department of Computer Science & Engineering

Incheon National University

Barycentric coordinates (2D)

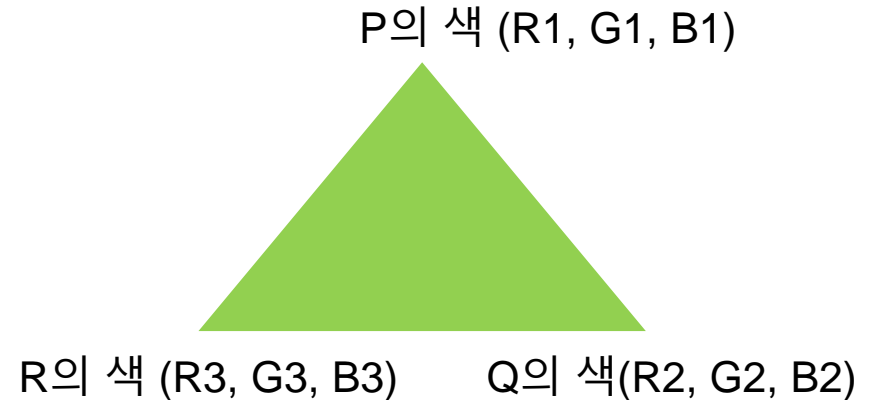
- 선분에서 사용한 무게 중심 좌표의 개념을 2D polygon인 triangle에 적용해 보자
- Triangle 내부의 모든 점 V' 은 다음과 같이 표현 가능

- $V' = \alpha P + \beta Q + \gamma R, \alpha + \beta + \gamma = 1,$
- 단, $0 \leq \alpha, \beta, \gamma \leq 1$



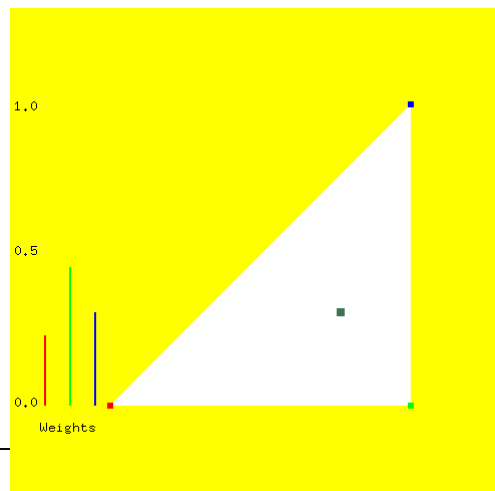
- 여기서 (α, β, γ) 을 삼각형의 무게 중심 좌표 (barycentric coordinates)라 한다

- 삼각형 내부의 점에서의 색 보간
- 앞서서와 같이 삼각형 내부의 점 V' 는 다음과 같이 표현 가능
- $V' = \alpha P + \beta Q + \gamma R, \alpha + \beta + \gamma = 1,$
- 단, $0 \leq \alpha, \beta, \gamma \leq 1$

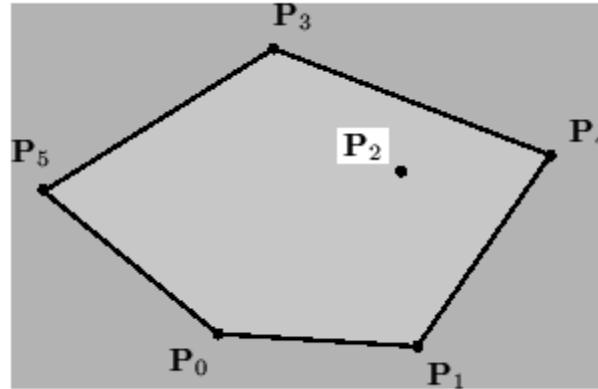


- V' 에서의 색 보간 =
- $\alpha^*(R1, G1, B1) + \beta(R2, G2, B2) + \gamma(R3, G3, B3)$

- 삼각형의 색 보간을 무게 중심 좌표로 짠 OpenGL 코드 예 키보드로 삼각형 내부의 점 이동 가능
- keyboard callback 함수 이용
- 삼각형 변위에 있으면 barycentric coordinates의 weight (왼쪽 막대그래프)가 어떻게 되는지 확인해 보자
- https://www.dropbox.com/s/9axjetrn6f537ov/color_interpolation.txt?dl=0



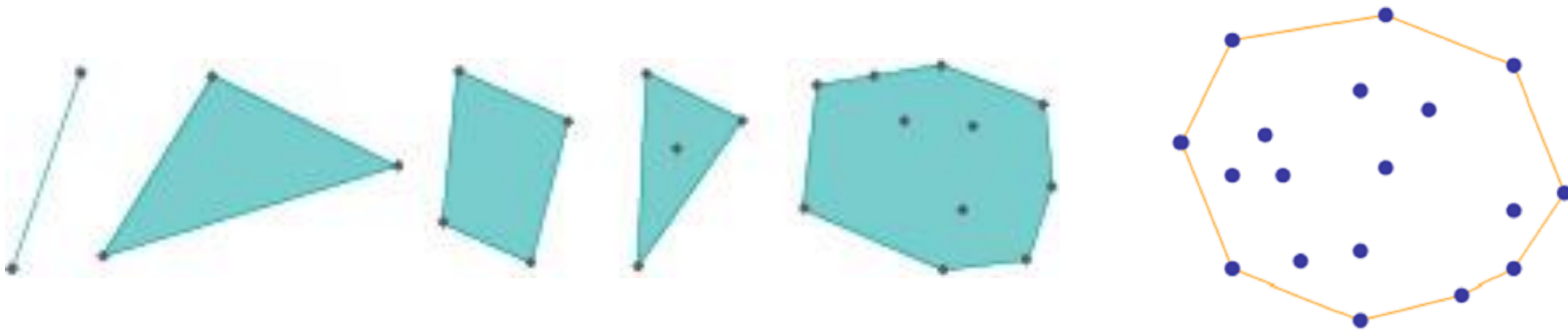
- 삼각형이 아닌 convex polygon도 무게 중심 좌표로 표현 가능하다
- 아래 5각형 내부의 점 P2는 P0, P1, P3, P4, P5의 무게 중심 좌표로 표현 가능하다
- $P2 = C0 \cdot P0 + C1 \cdot P1 + C3 \cdot P3 + C4 \cdot P4 + C5 \cdot P5$,
- 단, $0 \leq C0, C1, C3, C4, C5 \leq 1, C0 + C1 + C3 + C4 + C5 = 1$



이를 2D에서 n개의 점으로 확장할 수도 있다

- 정의: $F=\{P_1, P_2, \dots, P_K\}$ 와 같이 k 개의 점의 집합 이 2차원 공간에 있다고 하자, 어떤 점이 다음과 같이 표현 가능하다면 이 점 V 를 점 P_1, P_2, \dots, P_K 의 **barycentric (convex) combination** 이라 한다
- $V = C_1 * P_1 + C_2 * P_2, \dots + C_K * P_K,$
- 단, $0 \leq C_i \leq 1$ 이고 $C_1 + C_2 + \dots + C_K = 1$

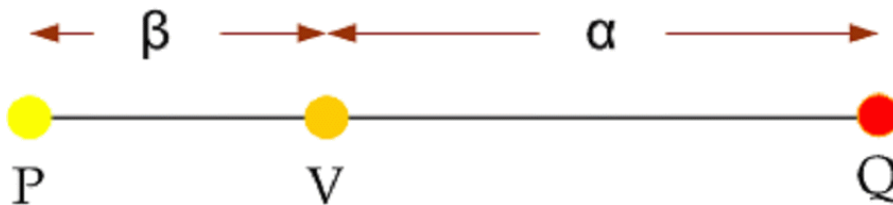
- The smallest convex set containing a set F of points on the plane is called its **convex hull**, denoted $ch(F)$
- It is the smallest convex objects that includes the set of points



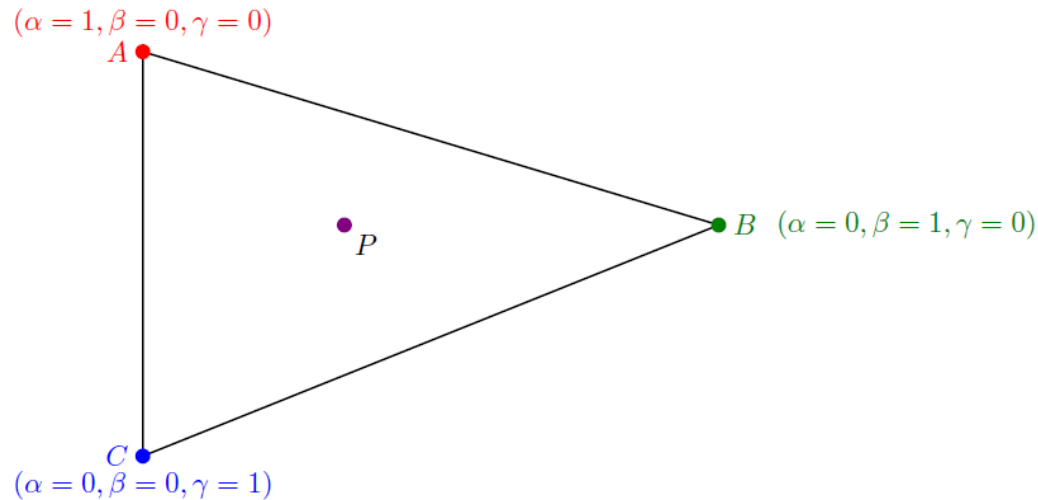
-
- Convex hull OpenGL 예
 - 점 선택: space 키
 - 키보드로 점 움직이면서 convex hull 만듦
 - <https://www.dropbox.com/s/2l7ymthhpbw02ly1/convex%20hull.txt?dl=0>

■ 무게중심 좌표 계산법

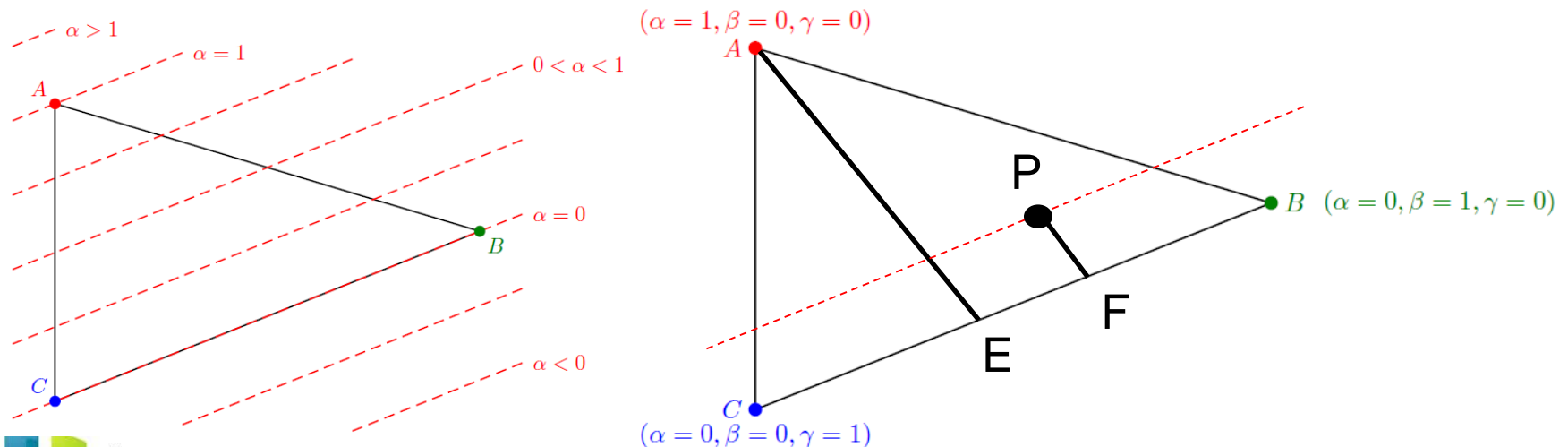
- 선분 PQ 위의 점 V의 무게 중심 좌표
- $V = \alpha P + \beta Q$, 단, $0 \leq \alpha, \beta \leq 1, \alpha + \beta = 1$
- α 는 P의 영향력, β 는 Q의 영향력.
- V가 P에서 멀어질수록 α 는 줄어들어야 함, 그만큼 β 는 늘어나야 한다
- 이를 이용, 가중치 비율을 선분의 길이 비율로 표현 가능
- $\alpha : \beta = |VQ| : |VP|$, 즉, $\alpha = \frac{|VQ|}{|VQ| + |VP|} = \frac{|VQ|}{|PQ|}$, $\beta = \frac{|VP|}{|VQ| + |VP|} = \frac{|VP|}{|PQ|}$



- 선분에서 삼각형으로 확장해 보면
- 삼각형 내의 임의의 점 P
- $P = \alpha A + \beta B + \gamma C$, 단, $\alpha + \beta + \gamma = 1, 0 \leq \alpha, \beta, \gamma \leq 1$

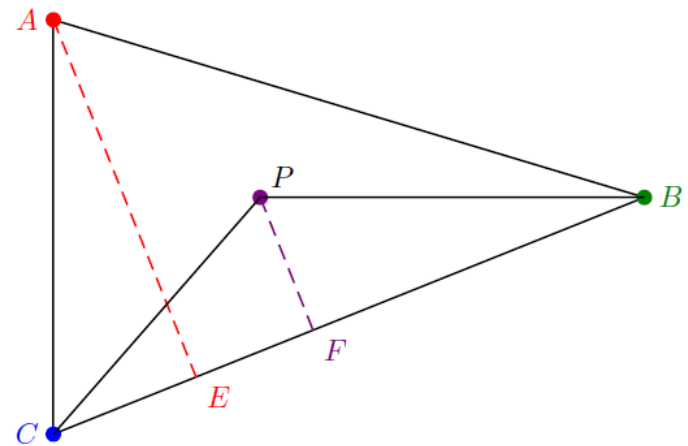


- $P = \alpha A + \beta B + \gamma C$, 단, $\alpha + \beta + \gamma = 1, 0 \leq \alpha, \beta, \gamma \leq 1$
- A에서 멀어질수록 α 값 감소, 선분 BC 위에서는 $\alpha=0$, A에서 $\alpha=1$
- 삼각형 내부의 점 P에 대하여 α 값은 $|AE|$ 와 $|PF|$ 의 길이의 비율, $\alpha = \frac{|PF|}{|AE|}$ 라고 생각할 수 있다
- 만일 P가 선분 BC위에 있다면 $|PF|=0$ 이므로 $\alpha=0$ 이 된다



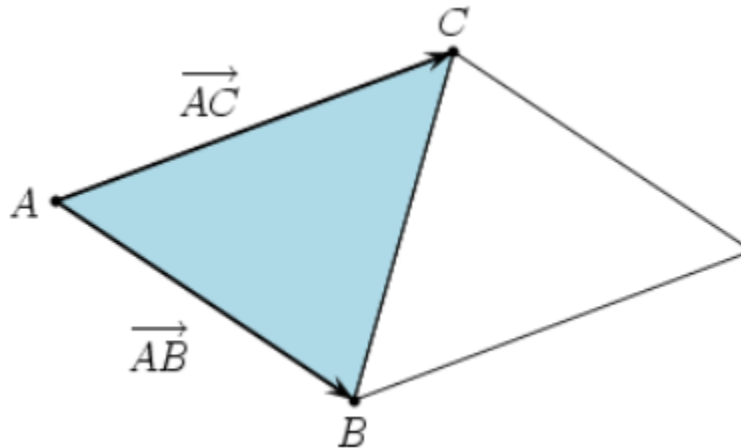
- 즉, $\alpha = \frac{|PF|}{|AE|}$ 의 분모 분자 모두에 $0.5*|BC|$ 곱하면

- $$\alpha = \frac{0.5*|PF|*|BC|}{0.5*|AE|*|BC|} = \frac{\text{삼각형 } PBC \text{의 넓이}}{\text{삼각형 } ABC \text{의 넓이}}$$



- 유사하게, $\beta = \frac{\text{삼각형 } APC \text{의 넓이}}{\text{삼각형 } ABC \text{의 넓이}}, \gamma = \frac{\text{삼각형 } ABP \text{의 넓이}}{\text{삼각형 } ABC \text{의 넓이}}$

- 그렇다면 삼각형의 넓이는 어떻게 구할까? 벡터 외적을 이용하면 된다
- $|\vec{u} \times \vec{v}|$ 는 \vec{u} 와 \vec{v} 에 의해 만들어지는 평행 사변형의 넓이를 의미한다
- 따라서, 삼각형의 넓이는 다음 식으로 구할 수 있다



$$A = \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}|.$$

-
- 예: $A=(0,0,0)$, $B=(3,0,0)$, $C=(1,2,0)$ 으로 이루어지는 삼각형의 넓이를 벡터 외적을 이용하여 구해보자
 - $\overrightarrow{AB} = (3, 0, 0)$, $\overrightarrow{AC} = (1, 2, 0)$
 - $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = (0, 0, 6)$
 - 즉, 삼각형의 넓이 $= 0.5 * |(0, 0, 6)| = 3$

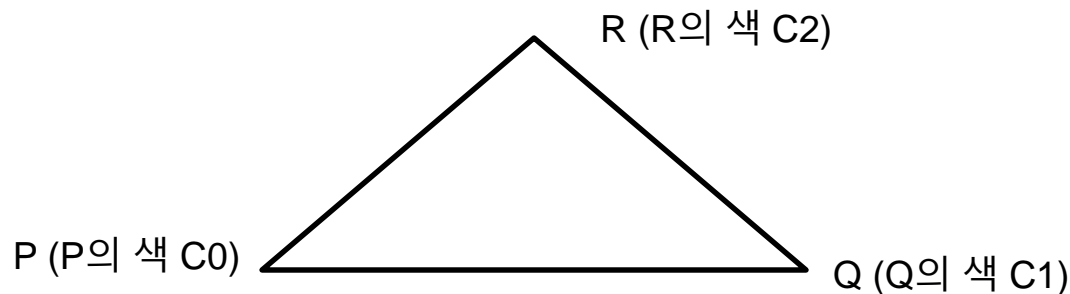
- 예: $A=(0,0,0)$, $B=(3,0,0)$, $C=(1,2,0)$ 으로 이루어지는 삼각형의 내부의 점 $P=(1,1,0)$ 의 barycentric coordinates를 삼각형의 넓이를 이용하여 구해보자

- $\alpha = \frac{\Delta PBC}{\Delta ABC}$

- $\beta = \frac{\Delta APC}{\Delta ABC}$

- $\gamma = \frac{\Delta APB}{\Delta ABC}$

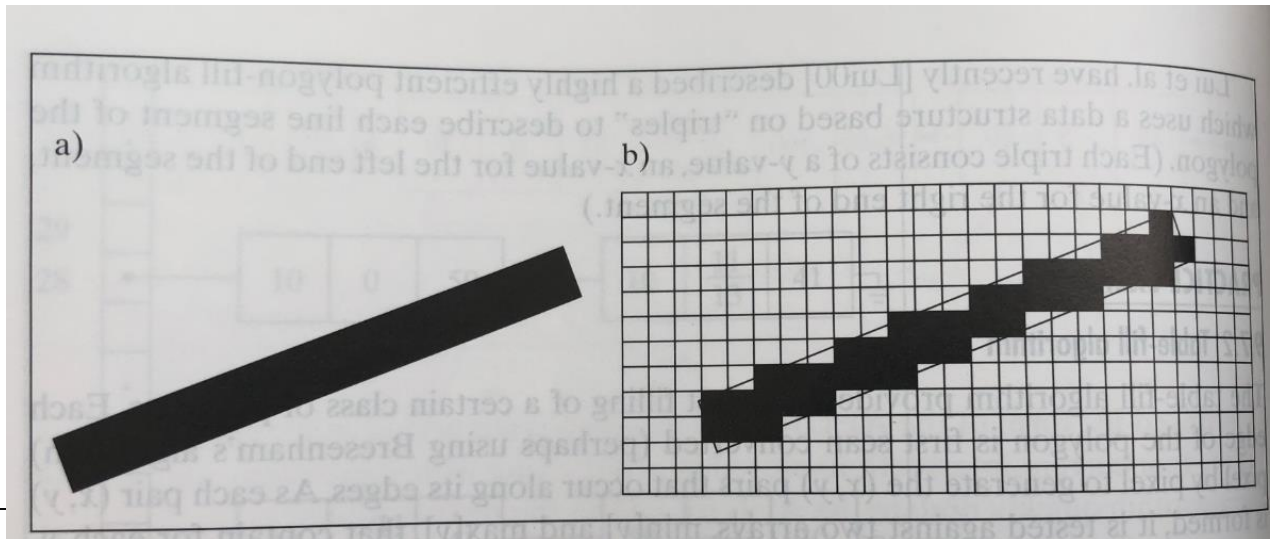
- Triangle rasterization using barycentric coordinates
- $\alpha P + \beta B + \gamma C$, 단, $\alpha + \beta + \gamma = 1, 0 \leq \alpha, \beta, \gamma \leq 1$



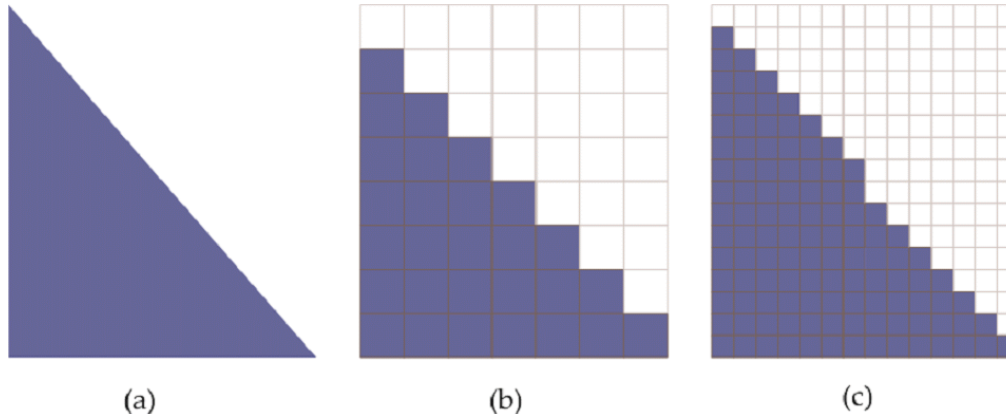
```
for all x do
  for all y do
    compute  $\alpha, \beta, \gamma$  for (x, y)
    if  $\alpha \geq 0$  and  $\beta \geq 0$  and  $\gamma \geq 0$  and  $\alpha + \beta + \gamma = 1$ 
       $c = \alpha c_0 + \beta c_1 + \gamma c_2$ 
      drawpixel(x, y) with color c
```

■ Aliasing

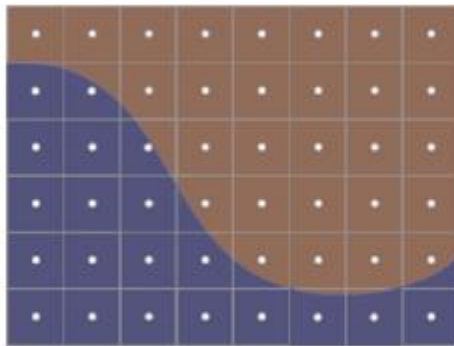
- Aliasing은 rasterization시에 주로 발생한다
- a)와 같은 직사각형을 rasterization시에 b)와 같은 결과가 나왔다고 하자
- 화면의 해상도가 충분하지 않은 b)와 같은 경우 매끄럽지 않고 jaggies (들쭉날쭉함)가 생기는 것을 관찰할 수 있다. 이와 같은 현상을 **aliasing**이라 한다
- 이러한 aliasing 현상은 정사각형 기반의 pixel들을 사용하는 raster display에서는 어쩔 수 없이 생기는 현상이다



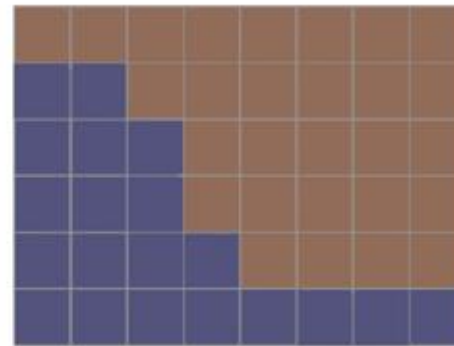
- 이러한 aliasing 현상은 무한 해상도를 지닌 물체를 유한 해상도를 지닌 pixel 면적 단위로 근사화할 때 필연적으로 일어나는 현상으로 under-sampling이라 생각할 수 있다
- 간단한 해결방법은 (b)에서 (c)처럼 화면의 해상도를 높이는 방법이다. 하지만, 화면 해상도가 무한대로 가지 않은 한 Aliasing은 피할 수 없다



- 컴퓨터 그래픽스에서는 **공간적 aliasing**이 문제가 된다 이는 무한히 섬세한 모양을
- 가진 사물을 일정 pixel 단위로 화면에 나타내야 하기 때문에 발생한다
- 즉, 무한 해상도를 가진 사물을 유한 해상도를 가진 화면에 사상 시키는 under-
- sampling이라 생각할 수 있다
- 예를 들어 아래와 같이 pixel의 정중앙 또는 임의의 위치에서, point sampling을 수행한 후에, 그 point의 색을 해당 pixel의 색으로 취하였다고 하자
- (a) Point sampling 전
- (b) Point sampling 후. 세부적인 모습이 표현 안되고 smooth하지 않음. Aliasing 생김



(a)

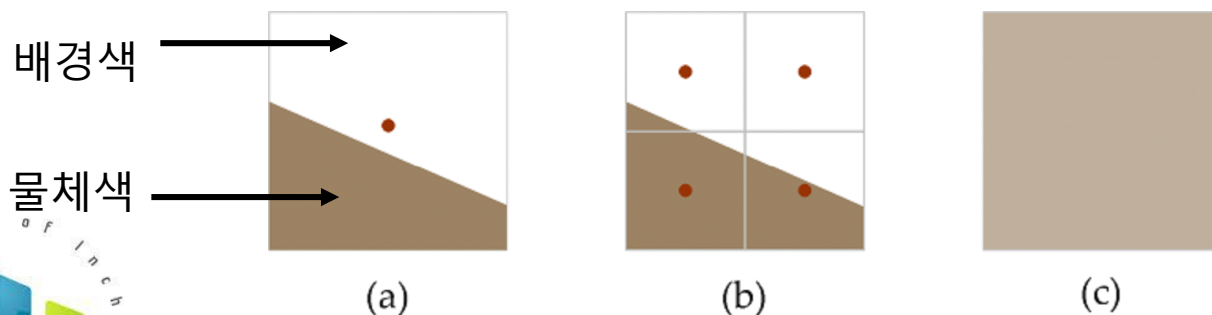


(b)

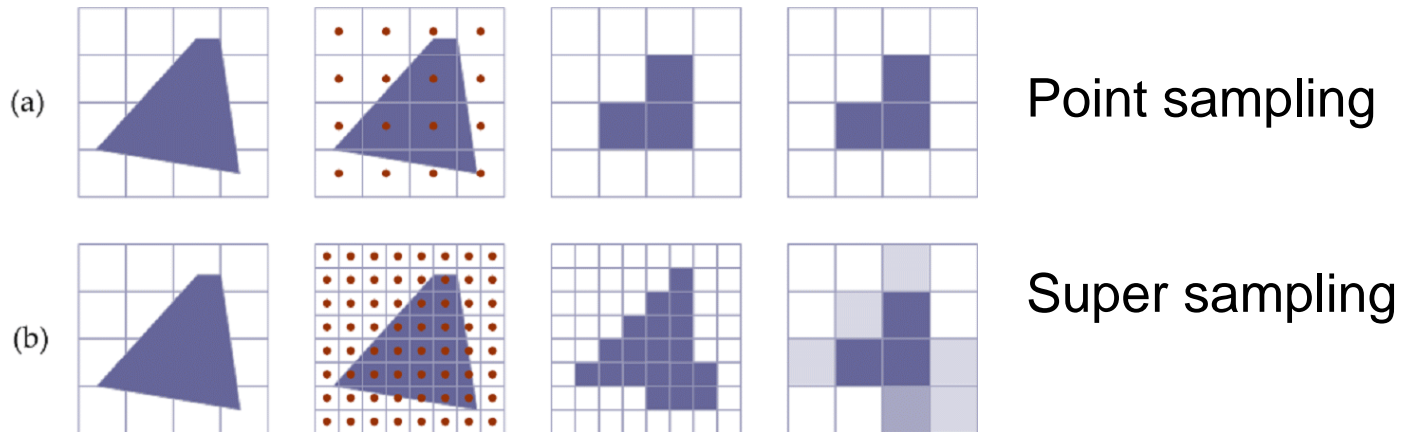
■ Anti-aliasing

-
- Anti-aliasing: Aliasing 문제를 해소하기 위한 기법
 - 가장 쉬운 anti-aliasing 방법: 화면 해상도를 높인다
 - 문제점: pixel 수 증가에 따라 frame buffer의 용량이 커짐
 - 두 가지 anti-aliasing 방법 소개
 - 1. Super sampling
 - 2. Area sampling

- 1. Super sampling (슈퍼 샘플링)
- Pixel을 더 작은 단위로 분할하여 **부분 화소 (subpixel)로 분할하여 화소 밝기를 계산**, 최종적으로 이를 평균하여 하나의 화소 단위로 뿌림
- Post 필터링 이라 부름 (나중에 화소 밝기를 계산)
- 예: 단순 point 샘플링시 : 화소는 어떤 색 ?
- Super 샘플링시 : 화소색 = (물체색 $\times 2/4$ + 배경색 $\times 2/4$)
- 장점: 물체 색을 좀 더 충실히 반영 , 단점: 계산 시간의 증가



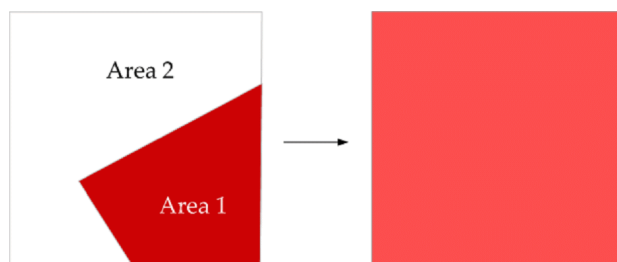
- 예: point 샘플링과 2x2 super 샘플링 비교
- 경계 부분에 물체색과 배경색의 중간 밝기를 지닌 화소가 생긴다



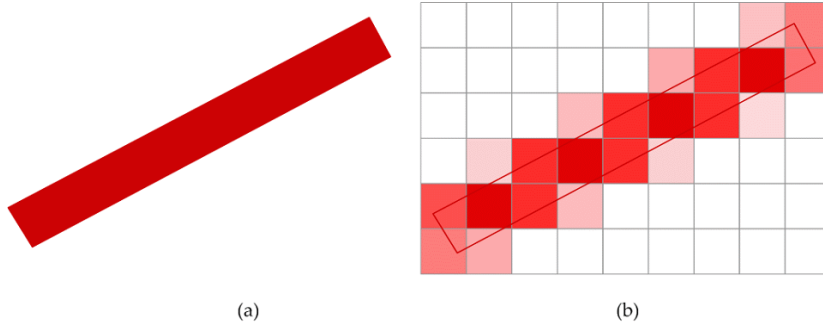
- 계단 모양의 외곽선이 Super 샘플링 후에 많이 완화되어 보인다



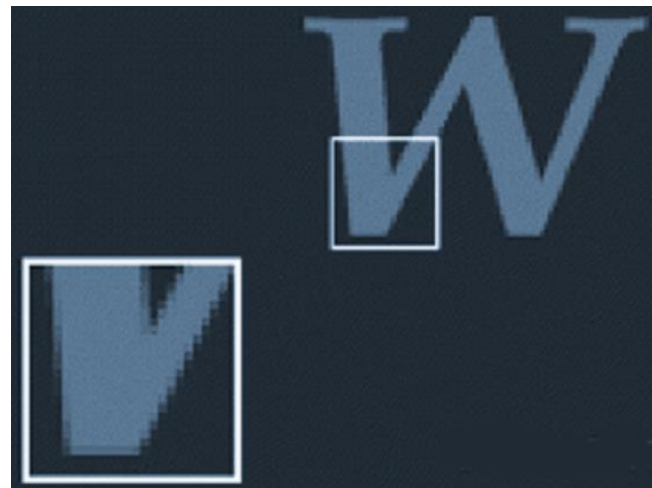
- 2. Area sampling (영역 샘플링)
- Pixel 밝기를 면적에 비례하게 하는 방법
- 어떤 선이나 면이 pixel을 통과할 때 걸치는 면적에 비례하여 pixel의 색이 결정된다
- 물체 면적이 화소의 몇 퍼센트를 점유하는 지를 미리 계산한다는 의미에서 사전 필터링 (pre-filtering)이라 부른다
- 예: Pixel 색 = (백색 × Area2 + 적색 × Area1)/(Area2 + Area1)



■ 영역 샘플링 예



■ (Left) Point 샘플링 (Right) Area 샘플링



■ OpenGL에서의 anti-aliasing

- Points, lines, polygons에 대해서 각각 anti-aliasing 적용 가능

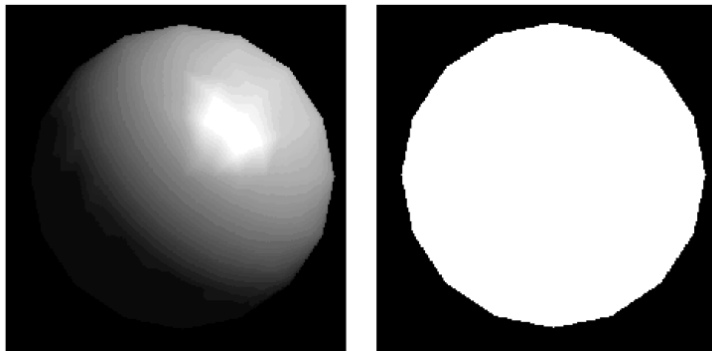
```
glEnable(GL_POINT_SMOOTH) ;  
glEnable(GL_LINE_SMOOTH) ;  
glEnable(GL_POLYGON_SMOOTH) ;
```

- glHint(); 함수
- OpenGL에 힌트를 전달 G_LICEST라면 가장 질이 좋은 anti-aliasing 사용하라는 의미
- Anti-aliasing 시에 색을 혼합하기 위하여 blending 사용
- glEnable(GL_BLEND)

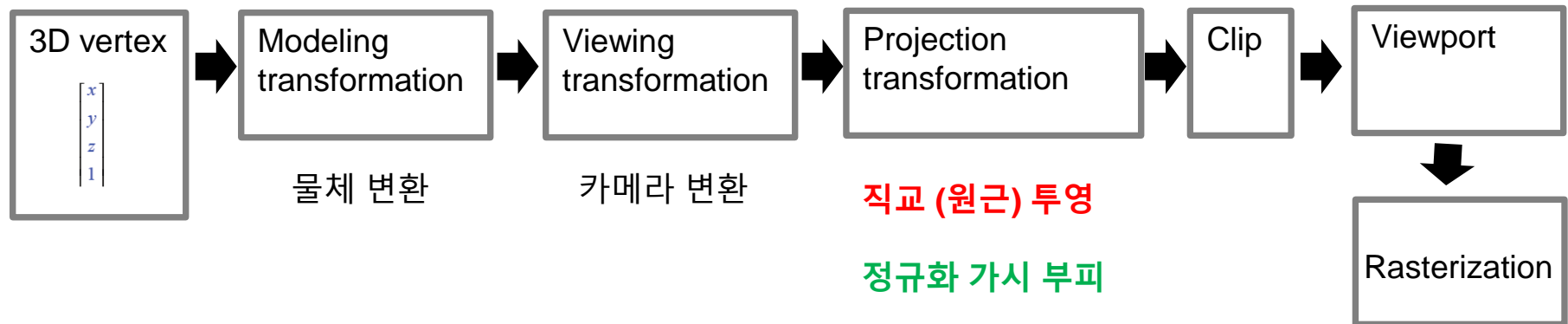
-
- 예:
 - <https://www.dropbox.com/s/38fkvq9fk5twts/antialiasing.txt?dl=0>
 - Space key: anti-aliasing on-off
 - Arrow key: 회전
 - Page up/down key: line 두께 조절

■ 조명 (lighting)

- **조명 (lighting):** 물체 정점의 색을 부여하는 작업
- 광원 (빛이 나오는 곳)과 물체 특성을 감안하여 정점 (vertex)에서의 빛 세기를 계산하는 작업
- **음영 (shading):** 이렇게 부여된 정점 색을 기준으로 해당 물체 면의 내부에 색을 칠하는 작업
- (left) 조명과 음영 처리 후 3차원 구로 보임
- (right) 조명과 음영 처리가 없으면 2차원의 구로 보임



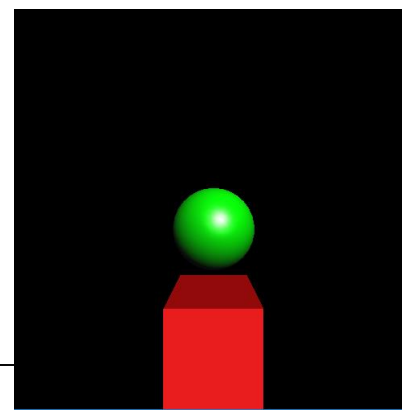
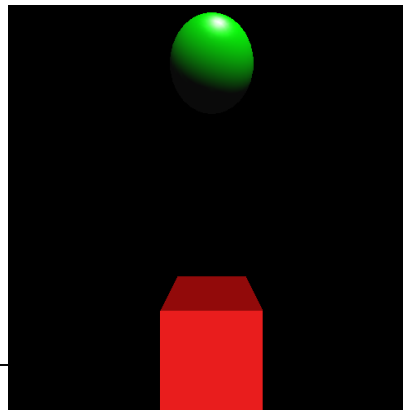
- Graphics pipeline
- Lighting은 대부분의 그래픽스 pipeline에서 modeling transformation 후 projection transformation 전에 적용된다



- 조명과 음영 효과를 준 애니메이션 예

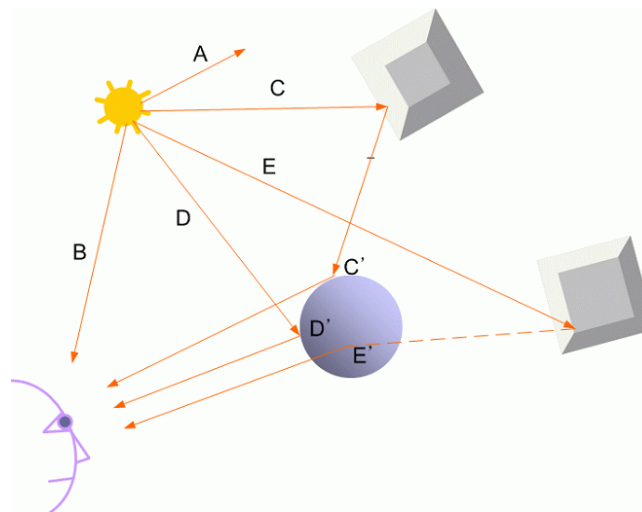


https://www.dropbox.com/s/qsmuxv1kj7rcsjk/ball_bounce_light_animation.txt?dl=0



-
- **광원: 빛이 나오는 곳 (예: 태양, 전구)**
 - **광원 (light source)에서 출발한 빛은 물체 면에서 일부 흡수되고, 나머지는 반사된다**
 - **어떤 물체가 보인다는 것은 물체에서 반사된 빛이 우리 눈에 들어온다는 것을 의미 한다**

- 다른 물체에 반사되지 않는 경우
- 광원으로 A방향으로 진행하는 빛 : 고려할 필요 없음
- 광원으로 B방향으로 진행하는 빛: 광원 자체를 볼 수 있음
- D방향으로 진행하는 빛: 물체면 D'에 부딪쳐서 우리눈에 옴
- 다른 물체에 반사되어 입사되는 빛도 있는 경우: C', E'



- **Global illumination model (전역 조명 모델)**

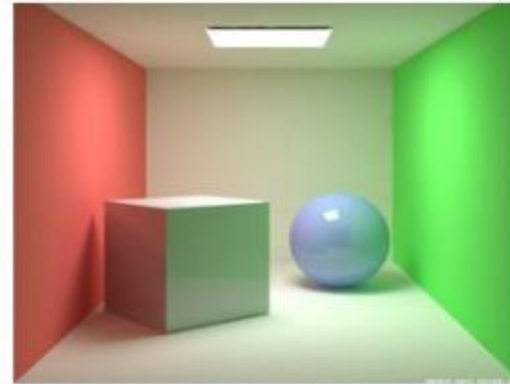
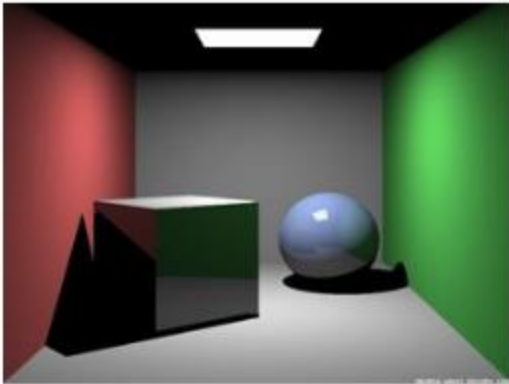
- 다른 물체에서 반사되어 입사되는 빛까지 고려한다
- 물체 상호간의 반사까지 고려한 모델
- Ray tracing

- **Local (direct) illumination model (지역 조명 모델)**

- 다른 물체에서 반사된 빛은 일체 고려하지 않는다
- 광원으로부터 직접 물체에 부딪쳐 눈에 들어오는 빛 만 고려 한다
- 앞에서 C'의 색을 결정할 때에 광원으로부터 직접 C'로 입사된 빛만 고려 한다

OpenGL에서 주로 사용 (처리 속도가 빠르다)

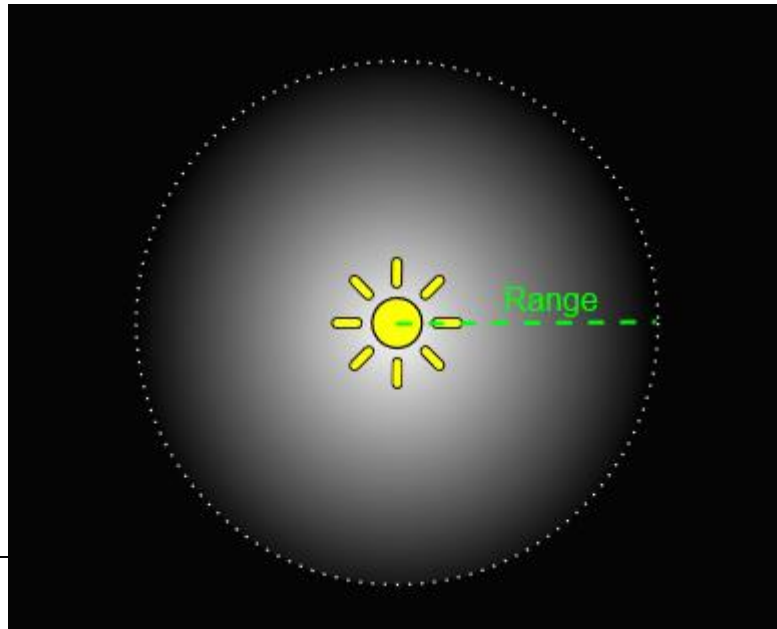
- Left (local illumination), right (global illumination)



-
- **Types of light source (광원의 종류)**
 - **<https://docs.unity3d.com/kr/current/Manual/Lighting.html>**

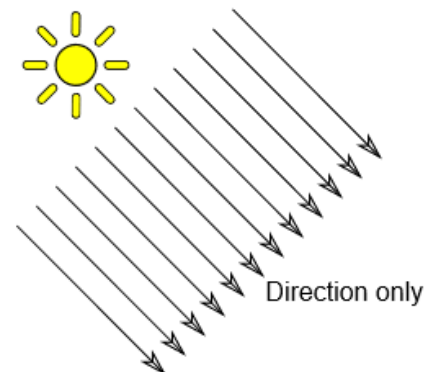
■ 1. Point light (점광원)

- A Point Light is located at a point (빛이 한 점에서 나옴) in space and sends light out in all directions equally.
- The intensity diminishes with distance from the light, reaching zero at a specified range.
- 방향, 위치 중에 위치를 중시. 방향은 방사형으로 빛이 뻗어 나감

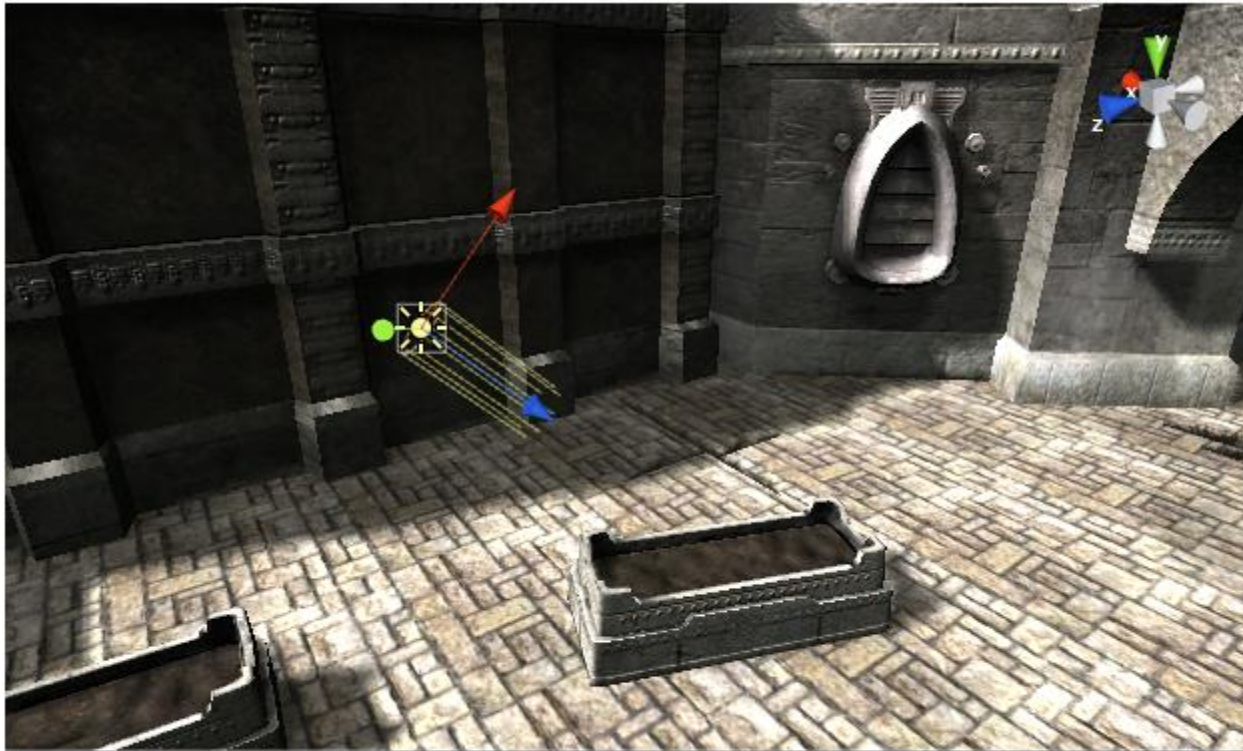


■ 2. Directional light (방향성 광원)

- A Directional Light does not have any identifiable source position and so the light object can generally be placed anywhere in the scene (광원 위치가 아니라 방향만 중시함)
- 광원이 무한대 거리에 위치 (태양)
- All objects in the scene are illuminated as if the light is always from the same direction.
- The distance of the light from the target object is not defined and so the light does not diminish.

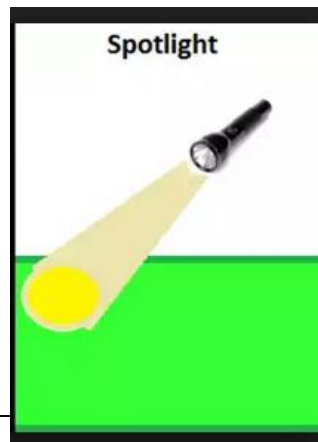


■ Directional light



Effect of a Directional Light in the scene

- 3. Spot light (스포트라이트)
- Like a point light, a Spot Light has a specified location and range over which the light falls off.
- However, the spot light is constrained to a angle, resulting in a cone-shaped region of illumination
- E.g.) artificial light (손전등, 차헤드라이트, 무대 조명)



■ Spot light

