<u>Лабораторная работа № 1</u>

Описание модели.

Полнодоступная двухсервисная модель Эрланга
с одинаковыми интенсивностями обслуживания

Исследуется сота сети связи емкостью C. Пусть пользователям сети предоставляются услуги двух типов. Запросы в виде двух пуассоновский потоков (ПП) с интенсивностями λ_1, λ_2 поступают в соту. Среднее время обслуживания запросов на предоставление услуг каждого типа μ_1^{-1}, μ_2^{-1} соответственно. Исследуются основные характеристики модели для случая $\mu_1 = \mu_2 = \mu$.

В классификации Башарина-Кендалла $\underset{\lambda_1,\lambda_2}{MM} \mid \underset{\mu_1,\mu_2}{MM} \mid C \mid 0$.

Таблица 1.1. Основные обозначения.

C	–	пиковая пропускная способность соты;
λ_1, λ_2	–	интенсивность поступления запросов на предоставление услуги 1, 2-го типа [запросов/ед.вр.];
μ^{-1}	–	среднее время обслуживания запроса на предоставление услуги 1, 2-го типа [запросов/ед.вр.];
ρ_1, ρ_2	–	интенсивность предложенной нагрузки, создаваемой запросами на предоставление услуги 1, 2-го типа;
$X(t)$	–	число запросов, обслуживаемых в системе в момент времени t, $t \ge 0$ (случайный процесс (СП), описывающий функционирование системы в момент времени t, $t \ge 0$);
$\boldsymbol{X}$	–	пространство состояний системы;
n	–	число обслуживаемых в системе запросов;
$\boldsymbol{B}_1, \boldsymbol{B}_2$	–	множество блокировок запросов на предоставление услуги 1, 2-го типа;
$\boldsymbol{S}_1, \boldsymbol{S}_2$	–	множество приема запросов на предоставление услуги 1, 2-го типа.

Схема модели (рис. 1.1):

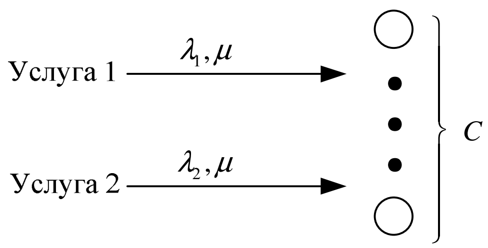

Рис. 1.1. Схема полнодоступной двухсервисной модели Эрланга
с одинаковыми интенсивностями обслуживания

Пространство состояний системы (рис. 1.2):

$$\boldsymbol{X} = \{0, ..., C\}, \ |\boldsymbol{X}| = C + 1. \tag{1.1}$$

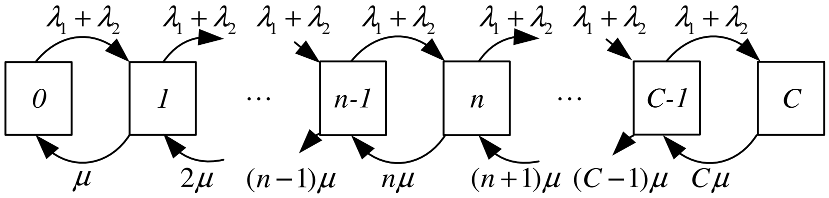

Рис. 1.2. Диаграмма интенсивностей переходов
для полнодоступной двухсервисной модели Эрланга
с одинаковыми интенсивностями обслуживания

Множество блокировок запросов на предоставление услуги i-типа, $i=1,2$:

$$\boldsymbol{B}_1=\boldsymbol{B}_2=\{C\}. \tag{1.2}$$

Множество приема запросов на предоставление услуги i-типа, $i=1,2$:

$$\boldsymbol{S}_i=\overline{\boldsymbol{B}_i}=\boldsymbol{X}\setminus\boldsymbol{B}_i=\{0,\ldots,C-1\}. \tag{1.3}$$

Система уравнений глобального баланса (СУГБ):

$$\begin{cases}(\lambda_1+\lambda_2)\,p_0=\mu p_1,\\ (\lambda_1+\lambda_2+n\mu)\,p_n=(\lambda_1+\lambda_2)\,p_{n-1}+(n+1)\mu p_{n+1},\ n=\overline{1,C-1},\\ C\mu p_C=(\lambda_1+\lambda_2)\,p_{C-1}.\end{cases} \tag{1.4}$$

Система уравнений локального баланса (СУЛБ):

$$(\lambda_1+\lambda_2)\,p_{n-1}=n\mu p_n,\quad n=\overline{1,C}. \tag{1.5}$$

Стационарное распределение вероятностей состояний системы:

$$p_n=\left(\sum_{i=0}^{C}\frac{(\rho_1+\rho_2)^i}{i!}\right)^{-1}\cdot\frac{(\rho_1+\rho_2)^n}{n!},\ n=\overline{0,C}. \tag{1.6}$$

Доказательство:

Используя СУЛБ, найдем стационарное распределение вероятностей состояний системы p_n, $n=\overline{1,C}$:

$$p_n=p_{n-1}\frac{\lambda_1+\lambda_2}{n\mu}=p_{n-1}\frac{\rho_1+\rho_2}{n}=\ldots=p_0\frac{(\rho_1+\rho_2)^n}{n!},\ n=\overline{1,C}.$$

Для нахождения вероятности p_0 воспользуемся условием нормировки $\sum_{n=0}^{C}p_n=1$:

$$p_0=\left(\sum_{n=0}^{C}\frac{(\rho_1+\rho_2)^n}{n!}\right)^{-1}.$$

Основные вероятностные характеристики (ВХ) модели:

- Вероятность блокировки по времени E_i запроса на предоставление услуги i-типа, $i=1,2$
$$E_1=E_2=E=\sum_{n\in\boldsymbol{B}_i}p_n=p_C; \tag{1.7}$$
- Вероятность блокировки по вызовам B_i запроса на предоставление услуги i-типа, $i=1,2$

$$B_i = \frac{\lambda_i}{\lambda_1 + \lambda_2} E, \tag{1.8}$$

где $\frac{\lambda_i}{\lambda_1 + \lambda_2}$ – вероятность того, что поступит запрос на предоставление услуги i-типа;

- Вероятность блокировки по нагрузке C_i запроса на предоставление услуги i-типа, $i = 1,\ 2$:

$$C_1 = C_2 = E\ ; \tag{1.9}$$

- Среднее число $\bar{N}$ обслуживаемых в системе запросов:

$$\bar{N} = \sum_{n \in X} n p_n\ . \tag{1.10}$$

<u>Задание.</u>

1. Описать пошагово алгоритм расчета вероятностных характеристик модели (вероятности блокировки запроса каждого типа, среднего числа запросов в системе).
2. Составить программу, реализующую расчет распределения вероятностей, вероятности блокировки, среднего числа обслуживаемых запросов для любых значений исходных данных. Программа должна выводить на экран:
    - значение распределения вероятностей,
    - значения вероятностей блокировки,
    - значение среднего числа заявок.
3. Построить график зависимости вероятности блокировки от интенсивности поступления запросов на обслуживание.
4. Построить график зависимости среднего числа обслуживаемых запросов от интенсивности поступления запросов на предоставление услуги.