Лабораторная работа № 2

Описание модели.

Неполнодоступная двухсервисная модель Эрланга с одинаковыми интенсивностями обслуживания и зарезервированной емкостью

Рассмотрим звено сети емкостью C. Пусть пользователям сети предоставляются услуги двух типов. Запросы на предоставление услуг представляют собой ПП с интенсивностями λ_1, λ_2. Среднее время обслуживания запросов каждого типа μ_1^{-1}, μ_2^{-1} соответственно. Рассмотрим случай $\mu_1 = \mu_2 = \mu$.

Часть пропускной способности соты зарезервирована для обслуживания запросов на предоставление услуги 1-го или 2-го типа. Оставшаяся часть пропускной способности является полнодоступной для запросов на предоставление услуг обоих типов. Предположим, что сначала заполняется полнодоступная емкость.

В классификации Башарина-Кендалла $\underset{\lambda_1\lambda_2}{MM} \mid \underset{\mu_1\mu_2}{MM} \mid C, g \mid 0$.

Таблица 2.1. Основные обозначения.

C	–	пиковая пропускная способность соты;
g	–	полнодоступная часть пропускной способности соты;
$C-g$	–	пропускная способность, зарезервированная для обслуживания запросов на предоставление услуги 1-го или 2-го типа;
λ_1, λ_2	–	интенсивность поступления запросов на предоставление услуги 1, 2-го типа [запросов/ед.вр];
μ^{-1}	–	среднее время обслуживания запроса на предоставление услуги 1, 2-го типа [1/ед.вр];
ρ_1, ρ_2	–	интенсивность предложенной нагрузки, создаваемой запросами на предоставление услуги 1, 2-го типа;
$X(t)$	–	число запросов, обслуживаемых в системе в момент времени t, $t \ge 0$ (СП, описывающий функционирование системы в момент времени t, $t \ge 0$);
$\mathscr{X}$	–	пространство состояний системы;
n	–	число обслуживаемых в системе запросов;
$\mathscr{B}_1, \mathscr{B}_2$	–	множество блокировок запросов на предоставление услуги 1, 2-го типа;
$\mathscr{S}_1, \mathscr{S}_2$	–	множество приема запросов на предоставление услуги 1, 2-го типа.

Пусть часть пропускной способности соты $C-g$ зарезервирована для обслуживания запросов на предоставление услуги 1-го типа.

Схема модели (рис. 1.3):

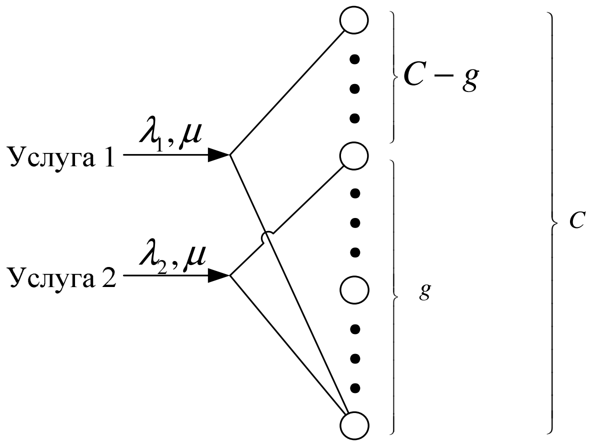

Рис. 1.3. Схема неполнодоступной двухсервисной модели Эрланга с одинаковыми интенсивностями обслуживания и зарезервированной емкостью

Пространство состояний системы (рис. 1.4):

$$\mathscr{X}=\{0,...,C\},\ |\mathscr{X}|=C+1\ . \qquad (2.1)$$

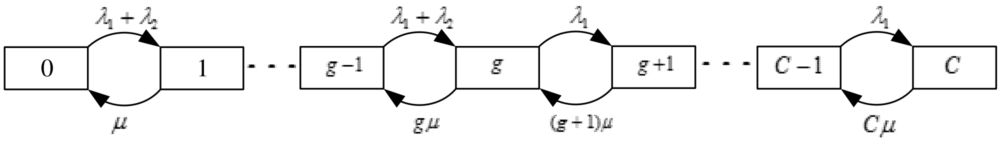

Рис. 1.4. Диаграмма интенсивностей переходов
для неполнодоступной двухсервисной модели Эрланга
с одинаковыми интенсивностями обслуживания и зарезервированной емкостью

Множество блокировок запросов на предоставление услуги i-типа, $i=1,2$:

$$\mathscr{B}_1=\{C\}, \qquad (2.2)$$

$$\mathscr{B}_2=\{g,g+1,\cdots C\}. \qquad (2.3)$$

Множество приема запросов на предоставление услуги i-типа, $i=1,2$:

$$\mathscr{S}_1=\overline{\mathscr{B}_1}=\mathscr{X}\setminus\mathscr{B}_1=\{0,\ldots,C-1\}, \qquad (2.4)$$

$$\mathscr{S}_2=\overline{\mathscr{B}_2}=\mathscr{X}\setminus\mathscr{B}_2=\{0,\ldots,C_2-1\}. \qquad (2.5)$$

СУГБ:

$$\begin{cases}(\lambda_1+\lambda_2)\,p_0=\mu p_1,\\ (\lambda_1+\lambda_2+n\mu)\,p_n=(\lambda_1+\lambda_2)\,p_{n-1}+(n+1)\mu p_{n+1},\ n=\overline{1,g-1},\\ (\lambda_1+g\mu)\,p_g=(\lambda_1+\lambda_2)\,p_{g-1}+(g+1)\mu p_{g+1},\\ (\lambda_1+n\mu)\,p_n=\lambda_1 p_{n-1}+(n+1)\mu p_{n+1}, \qquad n=\overline{g+1,C-1},\\ C\mu p_C=\lambda_1 p_{C-1}.\end{cases} \qquad (2.6)$$

СУЛБ:

$$\begin{cases}(\lambda_1+\lambda_2)\,p_{n-1}=n\mu p_n,\ n=\overline{1,g},\\ \lambda_1 p_{n-1}=n\mu p_n,\ n=\overline{g+1,C}.\end{cases} \qquad (2.7)$$

Обозначим $\rho_1=\dfrac{\lambda_1}{\mu},\ \rho_2=\dfrac{\lambda_2}{\mu}.$

Стационарное распределение вероятностей состояний системы:

$$p_n=\begin{cases}p_0\cdot\dfrac{(\rho_1+\rho_2)^n}{n!},\ n=\overline{1,g},\\ p_0\cdot\dfrac{(\rho_1+\rho_2)^g\cdot(\rho_1)^{n-g}}{n!},\ n=\overline{g+1,C},\end{cases} \qquad (2.8)$$

где

$$p_0 = \left(\sum_{n=1}^{g} \frac{(\rho_1 + \rho_2)^n}{n!} + \sum_{n=g+1}^{C} \frac{(\rho_1 + \rho_2)^g \cdot (\rho_1)^{n-g}}{n!} \right)^{-1} . \tag{2.9}$$

Основные вероятностные характеристики модели:

- Вероятность блокировки по времени E_1 запроса на предоставление услуги 1-го типа

$$E_1 = \sum_{n \in \mathcal{B}_1} p_n = p_C ; \tag{2.10}$$

- Вероятность блокировки по времени E_2 запроса на предоставление услуги 2-го типа

$$E_2 = \sum_{n \in \mathcal{B}_2} p_n = p_g + p_{g+1} + \cdots + p_C = \sum_{n=g}^{C} p_n ; \tag{2.11}$$

- Среднее число $\bar{N}$ обслуживаемых в системе запросов

$$\bar{N} = \sum_{n \in \mathcal{X}} n p_n . \tag{2.12}$$

<u>Задание.</u>

1. Описать пошагово алгоритм расчета вероятностных характеристик модели (вероятности блокировки запроса каждого типа, среднего числа запросов в системе).
2. Составить программу, реализующую расчет распределения вероятностей, вероятности блокировки, среднего числа обслуживаемых запросов для любых значений исходных данных. Программа должна выводить на экран:
   - значение распределения вероятностей,
   - значения вероятностей блокировки,
   - значение среднего числа заявок.
3. Построить график зависимости вероятности блокировки от интенсивности предложенной нагрузки, создаваемой запросами первого типа.
4. Построить график зависимости среднего числа обслуживаемых запросов от интенсивности поступления запросов на предоставление услуги.