



بسمه تعالی

دانشگاه صنعتی شریف - دانشکده مهندسی برق

پردازش سیگنال های دیجیتال

دکتر کرباسی

تمرین کامپیوتری سری سوم

تاریخ تحویل: ۱۴۰۰/۰۲/۱۷

### گزارش کار و فایل اصلی کد:

فایل نهایی بایستی شامل گزارش کار به فرمت pdf و فایل های کد باشد و با فرمت zip یا rar و با عنوان HW3\_StudentID (برای مثال : HW3\_97123456) در سامانه CW آپلود شود. گزارش کار بایستی شامل **تمامی** قسمت های خواسته شده در سوالات ، نتایج و نمودارها (همراه با عناوین مشخص) باشد. این تمرین متشکل از تعدادی سوال **پایتون** و **متلب** است.

### معیار نمره دهی:

- ساختار گزارش، پاسخ به سوالهای تئوری و توضیحات خواسته شده: 40%
- کد، **گزارش خروجی کد** برای خواسته های مسائل و کامنت گذاری مناسب: 60%

### نکات تکمیلی:

- از آوردن متن کد در گزارش بپرهیزید و فایل گزارش را به صورت pdf ارسال کنید.
- نیاز به ارسال مجدد سوالات به همراه پاسخ ها نیست! فایل های خود را با نام گذاری مناسب ارسال کنید.
- برای سوالات پایتون ترجیحا از jupyter notebook استفاده کنید. در غیر این صورت سوالات مختلف را در فایل های py. گوناگون قرار دهید. کامنت گذاری مناسب فراموش نشود.
- هر گونه مشابهت در کد یا گزارش بین پاسخ های دانشجویان یا با منابع موجود در اینترنت، موجب کسب **نمره صفر** از این تمرین می گردد.
- تفاوت خروجی موجود در گزارش با خروجی دریافتی از کد و یا عدم اجرای صحیح کد ارسال شده، موجب کسب **نمره صفر** از این تمرین می گردد.
- در صورت یک هفته تاخیر در ارسال تمرین نمره شما از ۱۰ محاسبه می گردد و پس از آن نمره ای تعلق نمیگیرد.

راهنمایی: پیش از آغاز تمرین با دستور **residuez** در متلب آشنا شوید.

### سوال ۱ - تمام گذر و مینیمم فاز (پایتون)

فیلتر IIR زیر را در نظر بگیرید:

$$H(z) = \frac{1 + 1.75z^{-2} - 0.5z^{-4}}{1 + 0.4096z^{-4}}$$

الف) برنامه‌ای بنویسید که ضرایب سیستم تمام‌گذر<sup>۱</sup> و مینیمم فاز<sup>۲</sup> فیلتر بالا را محاسبه کند.

این ضرایب را به ترتیب  $A_{all}(f)$  و  $A_{min}(f)$  می‌نامیم. همچنین ضرایب  $H(z)$  را  $A(f)$  می‌گوییم.

ب) نمودارهای اندازه و فاز  $A(f)$ ،  $A_{all}(f)$  و  $A_{min}(f)$  را در رسم کنید.

ج) نمودار صفر و قطب  $H(f)$ ،  $H_{all}(f)$  و  $H_{min}(f)$  را رسم کنید.

### سوال ۲ - (متلب)

الف) فیلتر زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} &16y(n) + 12y(n-1) + 2y(n-2) - 4y(n-3) - y(n-4) \\ &= x(n) - 3x(n-1) + 11x(n-2) - 27x(n-3) + 18x(n-4) \end{aligned}$$

تابعی بنویسید که ضرایب فیلتر بالا را در ورودی دریافت کرده و آن را به فرم **parallel** تبدیل کند.

ب) برای صحت‌سنجی کد نوشته شده به کمک دستورات موجود در متلب ۸ نمونه‌ی اول  $h(n)$  را برای فرم مطرح شده در صورت سوال و ضرایب به دست آمده در بخش الف محاسبه و مقایسه کنید.

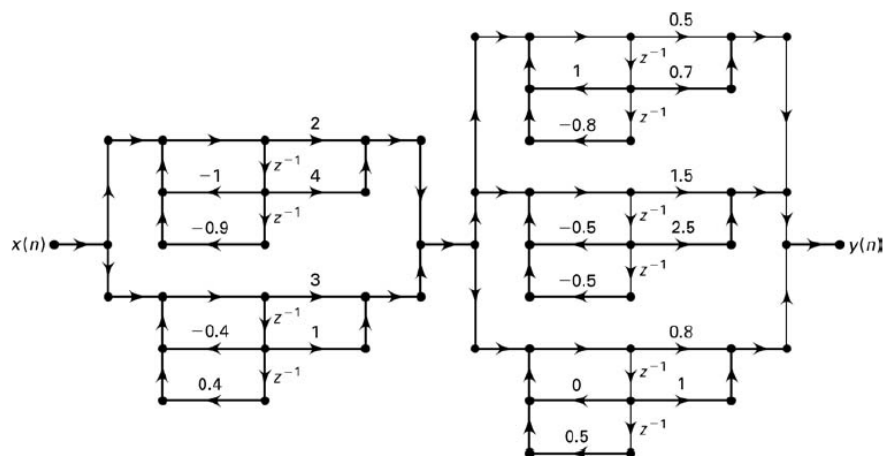
---

<sup>1</sup> All Pass

<sup>2</sup> Minimum Phase

### سوال ۳ - تبدیل دیاگرام به ضرایب در سه فرم (متلب)

ضرایب فیلتری با ساختار زیر را در سه حالت روش مستقیم، cascade و parallel به دست آورید.



**راهنمایی:** یک روش مناسب برای حل این سوال نوشتن توابعی برای تبدیل فرم parallel به روش مستقیم و تبدیل روش مستقیم به cascade و parallel است. در این سوال می‌توانید از تابع نوشته شده در سوال ۲ نیز استفاده کنید. همچنین هر گونه تبدیل ضرایب از فرمی به فرم دیگر را در یک تابع جداگانه قرار داده و در گزارش توضیح دهید.

### سوال ۴ - فیلتر FIR در حالت cascade (متلب)

فیلتر FIR زیر را در نظر بگیرید:

$$H(z) = 1 + \frac{257}{16}z^{-4} + z^{-8}$$

الف) ضرایب این فیلتر را در حالت cascade به دست آورده و دیاگرام آن را رسم کنید. (رسم نمودار را به صورت دستی انجام دهید).

ب) ضرایب و دیاگرام فیلتر بخش قبل را در حالتی به دست آورید که مطلوب ما ساختار cascade با بخش‌های با فاز خطی<sup>۳</sup> و ضرایب حقیقی است.

**راهنمایی:** از دستور poly استفاده کنید.

### سوال ۵ - پیاده‌سازی فیلتر (متلب)

می‌خواهیم یک فیلتر را پیاده‌سازی کنیم. بنابراین لازم است تا ضرایب آن به دلیل محدودیت‌های موجود برای طول فیلتر کوانتیزه شود. ضرایب یک فیلتر FIR نیم‌بند<sup>۴</sup> با فاز خطی و از درجه‌ی  $M=30$  با استفاده از کد زیر به دست می‌آید:

```
f = [0 0.4 0.6 1];
m = [1 1 0 0];
b = firpm(M, f, m);
```

حال می‌خواهیم اثر کوانتیزه کردن ضرایب را در روش مستقیم محاسبه کنیم:

الف) پاسخ فرکانسی و هم‌چنین تابع حقیقی  $H_0(z)$  را در ۵۱۲ نقطه به دست آورید، اگر داشته باشیم:

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{l=0}^M b_l e^{-j\omega l}, H_0(e^{j\omega}) = e^{\frac{j\omega M}{2}} H(e^{j\omega})$$

ب) به کمک دستورهای num2fixpt و fixdt ضرایب فیلتر را به نزدیک‌ترین عدد قابل قبول گرد کنید، اگر طول اعداد محدود شده‌ی علامتدار و با اعشار ثابت برابر ۱۳ باشد که بخش کسری تنها ۱۰ بیت را شامل می‌شود.

```
bp = num2fixpt(b, fixdt(, ), [], 'nearest');
```

حال پاسخ فرکانسی تابع زیر را محاسبه کنید:

$$[H(e^{j\omega})]_Q = \sum_{l=0}^M [b_l]_Q e^{-j\omega l}, [H_0(e^{j\omega})]_Q = e^{\frac{j\omega M}{2}} [H(e^{j\omega})]_Q$$

<sup>3</sup> Linear Phase

<sup>4</sup> Halfband

تأثیر عمل کوانتیزاسیون را با رسم نمودار اندازه‌ی  $H(e^{j\omega})$  پیش و پس از این عمل بر روی یک نمودار بر حسب dB بررسی کنید.

ج) انحراف فیلتر از مقدار اصلی را با فرمول زیر محاسبه کنید:

$$D_0(e^{j\omega}) = [H_0(e^{j\omega})]_Q - H_0(e^{j\omega})$$

حال خطای کوانتیزاسیون را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\Delta b_l = [b_l]_Q - b_l$$

نشان دهید:

$$D_0(e^{j\omega}) = e^{\frac{j\omega M}{2}} \sum_{l=0}^M \Delta b_l e^{-j\omega l}$$

اثبات خود را با استفاده از فیلتر داده شده در متلب صحت‌سنجی کنید.

د) آیا کوانتیزه کردن ضرایب، ویژگی خطی بودن فاز را از بین می‌برد؟ توضیح دهید.

ه) ویژگی نیم‌بند بودن فیلتر که پیش‌تر به آن اشاره شد به این معنی است:

اگر  $H_0(e^{j\omega})$  پاسخ فرکانسی حقیقی فیلتر پایین‌گذر باشد،  $H_1(e^{j\omega}) = 1 - H_0(e^{j\omega})$  یک فیلتر

بالاگذر است و می‌تواند به صورت  $H_1(e^{j(\pi-\omega)}) = H_0(e^{j\omega})$  توصیف شود. آیا کوانتیزه کردن

ضرایب ویژگی نیم‌بندی را از بین می‌برد؟ توضیح دهید.

😊 موفق باشید