دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده فیزیک

گزارش پروژه

درس
مکانیک کوانتومی ۱

عنوان

شفافیت القایی الکترومغناطیسی

نگارنده

کیمیا شکیب‌نژاد، حانیه کریمی

استاد درس

دکتر مهدی عبدی

۲۳ بهمن ۱۴۰۲

چکیده

در این گزارش ابتدا با فعل و انفعالات میان نور و اتم آشنایی پیدا کرده و سپس با دنبال کردن روش M. Fleischhauer و M. D. Lukin [۱] ، تحریکات دارای فرم پایدار از نور و ماده (''پلاریتون‌های حالت تاریک'') مرتبط با انتشار میدان های کوانتومی در شفافیت الکترومغناطیسی و تاثیر پارامترهای مختلف مانند اختلاف فرکانس، عمق اپتیکی و فرکانس رابی را مطالعه می‌کنیم.

فهرست مطالب

۱.۰ مقدمه ... چهار

۲.۰ برهم‌کنش اتمهای خنثی و میدان‌های الکترومغناطیسی ... پنج

۱.۲.۰ تبدیل به مختصات مرکز جرم ... پنج

۲.۲.۰ تبدیل Power–Zienau ... هفت

۳.۰ اتم‌های سه–ترازی ... هفت

۱.۳.۰ هامیلتونی یک اتم سه–ترازی نوع Λ ... هفت

۴.۰ شفافیت القایی الکترومغناطیسی (EIT) ... نه

۱.۴.۰ مدل‌سازی کلاسیک EIT ... ده

۲.۴.۰ مدل‌سازی برای EIT ... یازده

۳.۴.۰ نور کند ... چهارده

۵.۰ ذخیره نور در یک محیط متراکم اپتیکی ... شانزده

۱.۵.۰ تعریف پولاریتون‌های حالت تاریک و حالت روشن ... شانزده

۲.۵.۰ حد آدیاباتیک ... هفده

۶.۰ پیوست ... نوزده

۱.۶.۰ کدهای مورد استفاده ... نوزده

مراجع **بیست و سه**

۱.۰ مقدمه

در سال‌های اخیر انتشار پالس‌های نوری در محیط‌های پاشنده موردتوجه بسیاری از پژوهشگران قرارگرفته است. از طرفی میدان‌های همدوس و ناهمدوس، خواص پاشندگی محیط را تحت تأثیر قرار می‌دهند؛ بنابراین به نظر می‌رسد با کنترل خواص اپتیکی مواد به‌توسط اعمال میدان‌های لیزری می‌توان به جذب و پاشندگی دلخواه دست یافت. تغییر و کنترل خواص جذب و پاشندگی محیط توسط میدان‌های لیزری باعث معرفی پدیده‌های جالبی مانند شفافیت القایی الکترومغناطیسی، نور بسیار کند و نور تند شده است که همدوسی اتمی پایه و اساس این پدیده‌ها است.

EIT یک مکانیزم پراکنده سازی مواد است که به طور قابل توجهی می‌تواند در حتی بازه فرکانس کوچکی با ایجاد یک سوپرپوزیشن در حالت ها و ترازهای کوانتومی تغییر کند. در این آرایش، تداخل کوانتومی به طور موثر باعث قطع شدن جذب نور رزونانس شده از محیطی می‌شود که در شرایط عادی جذب می‌شود. این تغییر یک محیط پراکنده را ایجاد می کند که می‌تواند. سرعت هایی از نور را تولید کند که از سرعت نور در خلا کمتر است.

در این گزارش ما به طور خلاصه ویژگی های برجسته سیستم دو و سه ترازی را و واکنش آن ها را در یک میدان الکترومغناطیسی توصیف می‌کنیم و همینطور انتشار نور در EIT را بررسی می‌کنیم.

خواهیم دید که تداخل یک پروب الکترومغناطیس تقریبا رزونانس شده با یک سیستم دو ترازه مانند انتقال بین اتم ها می‌تواند باعث جمعیتی شود که بین تو تراز جفت شده نوسان می‌کنند.فرکانس رابی (rabi frequency) نشان دهنده شدت برخورد بین میدان الکترومغناطیس و یک انتقال اتمی مشخص می‌باشد. هرچقدر این برخورد ها شدت بیشتری داشته باشند، نوسان بین دو تراز بیشتر می‌شود.

در یک سیستم سه ترازی بدون برخورد، پنجره شفافیت الکترومغناطیس زمانی اتفاق می‌افتد که یک محیط با یک انتقال مشخص ناشی از جفت شدگی شفاف شود. نوری که در این پنجره پیش‌روی میکند به شدت میدان جفت شده بستگی دارد. در این هنگام می‌توانیم سیستم ذره–نور ترکیب شده ای را در تصویری کلی توضیح دهیم: پولاریتون های حالت تاریک (dark-state polariton). آن ها ترکیبی از یک میدان الکترومغناطیس و همدوسی یک اتم هستند.

ما می‌توانیم زاویه بین نور و اتم همدوس شده را با تغییر شدت میدان جفت شده تغییر دهیم. زمانی که این پولاریتون ها کاملا به صورت ذره ای همدوس شده باشند، پیش روی آن ها متوقف می‌شود. از چنین اثری می‌توان در ذخیره اطلاعات کوانتومی که با یک فوتون در یک گاز حمل می‌شود استفاده کرد و آن را دوباره به صورت همدوس شده بازخوانی کرد.

اشکال رایج در استفاده از خواص کوانتومی برای انجام آزمایش‌ها، برگشت ناپذیری فرایند اندازه گیری، حساسیت و پذیرفتاری این سیستم ها به همدوسی می‌باشد. هر زمان که اندازه‌گیری از یک سیستم انجام می شود، همدوسی‌های ظریف موجود در سیستم ناپدید می شوند، و سیستم ها به طور برگشت ناپذیری به حالتی قابل مشاهده collapse می‌کنند در صورتی که در اجرا محاسبات کوانتومی، نیاز به حفظ این همدوسی‌ها در طول تحول سیستم هستیم. ما به اندازه‌گیری های قوی برای خواندن نتایج محاسبات نیاز داریم به این معنا که سیستمی باید داشته باشیم که به شدت با بازخوانی اطلاعات تعامل دارد. با این حال، اگر جفت شدن بین سیستم و محیط آن در اطلاعات کوانتومی منجر به بیشتر شدن اطلاعات در محیط شود، آن همدوسی ناپدید می شود و همچنین به فرایند محاسبات آسیب می‌رساند.

۲.۰ برهم‌کنش اتم‌های خنثی و میدان‌های الکترومغناطیسی

۱.۲.۰ تبدیل به مختصات مرکز جرم

ما در این گزارش خود را محدود به دسته‌ی اتم‌های دارای یک الکترون ظرفیت یا همان اتم‌های قلیایی می‌کنیم، چرا که بیشتر آزمایشات مرتبط در این زمینه روی آنها انجام می‌شود. با اتمهای فلزات قلیایی در تقریب یک الکترون با یک هسته سنگین و یک الکترون با ظرفیت بسیار سبک‌تر، می‌توان به خوبی برخورد کرد. بار الکتریکی هسته به طور کلی توسط الکترون‌های داخلی نمایش داده می‌شود و بنابراین هسته دارای بار q است. بگذارید e بار الکتریکی الکترون با جرم m_e و موقعیت $\hat{r}_e$ باشد. جرم و موقعیت هسته به ترتیب با m_c و $\hat{r}_c$ مشخص می‌شوند.

در نظریه کوانتومی غیرنسبیتی، هامیلتونی استانداردی که تعامل بین میدان‌های الکترومغناطیسی کوانتیده شده و اتم‌ها را توصیف می کند، توسط معادله زیر بدست می‌آید:

$$H = H_a + H_{aa} + H_f. \tag{۱}$$

در اینجا H_a یا هامیلتونی جفت‌شدگی کمینه مسئول تعامل ماده و نور است، H_{aa} بخشی است که منتسب به فعل و انفعالات اتم و اتم می‌باشد و آخرین جمله هامیلتونی میدان الکترومغناطیسی آزاد است. ما از فعل و انفعالات اتم–اتم به دلیل برخوردها در این گزارش صرف نظر خواهیم کرد. این تا زمانی معتبر است که مجموعه اتمی در نظر گرفته شده، که آن را گازی تصور می‌کنیم، به اندازه کافی رقیق باشد. برخوردها فقط به طور غیرمستقیم با در نظر گرفتن نرخ کاهش یا فروپاشی در معادلات حرکت برای متغیرهای اتمی در نظر گرفته می‌شوند.

هامیلتونی جفت‌شدگی کمینه با عدم تغییر در معادله شرودینگر مربوط به آن تحت تبدیلات پیمانه‌ای فاز، خود را از دیگران متمایز می کند و برای سیستم هسته–الکترونی به صورت

$$H_a = \frac{(\hat{\mathbf{p}}_c - q\hat{\mathbf{A}}(\hat{\mathbf{r}}_c))^2}{2m_c} + \frac{(\hat{\mathbf{p}}_e - e\hat{\mathbf{A}}(\hat{\mathbf{r}}_e))^2}{2m_e} + V_{ec}(\hat{\mathbf{r}}_e, \hat{\mathbf{r}}_c) \tag{۲}$$

داده می‌شود که در آن V_{ec} نشان‌دهنده پتانسیل کولن موثر بین الکترون ظرفیت خارجی و هسته است و $\hat{\mathbf{A}}$ پتانسیل برداری را مشخص می‌کند.

هامیلتونی میدان الکترومغناطیسی را به شکل

$$H_f = \frac{\epsilon_0}{2} \int d^3r' \Big\{ \Big[\frac{\hat{\mathbf{\Pi}}(\hat{\mathbf{r}'})}{\epsilon_0}\Big]^2 + c^2[\nabla' \times \hat{\mathbf{A}}_\perp(\hat{\mathbf{r}'})]^2 \Big\} \tag{۳}$$

می‌توانیم بنویسیم به طوری که در آن c همان سرعت نور در خلاء و ϵ_0 ثابت دی‌الکتریک است. اندیس $\perp$ نشان‌دهنده عرضی بودن میدان است. در اینجا متغیرهای دینامیکی سیستم $\hat{\mathbf{A}}_\perp$ و $\hat{\mathbf{\Pi}} = -\hat{\mathbf{D}} = \epsilon_0 \partial_t \hat{\mathbf{A}}_\perp$ هستند که میدان‌های

الکتریکی و مغناطیسی به روش زیر از آن‌ها نتیجه می‌شوند:

$$\hat{\mathbf{E}}_\perp = -\partial_t \hat{\mathbf{A}}_\perp \ , \quad \hat{\mathbf{B}}_\perp = \nabla \times \hat{\mathbf{A}}_\perp$$

می‌توان این عملگرها را بر اساس عملگرهای خلق و آفرینش به شکل

$$\hat{\mathbf{A}}_\perp = \sum_{\kappa\epsilon} \frac{\mathcal{E}_{\omega_k}}{\omega_k} \left[\hat{a}_{\kappa\epsilon}\epsilon e^{i\mathbf{k}.\mathbf{r}} + \hat{a}^\dagger_{\kappa\epsilon}\epsilon e^{-i\mathbf{k}.\mathbf{r}}\right] \tag{۴}$$

$$\hat{\mathbf{E}}_\perp = \sum_{\kappa\epsilon} i\mathcal{E} \left[\hat{a}_{\kappa\epsilon}\epsilon e^{i\mathbf{k}.\mathbf{r}} - \hat{a}^\dagger_{\kappa\epsilon}\epsilon e^{-i\mathbf{k}.\mathbf{r}}\right] \tag{۵}$$

$$\hat{\mathbf{B}}_\perp = \sum_{\kappa\epsilon} i\frac{\mathcal{E}_{\omega_k}}{c} \left[\hat{a}_{\kappa\epsilon}(\kappa\times\epsilon) e^{i\mathbf{k}.\mathbf{r}} - \hat{a}^\dagger_{\kappa\epsilon}(\kappa\times\epsilon) e^{-i\mathbf{k}.\mathbf{r}}\right] \tag{۶}$$

زمانی که $\varepsilon_{\omega_k} = \sqrt{\hbar\omega_k/2\epsilon_0 V}$ بازنویسی کرد. برای نشان دادن بردار واحد قطبش میدان الکتریکی از نماد ϵ و برای بردار موج بهنجار شده از $\kappa = k/|k|$ استفاده کرده‌ایم. در ادامه این گزارش برای سادگی نوشته، اندیس $\perp$ را حذف می‌کنیم.

در قدم اول باید معادله (۲) را با استفاده از مختصات مرکز جرم و تکانه مرتبط با آن که به صورت

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{m_c\hat{\mathbf{r}}_c + m_e\hat{\mathbf{r}}_e}{m} \tag{۷}$$

$$\hat{\mathbf{P}} = m\dot{\hat{\mathbf{R}}} = m_c\dot{\hat{\mathbf{r}}}_c + m_e\dot{\hat{\mathbf{r}}}_e = \hat{\mathbf{p}}_c + \hat{\mathbf{p}}_e \tag{۸}$$

تعریف می‌شوند جایگزین کنیم. علاوه بر آن مختصات و تکانه نسبی را نیز به این شکل تعرف می‌کنیم:

$$\hat{\mathbf{r}} = \hat{\mathbf{r}}_c - \hat{\mathbf{r}}_e m \tag{۹}$$

$$\frac{\hat{\mathbf{p}}}{\mu} = \frac{d\hat{\mathbf{r}}}{dt} = \frac{\hat{\mathbf{p}}_c}{m_c} - \frac{\hat{\mathbf{p}}_e}{m_e} \tag{۱۰}$$

حال با استفاده از تقریب دوقطبی یا طول موج بلند که زمانی برقرار است که شعاع اتم مورد نظر بسیار کوچک‌تر از طول موج فوتون باشد و این حقیقت که ما خود را به اتم‌های خنثی ($q = -e$) محدود کرده‌ایم می‌توانیم معادله (۲) را به این صورت بازنویسی کنیم:

$$H_a = \frac{(\hat{\mathbf{P}})^2}{2m} + \frac{1}{2\mu}[\hat{\mathbf{p}} - q\hat{\mathbf{A}}(\hat{\mathbf{R}})]^2 + V_{ec}(\hat{\mathbf{R}}, \hat{\mathbf{r}}) \tag{۱۱}$$

۲.۲.۰ تبدیل Power–Zienau

می‌دانیم مشاهده‌پذیری که تحت تبدیل پیمانه‌ای بدون تغییر باقی می‌ماند میدان الکتریکی است و نه پتانسل برداری. بنابراین بهتر است هامیلتونی را بر حسب میدان الکتریکی بیان کنیم. برای این کار از تبدیل یکانی

$$U = exp\big[-\frac{i}{\hbar}q\hat{\mathbf{r}}.\hat{\mathbf{A}}(\hat{\mathbf{R}})\big] \tag{۱۲}$$

که تبدیل Power–Zienau نام دارد استفاده می‌کنیم. اعمال این تبدیل روی متغرهای دینامیکی سیستم قوانین جانشینی زیر را نتیجه می‌دهد:

$$\hat{\mathbf{p}} \to \hat{\mathbf{p}} + q\hat{\mathbf{A}}(\hat{\mathbf{R}}) \tag{۱۳}$$

$$\hat{\mathbf{E}} \to \hat{\mathbf{E}} + \hat{\mathbf{P}}/\epsilon_0 \tag{۱۴}$$

و بقیه متغرها بدون تغییر باقی خواهند ماند. بنابراین

$$H_{a'} = H_{a'}^{(cen)} + H_{a'}^{(rel)} = \frac{(\hat{\mathbf{P}})^2}{2m} + \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2\mu} + V_{ec}(\hat{\mathbf{R}}, \hat{\mathbf{r}}) \tag{۱۵}$$

هامیلتونی میدان الکترومغناطیسی با استفاده از اتحاد بیکر کمپبل هاسدورف به این صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\begin{aligned} H_{f'} = \frac{\epsilon_0}{2}\int d^3r'\Big\{\Big[\frac{\hat{\mathbf{\Pi}}(\hat{\mathbf{r}'})}{\epsilon_0}\Big]^2 + c^2[\nabla' \times \hat{\mathbf{A}}_\perp(\hat{\mathbf{r}'})]^2\Big\} + q\hat{\mathbf{r}}.\frac{\hat{\mathbf{\Pi}}(\hat{\mathbf{R}})}{\epsilon_0} \\ + \frac{\epsilon_0}{2}\int d^3r' \sum_{i,j}\Big(\frac{qr_j}{\epsilon_0}\Big)^2 \delta_{i,j}^{\perp}(\mathbf{R} - \mathbf{r}'). \end{aligned} \tag{۱۶}$$

۳.۰ اتم‌های سه-ترازی

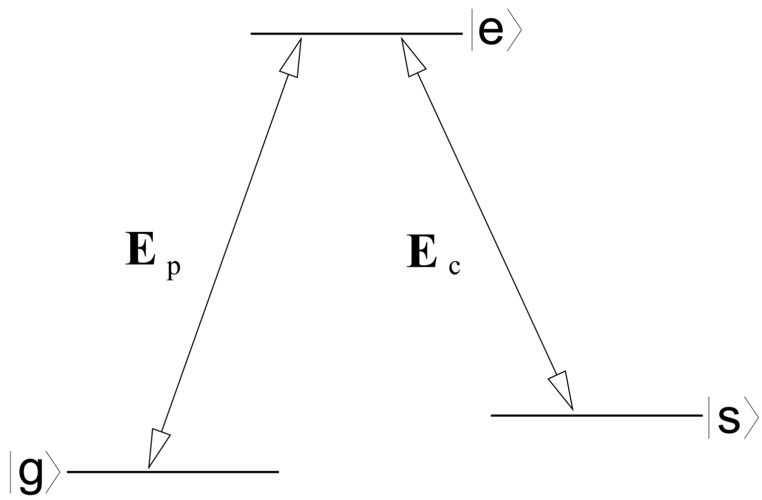
۱.۳.۰ هامیلتونی یک اتم سه-ترازی نوع Λ

با شروع از نتایج کلی داده شده در بخش ۲، اکنون می‌خواهیم هامیلتونی را برای یک مدل اتم ساده با سه تراز در یک پیکربندی نوع Λ ، همانطور که در شکل نشان داده شده است، استخراج کنیم. در اولین گام فرض می‌کنیم که می‌توانیم تجزیه طیفی هامیلتونی‌ای را که حرکت نسبی هسته و الکترون را توصیف می کند بیابیم.

این یعنی می‌توانیم بنویسیم

$$H_a^{(rel)} = \sum_{\nu} E_\nu \left|\nu\right\rangle \left\langle\nu\right|, \tag{۱۷}$$

که در آن ν مخفف تمام اعداد کوانتومی مربوطه است که برای تعیین حالت‌های اتمی ضروری‌اند.



شکل ۱ – یک اتم سه‌–ترازی نوع Λ با ترازهای پایدار $|g\rangle$ و $|s\rangle$ و تراز ناپایدار $|e\rangle$.

زمانی که گروهی متشکل از N اتم داشته باشیم قطبش محیط با رابطه

$$\hat{\mathbf{P}}(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^{N} d_j \delta(\mathbf{r}-\mathbf{R}_j) = \sum_{j=1}^{N}\sum_{\mu_j,\nu_j}(\mathbf{d}_{\mu_j\nu_j}\sigma_{\mu_j\nu_j} + h.a.)\delta(\mathbf{r}-\mathbf{R}_j) \tag{۱۸}$$

مشخص می‌شود. $d_{\mu_j\nu_j} = \langle\mu|\,\mathbf{d}_j\,|\nu\rangle = e\,\langle\mu|\,\mathbf{r}_j\,|\nu\rangle$ و $\hat{\sigma}_{\mu_j\nu_j} = |\mu_j\rangle\langle\nu_j|$. چون در اتم‌های نوع Λ تنها دو گذار مجازند داریم:

$$\hat{\mathbf{P}}_\Lambda(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^{N}(\mathbf{d}_{eg}\sigma_{eg}e^{i\omega_{eg}t} + d_{es}\sigma_{es}e^{i\omega_{es}t} + h.a.)\delta(\mathbf{r}-\mathbf{R}_j) \tag{۱۹}$$

فرکانس‌های بور معادله (۱۹) با استفاده از رابطه $\omega_{\mu\nu} = \omega_\mu - \omega_\nu$ زمانی که $\omega_\mu = E_\mu/\hbar$ تعریف می‌شوند. از آن‌جا که در معادله (۱۷) از برهم‌کنش‌های بین دوقطبی‌ها صرف نظر کرده‌ایم می‌توانیم قطبش میانگین محیطی شامل اتم‌های سه‌–ترازی نوع Λ را به شکل زیر بنویسیم:

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_\Lambda(\mathbf{r}) &= \int \mathrm{d}^3R\cdots\int \mathrm{d}^3R_N\rho(R_1,\ldots,R_N)\hat{\mathbf{P}}_\Lambda(\mathbf{r})\\ &= p(\mathbf{r})N(\mathbf{d}_{eg}\sigma_{eg}e^{i\omega_{eg}t} + d_{es}\sigma_{es}e^{i\omega_{es}t} + h.a.)\end{aligned} \tag{۲۰}$$

حال اگر فرض کنیم چگالی احتمال $p(\mathbf{r})$ توزیع یکنواختی دارد و در نتیجه چگالی احتمال پیدا کردن یک دوقطبی در $\mathbf{r}$ برابر $1/V$ باشد بر اساس معادله‌های (۱۶) و (۲۰) می‌توانیم به سادگی هامیلتونی برهم‌کنش اتم‌های سه‌–ترازی نوع

Λ را با دو میدان الکترومغناطیسی بدست آوریم. این هامیلتونی برابر با

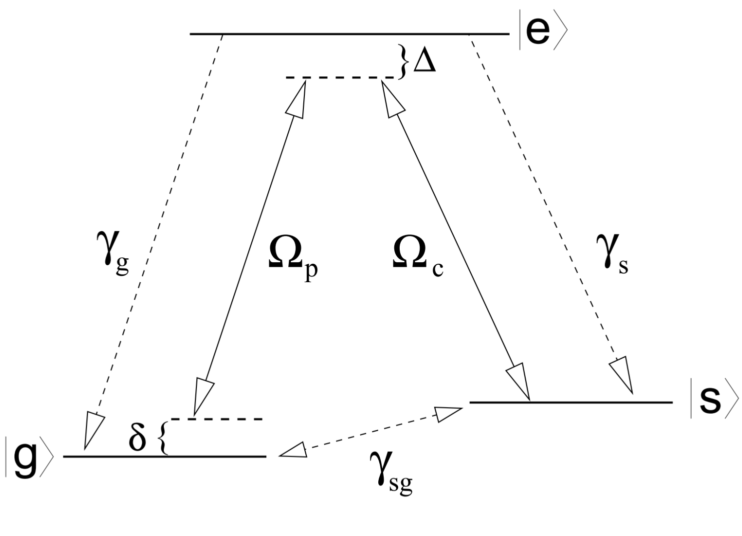
$$\begin{aligned} H_{int} &= \int \mathrm{d}^3r \mathbf{P}_\Lambda(\mathbf{r}).\frac{\hat{\mathbf{\Pi}}(\mathbf{r})}{\epsilon_0} = -\int \mathrm{d}^3r \mathbf{P}_\Lambda(\mathbf{r}).\frac{\hat{\mathbf{D}}(\mathbf{r})}{\epsilon_0} \\ &= -\frac{N}{V}\int \mathrm{d}^3r\big[\wp\hat{\sigma}_{eg}\hat{\mathbf{E}}_p^{(+)}(\mathbf{r})e^{-i(\omega-\omega_{eg})t} + \wp'\hat{\sigma}_{es}\hat{\mathbf{E}}_c^{(+)}(\mathbf{r})e^{-i(\omega_c-\omega_{es})t} + h.a.\big] \end{aligned} \tag{۲۱}$$

است و در آن $\wp = \mathrm{d}_{eg}.\epsilon_p$ و $\wp' = \mathrm{d}_{es}.\epsilon_c$ می‌باشد. که ϵ_p و ϵ_c بردارهای واحد نشان‌دهنده‌ی قطبش پروب و میدان کنترل هستند. کمیت‌های $\hat{\mathbf{E}}_p^{(+)}$ و $\hat{\mathbf{E}}_c^{(+)}$ توابع پوش قسمت‌های دارای فرکانس مثبت میدان‌های مربوط به خود را نشان می‌دهند. ما تنها میدان‌های کنترل کلاسیکی قوی را بررسی می‌کنیم. برای سادگی نوشته فرکانس رابی (Rabi frequency) را برای میدان کنترل به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\Omega_c = \frac{\wp'\left\langle \hat{\mathbf{E}}_c^{(+)} \right\rangle}{\hbar}. \tag{۲۲}$$

۴.۰ شفافیت القایی الکترومغناطیسی (EIT)

مفاهیم شفافیت القایی الکترومغناطیسی و نور کند را می توان به راحتی با استفاده از پلاریتونهای حالت تاریک درک کرد.با استفاده از شفافیت القایی الکترومغناطیسی (EIT) محیطی که از نظراپتیکی ضخیم یا کدر است، برای یک پروب با به کارگیری مناسب یک میدان کنترل اضافی شفاف نشان داده می شود. برای اینکه اتمها EIT را نشان دهند، الزاما نیازی به پیکربندی Λ مانند نیست، به عنوان مثال، این پدیده در اتمهایی با ساختار V نیز تولید می‌شوند اما ما خود را به این پیکربندی محدود می‌کنیم.



شکل ۲ – یک اتم سه‌ترازی نوع Λ با ترازهای پایدار $|g\rangle$ و $|s\rangle$ و تراز برانگیخته‌ی $|e\rangle$. γ_g و γ_s نرخ ریزش از تراز برانگیخته به دو تراز پایین‌تر را نشان می‌دهند.

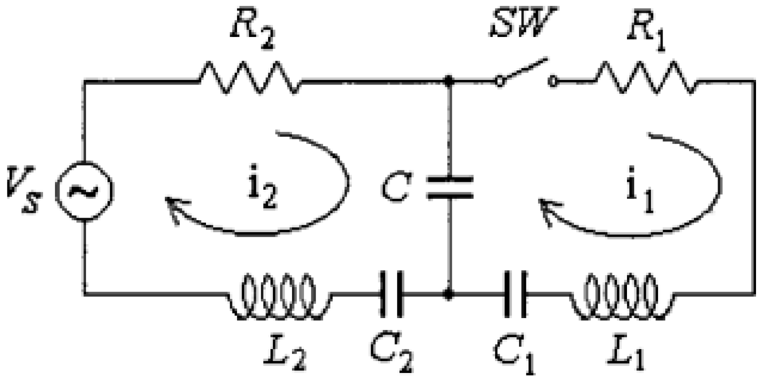
به طور کلی برهم کنش نور با اتم ها به فرکانس میدان نور بستگی دارد. اگر فرکانس میدان نوری برابر با فرکانس بور یک انتقال خاص باشد، یک حالت تشدید ایجاد می‌شود که با پاشیدگی محیط در میدان تابش همراه است. در حد پاسخ خطی، که به طور کلی به آن علاقه‌مندیم، این عملکرد برگشتی با قطبش خطی محیط توصیف می شود

$$P(z,\omega) = \epsilon_0[\epsilon_r(\omega) - 1]E(z,\omega) = \epsilon_0[\chi'(\omega) + i\chi''(\omega)]E(z,\omega) \qquad (۲۳)$$

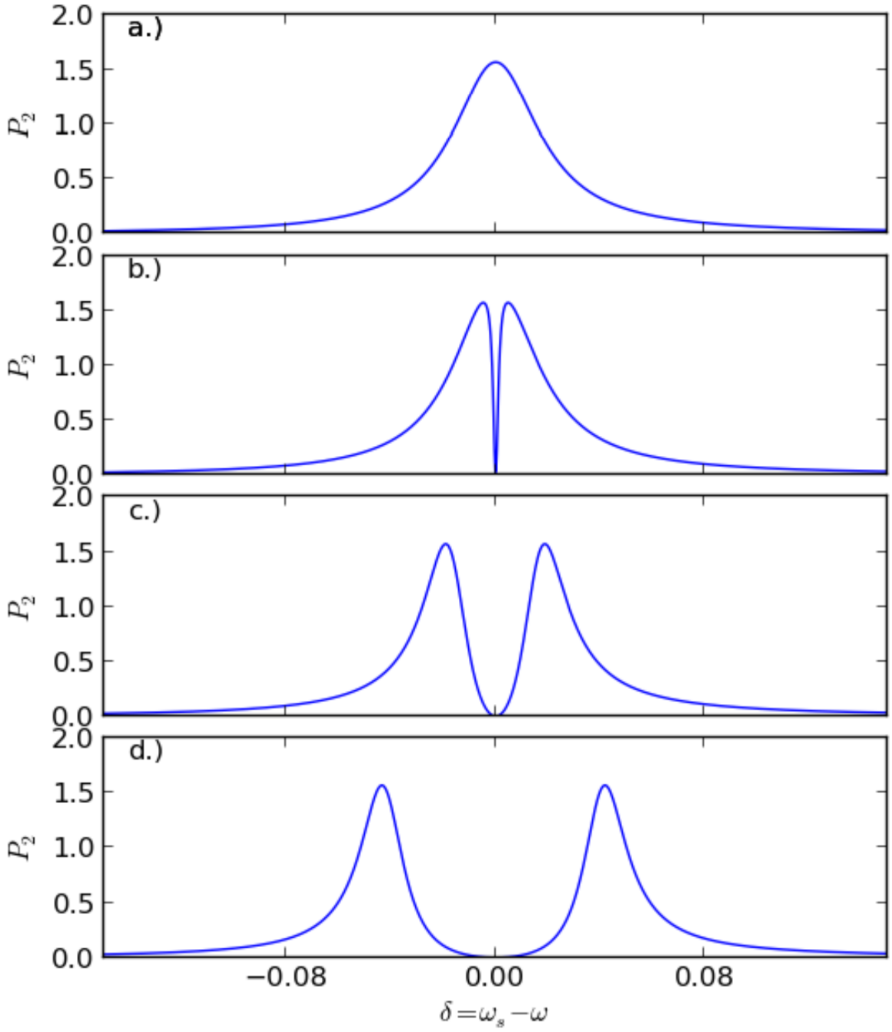
در این‌جا χ' و χ'' قسمت‌های حقیقی و موهومی پذیرفتاری χ هستند که دومی عملکرد برگشتی را تعیین می‌کند. به طور کلی می توانیم با خیال راحت از ویژگی های مغناطیسی سیستم اتمی چشم پوشی کنیم. در اکثر موارد، واکنش مغناطیسی بسیار کوچکتر از پاسخ الکتریکی است.

۱.۴.۰ مدل‌سازی کلاسیک EIT

ما می‌توانیم از EIT تعبیری کلاسیک داشته باشیم، چیزی که اکنون برای کمک به درک فیزیک اساسی آن در EIT بررسی می‌کنیم. به یک ساختار Λ می توان به عنوان دو سیستم دو–ترازی نگاه کرد که با هم جفت شده اند، به همین دلیل است که می توانیم از مدارهای RLC بهم پیوسته در شکل (۳) برای شبیه سازی تأثیراتی که در یک ساختار اتمی Λ مشاهده می کنیم، استفاده کنیم. سلف و خازن‌ها در اولین مش همان اتم هستند در حالی که سلف و خازن‌ها در مش دوم نقش انتقال جفت‌شده را بازی می‌کنند. مقاومت ها نمایانگر فروپاشی در سیستم هستند. سوئیچ در مش دوم می تواند باز یا بسته شود، مشابه خاموش و روشن شدن لیزر کوپلینگ. خازن C نشان دهنده جفت‌شدگی بین دو مش است و فرکانس رابی مرتبط با انتقال جفت‌شده را تعیین می‌کند. منبع ولتاژ میدان پروب را شبیه سازی می‌کند.



شکل ۳ – اثرات ناشی از EIT را می‌توان با مدارهای RLC جفت شده شبیه سازی کرد.



شکل ۴

۲.۴.۰ مدل‌سازی برای EIT

روش های مختلفی برای توصیف پدیده EIT وجود دارد. برای سادگی ما فرض می کنیم که تنها حالت مربوط به گسترش میدان الکتریکی معادله (۴) توسط فرکانس تشدید ω داده می شود. از این رو می توان یک ثابت اتصال مشترک تعریف کرد

$$g = \frac{\wp}{\hbar}\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 V} \tag{۲۴}$$

با استفاده از معادله (۲۱) میتوانیم هامیلتونی برهم‌کنش را به صورت زیر بنویسیم:

$$H_{int} = -\frac{N}{V}\int \mathrm{d}^3r\hbar\Delta\sigma_{ss} + (\delta+\Delta)\sigma_{gg} + [\Omega_c(r,t)\sigma_{es} + g\hat{\varepsilon}_p(r,t)\sigma_{eg} + h.a.] \tag{۲۵}$$

در هامیلتونی بالا ما از نماد $\mathcal{E}$ برای اپراتور میدان الکتریکی استفاده کرده‌ایم. ما نماد را تغییر دادیم زیرا میدان الکتریکی مربوطه اکنون یک متغیر بدون بعد است. این‌جا $\delta = \omega_s g - (\omega - \omega_c)$ و $\Delta = \omega_e s - \omega_c$ است.

با قرار دادن این هامیلتونی در معادله هایزنبرگ–لانژوین و با این فرض که اشغال حرارتی حالت های تابش مربوطه کاملا ناچیز است، که برای فرکانس های نوری پذیرفتنی‌ست خواهیم داشت:

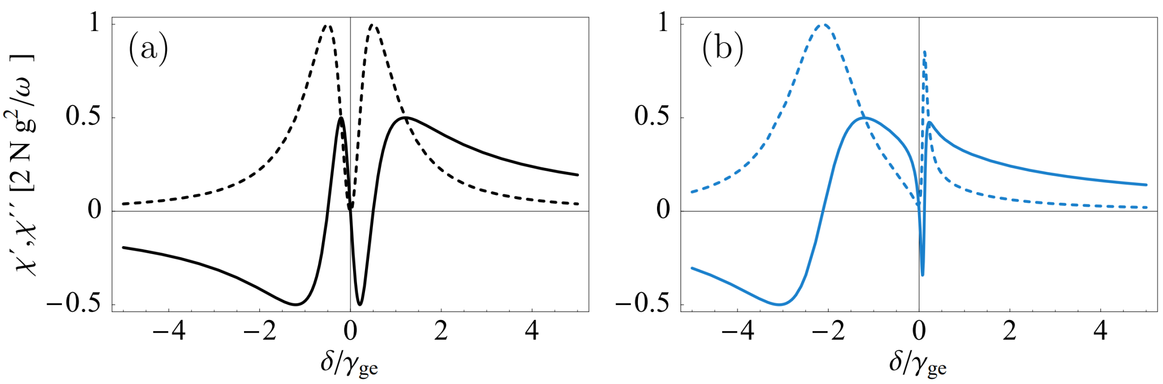
$$\begin{aligned}\dot{\hat{\sigma}}_{ge} &= -(\gamma_{ge} + i(\delta + \Delta))\hat{\sigma}_{ge} - ig\hat{\varepsilon}_p(r,t)(\sigma_{ee} - \hat{\sigma_{gg}}) + i\Omega_c(r,t)\sigma_{gs} + F_{ge} \\ \dot{\hat{\sigma}}_{gs} &= -(\gamma_{gs} + i\delta)\hat{\sigma}_{gs} - ig\hat{\varepsilon}_p(r,t)(\sigma_{es}) + i\Omega_c(r,t)^*\hat{\sigma}_{ge} + \hat{F}_{gs}\end{aligned} \tag{۲۶}$$

حال اگر در ابتدا همه اتم‌ها در حالت $|g\rangle$ باشند یعنی $\hat{\sigma}_{gg}^{(0)} = 1$ می‌توان گفت

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\sigma}}_{ge}^{(1)} &= -(\gamma_{ge} + i(\delta + \Delta))\hat{\sigma}_{ge}^{(1)} - ig\hat{\varepsilon}_p(r,t) + i\Omega_c(r,t)\sigma_{gs}^{(1)}, \\ \dot{\hat{\sigma}}_{gs}^{(1)} &= -(\gamma_{gs} + i\delta)\hat{\sigma}_{gs}^{(1)} + i\Omega_c(r,t)^*\hat{\sigma}_{ge}^{(1)}.\end{aligned} \tag{۲۷}$$

در این‌جا در شرایطی که پروب ضعیف باشد تمام مرتبه‌های Ω_c را نگه داشته اما مرتبه‌های بالاتر از یک میدان پروب را حذف می‌کنیم. اگر علاوه بر این فرض کنیم قطبیدگی مجموعه اتم‌ها به شکل $\hat{P}^{(+)} = \wp N\hat{\sigma}_{ge}/V$ باشد می‌توانیم پذیرفتاری را به این شکل بدست آوریم:

$$\chi = i\frac{2Ng^2}{\omega}[\frac{\gamma_{gs} + i\delta}{(\gamma_{ge} + i(\delta\Delta))(\gamma_{gs} + i\delta) + |\Omega_c|^2}] \tag{۲۸}$$



شکل ۵ – قسمت حقیقی (خط ممتد) و موهومی (خط‌چین) پذیرفتاری خطی (با واحد $\frac{2Ng^2}{\omega}$) بر حسب کاهش بهنجار شده δ/γ_{ge} با $\Omega_c = 0.5\gamma_{ge}$

تغییرات پذیرفتاری خطی ویژگی‌های مهمی را از خود نشان می‌دهد. اول از همه بلافاصله تشخیص می دهیم که در رزونانس دو فوتونی $\delta = 0$ هر دو قسمت حقیقی و موهومی پذیرفتاری در حد $\gamma_{gs} = 0$ محو می‌شوند. به خاطر اینکه تا کنون در طبیعت یافت نشده حد ایده آل نامیده می شود.

با این حال حتی زمانی که $\gamma_{gs} \neq 0$ برای $\sqrt{\gamma_{gs}\gamma_{ge}} << |\Omega_c| << \gamma_{ge}$ فرورفتگی بسیار تیزی در قسمت موهومی ایجاد می‌شود که مربوط به فرو رفتگی در طیف جذب است.

پهنای این پنجره شفافیت با شدت میدان کنترل متناسب است

$$\Delta\omega_{tr} = \frac{|\Omega_c|^2}{\gamma_{ge}}. \tag{۲۹}$$

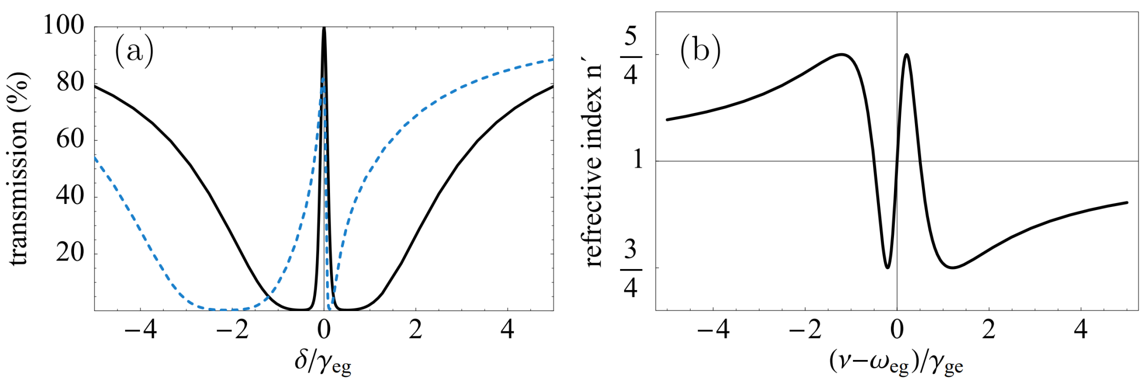
به طور کلی، به دلیل آشفتگی‌های خارجی مانند برخوردهای اتمی، نرخ فروپاشی رامان از بین نمی رود. با این حال، حتی در این مورد نیز بسیاری از خواص مهم EIT قابل مشاهده است تا زمانی که فرکانس رابی جفت‌شدگی میدان در شرط زیر صدق کند:

$$|\Omega_c|^2 >> \gamma_{ge}\gamma_{gs}. \tag{۳۰}$$

به دلیل تشدید در طیف جذب، محیط ما شفاف می‌شود. همان‌طور که می توانیم در بررسی خصوصیات ضریب عبور شدت T میدان پروب ببینیم. این ضریب به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$T = \frac{I(L,\delta)}{I_0}. \tag{۳۱}$$

که I_0 شدت اولیه پروب قبل از وارد شدن به سلول حاوی اتمها و $I(L,\delta($ برابر با شدت نور بعد از گذشتن از سلول به طول L است.



شکل ۶ – (a) طیف‌های عبور برای عمق اپتیکی محیط $OD = L/L_{abs} = 6$ در دو حالت شکل (۵) (b) ضریب شکست به شکل تابعی از فرکانس میدان پروب برای پارامترهای شکل (۵)

در شکل (۶) نمودار ضریب عبور برحسب ریزش بهنجار را مشاهده میکنیم که رفتاری برعکس پذیرفتاری موهومی دارد و در نقطه صفر برابر با یک است که یعنی ماده کاملا شفاف است.

سرانجام، می خواهیم خصوصیات پاشندگی محیط dressed را در نظر بگیریم تا سرعت گروه و سرعت فاز میدان پروب را تعیین کنیم. برای این کار قسمت حقیقی ضریب شکست را با تعریف $n = n' + n''$ و رابطه‌ی آن با گذردهی

می‌نویسیم.

$$n^2 = \epsilon_r(z,\omega)\mu_r(z,\omega) \simeq \epsilon_r(z,\omega) \tag{۳۲}$$

سپس دو معادله زیر را به دست می‌آوریم

$$\chi' = (n')^2 - (n'')^2 - 1 \tag{۳۳}$$

$$\chi'' = 2n'n'' \tag{۳۴}$$

در حالت ایده آل، میدان پروب در رزونانس دو فوتونی نبود جذب و از بین رفتن قسمت حقیقی پذیرفتاری را تجربه می‌کند. بنابراین ضریب شکست n' که در شکل ۶(b) نشان داده شده است برابر یک است و این یعنی سرعت فاز پروب در محیط با خلاء برابر است. از طرف دیگر به علت تداخل در جذب و تقارن حالت‌ها، ضریب شکست n' پراکندگی نرمال بزرگی دارد، پس

$$\omega\frac{dn}{d\omega} >> 1. \tag{۳۵}$$

که این با توجه به تعریف سرعت گروه به شکل

$$v_{gr} = \frac{c}{n + \omega\frac{dn}{d\omega}} \tag{۳۶}$$

به ما سرعت گروه بسیار پایینی را نتیجه می‌دهد. علاوه بر این هیچ پراکندگی‌ای در سرعت گروه وجود ندارد، یعنی

$$\frac{d^2n}{d\omega^2} = 0 \tag{۳۷}$$

که برای انتشار پالس با فرم پایدار در محیط ضروری است. پراکندگی سرعت گروه بدون محو شدن منجر به تحریف پالس می شود. پس می‌بینیم که EIT-media برای کند کردن بدون تحریف میدان های الکترومغناطیسی مناسب هستند. این یکی از اجزای ضروری برای ساخت یک حافظه کوانتومی است.

۳.۴.۰ نور کند

لرد رایله برای اولین بار موضوع بزرگ‌تر بودن سرعت گروه در محیط را از سرعت فاز مطرح کرد و سپس سامرفلد و بریلوین توصیف کاملی از انتشار پالس نوری در محیط‌های پاشنده‌ای که به‌وسیله مدل لورنتز توصیف می‌شدند، ارائه کردند و در آن نشان دادند که پاشندگی غیرفرمال همیشه در ناحیه با جذب بالا اتفاق می‌افتد. همچنین نشان دادند، با وجود اینکه سرعت گروه در ناحیه غیر نرمال بالاتر از سرعت نور در خلأ است، سرعت علامت کوچک‌تر از c باقی

می‌ماند و اطلاعات نمی‌تواند با سرعت بالاتر از c منتقل شود و بنابراین سرعت گروه بالاتر از سرعت c منافاتی با نظریه نسبیت ندارد بررسی سرعت‌های گروه بالاتر از c می‌تواند در توسعه کامپیوترهای کوانتومی، کلیدهای اپتیکی سریع و سیستم‌های ارتباطات مفید باشد. امروزه معلوم شده است که خواص پاشندگی محیط قادر است سرعت گروه پالس نوری را در محیط‌های پاشنده تغییر دهد.

در این بخش نشان خواهیم داد که از EIT در شرایط می توان برای کاهش سرعت پالس میدان تا سرعت فوق العاده کم گروه استفاده کرد ، این برای ساخت یک حافظه کوانتومی کارآمد کافی نیست چرا که برای ذخیره فوتون ها یا دستکاری منسجم آنها مستلزم ذخیره و بازیابی غیر مخرب حالت کوانتومی فوتون است.

حد میدان پروب ضعیف و تقریب آدیاباتیک

برای بحث در مورد محدودیت‌های نور آهسته، ابتدا معادله حرکت یک میدان پروب ضعیف را در یک محیط EIT استخراج می کنیم. بعلاوه ما فرض می‌کنیم که زمان مشخصه T که در آن میدان پروب بر اساس میدان کنترل تغییر می کند بسیار طولانی‌تر از زمان ریزش همدوسی اپتیکی γ_{ge}^{-1} است. تقریب آدیاباتیک فرض می کند که تغییرات بر حسب فرکانس‌ها در پنجره شفافیت باریک اتفاق می افتد همانطور که در شکل (۶) نشان داده شده است. اگر پالس خیلی کوتاه باشد یا طیف آن نسبت به پهنای شفافیت خیلی گسترده باشد، نمی توان جذب و پاشندگی مرتبه بالاتر را نادیده گرفت. برای دقیق تر بودن، ما یک بار دیگر در مورد تابع عبور شدت محیط بحث می کنیم. با فرض یک میدان کنترل همگن در فضا، متوجه می‌شویم که در نزدیکی رزونانس دو فوتونی، تابع عبور توسط

$$T(\delta, z) = exp{-KLIm[\chi(\delta)]} \approx exp{-\delta^2/\Delta\Omega_{tr}^2} \tag{۳۸}$$

داده می‌شود. به طوری که فرض کردیم پالس پروب از ماده‌ای به طول L عبور می کند. پهنای شفافیت

$$\Delta\omega_{tr} = [\frac{c}{\gamma_{ge}L}\frac{|\Omega_c|^2}{\gamma_{ge}}]^{1/2} = \frac{1}{\sqrt{OD}}\frac{|\Omega_c|^2}{\gamma_{ge}} \tag{۳۹}$$

با افزایش شاخص گروه

$$n_{gr} = \frac{g^2N}{|\Omega_c|^2} \tag{۴۰}$$

که به وسیله آن سرعت گروه را به شکل

$$v_{gr} = \frac{c}{1+n_{gr}}\Delta\omega_{tr} = \sqrt{OD}\frac{1}{\tau_d} \tag{۴۱}$$

بازنویسی می‌کنیم، کاهش می‌یابد. این پهنا را با استفاده از تاخیر پالس پروب که به صورت

$$\tau_d = (\frac{1}{v_{gr}} - \frac{1}{c})L = n_{gr}\frac{L}{c} \tag{۴۲}$$

تعریف می‌شود مشخص می‌کنیم. یعنی

$$\Delta\omega_t r = \sqrt{OD}\frac{1}{\tau_d} \tag{۴۳}$$

برای این که نشان دهیم پهنای این پالس زمانی که در محیط حرکت میکند ثابت می‌ماند معادله‌ی پیشروی که از حل معادله‌های (۲۷) بدست می‌آید را برای وقتی که $\Omega(z,t) = \Omega(z)$ می‌نویسیم

$$[\frac{\partial}{\partial t} + v_{gr}(z)\frac{\partial}{\partial z}]\mathcal{E}_p(z,t) = 0. \tag{۴۴}$$

با معرفی معرفی متغیرهای جدید به صورت

$$\tau = t - \int_0^z \mathrm{d}z' \frac{1}{v_{gr}(z')} \qquad\qquad \xi = z \tag{۴۵}$$

می‌توانیم معادله پیشروی را به شکل

$$\hat{\mathcal{E}}_p(z,t) = \hat{\mathcal{E}}_p(0.t - \int_0^z \mathrm{d}z' \frac{1}{v_{gr}(z')}) \tag{۴۶}$$

بنویسیم که نشان می‌دهد به طور صریح به z بستگی ندارد.

۵.۰ ذخیره نور در یک محیط متراکم اپتیکی

۱.۵.۰ تعریف پولاریتون‌های حالت تاریک و حالت روشن

برای ساده کردن ملاحظات پیش رو میدانی همگن در فضا و حقیقی را در نظر می‌گیریم. معادلات حرکت متغیرهای فیزیکی $\hat{\mathcal{E}}_p$ و $\hat{\sigma}_{gs}$ می‌توانند به وسیله تبدیلی یکانی ساده‌سازی شوند

$$\begin{bmatrix} \hat{\Psi}(z,t) \\ \hat{\Phi}(z,t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta(t) & -\sin\theta(t) \\ \sin\theta(t) & \cos\theta(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathcal{E}}_p(z,t) \\ \sqrt{N}\hat{\sigma}_{gs}(z,t) \end{bmatrix}. \tag{۴۷}$$

این کار به ما دو میدان کوانتومی جدید می‌دهد. زاویه $\theta(t)$ به وسیله شاخص گروه تعریف می‌شود

$$\tan^2\theta(t) = \frac{g^2 N}{\Omega_c^2(t)} = n_{gr}. \tag{۴۸}$$

به $\hat{\Psi}$ پولاریتون حالت تاریک و به $\hat{\Phi}$ پولاریتون حالت روشن می‌گوییم. پس از تعدادی عملیات جبری داریم:

$$[\frac{\partial}{\partial t} + c\cos^2\theta(t)\frac{\partial}{\partial z}]\hat{\Psi}(z,t) = -\frac{\partial\theta}{\partial t}\hat{\Psi}(z,t) - \sin\theta\cos\theta c\frac{\partial\theta}{\partial z}\hat{\Phi}(z,t) \tag{۴۹}$$

$$\hat{\Phi}(z,t) = \frac{\sin\theta}{g^2 N}(\frac{\partial}{\partial t} + \gamma_{ge})(\tan\theta\frac{\partial}{\partial t})(\sin\theta\hat{\Psi} - \cos\theta\hat{\Phi}) + i\frac{\sin\theta}{g\sqrt{N}}F_{ge} \tag{۵۰}$$

۲.۵.۰ حد آدیاباتیک

با تعریف پارامتر آدیاباتیکی $\epsilon = (g\sqrt{N}T)^{-1}$ می‌توان معادلات قبلی را بر حسب توان‌های ϵ نوشت. در پایین‌ترین مرتبه، یعنی حد آدیاباتیک داریم:

$$\hat{\Phi}(z,t) \approx 0 \qquad [\frac{\partial}{\partial t} + c\cos^2\theta(t)\frac{\partial}{\partial z}]\hat{\Psi}(z,t) = 0 \tag{۵۱}$$

با توجه به معادله (۴۷) می‌توانیم بگوییم

$$\hat{\mathcal{E}}_p(z,t) = \cos\theta(t)\hat{\Psi}(z,t), \tag{۵۲}$$

$$\sqrt{N}\hat{\sigma}_{gs}(z,t) = -\sin\theta(t)\Psi(\hat{z},t). \tag{۵۳}$$

با تغییر متغیر به شکل

$$\xi = z - \int_0^t v_{gr}(\tau)\mathrm{d}\tau \qquad \tau = t \tag{۵۴}$$

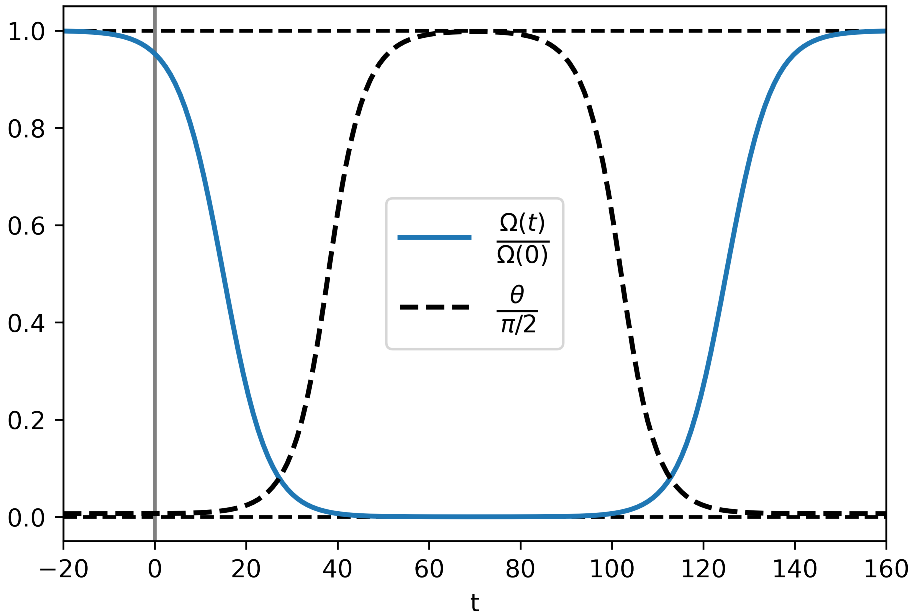
می‌توان Ψ را به صورت

$$\hat{\Psi}(z,t) = \hat{\Psi}(z - \int_0^t v_{gr}(\tau)\mathrm{d}\tau, 0) \tag{۵۵}$$

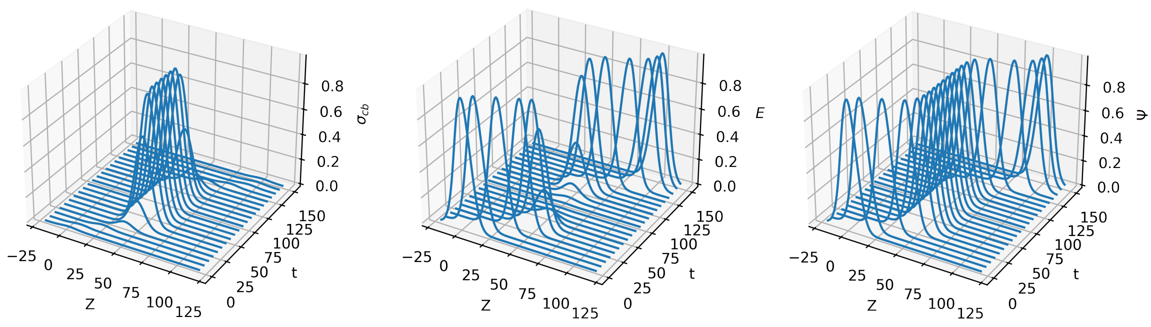
نوشت که یک پیشروی با دامنه و شکل ثابت را برای پولاریتون حالت تاریک را مشخص می‌کند. در این پروسه طول بسته موج تا زمانی که سرعت گروه فقط تابعی از زمان باشد ثابت خواهد ماند. با توجه به معادله (۵۲) می‌فهمیم که در طول زمان دامنه موج کاهش می‌یابد علاوه بر آن مشخصه زمانی آن به دلیل کاهش یافتن سرعت گروه پالس پروب

کاهش می‌یابد. برعکس این زمانی اتفاق می‌افتد که سرعت گروه کاهش پیدا کند. از معادله (۵۲) می‌فهمیم

$$\hat{\mathcal{E}}(z,t) = \frac{\cos\theta(t)}{\cos\theta(0)}\hat{\varepsilon}(z,t)(z - \int_0^t v_{gr}(\tau)\mathrm{d}\tau, 0). \tag{۵۶}$$



شکل ۷ – نمودار زاویه θ بر حسب t تقسیم بر $\pi/2$ بر اساس رابطه‌ی $cot\theta(t) = 100\{1 - 0.5tanh[0.1(t-15)] + 0.5tanh[0.1()t-125)]\}$ که به صورت خط چچین نمایش داده شده و نمودار $\Omega(t)/\Omega(0)$ که با خط آبی رسم شده است.



(الف) – $\Psi = \langle\hat{\Psi}\rangle$ **(ب)** – $E = \langle\hat{E}\rangle$ **(ج)** – $|\sigma_{gs}| = |\langle\hat{\sigma}_{gs}\rangle|$

شکل ۸ – پیش‌روی پولاریتون حالت تاریک با پوش $exp{-(z/10)^2}$. محورها واحدهای قراردادی با $c = 0$ دارند.

مراجع

[1] M. Fleischhauer and M. D. Lukin, “Dark-state polaritons in electromagnetically induced transparency,” *Phys. Rev. Lett.*, vol.84, pp.5094–5097, May 2000. doi:10.1103/PhysRevLett.84.5094. URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.84.5094.

[2] P. W. Courteille, “Atom-light interaction and basic applications,”

[3] J. Keeling, “Light-matter interactions and quantum optics,” *Graduate lectures*, 2014.

[4] F. Zimmer, “Matter-wave optics of dark-state polaritons: Applications to interferometry and quantum information,” 2006.

[5] T. M. Jenkins, *Simulation of Electromagnetically Induced Transparency and Absorption*. Ph.D. thesis, Miami University, 2013.

[6] D. Paredes-Barato, *Towards optical quantum information processing using Rydberg dark-state polaritons*. Ph.D. thesis, Durham University, 2014.

[7] M. Fleischhauer and M. D. Lukin, “Quantum memory for photons: Dark-state polaritons,” *Phys. Rev. A*, vol.65, p.022314, Jan 2002. doi:10.1103/PhysRevA.65.022314. URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.65.022314.