

## تحلیل نمودار هرتسپرونگ-راسل

کیمیا شکیب‌نژاد<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup> دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی اصفهان

**چکیده:** نمودار هرتسپرونگ-راسل (H-R) یک ابزار تجسم بنیادی در نجوم مدرن است که درخشندگی ستارگان را در برابر دما، نمونه طیفی یا رنگ ترسیم می‌کند. در این پروژه از کتابخانه‌های Matplotlib و Astropy برای رسم داده‌های مربوط به نمودار هرتسپرونگ-راسل، ایزوکرون‌هایش و موقعیت ستارگان استفاده می‌کنیم که نتایج به همراه روش‌های تولیدشان در متن ارائه می‌شود. سپس با استفاده از نمودارهای بدست آمده به تحلیل اطلاعاتی مانند طبقه‌بندی ستارگان (دنباله اصلی، کوتوله‌ها، غول‌ها و...)، چرخه زندگی آن‌ها و تحولشان در طول زمان می‌پردازیم و در نهایت ایزوکرون‌های خوشه‌های ستاره‌ای با متغیرهای مختلف را مورد بررسی قرار می‌دهیم و مشخصاتی نظیر سن، فاصله و فلزینگی را برای یک خوشه نمونه بدست می‌آوریم.

**کلمات کلیدی:** نمودار H-R، ایزوکرون ستاره‌ای، آنالیز دیتا، فلزینگی، کوتوله سفید، تکامل ستارگان، نمونه طیفی، قدر ظاهری و مطلق، درخشندگی ستارگان.

### ۱ مقدمه

#### ۱-۱ تکامل ستاره‌ای

حالی که ستارگان پرجرم تر می‌توانند عناصر سنگین تری را در امتداد یک سری پوسته‌های متحدالمرکز همجوشی کنند. هنگامی که ستاره ای مانند خورشید سوخت هسته‌ای خود را تمام کرد، هسته آن به یک کوتوله سفید متراکم فرو می‌ریزد و لایه‌های بیرونی به عنوان یک سحابی سیاره‌ای خارج می‌شوند. ستارگانی با جرم حدود ده برابر خورشید می‌توانند در یک ابرنواختر منفجر شوند زیرا هسته‌های آهنی بی اثر آنها به یک ستاره نوترونی بسیار متراکم یا سیاهچاله فرو می‌ریزند. اگرچه جهان به اندازه کافی پیر نیست که کوچکترین کوتوله‌های قرمز به پایان عمر خود برسند، مدل‌های ستاره‌ای نشان می‌دهند که قبل از تمام شدن سوخت هیدروژن و تبدیل شدن به کوتوله‌های سفید کم جرم، به آرامی روشن تر و داغ تر می‌شوند.

#### ۲-۱ نمودار هرتسپرونگ-راسل

یکی از مفیدترین و قدرتمندترین نمودارها در اخترفیزیک، نمودار هرتسپرونگ-راسل (نمودار H-R) است. در سال ۱۹۱۱ زمانی که ستاره‌شناس دانمارکی، اژنار هرتسپرونگ، قدر مطلق ستارگان را به ازای رنگ آنها (بنابراین دمای مؤثر) ترسیم کرد به وجود آمد. [۲] در سال ۱۹۱۳، ستاره‌شناس آمریکایی هنری نوریس راسل مستقلاً از نمونه طیفی (دمای سطح) در برابر قدر مطلق (درخشندگی ستاره) استفاده

تکامل ستاره‌ای فرآیندی است که طی آن یک ستاره در طول عمر خود متحمل یک سری تغییرات اساسی می‌شود. بسته به جرم ستاره، این طول عمر از تنها چند میلیون سال برای پرجرم‌ترین تا تریلیون‌ها سال برای کم جرم است، که به طور قابل توجهی بیشتر از سن جهان است. همه ستارگان از ابرهای در حال فروپاشی گاز و غبار که اغلب سحابی یا ابرهای مولکولی نامیده می‌شوند، متولد می‌شوند. در طول میلیون‌ها سال، این پیش‌ستاره‌ها در حالت تعادل قرار می‌گیرند و تبدیل به ستاره‌های دنباله اصلی می‌شوند. [۱]

همجوشی هسته‌ای یک ستاره را در بیشتر عمرش نیرو می‌دهد. در ابتدا انرژی از همجوشی اتم‌های هیدروژن در هسته ستاره دنباله اصلی تولید می‌شود. بعداً، با تبدیل شدن غالب اتم‌ها در هسته به هلیوم، ستارگانی مانند خورشید شروع به همجوشی هیدروژن در امتداد پوسته کروی اطراف هسته می‌کنند. این فرآیند باعث می‌شود که ستاره به تدریج بزرگ شود و از مرحله پیش از غول عبور کند تا به مرحله غول سرخ برسد. ستارگانی با جرم حداقل نیمی از خورشید نیز می‌توانند از طریق همجوشی هلیوم در هسته خود شروع به تولید انرژی کنند، در

بار توسط Ballesteros (۲۰۱۲) [۱۶] ارائه شد، که آن را با در نظر گرفتن ستاره ها به عنوان اجسام سیاه به دست آورد، که یک تقریب نسبتاً مناسب برای بیشتر اهداف است.

$$T = 4600K \left( \frac{1}{0.92(BV) + 1.7} + \frac{1}{0.94(BV) + 0.62} \right) \quad (2)$$

از آنجایی که دیتای اولیه حاوی اطلاعاتی درباره قدر مطلق ستارگان نبود، با استفاده از قدر ظاهری و فاصله، قدر مطلق ستارگان را محاسبه می‌کنیم. چون روشی ظاهری یک شی تابعی از میزان روشنایی و دور بودن آن است، دانستن دو مورد از این مقادیر امکان محاسبه مقدار سوم را فراهم می‌کند که از رابطه‌ی

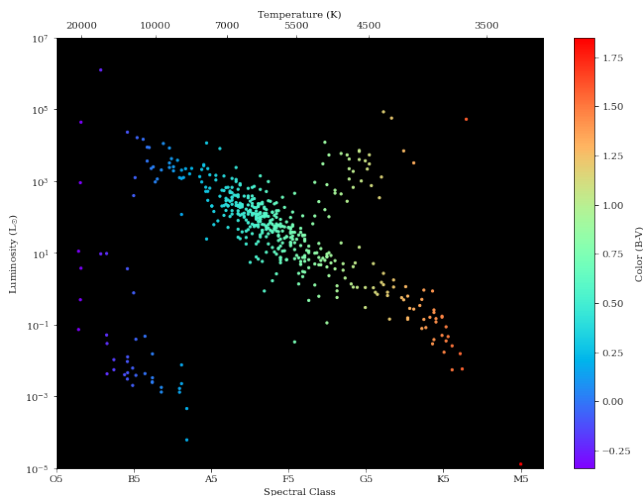
$$M_V = V_{\text{mag}} + 5 \times \log\left(\frac{\text{par}}{100}\right) \quad (3)$$

بدست می‌آید. سپس، درخشندگی مطلق را می‌توان برای همه ستارگان محاسبه کرد:

$$L/L_{\odot} = 2.512^{4.83 - M_V} \quad (4)$$

نتیجه شکل [۲] است که در پیوست کدهای استفاده شده برای تولید آن ارائه شده است.

یک دنباله اصلی واضح وجود دارد که از سمت چپ بالا به سمت راست پایین مشاهده می‌شود، با گروهی مجزا از کوتوله‌ها در سمت چپ پایین قرار گرفته است. شاخه غول‌ها نیز همانطور که باید از دنباله اصلی به سمت بالا و به سمت راست امتداد می‌یابد. ر محور افقی پایین، نمونه طیفی تقریبی است، در حالی که بالا نشان دهنده دمای موثر [۲] مربوطه است. در محور عمودی، درخشندگی ستارگان بر حسب واحد درخشندگی خورشیدی [۴]، در مقیاس لگاریتمی است. نوار رنگ سمت راست اطلاعاتی را در مورد شاخص رنگ B-V هر ستاره ارائه می‌دهد که اساساً معیار دیگری از دمای سطح است.

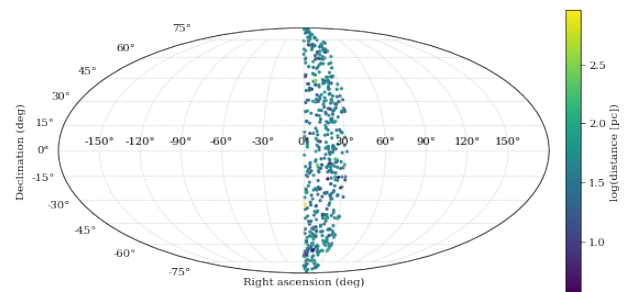


شکل ۲: نمودار H-R ایجاد شده

کرد. [۳] در این نمودار درخشندگی در محور عمودی و دمای سطح در محور افقی است. نمودارهای حاصل از آنها نشان داد که رابطه بین دما و درخشندگی یک ستاره تصادفی نیست. به طور مشخص‌تر این نمودار گروهی از ستارگان را در مراحل مختلف تکامل خود نشان می‌دهد. [۴] انجام محاسبات روی این نمودار اطلاعاتی تازه را در مورد طبقه‌بندی ستارگان (دنباله اصلی، کوتوله‌ها، غول‌ها و...)، چرخه‌های زندگی و بسیاری از ویژگی‌های دیگر آشکار می‌کند.

## ۲ رسم نمودار H-R

در این بخش، ما از داده‌های قدر ظاهری و نمونه طیفی ستاره‌ای جمع‌آوری شده توسط Sloan Digital Sky Survey برای برآزش و رسم نمودار H-R با استفاده از Python و Matplotlib استفاده می‌کنیم.



شکل ۱: موقعیت ستارگان مورد استفاده برای رسم نمودار H-R. رنگ نقاط با فاصله آنها از زمین مطابقت دارد.

اساساً سه متغیر مختلف وجود دارد که می‌توانند به عنوان محور افقی نمودار H-R استفاده شوند: شاخص رنگ، دما و نمونه طیفی. همه این مقادیر اساساً مترادف هستند و تبدیل بین آنها کار ساده‌ای است. [۵] معادله زیر در ابتدا برای برآزش داده‌های کالیبراسیون دمای رنگ پیشنهاد شد:

$$\log T = a_0 + a_1(BV) + a_2(BV)^2 + a_3(BV)^3 + a_4(BV)^4 \quad (1)$$

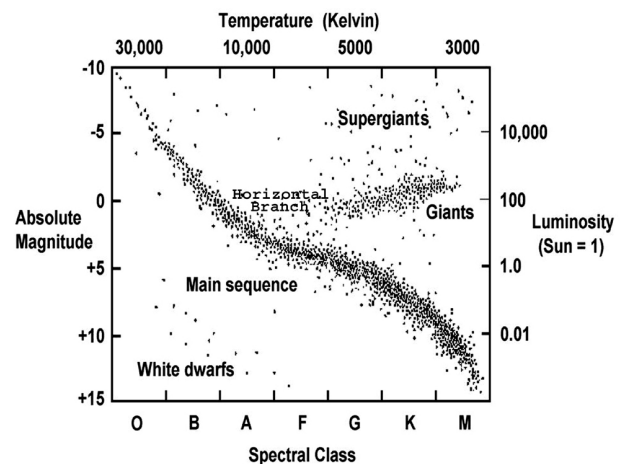
که در آن ضرایب برابرند با:

$$\begin{aligned} a_0 &= +3.986; \\ a_1 &= -0.558; \\ a_2 &= +0.498; \\ a_3 &= -0.324; \\ a_4 &= +0.078 \end{aligned}$$

با این حال، فرمول پذیرفته شده در معادله [۲] داده شده است و اولین

### ۳ اطلاعات نمودار H-R

از آنجایی که درخشندگی در نمودار به سمت بالا افزایش می‌یابد و دمای سطح به سمت چپ افزایش می‌یابد، ستاره‌های نزدیک گوشه سمت چپ بالا داغ و درخشان هستند. به طور مشابه، ستارگان نزدیک گوشه سمت راست بالا سرد و درخشان هستند. ستاره‌های نزدیک گوشه پایین سمت راست سرد و کم نور هستند و ستاره‌های نزدیک گوشه پایین سمت چپ داغ و کم نور هستند.



شکل ۳: انواع ستارگان روی نمودار H-R

چند منطقه از نمودار H-R نامگذاری شده‌اند، اگرچه ستاره‌ها می‌توانند هر بخشی را اشغال کنند. درخشان‌ترین ستاره‌ها ابرغول نامیده می‌شوند و ستارگان درست خارج از دنباله اصلی غول سرخ، ستاره‌های دنباله اصلی کوتوله نامیده می‌شوند و به ستارگان کم نور و داغ کوتوله سفید می‌گویند.

**دنباله اصلی:** نواری که به صورت مورب در نمودار H-R کشیده می‌شود، دنباله اصلی نامیده می‌شود.

دنباله اصلی از گوشه سمت چپ بالای نمودار تا گوشه سمت راست پایین‌گسترش یافته است. با ستاره‌های آبی در گوشه سمت چپ بالای دنباله و ستاره‌های قرمز در گوشه پایین سمت راست. این طولانی‌ترین مرحله در زندگی هر ستاره‌ای است. ستاره‌ها ۹۰ درصد از عمر خود را در این مرحله می‌گذرانند، خورشید نیز در این دنباله (دمای ۵۴۰۰K) قرار دارد.

ستاره‌های سمت راست بالا غول نامیده می‌شوند زیرا به طور قابل توجهی از اندازه اصلی خود منبسط شده‌اند و با انجام این کار، سطح آنها سرد شده و بنابراین رنگ آنها کمی قرمز شده است. ستارگان غول آبی هم در بالا و سمت راست دنباله اصلی قرار دارند اما نادرتر از غول‌های قرمز هستند، زیرا آنها از ستاره‌های پرجرم‌تر و کمتر معمولی رشد می‌کنند و در مرحله غول آبی عمر کوتاهی دارند.

در گوشه بالا سمت راست چند ستاره وجود دارد که حتی از غول‌ها بزرگ‌تر هستند. این‌ها ابرغول‌ها هستند که شعاع آنها تا ۱۰۰۰

برابر خورشید است. مانند Antaresin عقرب و Betelgeuse در شکارچی.

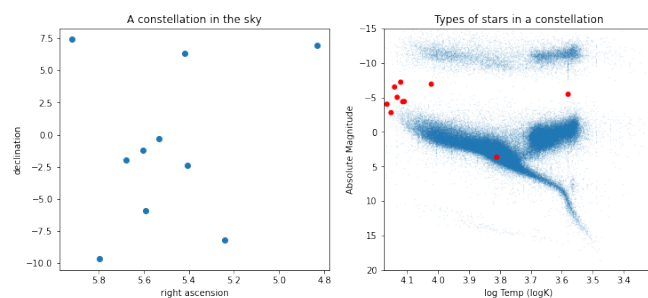
در پایین سمت چپ، ستارگان با شعاع بسیار کوچکتر سفید به نظر می‌رسند. اینها ستاره‌های کوتوله سفید هستند که ستارگانی داغ با درخشندگی کم هستند. بنابراین، آنها باید کوچک باشند و از این رو ستاره‌های کوتوله نامیده می‌شوند. اندازه آن‌ها تقریباً به اندازه زمین است و حدود ۹ درصد از ستاره‌های آسمان شب را تشکیل می‌دهند. یک نمونه معروف آن‌ها سیریوس بی است.

نمودار H-R مستقیماً اطلاعات مهمی در مورد ستارگان ارائه می‌دهد:

- شعاع ستاره، زیرا درخشندگی یک ستاره هم به دمای سطح و هم به مساحت یا شعاع سطح آن بستگی دارد.
- به سرعت به ما می‌گوید که چه نوع ستاره‌ای است (غول یا کوتوله).
- جرم، سن و طول عمر ستاره را نشان می‌دهد.
- فاصله یک ستاره را با استفاده از نمودار H-R می‌توان محاسبه کرد.

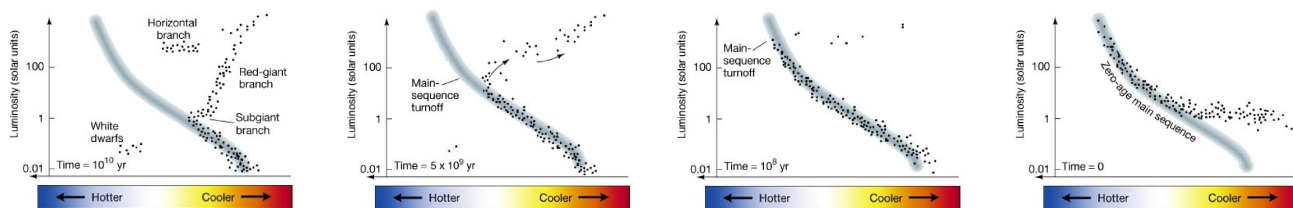
### ۱-۳ مشخص کردن نوع ستارگان یک صورت فلکی

در اینجا ما برای رسم شکل [۵] از داده‌های [astronexus.com](http://astronexus.com) استفاده می‌کنیم.



شکل ۵: شکل سمت چپ مکان ستارگان صورت فلکی شکارچی را در آسمان مشخص می‌کند در حالی که شکل سمت راست موقعیت آن ستارگان را در نمودار H-R نشان می‌دهد.

در شکل [۵] می‌توان مشاهده کرد که صورت فلکی شکارچی غالباً از ستارگان آبی و داغ ایجاد شده است. این به خاطر آن است که شکارچی هنوز در حال ساخت ستارگان است و زمانی که ستارگان جدید هستند معمولاً داغ‌تر و آبی‌ترند به خصوص زمانی که مواد زیادی برای ساختنشان وجود داشته باشد. علاوه بر این شکارچی یک ستاره تقریباً مشابه خورشید دارد که وسط دنباله اصلی مشاهده می‌شود و در بالا سمت راست نمودار Betelgeuse مشاهده می‌شد که ستاره‌ای بزرگ و قرمز و سرد است.



(د) پس از ۱۰ میلیارد سال

(ج) پس از ۵ میلیارد سال

(ب) پس از ۱۰۰ میلیون سال

(آ) زمان اولیه

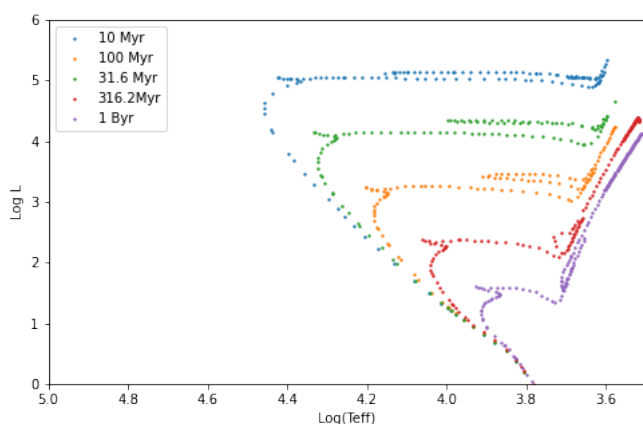
شکل ۴: تکامل خوشه ستاره‌ای با استفاده از نمودار H-R

نظریه مه‌بانگ، در عالم آغازین تنها هیدروژن (و مقدار ناچیزی هلیوم، لیتیم و بریلیوم به خاطر هسته‌زایی مه‌بانگ) وجود داشت. از این رو ستاره‌هایی که فلزینگی پایینی دارند، در عالم آغازین شکل گرفته‌اند و بنابراین عمر بیشتری دارند.

#### ۴-۱-۱ فلزینگی ثابت

در این جا برای تولید دیتای ایزوکرون‌های مورد استفاده از [stev.oapd.inaf.it](http://stev.oapd.inaf.it) استفاده می‌کنیم.

می‌خواهیم ایزوکرون‌های خوشه ستاره‌ای با فلزینگی ثابت را در زمان‌های مختلف رسم و تحلیل کنیم.



شکل ۶: ایزوکرون‌های خوشه ستاره‌ای با فلزینگی  $z = 0.008$

در شکل [۶] مشاهده می‌کنیم که با گذشت زمان ستاره‌های بیشتری دنباله اصلی را ترک می‌کنند و به شاخه غول‌های سرخ می‌پیوندند. این نتایج توضیحات مربوط به شکل [۴] که در قسمت قبل به آن‌ها پرداختیم را تایید می‌کند. در منحنی‌های آبی رنگ و سبزرنگ که ایزوکرون را در زمان‌های ۱۰ و ۱۰۰ میلیون سال نشان می‌دهد تنها ستارگان O و برخی ستارگان B هستند که از دنباله اصلی فاصله گرفتند که این مشابه آنچه در دو نمودار سمت چپ شکل [۴] مشاهده کردیم است و در منحنی بنفش رنگ نیز مشابه نمودار سمت راست غالب ستارگان از دنباله اصلی منحرف شده‌اند.

## ۴ تکامل خوشه ستاره‌ای با استفاده از نمودار H-R

در زمان اولیه شکل‌گیری خوشه ستاره‌ای، بیشتر ستارگان با جرم بالا به دنباله اصلی رسیده‌اند، در حالی که برخی از ستارگان کم جرم هنوز در فاز T Tauri هستند.

ده میلیون سال بعد، ستارگان O با بالاترین جرم تمام هیدروژن خود را مصرف کرده و شروع به تکامل از دنباله اصلی می‌کنند.

پس از ۱۰۰ میلیون سال، همه ستارگان O تبدیل به ابرنواختر شده‌اند. ستارگان B از دنباله اصلی شروع به تکامل می‌کنند.

پس از ۱ میلیارد سال، تمام ستارگان B که به اندازه کافی پر جرم هستند، تبدیل به ابرنواختر شده‌اند و بقیه به غول‌های قرمز تبدیل شده‌اند. ستاره‌های A شروع به تکامل از دنباله اصلی می‌کنند.

پس از ۵ میلیارد سال، ستارگان G شروع به تکامل از دنباله اصلی می‌کنند. شاخه‌ی غول سرخ پر از ستاره‌های در اصل پر جرم‌تر است. برخی از اولین ستارگان غول سرخی که شکل گرفتند قبلاً به کوتوله‌های سفید تبدیل شده‌اند.

پس از ۱۰ میلیارد سال، ستارگان OBAFG همگی در دنباله اصلی غایب هستند، شاخه غول سرخ بسیار پر جمعیت است، و همچنین کوتوله‌های سفید زیادی وجود دارد. فقط ستاره‌های K و M در دنباله اصلی باقی می‌مانند.

#### ۴-۱ ایزوکرون‌های ستاره‌ای

در اخترفیزیک، ایزوکرون یک منحنی در نمودار هرتسپرونگ-راسل است که نشان دهنده جمعیتی از ستارگان با سن یکسان است.

در اخترشناسی و کیهان‌شناسی، فلزینگی (Metallicity) نشان‌دهنده نسبتی از جرم یک جسم نجومی است که از عنصرهایی به جز هیدروژن و هلیوم ساخته شده‌است. از آن‌جا که ستاره‌ها، که بیشتر جرم مرئی جهان را ساخته‌اند، بیش از هر چیز از هیدروژن و هلیوم ساخته شده‌اند، اخترشناسان برای سادگی، همه عنصرهای سنگین‌تر از این دو عنصر را فلز می‌نامند. از این رو سحابی‌ای که دارای مقدار زیادی کربن، نیتروژن، اکسیژن و نئون باشد، پرفلز دانسته می‌شود، هرچند که این عنصرها را در علم شیمی فلز نمی‌دانند.

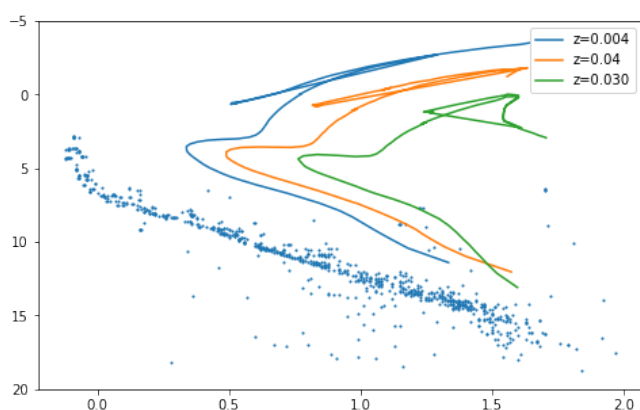
فلزینگی یک جسم می‌تواند نشان‌دهنده عمر آن هم باشد. بر اساس



شکل ۸: M45 (Pleiades star cluster)

حالا باید ایزوکرون‌های مختلف را برای سن‌های متفاوت رسم کنیم تا ایزوکرون‌هایی بدست بیایند که شکل آنها با شکل ایزوکرون خوشه همخوانی داشته باشد (در این مرحله تطابق شکل منحنی‌ها کافیست و نیازی به یکسان بودن موقعیت آنها با ایزوکرون خوشه نداریم) و با آزمون و خطا سن تقریبی خوشه را حدس بزنیم.

در ابتدا سن ۱۰ میلیارد سال را برای این خوشه امتحان می‌کنیم که منحنی‌های شکل [۹] را به ما می‌دهد.

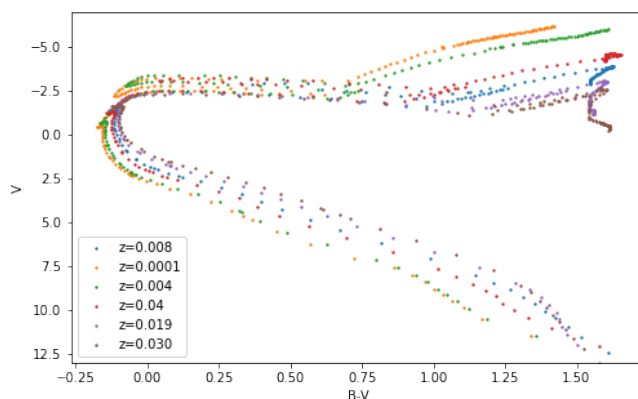


شکل ۹: ایزوکرون‌های خوشه‌های ستاره‌ای با سن ۱۰ میلیارد سال و ایزوکرون خوشه پروین

از آنجایی که الگوی منحنی‌های شکل [۹] با الگوی ایزوکرون خوشه مطابقت ندارد و با توجه به قسمت ۴-۱-۱، نتیجه می‌گیریم که سن خوشه پروین باید کمتر از این مقدار باشد.

این بار سن را در حدود ۱۰۰ میلیون سال در نظر گرفته و نمودار را دوباره رسم می‌کنیم.

حال این سوال پیش می‌آید که اگر سن را ثابت نگه داریم و در عوض نمودارها را برای خوشه‌هایی با مقادیر فلزینگی متفاوت رسم کنیم چه می‌شود.



شکل ۷: ایزوکرون‌های خوشه ستاره‌ای با سن ۱۰۰ میلیون سال

برای پاسخ دادن به این سوال سن خوشه‌ها را ۱۰۰ میلیون سال در نظر می‌گیریم و سپس منحنی‌ها را برای  $z = 0.008$  تا  $z = 0.04$  رسم می‌کنیم. با این کار می‌توانیم تاثیر فلزینگی را روی نقطه انحراف از دنباله اصلی مشاهده کنیم.

### ۴-۱-۳ تطبیق دادن ایزوکرون یک خوشه ستاره‌ای

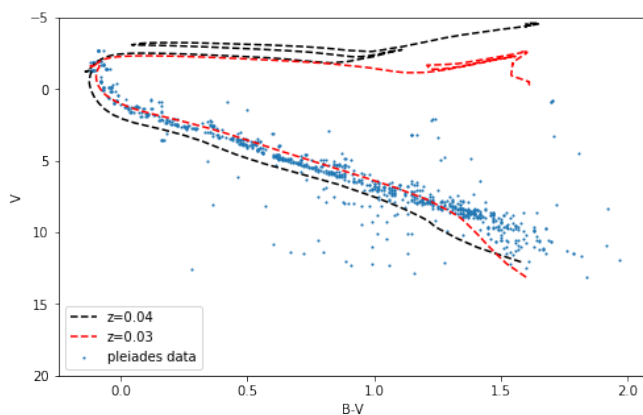
از ایزوکرون‌ها می‌توان برای تاریخ گذاری خوشه‌های باز استفاده کرد زیرا اعضای آن‌ها تقریباً سن یکسانی دارند. یکی از اولین استفاده‌های روش ایزوکرون برای تاریخ گذاری یک خوشه باز توسط دمارک و لارسون [۷] در سال ۱۹۶۳ انجام شد.

با استفاده از شبیه‌سازی‌های عددی برای تکامل آن به سمت سن مورد نظر، و رسم درخشندگی و قدر ستاره بر روی نمودار HR منحنی به‌دست آمده یک هم‌زمان است که می‌توان آن را با نمودار قدر رنگ مشاهده‌ای مقایسه کرد تا مشخص شود که چقدر مطابقت دارند. اگر آنها به خوبی مطابقت داشته باشند، سن فرضی ایزوکرون نزدیک به سن واقعی خوشه است.

ابتدا در وبسایت [galaxyzooforum.org](http://galaxyzooforum.org) خوشه مورد نظر را انتخاب کرده و داده‌های مربوط به آن را بارگیری می‌کنیم.

در اینجا ایزوکرون مربوط به خوشه پروین که یک خوشه ستاره‌ای باز در صورت فلکی گاو است را مورد بررسی قرار می‌دهیم. هدف ما پیدا کردن سن و فاصله این خوشه است.





شکل ۱۲: ایزوکرون‌های خوشه‌های ستاره‌ای با سن ۱۰۰ میلیون سال و فلزینگی‌های  $z=0.04$  و  $z=0.03$  و ایزوکرون خوشه پروین انتقال‌یافته

با توجه به شکل [۱۲] به این نتیجه می‌رسیم که فلزینگی خوشه ستاره‌ای پروین برابر است با

$$0.03 \leq [Fe/H] \leq 0.04.$$

تمامی ویژگی‌های بدست آمده برای این خوشه در این محاسبات با مقدارهای واقعی مشاهدات تطابق دارد. سن خوشه پروین بین ۷۵ تا ۱۵۰ میلیون سال تخمین زده شده است [۶] و در فاصله ۱۳۶ پارسیکی از زمین قرار دارد.

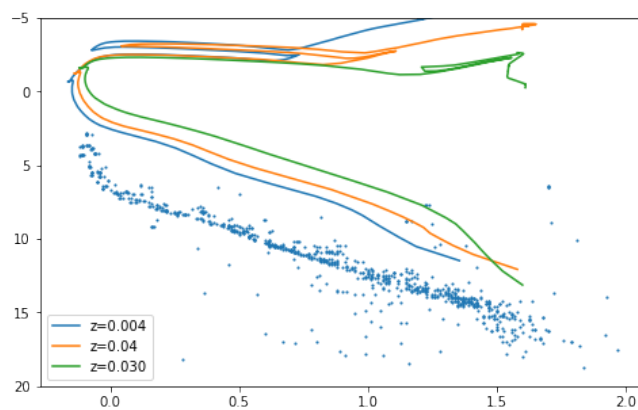
## ۵ نتیجه‌گیری

ما به طور مختصر فرآیندهای رخ داده در هر مرحله از تکامل ستاره‌ای را توضیح دادیم و ویژگی‌های ستارگان مختلف را با تجزیه و تحلیل کردیم. سپس با استفاده از Matplotlib نمودار هر ترسپرونگ-راسل را ترسیم کردیم و موقعیت ستاره‌های هر صورت فلکی خواسته شده را روی این نمودار مشخص کردیم. سپس ویژگی‌های کلیدی آن و همچنین کاربردهای آن در نجوم و اخترفیزیک را مورد بحث قرار دادیم و ایزوکرون‌های نمودار را یک بار به ازای فلزینگی ثابت و بار دیگر به ازای سن خوشه ثابت رسم کردیم که نتایج آن‌ها با توضیحات نظری پیشین درباره تکامل ستاره‌ای مطابق بود. علاوه بر این ایزوکرون خوشه ستاره‌ای پروین را در نمودار تطابق دادیم و سن، فاصله و فلزینگی آن را بدست آوردیم که مطابق مقدارهای مشاهده‌ای بود.

## پیوست

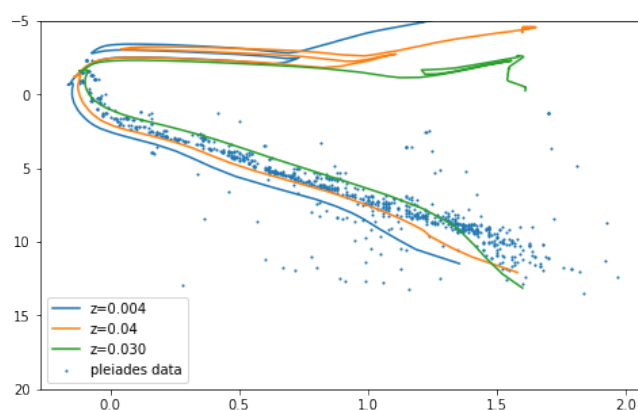
### کدهای مورد استفاده

```
1 %matplotlib inline
2 import numpy as np, pandas as pd, matplotlib.pyplot as plt, matplotlib as mpl, astropy.coordinates as coord, astropy.units as u
3 from scipy.optimize import curve_fit
4 mpl.rcParams['font.family'] = 'serif'
5 main_sequence = pd.read_csv('HR-project-stars(1).csv')
```



شکل ۱۰: ایزوکرون‌های خوشه‌های ستاره‌ای با سن ۱۰۰ میلیون سال و ایزوکرون خوشه پروین

حال می‌توانیم ببینیم که منحنی‌های بدست آمده و ایزوکرون خوشه الگوی یکسانی دارند و تنها تفاوت آن‌ها در این است که منحنی‌ها بالاتر از ایزوکرون قرار دارند. این اختلاف ناشی از معادله [۳] است. ایزوکرونی که برای خوشه پروین رسم کردیم بر اساس مشاهده بوده و قدر ظاهری ستارگان است در حالی که منحنی‌های دیگر بوسیله کد تولید شده‌اند و قدر مطلق را نشان می‌دهند. بنابراین باید منحنی خوشه را مقداری به بالا انتقال دهیم تا مطابق با یکی از منحنی‌های رسم شده شود.



شکل ۱۱: ایزوکرون‌های خوشه‌های ستاره‌ای با سن ۱۰۰ میلیون سال و ایزوکرون خوشه پروین انتقال داده شده

سپس با قرار دادن این مقدار انتقال در معادله [۳] می‌توانیم فاصله خوشه را نیز بدست آوریم که برابر با حدود ۱۳۲ par می‌شود.

```

9
10 #plt.title("Chart of stars in this dataset\n")
11 plt.xlabel("Right ascension (deg)")
12 plt.ylabel("Declination (deg)")
13
14 cmap = plt.cm.viridis
15 norm = mpl.colors.Normalize(vmin=min(np.log10(↵
    distances)), vmax=max(np.log10(distances)))
16 cax = fig.add_axes([0.925, 0.2, 0.025, 0.6])
17 cb = mpl.colorbar.ColorbarBase(cax, cmap=cmap, ↵
    norm=norm, spacing='proportional')
18 #cb.ax.set_yticklabels(lumClasses)
19 cb.set_label('log(distance [pc])')
20
21 plt.savefig('skymap.png',bbox_inches='tight')
22 plt.show()

```

## نمودار [۲]

```

1 starlist['Temperature (K)'] = Ballesteros(↵
    starlist['Color (B-V)']) #or 10*↵
    logColorTemp(starlist['Color (B-V)'],*↵
    guess_vals)
2 HR = starlist.filter(['Color (B-V)', 'L/Ls', '↵
    Temperature (K)'], axis=1)
3
4 fig, ax1 = plt.subplots()
5 ax1.set_facecolor('black')
6
7 ax2 = ax1.twinx()
8 tempColors = ↵
    [-0.3729,0.01018,0.3779,0.7303,1.1068,1.7121]↵
    # these values have been pre-selected to ↵
    give round Temp numbers
9 ax2.set_xticks([0.2+(color*0.4) for color in ↵
    tempColors]) # align and place them in ↵
    accordance with the main scale
10 tempLabels = [int(Ballesteros(color)) for color ↵
    in tempColors] # calculate the temperatures
11 ax2.set_xticklabels(tempLabels)
12 ax2.set_xlabel('Temperature (K)')
13
14 HR.plot(figsize=(11,8),kind='scatter',x='Color (B↵
    -V)',y='L/Ls',c='Color (B-V)',
15         cmap='rainbow',marker='.',logy=True,title↵
    ='Hertzprung-Russell Diagram\n',
16         ax=ax1).set(xlabel='Color (B-V)', ylabel=↵
    'Luminosity (L$_\u2609$)')
17
18 ax1.set_xticks(np.linspace(-0.45,1.85,len(↵
    specClasses))) # approximate B-V values for ↵
    each spectral class
19 ax1.set_xticklabels([C1+'5' for C1 in specClasses↵
    ])
20 ax1.set_xlabel('Spectral Class')
21
22 plt.gca().set_ylim(1e-5,1e7)
23 plt.show()
24 fig.savefig('diagram.png',bbox_inches='tight')

```

## نمودار [۵]

```

6 white_dwarfs = pd.read_csv('wd-stars.csv')
7 color_scale = pd.read_csv('stars-color-color-↵
    diagrams (1).csv')
8 specClasses = list("OBAFGKM")
9 main_sequence['M(v)'] = main_sequence['Vmag'] + ↵
    (5*np.log(main_sequence['Par(mas)']/100))
10 starlist = main_sequence.drop(['Unnamed: 7', '↵
    Unnamed: 8'],axis=1)
11
12 init_max = max(starlist.index) # number of ↵
    entries before added WD catalog
13
14 for i in white_dwarfs.index: # append ↵
    corresponding columns from WDs to the main ↵
    list
15     main_i = i+init_max
16     starlist.loc[main_i,'HIP id'] = white_dwarfs.↵
        loc[i,'name'].split()[-1]
17     starlist.loc[main_i,'Vmag'] = white_dwarfs.↵
        loc[i,'vmag']
18     starlist.loc[main_i,'RA (deg)'] = ↵
        white_dwarfs.loc[i,'ra']
19     starlist.loc[main_i,'Dec (deg)'] = ↵
        white_dwarfs.loc[i,'dec']
20     starlist.loc[main_i,'(B-V)'] = white_dwarfs.↵
        loc[i,'bv_color']
21     starlist.loc[main_i,'Sp class'] = ↵
        white_dwarfs.loc[i,'spect_type'][:2]
22     starlist.loc[main_i,'Par(mas)'] = ↵
        white_dwarfs.loc[i,'parallax']
23     starlist.loc[main_i,'M(v)'] = white_dwarfs.↵
        loc[i,'Mvmag']
24
25 starlist.rename(columns={'(B-V)': 'Color (B-V)'},↵
    inplace=True)
26
27 logColorTemp = lambda BV,a0,a1,a2,a3,a4: a0+a1*(↵
    BV)+a2*(BV**2)+a3*(BV**3)+a4*(BV**4)
28 Ballesteros = lambda BV: 4600*(1/((0.92*BV)+1.7) ↵
    + 1/((0.92*BV)+0.62))
29
30 guess_vals = [3.986,-0.558,0.498,-0.324,0.078]
31 fit_params, cov_mat = curve_fit(logColorTemp, ↵
    color_scale['B-V'], color_scale['log(temp)']↵
    ], p0=guess_vals)
32 fit_errors = np.sqrt(np.diag(cov_mat))

```

## نمودار [۱]

```

1 distances = 1/np.tan(starlist['Par(mas)']/1000)
2
3 ra = coord.Angle(starlist.loc[:,'RA (deg)'],unit=↵
    u.degree)
4 ra = ra.wrap_at(180*u.degree)
5 dec = coord.Angle(starlist.loc[:,'Dec (deg)'],↵
    unit=u.degree)
6 fig, ax = plt.subplots(figsize=(8,6),subplot_kw={↵
    'projection': "mollweide"})
7 ax.grid(color='silver', linestyle=':')
8 skymap = ax.scatter(ra.radian, dec.radian,c=np.↵
    log10(distances),cmap='viridis',s=4) #np.↵
    log10(distances)**2)

```

```

12 plt.scatter(logte[w8], logl[w8],label='100 Myr',s←
    =1.8)
13 plt.scatter(logte[w7_5], logl[w7_5],label='31.6 ←
    Myr',s=1.8)
14 plt.scatter(logte[w8_5], logl[w8_5],label='316.2←
    Myr',s=1.8)
15 plt.scatter(logte[w9], logl[w9],label='1 Byr',s←
    =1.8)
16
17
18 plt.xlabel('Log(Teff)')
19 plt.ylabel('Log L')
20 plt.axis([5.0,3.5,0,6])
21 #plt.title("Isochrones for star cluster with ←
    metallicity z =0.008")
22 plt.legend()
23 plt.savefig("cmdconstmetallicity.pdf")

```

## نمودار [۷]

```

1 Mb1,Mv1 = np.loadtxt('isoc_z008.dat',usecols←
    =(8,9),unpack=True)
2 Mb2,Mv2 = np.loadtxt('isoc_z0001.dat',usecols←
    =(8,9),unpack=True)
3 Mb3,Mv3 = np.loadtxt('isoc_z0004.dat',usecols←
    =(8,9),unpack=True)
4 Mb4,Mv4 = np.loadtxt('isoc_z004.dat',usecols←
    =(8,9),unpack=True)
5 Mb5,Mv5 = np.loadtxt('isoc_z019.dat',usecols←
    =(8,9),unpack=True)
6 Mb6,Mv6 = np.loadtxt('isoc_z030.dat',usecols←
    =(8,9),unpack=True)
7
8 loga1 = np.loadtxt('isoc_z008.dat',usecols=(0),←
    unpack=True)
9 loga2 = np.loadtxt('isoc_z0001.dat',usecols=(0),←
    unpack=True)
10 loga3 = np.loadtxt('isoc_z0004.dat',usecols=(0),←
    unpack=True)
11 loga4 = np.loadtxt('isoc_z004.dat',usecols=(0),←
    unpack=True)
12 loga5 = np.loadtxt('isoc_z019.dat',usecols=(0),←
    unpack=True)
13 loga6 = np.loadtxt('isoc_z030.dat',usecols=(0),←
    unpack=True)
14
15 w71 = np.where(loga1 == 8.0)
16 w72 = np.where(loga2 == 8.0)
17 w73 = np.where(loga3 == 8.0)
18 w74 = np.where(loga4 == 8.0)
19 w75 = np.where(loga5 == 8.0)
20 w76 = np.where(loga6 == 8.0)
21
22 plt.figure(figsize=[8,5])
23
24 plt.scatter(Mb1[w71]-Mv1[w71],Mv1[w71],label='z←
    =0.008',s=1.8)
25 plt.scatter(Mb2[w72]-Mv2[w72],Mv2[w72],label='z←
    =0.0001',s=1.8)
26 plt.scatter(Mb3[w73]-Mv3[w73],Mv3[w73],label='z←
    =0.004',s=1.8)

```

```

1 data = pd.read_csv("https://github.com/adamlamee/←
    CODINGinK12/raw/master/data/stars.csv")
2
3 data['con'].sort_values().unique()
4
5 # This picks a constellation to plot
6 constellation = data.query('con == "Ori"') # Ori ←
    is short for Orion
7
8 plt.close('all')
9 fig = plt.figure(figsize=(12, 5))
10 plt.subplot(1, 2, 1)
11
12 # This plots where the constellation's 10 ←
    brightest stars are in the sky
13 constellation = constellation.sort_values('mag').←
    head(10)
14 plt.scatter(constellation['ra'],constellation['←
    dec'])
15 plt.gca().invert_xaxis()
16 plt.title("A constellation in the sky")
17 plt.xlabel("right ascension")
18 plt.ylabel("declination")
19
20 plt.subplot(1, 2, 2)
21 # format the points on the plot
22 transparency = 0.2
23 size = 1
24
25 # plots the constellation's stars in red over the←
    big plot of all stars
26 plt.scatter(np.log10(data['temp']), data['absmag'←
    ], s=size, edgecolors='none', alpha=←
    transparency)
27 logtemps = np.log10(constellation['temp'])
28 #plt.scatter(constellation['temp'], constellation←
    ['absmag'], color='red', edgecolors='none')
29 plt.scatter(logtemps, constellation['absmag'], ←
    color='red', edgecolors='none')
30 #plt.xlim(2000,15000)
31 plt.xlim(np.log10(15000),np.log10(2000))
32 plt.ylim(20,-15)
33 plt.title("Types of stars in a constellation")
34 plt.ylabel("Absolute Magnitude")
35 plt.xlabel("log Temp (logK)")
36 plt.show()

```

## نمودار [۶]

```

1 loga,logl,logte = np.loadtxt('isoc_z008.dat',←
    usecols=(0,3,4),unpack =True)
2
3 w7 = np.where(loga == 7.0)#10**7
4 w7_5 = np.where(loga == 7.5)
5 w8 = np.where(loga == 8.0)
6 w8_5 = np.where(loga == 8.5)
7 w9 = np.where(loga == 9.0)
8
9 plt.figure(figsize=[8,5])
10
11 plt.scatter(logte[w7], logl[w7],label='10 Myr',s←
    =1.8)

```



```

5 w75 = np.where(loga5 == 8.2)
6 w76 = np.where(loga6 == 8.2)
7 plt.figure(figsize=[8,5])
8
9 plt.plot(Mb3[w73]-Mv3[w73],Mv3[w73],label='z↔
    =0.004')
10 plt.plot(Mb4[w74]-Mv4[w74],Mv4[w74],label='z=0.04↔
    ')
11 plt.plot(Mb6[w76]-Mv6[w76],Mv6[w76],label='z↔
    =0.030')
12 plt.scatter(M45bv,M45v,s=1.2)
13 #plt.title("Isochrones for star cluster with age ↔
    100 Myr")
14 plt.legend()
27 plt.scatter(Mb4[w74]-Mv4[w74],Mv4[w74],label='z↔
    =0.04',s=1.8)
28 plt.scatter(Mb5[w75]-Mv5[w75],Mv5[w75],label='z↔
    =0.019',s=1.8)
29 plt.scatter(Mb6[w76]-Mv6[w76],Mv6[w76],label='z↔
    =0.030',s=1.8)
30 #plt.title("Isochrones for star cluster with age ↔
    100 Myr")
31 plt.xlabel('B-V')
32 plt.ylabel('V')
33 plt.legend()
34 plt.savefig("cmdconstage.pdf")

```

نمودار [۹]

نمودار [۱۱]

```

1 plt.figure(figsize=[8,5])
2
3 plt.plot(Mb3[w73]-Mv3[w73],Mv3[w73],label='z↔
    =0.004')
4 plt.plot(Mb4[w74]-Mv4[w74],Mv4[w74],label='z=0.04↔
    ')
5 plt.plot(Mb6[w76]-Mv6[w76],Mv6[w76],label='z↔
    =0.030')
6 plt.scatter(M45bv,M45v-5.2,s=1.2,label="pleiades ↔
    data")
7 plt.title("Isochrones for star cluster with age ↔
    100 Myr")
8 plt.legend()
1 w71 = np.where(loga1 == 10.0)
2 w72 = np.where(loga2 == 10.0)
3 w73 = np.where(loga3 == 10.0)
4 w74 = np.where(loga4 == 10.0)
5 w75 = np.where(loga5 == 10.0)
6 w76 = np.where(loga6 == 10.0)
7 M45v,M45bv = np.loadtxt("m45.dat",usecols=(2,3),↔
    unpack=True)
8
9 plt.figure(figsize=[8,5])
10
11 plt.scatter(Mb1[w71]-Mv1[w71],Mv1[w71],label='z↔
    =0.008',s=1.8)
12 plt.scatter(Mb2[w72]-Mv2[w72],Mv2[w72],label='z↔
    =0.0001',s=1.8)
13 plt.scatter(Mb3[w73]-Mv3[w73],Mv3[w73],label='z↔
    =0.004',s=1.8)
14 plt.scatter(Mb4[w74]-Mv4[w74],Mv4[w74],label='z↔
    =0.04',s=1.8)
15 plt.scatter(Mb5[w75]-Mv5[w75],Mv5[w75],label='z↔
    =0.019',s=1.8)
16 plt.scatter(Mb6[w76]-Mv6[w76],Mv6[w76],label='z↔
    =0.030',s=1.8)
17 plt.scatter(M45bv,M45v,s=1.2)
18 #plt.title("Isochrones for star cluster with age ↔
    100 Myr")
19
20 plt.legend()
21 plt.figure(figsize=[8,5])
22
23 plt.plot(Mb3[w73]-Mv3[w73],Mv3[w73],label='z↔
    =0.004')
24 plt.plot(Mb4[w74]-Mv4[w74],Mv4[w74],label='z=0.04↔
    ')
25 plt.plot(Mb6[w76]-Mv6[w76],Mv6[w76],label='z↔
    =0.030')
26 plt.scatter(M45bv,M45v,s=1.2)
27 #plt.title("Isochrones for star cluster with age ↔
    100 Myr")
28 plt.legend()

```

نمودار [۱۲]

```

1 plt.figure(figsize=[8,5])
2
3 plt.plot(Mb4[w74]-Mv4[w74],Mv4[w74],label='↔
    z=0.04')
4 plt.plot(Mb6[w76]-Mv6[w76],Mv6[w76],label='↔
    z=0.03')
5 plt.scatter(M45bv,M45v-5.6,s=1.2,label="pleiades ↔
    data")
6 #plt.title("Isochrone Fitting for M45")
7 plt.xlabel('B-V')
8 plt.ylabel('V')
9 plt.legend()
10 plt.savefig("Isochronefitting.pdf")
19
20 plt.legend()
21 plt.figure(figsize=[8,5])
22
23 plt.plot(Mb3[w73]-Mv3[w73],Mv3[w73],label='z↔
    =0.004')
24 plt.plot(Mb4[w74]-Mv4[w74],Mv4[w74],label='z=0.04↔
    ')
25 plt.plot(Mb6[w76]-Mv6[w76],Mv6[w76],label='z↔
    =0.030')
26 plt.scatter(M45bv,M45v,s=1.2)
27 #plt.title("Isochrones for star cluster with age ↔
    100 Myr")
28 plt.legend()

```

مراجع

- [1] H. J. Lamers and E. M. Levesque. *Understanding Stellar Evolution*. 2514-3433, IOP Publishing, 2017.
- [2] H. N. Russell, "Relations between the spectra and other characteristics of the stars," *Proceedings of the American Philosophical Society*, vol.51, pp.569,579, 10 1912.
- [3] E. Hertzsprung, "Ueber die Verwendung photographischer effektiver Wellenlaengen zur Bestimmung von Farbenaequivalenten," *Publikationen des Astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam*, vol.63, Jan 1911.

نمودار [۱۰]

```

1 w71 = np.where(loga1 == 8.2)
2 w72 = np.where(loga2 == 8.2)
3 w73 = np.where(loga3 == 8.2)
4 w74 = np.where(loga4 == 8.2)

```

- [16] F. J. Ballesteros, “New insights into black bodies,” *EPL (Europhysics Letters)*, vol.97, p.34008, feb 2012.
- [17] M. Sekiguchi and M. Fukugita, “A study of the [ITAL]b[ITAL]-[ITAL]v[ITAL] color-temperature relation,” *The Astronomical Journal*, vol.120, pp.1072–1084, aug 2000.
- [18] W. McKinney, “Data structures for statistical computing in python,” in *Proceedings of the 9th Python in Science Conference* (S. van der Walt and J. Millman, eds. ), pp.51 – 56, 2010.
- [19] Astropy Collaboration, T. P. Robitaille, E. J. Tollerud, P. Greenfield, M. Droettboom, E. Bray, T. Aldcroft, M. Davis, A. Ginsburg, A. M. Price-Whelan, W. E. Kerzendorf, A. Conley, N. Crighton, K. Barbary, D. Muna, H. Ferguson, F. Grollier, M. M. Parikh, P. H. Nair, H. M. Unther, C. Deil, J. Woillez, S. Conseil, R. Kramer, J. E. H. Turner, L. Singer, R. Fox, B. A. Weaver, V. Zabalza, Z. I. Edwards, K. Azalee Bostroem, D. J. Burke, A. R. Casey, S. M. Crawford, N. Dencheva, J. Ely, T. Jenness, K. Labrie, P. L. Lim, F. Pierfederici, A. Pontzen, A. Ptak, B. Refsdal, M. Servillat, and O. Streicher, “Astropy: A community Python package for astronomy,” , vol.558, p.A33, Oct. 2013.
- [20] J. D. Hunter, “Matplotlib: A 2d graphics environment,” *Computing in Science & Engineering*, vol.9, no.3, pp.90–95, 2007.
- [21] F. Pérez and B. E. Granger, “IPython: a system for interactive scientific computing,” *Computing in Science and Engineering*, vol.9, pp.21–29, May 2007.
- [4] M. Zeilik and S. Gregory, “Introductory astronomy & astrophysics fourth edition. new york, ny: Thomson learning,” 1998.
- [5] P. J. Flower, “Transformations from theoretical hertzsprung-russell diagrams to color-magnitude diagrams: effective temperatures, bv colors, and bolometric corrections,” *The Astrophysical Journal*, vol.469, p.355, 1996.
- [6] P. Mazzei and L. Pigatto, “The pleiades’ age and the sequential star formation,” *Astronomy and Astrophysics*, vol.213, pp.L1–L4, 1989.
- [7] P. Demarque and R. Larson, “The age of galactic cluster ngc 188.,” *The Astrophysical Journal*, vol.140, p.544, 1964.
- [8] F. Perez and B. E. Granger, “IPython: A system for interactive scientific computing,” *Computing in Science Engineering*, vol.9, no.3, pp.21–29, 2007.
- [9] W. McKinney. *Python for data analysis: Data wrangling with Pandas, NumPy, and IPython.* ” O’Reilly Media, Inc.”, 2012.
- [10] J. C. Dalsgaard, “A hertzsprung-russell diagram for stellar oscillations,” in *Advances in Helio-and Asteroseismology*, pp.295–298, Springer, 1988.
- [11] C. Gobat and K. S. Dhuga, “Using sdss data and python in the compilation and composition of a hertzsprung-russell diagram,”
- [12] L. Girardi, G. Bertelli, A. Bressan, C. Chiosi, M. Groenewegen, P. Marigo, B. Salasnich, and A. Weiss, “Theoretical isochrones in several photometric systems-i. johnson-cousins-glass, hst/wfpc2, hst/nicmos, washington, and eso imaging survey filter sets,” *Astronomy & Astrophysics*, vol.391, no.1, pp.195–212, 2002.
- [13] W. Baade, “The resolution of messier 32, ngc 205, and the central region of the andromeda nebula.,” *The Astrophysical Journal*, vol.100, p.137, 1944.
- [14] J. D. Hunter, “Matplotlib: A 2d graphics environment,” *Computing in Science Engineering*, vol.9, no.3, pp.90–95, 2007.
- [15] D. R. Soderblom, T. Laskar, J. A. Valenti, J. R. Stauffer, and L. M. Rebull, “The metallicity of the pleiades,” *The Astronomical Journal*, vol.138, p.1292–1295, Sep 2009.