

# IT시스템설계 HW3

이훈종  
김인제  
안지수

## 1. 실험 목적

L1, L2 규제(Regulation)에 의한 학습 곡선과 가중치가 어떻게 바뀌는지 알아보고 Underfitting, Overfitting 현상에 대해 학습한다.

## 2. 배경 이론

모델이 새로운 데이터에 대해 적응하지 못할 때, 즉 모델이 일반화되지 않을 때 규제를 사용하여 가중치를 제한함으로써 일반화 성능을 높일 수 있다. 대표적으로 L1 규제와 L2 규제가 존재한다.

### L1 규제

$||w||_1 = \sum_{i=1}^n |w_i|$  를 사용한다.

이를 우리가 사용하는 Logistic 손실 함수에 적용하면 아래와 같이 나타난다.

$$L = -(y \log(a) + (1-y) \log(1-a)) + \alpha \sum_{i=1}^n |w_i|$$

이때 알파는 L1 규제를 조절하는 파라미터이다.

경사하강법을 적용하기 위해 L1 규제를 미분하면 아래와 같다.

$$\frac{\Delta}{\Delta w} L = -(y-a)x + \alpha \cdot \text{sign}(w)$$

이를 w\_gradient의 업데이트를 위한 파이썬 코드로 나타내면 다음과 같다.

```
w_grad += alpha * np.sign(w)
```

### L2 규제

$||w||_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^n |w_i|^2}$  로 나타나며

Logistic 손실 함수에 적용하면 아래와 같다. 미분의 편의성을 위해 교과서에서는 1/2을 추가하였다.

$$L = -(y \log(a) + (1-y) \log(1-a)) + \frac{1}{2} \alpha \sum_{i=1}^n |w_i|^2$$

L1과 마찬가지로 경사하강법을 적용하기 위해 L2 규제를 미분하면

$$\frac{\Delta}{\Delta w} L = -(y-a)x + \alpha \cdot w$$
로 나타나며 이때 가중치 w만 남게된다.

이를 파이썬 코드로 나타내면

```
w_grad += alpha * w
```

로 나타난다.

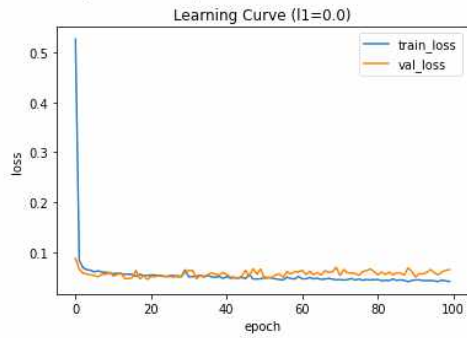
### 3. 결과

1)L1 규제 변화의 따른 학습 곡선과 가중치 변화

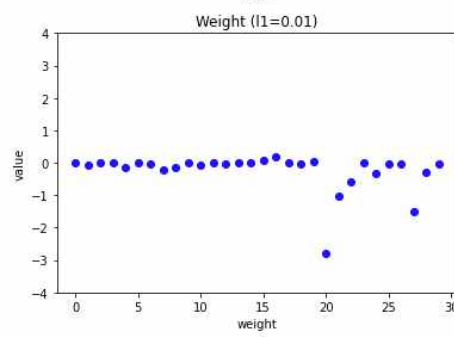
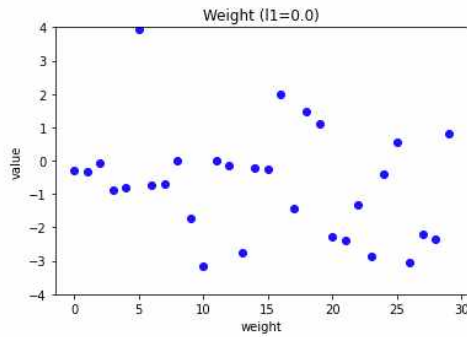
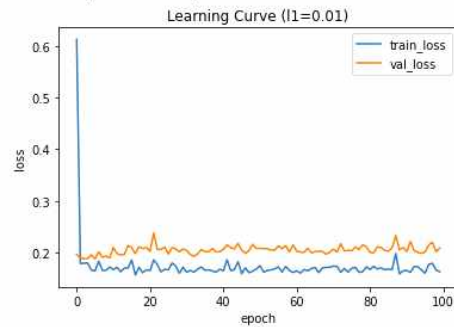
$l1\_list = [0.0, 0.01, 0.001, 0.0001, 0.1]$

그래프가 표현되지 않는 경우를 방지하기 위해 `plt.ylim(0, 0.3)`은 제외하였다.

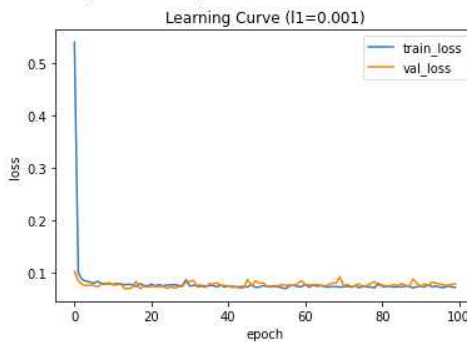
$l1: 0.0000, l2: 0.0000$ , Success Rate: 96.70%



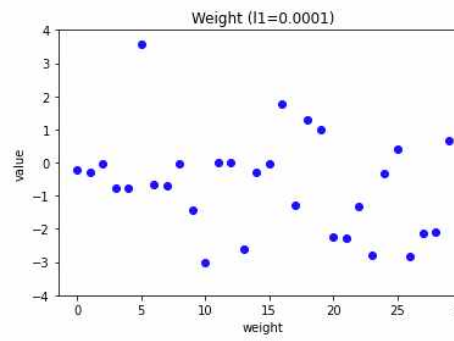
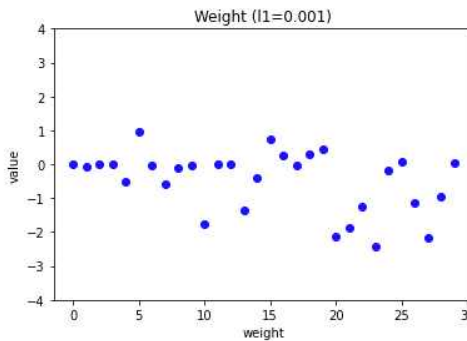
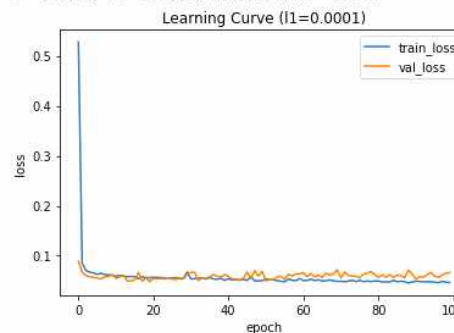
$l1: 0.0100, l2: 0.0000$ , Success Rate: 95.60%



$l1: 0.0010, l2: 0.0000$ , Success Rate: 96.70%

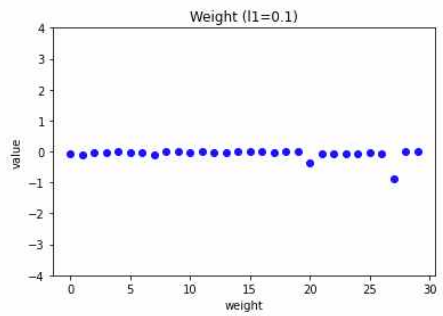
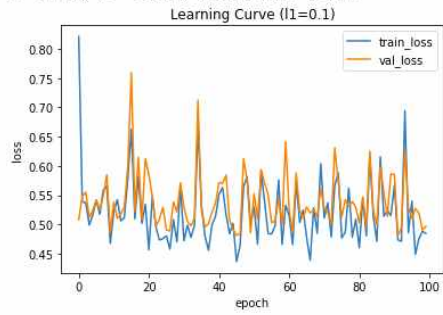


$l1: 0.0001, l2: 0.0000$ , Success Rate: 96.70%

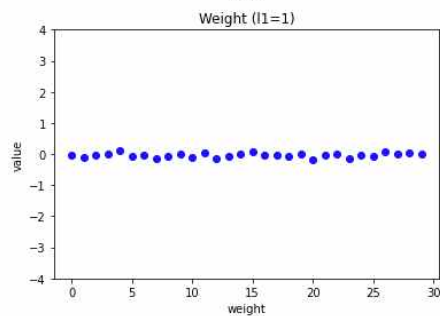
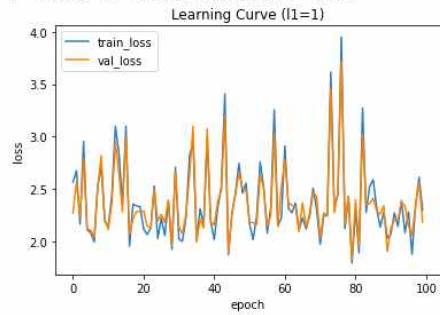


$L1$ 이 0.01에서 Underfitting 현상이 나타나기 시작하며  $L1$ 의 값이 커질수록 가중치 값은 0에 가까워지는 것을 볼 수 있다.

l1: 0.1000, l2: 0.0000, Success Rate: 92.31%



l1: 1.0000, l2: 0.0000, Success Rate: 81.32%



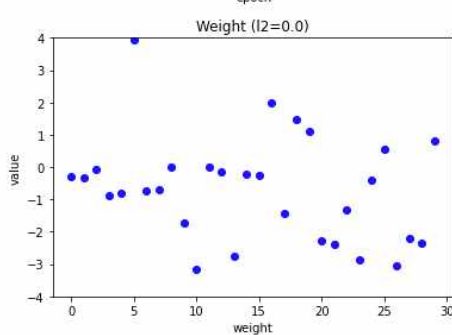
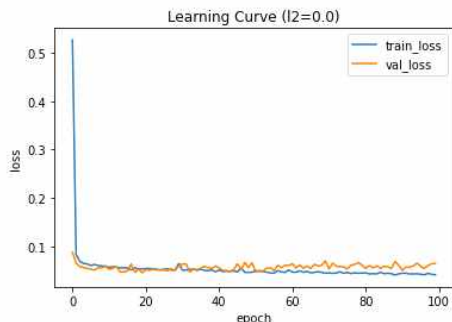
L1이 0.1 이상인 경우부터는 알파값이 너무 큰 나머지 전체적인 Loss가 증가하며 Underfitting 값이 심해진다.

1)L2 규제 변화의 따른 학습 곡선과 가중치 변화

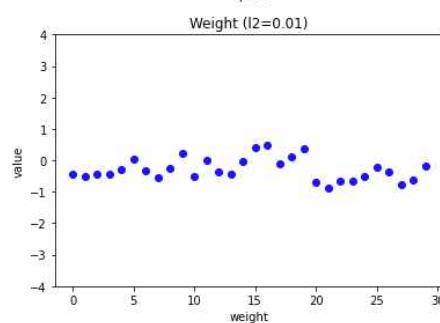
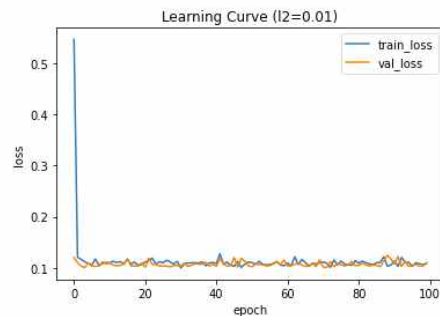
l2\_list = [0.0, 0.01, 0.001, 0.0001, 0.1]

그래프가 표현되지 않는 경우를 방지하기 위해 plt.ylim(0, 0.3)은 제외하였다.

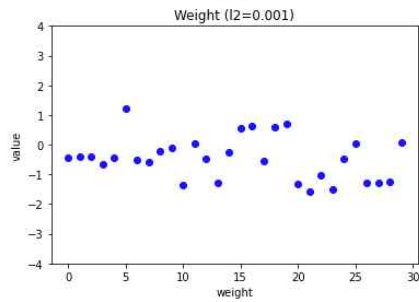
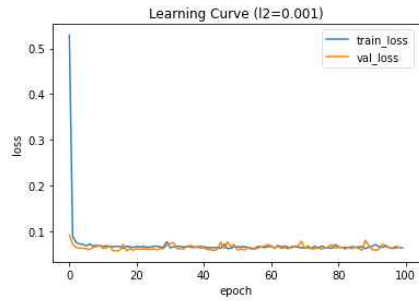
l1: 0.0000, l2: 0.0000, Success Rate: 96.70%



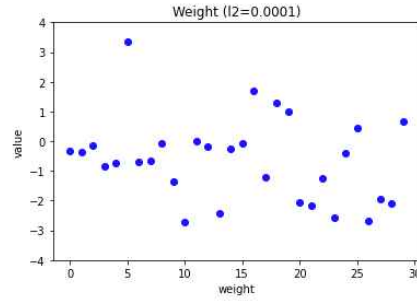
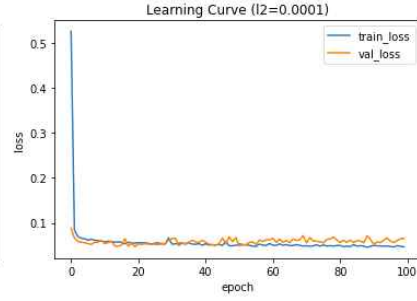
l1: 0.0000, l2: 0.0100, Success Rate: 97.80%



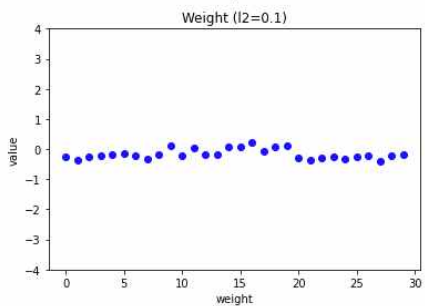
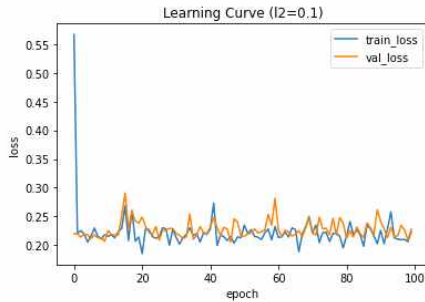
l1: 0.0000, l2: 0.0010, Success Rate: 97.80%



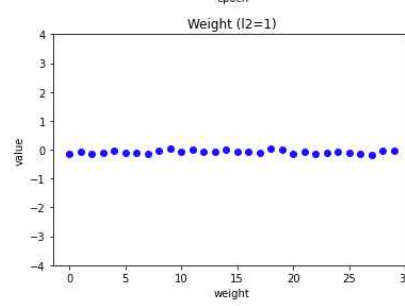
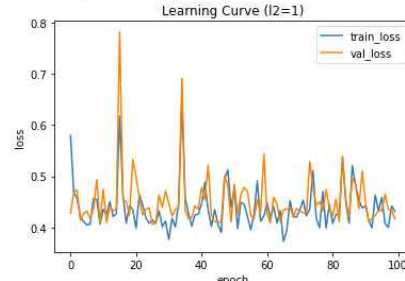
l1: 0.0000, l2: 0.0001, Success Rate: 96.70%



l1: 0.0000, l2: 0.1000, Success Rate: 94.51%



l1: 0.0000, l2: 1.0000, Success Rate: 91.21%



L2의 값이 0.01 이하일때까지는 Underfitting 현상이 보이지 않았지만 0.1 이후로 커질수록 심한 Underfitting 현상이 나타나며 가중치값은 점점 0으로 수렴하게 된다.