

알고리즘



- 컴퓨터로 문제를 풀기 위한 단계적인 절차
 - 예) 전화번호부에서 특정 사람 이름 찾기
- 알고리즘의 조건
 - 입 력: 0개 이상의 입력이 존재하여야 한다.
 - 출 력: 1개 이상의 출력이 존재하여야 한다.
 - 명백성: 각 명령어의 의미는 모호하지 않고 명확해야 함.
 - 유한성 : 한정된 수의 단계 후에는 반드시 종료되어야 함.
 - 유효성 : 각 명령어들은 실행 가능한 연산이어야 한다.



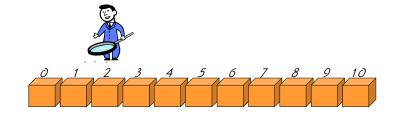
알고리즘의 기술 방법



- 방법들
 - 영어나 한국어와 같은 자연어
 - 흐름도(flow chart)
 - 유사 코드(pseudo-code)
 - 특정한 프로그래밍 언어 (C언어, C++, java 등)



• (예) 배열에서 최대값 찾기 알고리즘



알고리즘의 기술 방법(1)



- (1) 자연어로 표기된 알고리즘
 - 인간이 읽기가 쉽다.
 - 단어들을 정확하게 정의하지 않으면 의미 전달이 모호해질 우려가 있다.

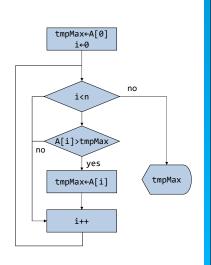
ArrayMax(A,n)

- 1. 배열 A의 첫 번째 요소를 변수 tmp에 복사
- 2. 배열 A의 다음 요소들을 차례대로 tmp와 비교하면 더 크면 tmp로 복사
- 3. 배열 A의 모든 요소를 비교했으면 tmp를 반환

알고리즘의 기술 방법(2)



- (2) 흐름도로 표기된 알고리즘
 - 직관적이고 이해하기 쉬운 알고리즘 기술 방법
 - 그러나 복잡한 알고리즘의 경우, 상당히 복잡해짐.



알고리즘의 기술 방법(3)



- (3) 유사코드로 표현된 알고리즘
 - 알고리즘의 고수준 기술 방법
 - 자연어보다는 더 구조적인 표현 방법
 - 프로그래밍 언어보다는 덜 구체적인 표현방법
 - 알고리즘 기술에 가장 많이 사용
 - 프로그램을 구현할 때의 여러 가지 문제들을 감출 수 있음
 - <u>알고리즘의 핵심적인 내용에만 집중</u>
 할 수 있음

```
ArrayMax(A,n)

tmp ← A[0];
for i←1 to n-1 do
    if tmp < A[i]
    then tmp ← A[i];
return tmp;

대입 연산자가
    ←임을 유의
```

알고리즘의 기술 방법(4)



- (4) **특정 언어**로 표현된 알고리즘
 - 알고리즘의 가장 정확한 기술 가능
 - 실제 구현시의 많은 구체적인 사항들이 알고리즘의 핵심적인 내용들의 이해를 방해할 수 있음
 - 예) C언어로 표기된 알고리즘

```
#define MAX_ELEMENTS 100
int score[MAX_ELEMENTS];

int find_max_score(int n)
{
    int i, tmp;
    tmp=score[0];
    for(i=1;i<n;i++){
        if( score[i] > tmp ){
            tmp = score[i];
        }
    }
    return tmp;
}
```

자료형과 추상 자료형



- 추상화란?
 - 어떤 시스템의 간략화 된 기술 또는 명세
 - 시스템의 정말 핵심적인 구조나 동작에만 집중
- 자료형(data type)
 - 데이터의 집합과 연산의 집합



- 추상 자료형(ADT: Abstract Data Type)
 - 데이터 타입을 추상적(수학적)으로 정의한 것
 - 데이터나 연산이 무엇(what)인가를 정의함
 - 데이터나 연산을 어떻게(how) 구현할 것인지는 정의하지 않음

추상 자료형의 정의



• 데이터+연산



• 자연수 ADT

데이터: 1에서 시작하여 INT_MAX까지의 순서화된 정수의 부분 범위

- add(x,y): x+y가 INT_MAX보다 작으면 x+y를 반환
- distance(x,y): x가 y보다 크면 x-y를 반환하고 작으면 y-x를 반환
- equal(x,y): x와 y가 같은 값이면 TRUE, 아니면 FALSE를 반환
- successor(x): x가 INT MAX보다 작으면 x+1을 반환한다.

추상 자료형과 자료구조



- 추상 자료형과 자료구조의 관계
 - 자료 구조는 추상 자료형을 프로그래밍 언어로 구현한 것
 - 먼저 각 자료 구조의 추상 자료형을 소개
 - 추상 자료형의 구현 → 이 책에서는 C언어를 사용
 - 추상 자료형의 데이터: 구조체를 사용
 - 추상 자료형의 연산: 함수를 사용
 - 다른 방법: 객체지향언어(C++, Java 등)

알고리즘의 성능분석



- 알고리즘의 성능 분석 기법
 - _ 실행 시간을 측정하는 방법
 - 두 개의 알고리즘의 실제 실행 시간을 측정하는 것
 - 실제로 구현하는 것이 필요
 - 동일한 하드웨어를 사용하여야 함

- 알고리즘의 복잡도를 분석하는 방법

- 직접 구현하지 않고서도 수행 시간을 분석하는 것
- 알고리즘이 수행하는 연산의 횟수를 측정하여 비교
- 일반적으로 연산의 횟수는 n의 함수
- **시간 복잡도 분석** : 수행 시간 분석
- 공간 복잡도 분석 : 수행시 필요로 하는 메모리 공간 분석



(1) 실행시간 측정



- clock 함수 사용: clock_t clock(void);
 - 호출되었을 때의 시스템 시각 반환
 - CLOCKS_PER_SEC 단위
 - 실행 시간 측정 프로그램 예

```
#include <stdio.h>
#include <stdib.h>
#include <time.h>
void main( void )
{

    clock_t start, finish;
    double duration;
    start = clock();
    // 실행 시간을 측정하고자 하는 코드....
    // ....
    finish = clock();
    duration = (double)(finish - start) / CLOCKS_PER_SEC;
    printf("%f 초입니다.\n", duration);
}
```

(2) 복잡도 분석



- 시간 복잡도
 - 산술, 대입, 비교, 이동의 기본적인 연산 고려
 - 알고리즘 수행에 필요한 연산의 개수를 계산
 - 입력의 개수 n에 대한 함수->시간복잡도 함수, T(n)

알고리즘 A



3n + 2

알고리즘 B



 $5n^2 + 6$

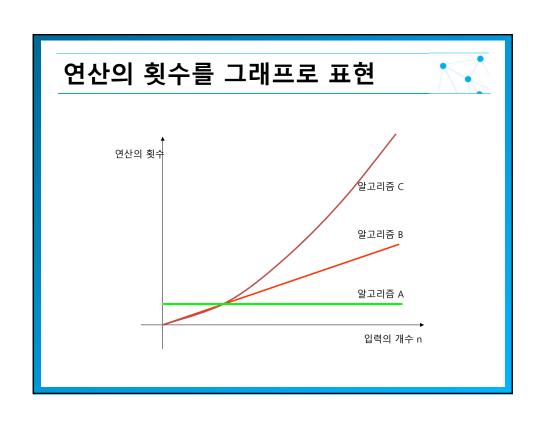
복잡도 분석의 예



- n을 n번 더하는 문제
 - 각 알고리즘이 수행하는 연산의 개수 계산
 - 단 for 루프 제어 연산은 고려하지 않음

| 알고리즘 A | 알고리즘 B | 알고리즘 C | |
|-----------|---------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|--|
| sum ←n*n; | <pre>sum ← 0; for i ← 1 to n do sum ←sum + n;</pre> | <pre>sum ← 0; for i←1 to n do for j←1 to n do sum ←sum + 1;</pre> | |

| | 알고리즘 A | 알고리즘 B | 알고리즘 C |
|-------|--------|--------|---------------------|
| 대입연산 | 1 | n + 1 | n*n + 1 |
| 덧셈연산 | | n | n*n |
| 곱셈연산 | 1 | | |
| 나눗셈연산 | | | |
| 전체연산수 | 2 | 2n + 1 | 2n ² + 1 |



시간 복잡도 함수 계산 예



• 코드를 분석해보면 수행되는 수행되는 연산들의 횟수를 입력 크기의 함수로 만들 수 있다.

```
ArrayMax(A,n)

tmp ← A[0];
for i←1 to n-1 do
    if tmp < A[i] then
    tmp ← A[i];
return tmp;

1번의 대입 연산 루프 제어 연산은 제외
n-1번의 비교 연산
n-1번의 대입 연산(최대)
1번의 반환 연산
총 연산수= 2n(최대)
```

빅오 표기법



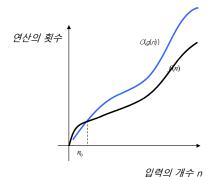
- 차수가 가장 큰 항이 가장 영향을 크게 미치고 다른 항들은 상대적으로 무시될 수 있음
 - 예: $T(n) = n^2 + n + 1$
 - n=1일때 : T(n) = 1 + 1 + 1 = 3 (33.3%)
 - n=10일때: T(n) = 100 + 10 + 1 = 111 (90%)
 - n=100일때 : T(n) = 10000 + 100 + 1 = 10101 (99%)
 - n=1,000일때 : T(n) = 1000000 + 1000 + 1 = 1001001 (99.9%)

n=100인 경우
T(n)= n² + n + 1
99% 1%

빅오 표기법의 정의



- 두 개의 함수 f(n)과 g(n)이 주어졌을 때, 모든 n≥n0에 대하여 |f(n)| ≤ c|g(n)|을 만족하는 2개의 상수 c와 n0가 존재하면 f(n)=O(g(n))이다.
 - 연산의 횟수를 대략적(점근적)으로 표기한 것
 - 빅오는 함수의 상한을 표시한다.
 - (예) n≥5 이면 2n+1 <10n 이므로 2n+1 = O(n)



빅오 표기법의 예



- 예제 1.1 빅오 표기법
 - f(n)=5이면 O(1)이다. 왜냐하면 n0=1, c=10일 때, n≥1에 대하여 5≤10·1이 되기 때문이다.
 - -f(n)=2n+1이면 O(n)이다. 왜냐하면 n0=2, c=3일 때, $n\geq 2$ 에 대하여 $2n+1\leq 3n$ 이 되기 때문이다.
 - $-f(n)=3n^2+100$ 이면 $O(n^2)$ 이다. 왜냐하면 n0=100, c=5일 때, $n\geq 100$ 에 대하여 $3n^2+100\leq 5^2$ 이 되기 때문이다.
 - -f(n)=5· 2^n+10n^2+100 이면 $o(2^n)$ 이다. 왜냐하면 n0=1000, c=10일 때, $n\geq$ 1000에 대하여 5· $2^n+10n^2+100<10\cdot2^n$ 이 되기 때문이다.

빅오 표기법의 종류

- O(1) : 상수형

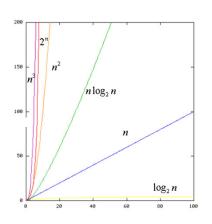
– O(logn) : 로그형

– O(n) : 선형

– O(nlogn) : 로그선형

- O(n²) : 2차형 - O(n³) : 3차형 - O(n^k) : k차형 - O(2ⁿ) : 지수형

- O(n!): 팩토리얼형



빅오 표기법의 종류

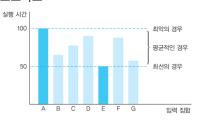


| 시간복잡도 | n | | | | | |
|----------------|---|---|----|-------|----------------|------------------------|
| 시신국업도 | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| logn | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| п | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 |
| nlogn | 0 | 2 | 8 | 24 | 64 | 160 |
| n ² | 1 | 4 | 16 | 64 | 256 | 1024 |
| n ³ | 1 | 8 | 64 | 512 | 4096 | 32768 |
| 2 ⁿ | 2 | 4 | 16 | 256 | 65536 | 4294967296 |
| n! | 1 | 2 | 24 | 40326 | 20922789888000 | 26313×10 ³³ |

최선, 평균, 최악의 경우



- 실행시간은 입력 집합에 따라 다를 수 있음
 - 최선의 경우(best case): 수행 시간이 가장 빠른 경우
 - 의미가 없는 경우가 많다.
 - 평균의 경우(average case): 수행시간이 평균적인 경우
 - 계산하기가 상당히 어려움.
 - 최악의 경우(worst case): 수행 시간이 가장 늦은 경우
 - 가장 널리 사용된다. 계산하기 쉽고 응용에 따라서 중요한 의미를 가질 수도 있다.
 - (예) 비행기 관제업무, 게임, 로보틱스



예 : 순차탐색의 최선, 평균, 최악



- 최선의 경우: 0(1)
- [0] [1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9] [5] [9] [10] [17] [21] [29] [33] [37] [38] [43]
- 최악의 경우: O(n)
- [0] [1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9] [5] [9] [10] [17] [21] [29] [33] [37] [38] [43]

인데스 0에서 43 발견 수자 비교 회스 = 10

- 평균적인 경우: (1+2+...+n)/n=(n+1)/2 ∴ 0(n)



정리 시간

- 자료구조의 분류

 - 단순형 선형 자료구조(Linear D.S) 비선형 자료구조(Non-linear D.S)
- 알고리즘이란?
 - 조건 표현
- 알고리즘의 성능분석

 - 시간 복잡도(Time Complexity) 공간복잡도(Space Complexity)
- 빅오(Big O)란?

- 끝 -