BEUTH HOCHSCHULE FÜR TECHNIK BERLIN
University of Applied Sciences

Transportprozesse

20.November 2017

Prof. Dr. habil. Anja R. Paschedag

1. Übung

Analytische und numerische Lösung eines linearen Gleichungssystems in Matlab

Ezequiel Resendiz Cantu	876018
Kimberly Houmouna	869844
Petrov Bilchenko	874582
Ali Soltani	

a) gesucht werden die Massenströme D1, D2, B1 und B2 in einer Rektifikationsanlage aus Abb. 1. Gegeben sind den Zustrom mit 0,1 kg/s und die prozentuelle Anteile von Xylene, Styrene, Toluene und Benzene in den jeweiligen Zu- und Abströme des Systems.

Gleichungssystem:

$$0{,}07\ D_1 + 0{,}58\ B_1 + 0{,}15\ D_2 + 0{,}24\ B_2 = 0{,}15 * 0{,}1$$

$$0{,}14\ D_1 + 0{,}09\ B_1 + 0{,}10\ D_2 + 0{,}65\ B_2 = 0{,}25 * 0{,}1$$

$$0{,}14\ D_1 + 0{,}22\ B_1 + 0{,}54\ D_2 + 0{,}10\ B_2 = 0{,}40 * 0{,}1$$

$$0{,}65\ D_1 + 0{,}11\ B_1 + 0{,}21\ D_2 + 0{,}01\ B_2 = 0{,}20 * 0{,}1$$

- analytische Lösung dieses Gleichungssystems:

$$L = \mathrm{inv}(A) * b$$

A : Matrix A
b : Vektor b

$$L = \mathrm{inv}\begin{pmatrix} 0{,}07 & 0{,}58 & 0{,}15 & 0{,}24 \\ 0{,}14 & 0{,}09 & 0{,}10 & 0{,}65 \\ 0{,}14 & 0{,}22 & 0{,}54 & 0{,}10 \\ 0{,}65 & 0{,}11 & 0{,}21 & 0{,}01 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0{,}015 \\ 0{,}025 \\ 0{,}040 \\ 0{,}020 \end{pmatrix} = \begin{matrix} 0{,}0089 \\ -0{,}0039 \\ 0{,}0684 \\ 0{,}0266 \end{matrix}$$

b) mit Hilfe vom Gauß-Seidel-Verfahren sollte das im Teil A erstellte Gleichungssystem gelöst werden.

- Allgemeine Gleichung:

$$x_k^{(m+1)} = \frac{1}{a_{kk}} \left(b_k - \sum_{i=1}^{k-1} a_{ki} x_i^{(m+1)} - \sum_{i=k+1}^{n} a_{ki} x_i^{(m)}\right)$$

- Allgemeine Gleichung in Matrixschreibweise:

$$x^{(k+1)} = (D-L)^{-1} * U * x^{(k)} + (D-L)^{-1} * b$$

D: Diagonalmatrix
L: Untere Matrix
U: Obere Matrix

- Bedingungen:

    - es muss eine Quadratmatrix vorhanden sein
    - Matrix muss Diagonal dominant sein
    - die Lösungsfunktion nährt sich asymptotisch zur Lösung

- Code in Matlab:

```
function x = GS (A,b)              % Funktion formulieren

n = length(b);                     % Länge des Vektors b
x = rand(n,1);                     % geschätzter Anfangsvektor
E = tril(A);                       % Diagonalmatrix - Untere Matrix
H = triu(A)-diag(diag(A));         % Obere Matrix
U = H * (-1);                      % Obere Matrix
err = Inf;                         % Abbruchkriterium
i=0;                               % Hilfsvariable

while max(err) > 0.00001           % Iterationsschleife

    z = x;                         % Temp. Vektor x
    p = (E\U)*z + E\b;             % Allg. Gauß-Seidel-GL.
    err= sqrt(((z-p)/z)^2);        % relatives Abbruchkriterium.
    x = p;                         % Ergebnisvektor x

    i=i+1;                         % Temp. Variable i
    if i == 100                    % Grenzzahl der Iterationen
        break
    end

end
```

- Fehlerdiskussion:

Mögliche Fehler können auf Grund eines falsch gewählten Abbruchkriteriums auftreten.

Der iterativ berechnete Wert entspricht nicht genau dem realen Lösungswert, sondern ist lediglich eine asymptotische Annäherung an diesen.

Für das Abbruchkriterium:

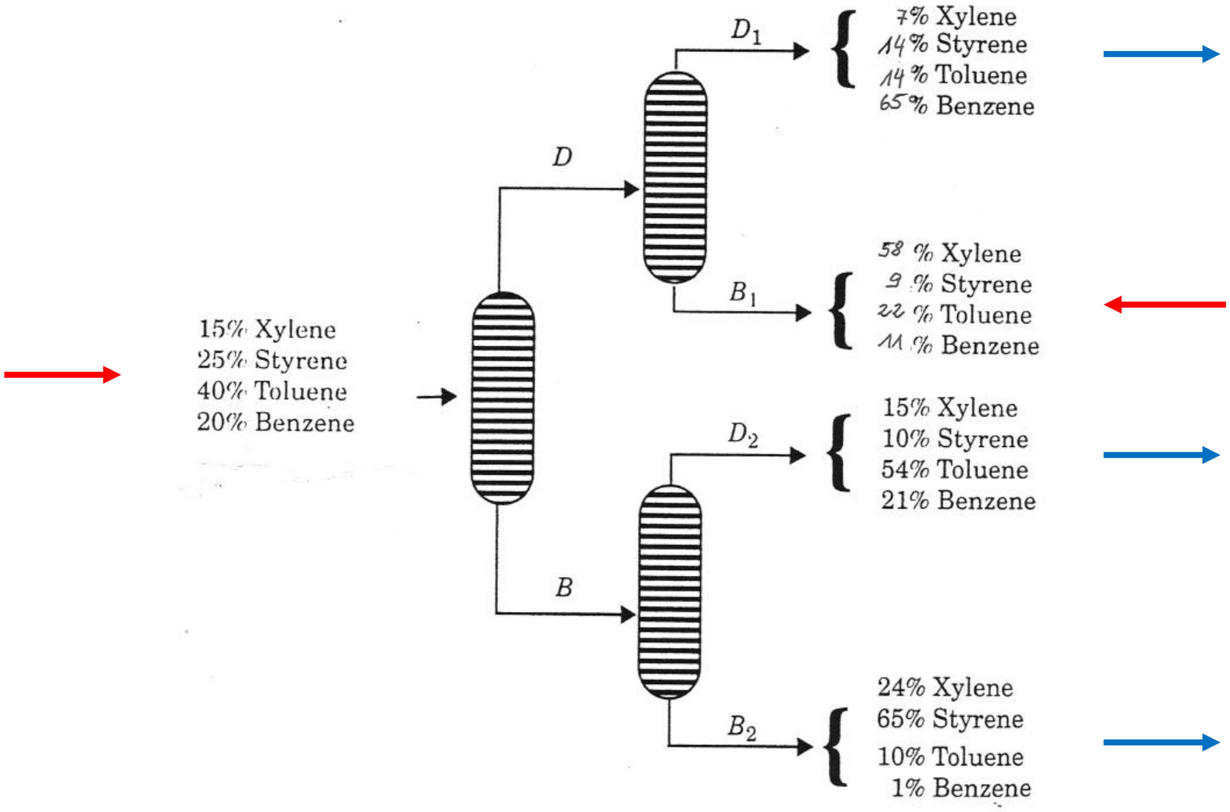
$$\forall_i : \left| r_i^{(m+1)} \right| < \varepsilon$$

haben wir einen Epsilon Wert von ε = 0.00001 und einen relativen Fehler:

$$r_i^{(m+1)} = \frac{x_i^{(m+1)} - x_i^{(m)}}{x_i^{(m)}}$$

gewählt.

c) Das Ergebnis dieser Aufgabe lautet:



Massenstrom zu D+B = 0,1 kg/s

Massenstrom zu B1 = 3,9 * 10^-3 kg/s

Massenstrom ab D1 = 8,9 * 10^-3 kg/s

Massenstrom ab D2 = 68,4 * 10^-3 kg/s

Massenstrom ab B2 = 26,6 * 10^-3 kg/s