光子相互作用断面積の近似式と質量減衰係数

野口正安

日本原子力研究所ラジオアイソトープ・原子炉研修所 113 東京都文京区本駒込 2-28-49 1986年 9 月17日 受理

原子番号が1から92までの元素に対して、光子エネルギーが10 keV から10 MeV の範囲で、光電効果、コンプトン散乱、コヒーレント散乱、電子対生成の4 種の相互作用断面積を計算する近似式を求めた。いくつかの例外を除いて、近似式による計算値は文献値(理論計算値など)とよく一致している。この近似式を用いることによって、元素組成あるいは重量比のわかった物質の質量減衰係数を容易に求めることができる。

Key Words: photon interaction cross section, photoelectric effect, Compton scattering, coherent scattering, pair production, mass attenuation coefficient

1. はじめに

7線の遮蔽計算はもとより、線量計算や放射能分析 などの7線計測の分野においても相互作用断面積のデ ータはよく用いられる。光子相互作用断面積の理論的 計算値や実験値, さらにそれらを基に元素ごと, エネ ルギーごとにまとめた一覧表10,20がいくつか報告され ている。また、特定の元素に対してエネルギーを変数 とした近似式30,40なども報告されている。しかし、任 意の元素やエネルギーに対する値を求めるためには補 間法などで計算しなければならない。コンピュータで 計算するには、前者では10000個以上の数値データを もつ数値データ・ファイルが、後者の方法でも1000 個以上の係数データをもつファイルが必要となる。こ のように補間法では多量のデータを必要とするので, データ入力に大変な労力を要し, コンピュータのメモ リ容量やデータ検索などの点からみて実行するのは必 ずしも容易ではない。

筆者はパーソナルコンピュータやプログラム電卓などを用いることを前提として、任意の元素、任意のエネルギーに適用できる光子相互作用断面積の比較的簡単な近似式を作ることを試みた。相互作用の種類としては、光電効果、コンプトン散乱、コヒーレント散乱、電子対生成の4種類で、エネルギー範囲としては放射性同位元素からの Υ 線を対象として $10\,\mathrm{keV}$ から $10\,\mathrm{MeV}$ とした。なお、光電効果については $L_1\,\mathrm{W}$ 収端以上のエネルギーに適用される。

2. 相互作用断面積の近似式

近似式として対象とした相互作用は、①光電効果、

②コンプトン散乱,③コヒーレント散乱,④電子対生成の4種類とした。これらについて、断面積の原子番号(Z)依存性およびエネルギー(E)依存性の大まかな傾向を調べ、それを基に近似式を組み立てる方法をとった。それゆえ、コンプトン散乱を除いて、近似式には理論的な根拠はないものである。

2.1 光電効果

光電効果の断面積 (τ) の原子番号(Z)依存性およびエネルギー(E)依存性は非常に大きいので、近似式として、ある基本の関数形からの偏差を修正する他の数値式を付加する方法を用いた。EがK軌道電子の結合エネルギー以上で、 $250\,\mathrm{keV}$ 未満のとき、 τ はつぎの式を基本形として表わされると仮定した。

$$\tau = AZ^{5}(E/E_{0})^{-3.32+B} \tag{1}$$

Eが 10 keV から 250 keV の τ を 1 つの数式で表わす と誤差が大きくなるので、 さらにつぎのように 2 領域 に分けて表わした。

(10<E(keV)<50の場合)

 $E_0 = 30$

 $A = (1.53e^{-0.0361Z} + 0.510e^{-0.176Z}) \times 10^{-4}$

 $B=0.0151Z-0.18e^{-0.215Z}$

(50≤E(keV)<250の場合)

 $E_0 = 100$

$$A = (2.73e^{-0.02113Z} + 0.860e^{-0.128Z})$$

$$/(1 - (\frac{2.63}{Z} + 0.473)(E - 100) \times 10^{-3})$$

$$\times 10^{-6}$$

 $B=0.0080 Z-0.18e^{-0.107Z}$

Eが250 keV 以上のときは、式(1)の基本形では対応 しきれなく誤差が増大するので、つぎの関数形を用い

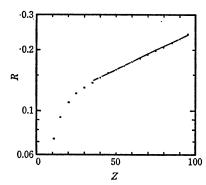


Fig. 1 Ratio of photoelectric cross sections for lower and higher energies at K-absorption edge, i.e. $R = (\tau_{L+M+...})/(\tau_{K+L+M+...})$

た。

$$\ln \tau = A + Bx + Cx^2 \qquad (2)$$

$$x = \ln (E/511)$$

上式の A,B,C をさらに Z を変数とするつぎの数式で表わした。

A=-18.849+5.798 ln Z-0.1754(ln Z)² B=-2.6204+1.612×10⁻³Z+2.041×10⁻⁵Z² C=0.4069-4.796×10⁻⁴Z-1.837×10⁻⁵Z²

EがK軌道電子の結合エネルギー($E_{\mathbf{x}}$)より小さく, \mathbf{L}_1 軌道電子の結合エネルギーより大きいときはつぎのように表わした。 $E=E_{\mathbf{x}}$ において($\tau_{\mathbf{L}+\dots}/\tau_{\mathbf{x}+\mathbf{L}+\dots}$)なる値をRとすると,Fig. 1に示されるように,Zがおよそ25以上のときRはつぎのように近似できる。

 $R=0.1022e^{8.964\times10^{-3}z}$

一方、 $E < E_{K}$ における τ のエネルギー依存性は、 $E^{-\alpha+\delta Z}$ で近似できるので、 E_{K} 以下の τ (L-K)は

$$\tau(L-K) = R\tau(E=E_{K}) \left(\frac{E}{E_{K}}\right)^{-2.8567+0.002167z} (3)$$

なお、Zが 25 以下では R は上式から大きくはずれるが、Z<25の元素における $E_{\rm K}$ は 10 keV より小さいので、ここで対象とした エネルギー範囲外となる。また、 $L_{\rm I}$ 軌道電子の結合エネルギー以下については除外することとした。

2・2 コンプトン散乱

静止した自由電子との弾性衝突として扱われるコンプトン散乱の断面積は Klein-仁科の式で与えられるが、ここでは、結合電子によるコンプトン散乱の断面積 (σ) が必要である。Klein-仁科の断面積を σ_{KN} とすると、

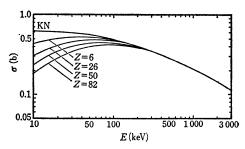


Fig. 2 Compton scattering cross section calculated with Klein-Nishina's formula (denoted with KN) and those for bound electron (Z=6, 26, 50, 82) in unit of b/electron.

$$\sigma = Z\sigma_{EN}S(q, Z) \tag{4}$$

Fig. 2に Klein-仁科の断面積 (KNと表示) および, Z =6, 26, 50, 82の元素に対する断面積 σ/Z (バーン/電子) を示す。同図の曲線の比, $\sigma/(Z\sigma_{EN})$ が式(4)の S(q,Z) に相当し、インコヒーレント散乱関数とよばれる。これを改めて、 E と Z を変数とする近似式 S'(E,Z) でつぎのように表わした。

$$\sigma = Z\sigma_{\text{EN}}S'(E,Z)$$
 (5)
 $S'(E,Z) = 1/(1+5.184 \times 10^{-3}A^{0.8107}(E/100)^{-B})$
 $A = Z-3$ ($Z \ge 4$)
または、 $A = Z/5$ ($Z < 4$)
 $B = 5.5/(Z+5)+1.06$ ($E < 100 \text{ keV}$)
または、 $B = 1.5$ ($E \ge 100 \text{ keV}$)

なお、Klein-仁科の式は、 $\alpha=E/511$ とするとつぎのように表わされる。

$$\sigma_{\text{KN}} = 0.49893 \left\{ \frac{1+\alpha}{\alpha^2} \left(\frac{2(1+\alpha)}{1+2\alpha} - \frac{1}{\alpha} \ln (1+2\alpha) + \frac{1}{2\alpha} \ln (1+2\alpha) - \frac{1+3\alpha}{(1+2\alpha)^2} \right) \right\}$$

2・3 コヒーレント散乱

結合電子とのコヒーレント散乱であるRayleigh 散乱の断面積 $\sigma_{\mathbf{R}}$ は Z^{2-3} に比例し、 $1/E^{1-3}$ に比例する。 $\ln \sigma_{\mathbf{R}}$ は $x=\ln (E/100)$ を変数とする 2 次式を基本形として、修正項 Δ を加えたつぎの式で表わされると仮定した。

$$\ln \sigma_{\rm B} = A + Bx + Cx^2 + \Delta$$

$$A = -6.6514 + 2.2802 \ln Z + 0.04174 (\ln Z)^2$$

$$B = 3.0 \times 10^{-4} Z - 1.89$$

$$C = -0.03$$

$$\Delta = -1.4 e^{(3 \times 10^{-4} Z - 0.08) E}$$

2•4 電子対生成

原子核のクーロン場における電子対生成(ほぼ Z²

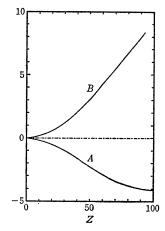


Fig. 3 Coefficients of the empirical equation of pair production cross section for $3 \le E$ (MeV) < 10.

に比例,しきい値 $1.02\,\mathrm{MeV}$)と軌道電子の $0.02\,\mathrm{MeV}$)における電子対生成(ほぼ Z に比例,しきい値 $2.04\,\mathrm{MeV}$)の両方を含むものとする。電子対生成の断面積 κ はおよそ $3\,\mathrm{MeV}$ を境にして,それ以下のエネルギーではEにほぼ比例した傾向を示し, $3\,\mathrm{MeV}$ 以上では $\ln E$ にほぼ比例した傾向を示す。それゆえ,

(E≤3 MeV の場合)

 $\kappa = A + BE$ と仮定して $A \ge B \ge Z$ の関数で表わすと つぎのような数式が得られた。

 $\kappa = 2.35 \times 10^{-7} Z^{2.08} (E - 1430 + 2.22 Z)$

(3 MeV < E ≤ 10 MeV の場合)

 $\kappa = A + B \ln E$ と仮定してAとBをZの関数として表わすとFig. 3のようになる。それらを1つの数式で表わすのは困難であるので, $Z \le 50$ およびZ > 50の2つの領域に分けてつぎのように表わした。

 $Z \leq 50$ のとき,

 κ =1.934×10⁻³ $Z^{1.89}$ {ln (E/1 000) -0.768} Z>50のとき、

$$\kappa = (0.1225 Z - 3.075) \ln (E/1000) + \frac{207}{Z}$$

3. 全相互作用断面積および質量減衰係数

以下の記述は質量減衰係数を求める一般的な計算であるが、計算機プログラム作成上の参考として紹介した。

狭い線束について取り扱うときには、全断面積としてはコヒーレント散乱を含む4種の相互作用断面積の合計が用いられる。また、線量計算や熱量計算などで

は広い線束としてコヒーレント散乱を含めず, さらに 吸収断面積を用いることが多い。ここでは, 4種の相 互作用断面積の合計を全断面積tとする。すなわち

 $t = \tau + \sigma + \sigma_{R} + \kappa$

質量減衰係数 μ_m (cm^2/g) は,原子量をA,アボガドロ数を N_0 とするとつぎのように表わされる。

 $\mu_{\rm m} = t \times (N_0/A)$

複数の種類の元素からなる物質についてはつぎのようにして質量減衰係数を求めることができる。

(化学式から計算する場合)

物質の元素組成が化学式として明らかな場合には、次のようにして μ_m が求められる。

$$\mu_{\mathbf{m}} = \frac{N_0}{A_{\mathbf{m}}} (at_{\mathbf{A}} + bt_{\mathbf{B}} + ct_{\mathbf{C}} + \cdots)$$

上式において, 元素A,B,C,…の成分をa,b,c… すなわち,

> 化学式を $A_{\alpha}B_{\alpha}C_{\alpha}$ … 各元素の全断面積を t_{A} , t_{B} , t_{C} , … 化合物の原子量を A_{M} アボガドロ数を N_{0}

とする。

(元素の質量組成比から計算する場合)

物質中の元素の組成が重量比(合計で1)で明らかな場合には、つぎのようにして μ_m が求められる。

$$\mu_{\mathbf{m}} = N_0 \left(\frac{a}{A_{\mathbf{A}}} t_{\mathbf{A}} + \frac{b}{A_{\mathbf{B}}} t_{\mathbf{B}} + \frac{c}{A_{\mathbf{G}}} t_{\mathbf{C}} + \cdots \right)$$

上式において,

元素 A, B, C, …の重量比を a, b, c, … 各元素の原子量を $A_{\mathtt{A}}$, $A_{\mathtt{B}}$, $A_{\mathtt{C}}$, … 7ボガドロ数を $N_{\mathtt{D}}$

とする。

4. 結果と考察

2. で述べた近似式を導くのに用いたデータは文献1)と文献2)のものであるが、両者の間に10%以上の差のあるものもある。したがって、光電効果の場合は両者の平均値を、他の相互作用では文献2)の数値を用いた。Table 1 は近似式によって得られた結果の例として、水素、炭素、アルミニウム、鉄、タングステン、鉛およびウランについて示したものである。表中のRef. は文献値、Cal. は近似式による計算値、Ratio は両者の比である。

(1) 光電効果について

原子番号Zがきわめて小さい場合、あるいはZが中ぐらいで数MeV以上の高いエネルギーの場合には明

Table 1(1) Photon interaction cross section of H (10^{-24} cm^2)

Z=1 (H) A=1.0079 Binding energy; $K=0.014\,\mathrm{keV}$ $L=0\,\mathrm{keV}$

Energy	Photoe	lectric	effect	Compte	on scatt	ering	Cohere	nt scat	tering	Pair	produc	tion		Total	
(keV)	Ref.		Ratio	Ref.		Ratio	Ref.	Cal.	Ratio	Ref.	Cal.	Ratio	Ref.	Cal.	Ratio
10	0.0046	0.0084	1.83	0.598	0.573	0.958	0.0413	0.0455	1.1				0.644	0.627	0.973
15	0.0011	0.0021	1.89	0.609	0.595	0.977	0.0195	0.0274	1.4				0.63	0.624	0.991
20				0.606	0.598	0.987	0.0112	0.0188	1.68				0.617	0.617	1
30				0.592	0.589	0.994	0.0051	0.0106	2.08				0.597	0.599	1
40				0.576	0.574	0.996	0.0029	0.0067	2.32				0.579	0.581	1
50				0.559	0.558	0.999	0.0019	0.0046	2.42				0.561	0.563	1
60				0.544	0.544	0.999	0.0013	0.0033	2.56				0.545	0.547	1
80				0.516	0.516	1							0.516	0.516	1
100				0.492	0.492	1							0.492	0.492	1
150				0.443	0.443	1								0.443	1
200				0.406	0.406	1							0.406	0.406	1
300				0.353	0.353	1							0.353		1
400				0.317	0.317	0.999								0.317	0.999
500				0.289	0.289	1							0.289	0.289	1
600				0.267	0.268	1								0.268	1
800				0.235	0.235	1								0.235	1
1 000				0.211	0.211	1							0.211		1
1 500				0.172	0.172	0.998							0.172		0.998
2 000				0.145	0.146	1.01							0.145		1.01
3 000				0.115	0.115	1							0.115		1
4 000				0.0962	0.096	0.998							0.0962		0.998
5 000				0.0831	0.0829	0.997				0.0014			0.0845		1
8 000				0.0601	0.0599	0.996				0.0026	0.0025			0.0624	0.996
10 000				0.0511	0.051	0.998				0.0033	0.003	0.899	0.0544	0.054	0.992

Table 1(2) Photon interaction cross section of C (10⁻²⁴ cm²)

 $Z{=}6$ (C) $A{=}12.01$ Binding energy; $K{=}0.285~\rm{keV}~L{=}0~\rm{keV}$

Energy	Photoel	ectric	effect	Compt	on scatt	ering	Cohere	nt scatt	ering	Pair	product	ion		Total	
(keV)		Cal.	Ratio	Ref.		Ratio	Ref.	Cal.	Ratio		Cal.	Ratio	Ref.	Cal.	Ratio
10	39.3	40.2	1.02	2.74	2.67	0.975	3.24	3.05	0.942				45.3	45.9	1.01
	10.6	10.6	1	3.03	3.04	1	1.96	1.84	0.938				15.6	15.5	0.995
20		4.14	1.02	3.19	3.21	1.01	1.29	1.27	0.982				8.55	8.62	1.01
30		1.1	1.04	3.3	3.31	1	0.672	0.715	1.06				5.02	5.12	1.02
40	0.401	0.427	1.06	3.3	3.3	1	0.409	0.455	1.11				4.11	4.18	1.02
50		0.215	1.09	3.25	3.25	1	0.274	0.312	1.14				3.72	3.78	1.02
60	0.113	0.118	1.04	3.19	3.18	0.998	0.196	0.226	1.15				3.5	3.53	1.01
80	0.0437	0.0454	1.04	3.05	3.05	1	0.114	0.133	1.17				3.21	3.23	1.01
100	0.0207	0.0218	1.05	2.92	2.92	1	0.0745	0.0878	1.18				3.02	3.03	1
150	0.0055	0.0058	1.06	2.65	2.64	0.998	0.0339	0.0407	1.2				2.69	2.69	1
200		0.0023	1.06	2.43	2.43	0.999	0.0193	0.0234	1.21				2.45	2.45	1
300				2.12	2.12	0.998	0.0085	0.0106	1.25				2.13	2.13	0.998
400				1.9	1.9	0.999	0.0048	0.0061	1.26				1.91	1.9	0.996
500				1.73	1.73	1	0.0031	0.0039	1.26				1.73	1.74	1
600				1.6	1.6	1	0.0022	0.0027	1.23				1.6	1.61	1
800				1.41	1.41	0.999	0.0012	0.0015	1.27				1.41	1.41	1
1 000				1.27	1.27	0.997							1.27	1.27	0.997
1 500				1.03	1.03	0.999							1.03	1.03	0.999
2 000				0.878	0.878	1				0.0064	0.0057	0.89	0.884	0.884	1
3 000				0.69	0.691	1				0.0186	0.0189	1.02	0.709		1
4 000				0.577	0.576	0.998				0.0308	0.0353	1.15	0.608	0.611	1.01
5 000				0.498	0.497	0.998				0.042	0.0481	1.15	0.54	0.545	1.01
8 000				0.36	0.359	0.998				0.069	0.075	1.09	0.429	0.434	1.01
10 000				0.307	0.306	0.997				0.0836	0.0877	1.05	0.391	0.394	1.01

Table 1(3) Photon interaction cross section of Al (10⁻²⁴ cm²)

Z=13 (Al) A=26.982 Binding energy; K=1.558 keV L=0.118 keV

Energy	Photoelectric effect			Compton scattering			Cohere	Coherent scattering			produc	tion		Total	
(keV)	Ref.	Cal.	Ratio	Ref.	Cal.	Ratio	Ref.	Cal.	Ratio	Ref.	Cal.	Ratio	Ref.	Cal.	Ratio
10	1 150	1 170	1.02	4.76	4.75	0.997	24.7	20.1	0.814				1 180	1 200	1.02
15	332	328	0.991	5.67	5.66	0.999	14.1	12.1	0.859				351	346	0.988
20	137	133	0.974	6.15	6.17	1	9.18	8.36	0.911				152	148	0.974
30	38.4	37.5	0.975	6.57	6.62	1.01	4.92	4.74	0.964				49.9	48.8	0.978
40	15.4	15.2	0.987	6.7	6.74	1.01	3.08	3.03	0.983				25.2	25	0.991
50	7.62	7.7	1.01	6.71	6.72	1	2.1	2.08	0.991				16.4	16.5	1.01
60	4.28	4.28	1	6.65	6.65	0.999	1.52	1.51	0.994				12.5	12.4	0.995
80	1.7	1.7	0.998	6.45	6.43	0.997	0.898	0.894	0.995				9.05	9.02	0.997
100	0.827	0.831	1	6.22	6.2	0.996	0.591	0.589	0.997				7.64	7.62	0.997
150	0.224	0.229	1.02	5.68	5.66	0.997	0.274	0.273	0.997				6.18	6.17	0.998
200	0.0917	0.0929	1.01	5.23	5.22	0.999	0.157	0.157	1				5.48	5.47	0.999
3 00	0.0265	0.0263	0.994	4.57	4.57	0.999	0.0701	0.0716	1.02				4.67	4.66	0.999
400	0.0114	0.0114	1	4.1	4.1	1	0.0396	6 0.0407	1.03				4.15	4.15	1
500	0.0061	0.0062	1.02	3.75	3.75	0.999	0.0255	0.0262	1.03				3.78	3.78	1
6 00	0.0039	0.0039	1.01	3.47	3.47	1	0.0177	0.0182	1.03				3.49	3.49	1
800	0.002	0.002	0.999	3.05	3.05	1	0.01	0.0103	1.03				3.06	3.06	1
1 000	0.0012	0.0012	1.03	2.74	2.74	1	0.0064	0.0065	1.02				2.75	2.75	1
1 500				2.23	2.23	1		0.0029	0.987		0.0048	0.626	2.24	2.24	0.999
2 000				1.9	1.9	1	0.0016	0.0016	0.99		0.0292	0.964	1.93	1.93	1
3 0 00				1.5	1.5	0.997				0.087	0.0815	0.937	1.59	1.58	0.992
4 000				1.25	1.25	0.998				0.142	0.152	1.07	1.39	1.4	1.01
5 000				1.08	1.08	0.997				0.196	0.207	1.06	1.28	1.29	1
8 000				0.781	0.779	0.997				0.311	0.323	1.04	1.09	1.1	1.01
10 000				0.665	0.663	0.997				0.372	0.378	1.02	1.04	1.04	1

Table 1(4) Photon interaction cross section of Fe (10^{-24} cm^2)

 $Z{=}26$ [Fe] $\,A{=}55.847\,$ Binding energy; K=7.111 keV L=0.846 keV

Energy					ton scat			ent scatt			produc			Total	
(keV)	Ref.	Cal.	Ratio	Ref.	Cal.	Ratio	Ref.	Cal.	Ratio	Ref.	Cal.	Ratio	Ref.	Cal.	Ratio
10	15 800	17 900	1.13	7.96	7.9	0.992	112	111	0.997				15 900	18 000	1.13
15	5 170	5 460	1.06	9.74	9.71	0.997	69.2	67.3	0.973				5 250	5 540	1.05
20	2 310	2 350	1.02	10.8	10.8	1	48	46.6	0.971				2 370	2 410	1.02
30	713	717	1.01	12	12	1	26.5	26.6	1.01				751	756	1.0
40	305	309	1.01	12.4	12.5	1.01	16.7	17.2	1.03				334	338	1.01
50	156	161	1.04	12.6	12.6	1	11.5	11.9	1.03				180	186	1.03
60	90.1	92	1.02	12.6	12.6	1	8.51	8.63	1.02				111	113	1.02
80	37.5	37.9	1.01	12.4	12.4	0.998	5.13	5.13	0.999				55	55.4	1.01
100	18.8	19.1	1.02	12	12	1	3.37	3.39	1				34.2	34.5	1.01
150	5.44	5.54	1.02	11.1	11.1	1	1.57	1.57	1				18.1	18.3	1.01
200	2.28	2.33	1.02	10.3	10.3	1	0.907	0.906	0.999				13.5	13.6	1
300	0.681	0.707	1.04	9.08	9.08	0.999	0.407	0.413	1.02				10.2	10.2	1
400	0.302	0.31	1.03	8.17	8.17	1	0.23	0.235	1.02				8.7	8.71	1
500	0.165	0.171	1.04	7.47	7.47	1	0.148	0.152	1.02				7.78	7.8	1
600	0.105	0.108	1.03	6.92	6.92	1	0.103	0.106	1.03				7.13	7.14	1
800	0.053	0.0553	1.04	6.09	6.09	1	0.058	0.0594	1.02				6.2	6.21	1
1 000	0.033	0.0344	1.04	5.48	5.48	1	0.0373	3 0.0379	1.02				5.55	5.55	1
1 500	0.0153	0.0159	1.04	4.46	4.46	0.999	0.016	0.0166	1	0.0332	0.0263	0.793	4.53	4.52	0.997
2 000	0.0095	0.01	1.05	3.8	3.8	1	0.0094	0.0092	0.98	0.126	0.129	1.03	3.95	3.95	1
3 000	0.0052	0.0057	1.1	2.99	2.99	1	0.0043	3 0.004	0.924	0.351	0.336	0.956	3.35	3.34	0. 996
4 000	0.0035	0.0042	1.19	2.5	2.49	0.998	0.002	5 0.0022	0.87	0.565	0.565	1	3.07	3.07	0.999
5 000	0.0027	0.0034	1.26	2.16	2.15	0.997	0.0016	0.0014	0.849	0.754	0.769	1.02	2.92	2.93	1
8 000	0.0015	0.0025	1.68	1. 56	1.56	0.998				1.2	1.2	0.998	2.76	2.76	0.999
10 000	0.0011	0.0023	2.1	1.33	1.33	0.997				1.43	1.4	0.98	2.76	2.73	0.989

Table 1(5) Photon interaction cross section of W (10^{-24} cm^2)

Z=74 (W) A=183.85 Binding energy; K=69.52 keV L=12.1 keV

Energy	Photoe	electric	effect	Compton scattering			Coher	ent scatt	ering	Pai	r produc	tion		Total	
(keV)	Ref.	Cal.	Ratio	Ref.	Cal.	Ratio	Ref.	Cal.	Ratio	Ref.	Cal.	Ratio	Ref.	Cal.	Ratio
15	41 800	41 800	0.999	19	19.4	1.02	882	882	1				42 700	42 700	0. 999
20	19 500	19 200	0.986	22. 3	22.7	1.02	622	615	0.99				20 100	19 900	0.988
30	6 540	6 440	0.985	26.6	27	1.01	367	362	0.988				6 930	6 830	0.986
40	2 970	2 970	0.999	29	29.3	1.01	241	240	0.998				3 240	3 240	0.999
50	1 610	1 630	1.01	30.3	30.6	1.01	169	170	1.01				1 810	1 830	1.01
60	960	993	1.04	31.1	31.2	1	126	126	1				1 120	1 150	1.03
80	2 290	2 310	1.01	31.5	31.6	1	77. 1	76.5	0.992				2 400	2 420	1.01
100	1 270	1 270	0.999	31.3	31.3	1	51.2	51	0.995				1 350	1 350	1
150	427	430	1.01	30.2	30.1	0. 998	24.1	23.9	0.991				481	484	1.01
200	196	201	1.03	28.4	28.4	1	14	13.8	0.987				238	244	1.03
300	66.1	67	1.01	25.3	25.4	1	6.31	6.34	1.01				97.7	98.7	1.01
400	31.5	31.7	1.01	23	23	0.998	3.58	3.63	1.01				58.1	58.3	1
5 00	18.2	18.3	1.01	21.1	21.1	0.999	2.3	2.34	1.02				41.6	41.7	1
600	11.8	11.9	1.01	19.6	19.6	0.999	1.6	1.64	1.02				33	33.1	1
800	6.21	6.29	1.01	17.3	17.3	0.998	0.901	0.925	1.03				24.4	24.5	1
1 000	3.89	3.95	1.02	15.5	15.6	1	0.579	0.592	1.02				20	20.1	1
1 500	1.78	1.82	1.02	12.7	12.7	0.997	0.257	0.261	1.02	0.428	0.425	0.994	15.2	15.2	0.998
2 000	1.07	1.1	1.03	10.8	10.8	1	0.145	0.145	1	1.32	1.33	1.01	13.3	13.4	1.01
3 000	0.562	0.591	1.05	8.51	8.51	1	0.0655	0.063	0.962	3.15	3. 15	1	12.3	12.3	1
4 000	0.367	0.401	1.09	7.12	7.1	0.997	0.0378	0.0346	0.916	4.68	4.72	1.01	12.2	12.3	1
5 000	0.272	0.306	1.12	6.15	6.13	0.997	0.0246	0.0217	0.882	5.98	6.06	1.01	12.4	12.5	1.01
8 000	0.15	0.189	1.26	4.44	4.43	0.998	0.0097	0.008	0.827	8.82	8.87	1.01	13.4	13.5	1 01
10 000	0.114	0.156	1.37	3.79	3.77	0.995	0.0063	0.005	0.79	10.3	10.2	0 991	14. 2	14.1	0.996

Table 1(6) Photon interaction cross section of Pb (10⁻²⁴ cm²)

Z=82 (Pb) A=207.2 Binding energy; $K=88 \, \mathrm{keV}$ L=15.86 keV

		electric		Compton scattering				ent scatt			produc				
(keV)	Ret.	Cal.	Ratio	Ref.	Cal.	Ratio	Ref.	Cal.	Ratio	Ref.	Cal.	Ratio	Ref.	Cal.	Ratio
20	28 500	28 200	0.99	23.9	24.2	1.01	805	787	0.978				29 300	29 000	0.991
30	9 750	9 520	0.977	28.5	29	1.02	474	465	0.982				10 300	10 000	0.973
40	4 500	4 410	0.979	31.3	31.6	1.01	314	310	0.989				4 850	4 750	0.979
50	2 450	2 420	0.989	32.9	33. 1	1.01	221	220	0.999				2 700	2 68 0	0.992
60	1 490	1 490	0.998	33.8	34	1	165	164	0.995				1 690	1 690	0.997
80	675	688	1.02	34.4	34.5	1	101	100	0.99				810	822	1.02
	1 780	1 790	1.01	34.3	34. 3	0.999	67	66.8	0.996				1 880	1 890	1.01
	621	623	1	33.2	33.1	0.998	31.6	31.3	0.992				685	687	1
	292	297	1.02	31.4	31.4	0.998		18.2	0.992				341	346	1.02
	102	101	0.99	28	28	1	8.27	8. 34	1.01				138	137	0.995
	49.2	48.6	0.988	25.4	25.4	1	4.69	4.77	1.02				79.3	78.8	0.994
	28.8	28.4	0.985	23.3	23.3	1	3.02	3.04	1.02				55.1	54.8	0.994
	18.9	18.6	0.984	21.7	21.7	0.999	2.1	2.16	1.03				42.7	42.4	0.993
800		9.87	0.986	19.1	19.1	1	1.18	1.22	1.03				30.3	30.2	0.997
1 000		6.21	0.985	17.2	17.2	1	0.76	0.781	1.03				24.3	24. 2	0.996
1 500		2.84	0.991	14	14	1	0.337	0.345	1.02	0.566		1	17.8	17.8	0.999
2 000		1.72	0.986	12	12	0.998	0.191	0.192	1.01	1.7	1.69	0.995	15.6	15.6	0.999
3 000		0.902	1	9.42	9.43	1	0.0857	7 0.0833	0.972	3.94	3.94	1	14.4	14.4	0.997
4 000			1.02	7.89	7.86	0.997		0.0458	0.926	5.78	5.81	1.01	14.3	14.3	1
5 000			1.03	6.81	6.79	0.997		2 0.0287	0.892		7.36	1	14.6	14.6	1
8 000			1. 14	4.92	4.91	0.998		0.0106	0.844		10.6	1	15.8	15.8	1
10 000	0.179	0.215	1.2	4.19	4.18	0.998	0.0081	0.0066	0.815	12.3	12.2	0.991	16.7	16.6	0.994

Table 1(7) Photon interaction cross section of U (10⁻²⁴ cm²)

Z=92 (U) A=238.03 Binding energy; K=115.61 keV L=21.76 keV

Energy (keV)		lectric e Cal.	effect Ratio	Compt Ref.	on scatt Cal.	ering Ratio	Cohere Ref.	ent scatt Cal.	ering Ratio	Pair Ref.	product Cal.	ion Ratio	Ref.	Total Cal.	Ratio
30	15 500	15 000	0.968	31.2	31.3	1	626	614	0.981				16 200	15 600	0.966
40	7 310	6 980	0.955	34.2	34.4	1.01	418	412	0.986				7 760	7 430	0.957
50	4 050	3 860	0.953	36.1	36.2	1	297	294	0.993				4 380	4 190	0.957
60	2 480	2 380	0.959	37.1	37.2	1	222	220	0.992				2740	2 630	0.962
80	1 150	1 110	0.962	37.9	38	1	136	134	0.992				1 320	1 280	0.969
100	626	611	0.977	37.9	37.9	0.999	90.2	90.4	1				754	739	0.981
150	939	926	0.987	37	36.9	0.996	42.7	42.6	0.997				1 020	1 010	0.986
200	449	452	1.01	35	35	0.999	24.8	24.7	0.996				508	511	1.01
300	160	158	0.989	31.3	31.3	1	11.2	11.4	1.01				202	200	0.995
400	78.8	78	0.989	28.4	28.4	1	6.34	6.5	1.03				113	112	0.999
500	46.5	46.1	0.991	26.1	26.1	1	4.08	4.21	1.03				76.7	76.5	0.997
600	30.7	30.5	0.993	24.3	24.3	0.999	2.83	2.94	1.04				57.8	57.7	0.998
800	16.5	16.3	0.988	21.4	21.4	1	1.6	1.66	1.04				39.5	39.4	0.998
1 000	10.5	10.3	0.979	19.3	19.3	1	1.03	1.07	1.04				30.8	30.7	0.995
1 500	4.76	4.69	0.985	15.7	15.7	1	0.456	0.472	1.03	0.777	0.783	1.01	21.7	21.7	0.999
2 000	2.86	2.8	0.979	13.4	13.4	1	0.258	0.263	1.02	2.26	2.21	0.978	18.8	18.7	0.998
3 000	1.49	1.43	0.962	10.6	10.6	0.998	0.116	0.114	0.985	5.09	5.07	0.996	17.3	17.2	0.994
4 000	0.963	0.93	0.965	8.85	8.82	0.997	0.0665	0.0629	0.946	7.34	7.23	0. 985	17.2	17.1	0.991
5 000	0.709	0.68	0.959	7.64	7.62	0.997	0.0431	0.0394	0.915	9.19	9.06	0.986	17.6	17.4	0. 989
8 000	0.383	0.377	0.984	5.53	5.51	0.996	0.017	0.0146	0.86	13.1	12.9	0.986	19	18.8	0.99
10 000	0.295	0.294	0.997	4.71	4.69	0.996	0.0109	0.0091	0.834	15	14.7	0.983	20	19.7	0.987

らかな系統的な偏差がみられる。しかし、これらの場合にはいずれも τ はきわめて小さいので実用上はあまり問題とはならない。その他の場合にも数%程度の偏差がみられることもあるが、実用上は問題とはならないであろう。しかし、全断面積に対して光電効果断面積が支配的な場合で、系統的な偏差を示すものについては近似式に問題があるものと思われる。近似式の関数形を他のものとする方法、ZあるいはEの領域区分を増やす方法などが考えられる。後者の方法は安易であるが近似式の簡潔化という主旨に外れるので望ましい方向ではない。

(2) コンプトン散乱について

全体的にみて文献値との偏差は非常に小さい。これはインコヒーレント散乱関数 S'(E,Z) の Z 依存性および E 依存性がそれほど大きくないため,そして,Klein-仁科の式をそのまま用いているためである。

(3) コヒーレント散乱について

光電効果の場合と同じように、Zがきわめて小さい場合、あるいはEが大きい場合には明らかな系統的な偏差がみられる。その理由の一つは、近似式を求めるにあたってコヒーレント散乱が顕著となる領域(Zが中以上、Eが小)におけるデータを重要視したためである。全断面積に比べてその偏差はほとんど無視できるものが多いが、コヒーレント散乱のみに注目するような目的には問題が生じるであろう。

(4) 電子対生成について

Zが小さい場合,文献値との偏差が大きくなるが,その理由の一つは電子対生成が顕著となる領域(Zが大でEが大)におけるデータを重要視して近似式をつくったためである。とくにEがしきい値($1.02\,\mathrm{MeV}$)よりあまり大きくないときに偏差が大きくなる。Eがおよそ $3\,\mathrm{MeV}$ 以下で κ がEに比例する,という仮定はZが大きいときはよいが,Zがおよそ40以下では無理が生じる。しかし,Zが小さく,Eが小さいときには全断面積に比べて偏差は無視しうる大きさである。Eが $3\,\mathrm{MeV}$ 以上では, κ が \ln E に比例するという仮定はかなりよい。 $10\,\mathrm{MeV}$ を超えると上記の仮定が必ずしも適用できず,一般的に κ は減少傾向を示す。

(5) 全断面積について

コンプトン散乱が支配的である場合には,他の相互 作用断面積の偏差は隠されてしまい,文献値との一致 度はよい。しかし,Zが中以上の元素において一致度 のあまり良くない場合がいくつかみられる。それらで は光電効果の寄与が大きく,その偏差がそのまま現わ れているためである。

いくつか例外的な場合を除けば,以上の近似式は文 献値を再現し,十分実用に供し得るものである。今後 の改良点としてはつぎのことがあげられよう。

(1) とくに光電効果断面積については、さらに合理 的に単純化された関数形で表わす。

- (2) Zが小さいときの光電効果断面積およびコヒー レント散乱断面積にみられる系統 的 偏差 を減ら す。
- (3) *E*が大きいときの光電効果およびコヒーレント 散乱断面積にみられる偏差を小さくする。
- (4) 3 MeV 以下における電子対生成および10 MeV 以上における電子対生成の断面積にみられる偏差を小さくする。

計算は16ビットパーソナルコンピュータを用い、 BASIC インタプリタで書かれたプログラム*によって

* NEC の PC 9801 シリーズ用の プログラムを 5 in フロッピー・ディスクで提供することができます。 実行されたが、計算速度は1元素当たり0.1秒以下であった。

汝 献

- Hubbell, J.H.: "NSRDS-NBS 29", National Bureau of Standards (1969)
- Storm, E. and Israel, H.I.: Nucl. Data Tables, 7, (6) (1970)
- Massaro, E., Costa, E. and Salvati, M.: Nucl. Instrum. & Methods, 192, 423 (1982)
- 4) Hsu, H.H. and Dowdy, E.J.: *ibid.*, **204**, 505 (1983)

Abstract

Empirical Equations for Photon Interaction Cross Section and Mass Attenuation Coefficient

Masayasu NOGUCHI

Radioisotope and Nuclear Engineering School, Japan Atomic Energy Research Institute 28-49, Honkomagome 2-chome, Bunkyo-ku, Tokyo 113

For elements of Z=1 to 92 and energy ranging from 10 keV to 10 MeV, empirical equations of photon interaction (photoelectric effect, Compton effect, coherent scattering and pair production) cross section were formed. The calculated values agreed to the reference values except for those in some extreme cases, where discrepancies are practically insignificant. Mass attenuation coefficients for various materials of known element composition can be easily calculated with the empirical equations.

(Received September 17, 1986)