Microeconomía 1

Teoría del consumidor

José Ignacio Heresi

Facultad de Economía y Negocios
Universidad Alberto Hurtado

Teoría del consumidor

- La teoría del consumidor describe como un consumidor racional toma decisiones de consumo.

Teoría del consumidor

- La teoría del consumidor describe como un consumidor racional toma decisiones de consumo.
- El conjunto de alternativas queda definido por el ingreso del consumidor y los precios de los distintos bienes.

Teoría del consumidor

- La teoría del consumidor describe como un consumidor racional toma decisiones de consumo.
- El conjunto de alternativas queda definido por el ingreso del consumidor y los precios de los distintos bienes.
- Los consumidores resuelven

Teoría del consumidor

- La teoría del consumidor describe como un consumidor racional toma decisiones de consumo.
- El conjunto de alternativas queda definido por el ingreso del consumidor y los precios de los distintos bienes.
- Los consumidores resuelven

$$\begin{aligned} \max_{x \in X} \quad & u(x) \\ \text{s.a.} \quad & p \cdot x \leq w \end{aligned}$$

Teoría del consumidor

- La teoría del consumidor describe como un consumidor racional toma decisiones de consumo.
- El conjunto de alternativas queda definido por el ingreso del consumidor y los precios de los distintos bienes.
- Los consumidores resuelven

$$\begin{aligned} \max_{x \in X} \quad & u(x) \\ \text{s.a.} \quad & p \cdot x \leq w \end{aligned}$$

donde $x = \mathbb{R}^n_+$ es una canasta de consumo, $p \in \mathbb{R}^n_+$ es el vector de precios y w es el ingreso.

Restricción presupuestaria

- Definición: Sea $B(p, w) = \{x \in \mathbb{R}^n_+ : px \leq w\}$ el conjunto de canastas factibles dada la restricción presupuestaria.

Restricción presupuestaria

- **Definición:** Sea $B(p, w) = \{x \in \mathbb{R}^n_+ : px \leq w\}$ el conjunto de canastas factibles dada la restricción presupuestaria.
- Supuestos del análisis:

Restricción presupuestaria

- Definición: Sea $B(p, w) = \{x \in \mathbb{R}^n_+ : px \leq w\}$ el conjunto de canastas factibles dada la restricción presupuestaria.
- Supuestos del análisis:
  - Racionalidad del consumidor.

Restricción presupuestaria

- Definición: Sea $B(p, w) = \{x \in \mathbb{R}^n_+ : px \leq w\}$ el conjunto de canastas factibles dada la restricción presupuestaria.
- Supuestos del análisis:
  - Racionalidad del consumidor.
  - Información perfecta: calidad del bien es perfectamente conocida.

Restricción presupuestaria

- Definición: Sea $B(p, w) = \{x \in \mathbb{R}^n_+ : px \leq w\}$ el conjunto de canastas factibles dada la restricción presupuestaria.
- Supuestos del análisis:
  - Racionalidad del consumidor.
  - Información perfecta: calidad del bien es perfectamente conocida.
  - Agentes son tomadores de precios: no hay búsqueda de precios o negociación de descuentos.

Restricción presupuestaria

- Definición: Sea $B(p, w) = \{x \in \mathbb{R}^n_+ : px \leq w\}$ el conjunto de canastas factibles dada la restricción presupuestaria.
- Supuestos del análisis:
  - Racionalidad del consumidor.
  - Información perfecta: calidad del bien es perfectamente conocida.
  - Agentes son tomadores de precios: no hay búsqueda de precios o negociación de descuentos.
  - Precios son lineales.

Restricción presupuestaria

- Definición: Sea $B(p, w) = \{x \in \mathbb{R}^n_+ : px \leq w\}$ el conjunto de canastas factibles dada la restricción presupuestaria.
- Supuestos del análisis:
  - Racionalidad del consumidor.
  - Información perfecta: calidad del bien es perfectamente conocida.
  - Agentes son tomadores de precios: no hay búsqueda de precios o negociación de descuentos.
  - Precios son lineales.
  - Los bienes son divisibles.

Demanda marshalliana

- Proposición 1: $\forall \lambda > 0, B(\lambda p, \lambda w) = B(p, w)$. Además, si $p > 0$, entonces $B(p, w)$ es compacto (cerrado y acotado en $\mathbb{R}^n_+$).

Demanda marshalliana

- Proposición 1: $\forall\lambda > 0, B(\lambda p, \lambda w) = B(p, w)$. Además, si $p > 0$, entonces $B(p, w)$ es compacto (cerrado y acotado en $\mathbb{R}^n_+$).
- Proposición 2: existencia. Si u es continua y $p > 0$, entonces el problema del consumidor tiene solución (función continua en un conjunto compacto).

Demanda marshalliana

- Proposición 1: $\forall \lambda > 0, B(\lambda p, \lambda w) = B(p, w)$. Además, si $p > 0$, entonces $B(p, w)$ es compacto (cerrado y acotado en $\mathbb{R}^n_+$).
- Proposición 2: existencia. Si u es continua y $p > 0$, entonces el problema del consumidor tiene solución (función continua en un conjunto compacto).
- Definición: La demanda marshalliana se define como

Demanda marshalliana

- Proposición 1: $\forall\lambda > 0, B(\lambda p, \lambda w) = B(p, w)$. Además, si $p > 0$, entonces $B(p, w)$ es compacto (cerrado y acotado en $\mathbb{R}^n_+$).
- Proposición 2: existencia. Si u es continua y $p > 0$, entonces el problema del consumidor tiene solución (función continua en un conjunto compacto).
- Definición: La demanda marshalliana se define como

$$x(p, w) \in \ argmax \ u(x)$$
$$x \in B(p, w)$$

Demanda marshalliana

- Proposición 1: $\forall \lambda > 0, B(\lambda p, \lambda w) = B(p, w)$. Además, si $p > 0$, entonces $B(p, w)$ es compacto (cerrado y acotado en $\mathbb{R}^n_+$).
- Proposición 2: existencia. Si u es continua y $p > 0$, entonces el problema del consumidor tiene solución (función continua en un conjunto compacto).
- Definición: La demanda marshalliana se define como

$$x(p, w) \in \ argmax \ u(x)$$
$$x \in B(p, w)$$

es decir, la solución del problema del consumidor en función de p y w.

Demanda marshalliana

- Proposición 1: $\forall \lambda > 0, B(\lambda p, \lambda w) = B(p, w)$. Además, si $p > 0$, entonces $B(p, w)$ es compacto (cerrado y acotado en $\mathbb{R}^n_+$).
- Proposición 2: existencia. Si u es continua y $p > 0$, entonces el problema del consumidor tiene solución (función continua en un conjunto compacto).
- Definición: La demanda marshalliana se define como

$$\begin{gathered} x(p, w) \in \ argmax \ \ u(x) \\ x \in B(p, w) \end{gathered}$$

  es decir, la solución del problema del consumidor en función de p y w.
- En general, $x(p, w)$ es un conjunto y no un punto.

Demanda marshalliana

- Proposición 1: $\forall \lambda > 0, B(\lambda p, \lambda w) = B(p, w)$. Además, si $p > 0$, entonces $B(p, w)$ es compacto (cerrado y acotado en $\mathbb{R}^n_+$).
- Proposición 2: existencia. Si u es continua y $p > 0$, entonces el problema del consumidor tiene solución (función continua en un conjunto compacto).
- Definición: La demanda marshalliana se define como

$$x(p,w) \in \underset{x \in B(p,w)}{argmax} \; u(x)$$

  es decir, la solución del problema del consumidor en función de p y w.
- En general, $x(p, w)$ es un conjunto y no un punto.
- Por lo tanto, $x : \mathbb{R}^n_+ \times \mathbb{R}_+ \rightrightarrows \mathbb{R}^n_+$ es una correspondencia.

Demanda marshalliana

- Proposición 1: $\forall \lambda > 0, B(\lambda p, \lambda w) = B(p, w)$. Además, si $p > 0$, entonces $B(p, w)$ es compacto (cerrado y acotado en $\mathbb{R}^n_+$).
- Proposición 2: existencia. Si u es continua y $p > 0$, entonces el problema del consumidor tiene solución (función continua en un conjunto compacto).
- Definición: La demanda marshalliana se define como

$$x(p, w) \in \ argmax \ \ u(x)$$
$$x \in B(p, w)$$

  es decir, la solución del problema del consumidor en función de p y w.
- En general, $x(p, w)$ es un conjunto y no un punto.
- Por lo tanto, $x : \mathbb{R}^n_+ \times \mathbb{R}_+ \rightrightarrows \mathbb{R}^n_+$ es una correspondencia.
- Sin embargo, nos enfocaremos en casos en que $x(\cdot, \cdot)$ es una función.

Ley de Walras

- Proposición 3: homogeneidad. La demanda marshalliana es homogénea de grado cero: $\forall p, w$ y $\lambda > 0, x(\lambda p, \lambda w) = x(p, w)$.

Ley de Walras

- Proposición 3: homogeneidad. La demanda marshalliana es homogénea de grado cero: $\forall p, w$ y $\lambda > 0, x(\lambda p, \lambda w) = x(p, w)$.
- Proposición 4: Ley de Walras. Si las preferencias son localmente no saciadas, entonces $\forall (p, w)$ y $x \in x(p, w), px = w$.

Ley de Walras

- Proposición 3: homogeneidad. La demanda marshalliana es homogénea de grado cero: $\forall p, w$ y $\lambda > 0, x(\lambda p, \lambda w) = x(p, w)$.
- Proposición 4: Ley de Walras. Si las preferencias son localmente no saciadas, entonces $\forall (p, w)$ y $x \in x(p, w), px = w$.
- Entonces, el consumidor consume toda su riqueza. Por lo tanto, el problema del consumidor se puede reescribir como

Ley de Walras

- Proposición 3: homogeneidad. La demanda marshalliana es homogénea de grado cero: $\forall p, w$ y $\lambda > 0, x(\lambda p, \lambda w) = x(p, w)$.
- Proposición 4: Ley de Walras. Si las preferencias son localmente no saciadas, entonces $\forall (p, w)$ y $x \in x(p, w), px = w$.
- Entonces, el consumidor consume toda su riqueza. Por lo tanto, el problema del consumidor se puede reescribir como

$$\begin{aligned} \max_{x \in X} \quad & u(x) \\ \text{s.a.} \quad & p \cdot x = w \end{aligned}$$

Cuasiconcavidad

- Proposición 5: convexidad/unicidad. Si las preferencias son convexas, entonces $x(p, w)$ es un conjunto convexo. Si las preferencias son estríctamente convexas, entonces el óptimo es único, o sea $x(p, w)$ es un *singleton*.

Cuasiconcavidad

- Proposición 5: convexidad/unicidad. Si las preferencias son convexas, entonces $x(p,w)$ es un conjunto convexo. Si las preferencias son estríctamente convexas, entonces el óptimo es único, o sea $x(p,w)$ es un *singleton*.
- Demostración. Supongamos que las preferencias son convexas y que $x, x' \in x(p,w)$.

Cuasiconcavidad

- Proposición 5: convexidad/unicidad. Si las preferencias son convexas, entonces $x(p, w)$ es un conjunto convexo. Si las preferencias son estríctamente convexas, entonces el óptimo es único, o sea $x(p, w)$ es un *singleton*.
- Demostración. Supongamos que las preferencias son convexas y que $x, x' \in x(p, w)$.
    - Para cualquier $t \in [0, 1], tx + (1 - t)x' \in B(p, w)$ ya que

Cuasiconcavidad

- Proposición 5: convexidad/unicidad. Si las preferencias son convexas, entonces $x(p, w)$ es un conjunto convexo. Si las preferencias son estríctamente convexas, entonces el óptimo es único, o sea $x(p, w)$ es un *singleton*.
- Demostración. Supongamos que las preferencias son convexas y que $x, x' \in x(p, w)$.
    - Para cualquier $t \in [0, 1], tx + (1 - t)x' \in B(p, w)$ ya que

$$p(tx + (1 - t)x') = tpx + (1 - t)px' \leq tw + (1 - t)w = w$$

Cuasiconcavidad

- Proposición 5: convexidad/unicidad. Si las preferencias son convexas, entonces $x(p,w)$ es un conjunto convexo. Si las preferencias son estríctamente convexas, entonces el óptimo es único, o sea $x(p,w)$ es un *singleton*.
- Demostración. Supongamos que las preferencias son convexas y que $x, x' \in x(p,w)$.
  - Para cualquier $t \in [0,1], tx + (1-t)x' \in B(p,w)$ ya que

$$p(tx + (1-t)x') = tpx + (1-t)px' \leq tw + (1-t)w = w$$

  - Como $x \succsim x'$ y las preferencias son convexas, entonces $tx + (1-t)x' \succsim x'$

Cuasiconcavidad

- Proposición 5: convexidad/unicidad. Si las preferencias son convexas, entonces $x(p,w)$ es un conjunto convexo. Si las preferencias son estríctamente convexas, entonces el óptimo es único, o sea $x(p,w)$ es un *singleton*.
- Demostración. Supongamos que las preferencias son convexas y que $x, x' \in x(p,w)$.
  - Para cualquier $t \in [0,1], tx + (1-t)x' \in B(p,w)$ ya que

$$p(tx + (1-t)x') = tpx + (1-t)px' \leq tw + (1-t)w = w$$

  - Como $x \succsim x'$ y las preferencias son convexas, entonces $tx + (1-t)x' \succsim x'$

    $\Rightarrow tx + (1-t)x' \in x(p,w)$.

Cuasiconcavidad

- Proposición 5: convexidad/unicidad. Si las preferencias son convexas, entonces $x(p,w)$ es un conjunto convexo. Si las preferencias son estríctamente convexas, entonces el óptimo es único, o sea $x(p,w)$ es un *singleton*.
- Demostración. Supongamos que las preferencias son convexas y que $x, x' \in x(p,w)$.
  - Para cualquier $t \in [0,1], tx + (1-t)x' \in B(p,w)$ ya que
  $$p(tx + (1-t)x') = tpx + (1-t)px' \leq tw + (1-t)w = w$$
  - Como $x \succsim x'$ y las preferencias son convexas, entonces $tx + (1-t)x' \succsim x'$
  $\Rightarrow tx + (1-t)x' \in x(p,w)$.
- Si las preferencias son estrictamente convexas,

Cuasiconcavidad

- Proposición 5: convexidad/unicidad. Si las preferencias son convexas, entonces $x(p,w)$ es un conjunto convexo. Si las preferencias son estríctamente convexas, entonces el óptimo es único, o sea $x(p,w)$ es un *singleton*.
- Demostración. Supongamos que las preferencias son convexas y que $x, x' \in x(p,w)$.
    - Para cualquier $t \in [0,1], tx + (1-t)x' \in B(p,w)$ ya que

$$p(tx + (1-t)x') = tpx + (1-t)px' \leq tw + (1-t)w = w$$

    - Como $x \succsim x'$ y las preferencias son convexas, entonces $tx + (1-t)x' \succsim x'$

      $\Rightarrow tx + (1-t)x' \in x(p,w)$.
- Si las preferencias son estrictamente convexas, y $x \neq x'$, entonces convexidad estricta implica que $\forall t \in (0,1), tx + (1-t)x' \succ x'$, por lo que $x' \notin x(p,w)$, lo que es una contradicción.

Cuasiconcavidad

- Una alternativa para la Proposición 5 es considerar la cuasiconcavidad de la función de utilidad.

Cuasiconcavidad

- Una alternativa para la Proposición 5 es considerar la cuasiconcavidad de la función de utilidad.
- Definición: cuasiconcavidad. Una función u es cuasicóncava si $\forall x, y \in \mathbb{R}_+^L$ con $u(x) \geq u(y)$, se tiene que $\forall t \in [0,1]$:

Cuasiconcavidad

- Una alternativa para la Proposición 5 es considerar la cuasiconcavidad de la función de utilidad.
- Definición: cuasiconcavidad. Una función u es cuasicóncava si $\forall x, y \in \mathbb{R}^L_+$ con $u(x) \geq u(y)$, se tiene que $\forall t \in [0, 1]$:

$$u(tx + (1-t)y) \geq u(y)$$

Cuasiconcavidad

- Una alternativa para la Proposición 5 es considerar la cuasiconcavidad de la función de utilidad.
- Definición: cuasiconcavidad. Una función u es cuasicóncava si $\forall x, y \in \mathbb{R}^L_+$ con $u(x) \geq u(y)$, se tiene que $\forall t \in [0,1]$:

$$u(tx + (1-t)y) \geq u(y)$$

- Proposición: Si u es cóncava entonces es cuasicóncava.

Cuasiconcavidad

- Una alternativa para la Proposición 5 es considerar la cuasiconcavidad de la función de utilidad.
- Definición: cuasiconcavidad. Una función u es cuasicóncava si $\forall x, y \in \mathbb{R}^L_+$ con $u(x) \geq u(y)$, se tiene que $\forall t \in [0, 1]$:

$$u(tx + (1 - t)y) \geq u(y)$$

- Proposición: Si u es cóncava entonces es cuasicóncava.
- Proposición: si u es cuasicóncava entonces $x(p, w)$ es convexo (demostración en la siguiente diapositiva).

Cuasiconcavidad

- Una alternativa para la Proposición 5 es considerar la cuasiconcavidad de la función de utilidad.
- Definición: cuasiconcavidad. Una función u es cuasicóncava si $\forall x, y \in \mathbb{R}^L_+$ con $u(x) \geq u(y)$, se tiene que $\forall t \in [0,1]$:

$$u(tx + (1-t)y) \geq u(y)$$

- Proposición: Si u es cóncava entonces es cuasicóncava.
- Proposición: si u es cuasicóncava entonces $x(p, w)$ es convexo (demostración en la siguiente diapositiva).
- Tarea: ¿qué pasa si u es estrictamente cuasicóncava?

Cuasiconcavidad

- Demostración. Sean $x, x' \in x(p,w)$ y sea $t \in [0,1]$. Como $x, x' \in x(p,w)$, entonces, $\forall y \in B(p,w)$

Cuasiconcavidad

- Demostración. Sean $x, x' \in x(p,w)$ y sea $t \in [0,1]$. Como $x, x' \in x(p,w)$, entonces, $\forall y \in B(p,w)$

$$u(x) \geq u(y) \quad u(x') \geq u(y)$$

Cuasiconcavidad

- Demostración. Sean $x, x' \in x(p,w)$ y sea $t \in [0,1]$. Como $x, x' \in x(p,w)$, entonces, $\forall y \in B(p,w)$

$$u(x) \geq u(y) \quad u(x') \geq u(y)$$

- Tenemos también que $u(x) \geq u(x')$.

Cuasiconcavidad

- **Demostración.** Sean $x, x' \in x(p,w)$ y sea $t \in [0,1]$. Como $x, x' \in x(p,w)$, entonces, $\forall y \in B(p,w)$

$$u(x) \geq u(y) \quad u(x') \geq u(y)$$

- Tenemos también que $u(x) \geq u(x')$.
- Como u es cuasicóncava, entonces $\forall y \in B(p,w)$

Cuasiconcavidad

- Demostración. Sean $x, x' \in x(p,w)$ y sea $t \in [0,1]$. Como $x, x' \in x(p,w)$, entonces, $\forall y \in B(p,w)$

$$u(x) \geq u(y) \quad u(x') \geq u(y)$$

- Tenemos también que $u(x) \geq u(x')$.
- Como u es cuasicóncava, entonces $\forall y \in B(p,w)$

$$u(tx + (1-t)x') \geq u(x') \geq u(y)$$

Cuasiconcavidad

- **Demostración.** Sean $x, x' \in x(p,w)$ y sea $t \in [0,1]$. Como $x, x' \in x(p,w)$, entonces, $\forall y \in B(p,w)$

$$u(x) \geq u(y) \quad u(x') \geq u(y)$$

- Tenemos también que $u(x) \geq u(x')$.
- Como u es cuasicóncava, entonces $\forall y \in B(p,w)$

$$u(tx + (1-t)x') \geq u(x') \geq u(y)$$

lo que implica que $u(tx + (1-t)x') \in x(p,w)$, y se concluye que $x(p,w)$ es convexo.

Diferenciabilidad

- Proposición 6. Si las preferencias son localmente no saciadas y $x(p, w)$ es diferenciable, entonces:

Diferenciabilidad

- Proposición 6. Si las preferencias son localmente no saciadas y $x(p,w)$ es diferenciable, entonces:

  1. Un cambio proporcional de precios e ingreso no afecta la demanda. $\forall p, w$ y $\forall i = 1, ..., n$,

Diferenciabilidad

- Proposición 6. Si las preferencias son localmente no saciadas y $x(p, w)$ es diferenciable, entonces:
  1. Un cambio proporcional de precios e ingreso no afecta la demanda. $\forall p, w$ y $\forall i = 1, ..., n$,

$$\sum_{j=1}^{n} p_j \frac{\partial x_i(p, w)}{\partial p_j} + w \frac{\partial x_i(p, w)}{\partial w} = 0.$$

Diferenciabilidad

- Proposición 6. Si las preferencias son localmente no saciadas y $x(p,w)$ es diferenciable, entonces:
    1. Un cambio proporcional de precios e ingreso no afecta la demanda. $\forall p, w$ y $\forall i = 1, ..., n$,
    $$\sum_{j=1}^{n} p_j \frac{\partial x_i(p,w)}{\partial p_j} + w \frac{\partial x_i(p,w)}{\partial w} = 0.$$
    2. Un cambio de precio de un bien no afecta el gasto total. $\forall p, w$ e $i = 1, ..., n$,

Diferenciabilidad

- Proposición 6. Si las preferencias son localmente no saciadas y $x(p,w)$ es diferenciable, entonces:
  1. Un cambio proporcional de precios e ingreso no afecta la demanda. $\forall p, w$ y $\forall i = 1, ..., n$,
  $$\sum_{j=1}^{n} p_j \frac{\partial x_i(p,w)}{\partial p_j} + w \frac{\partial x_i(p,w)}{\partial w} = 0.$$
  2. Un cambio de precio de un bien no afecta el gasto total. $\forall p, w$ e $i = 1, ..., n$,
  $$\sum_{j=1}^{n} p_j \frac{\partial x_j(p,w)}{\partial p_i} + x_i(p,w) = 0.$$

Diferenciabilidad

- Proposición 6. Si las preferencias son localmente no saciadas y $x(p, w)$ es diferenciable, entonces:
  1. Un cambio proporcional de precios e ingreso no afecta la demanda. $\forall p, w$ y $\forall i = 1, ..., n$,
  $$\sum_{j=1}^{n} p_j \frac{\partial x_i(p, w)}{\partial p_j} + w \frac{\partial x_i(p, w)}{\partial w} = 0.$$
  2. Un cambio de precio de un bien no afecta el gasto total. $\forall p, w$ e $i = 1, ..., n$,
  $$\sum_{j=1}^{n} p_j \frac{\partial x_j(p, w)}{\partial p_i} + x_i(p, w) = 0.$$
  3. Un cambio en ingreso lleva a un cambio equivalente en el gasto total. $\forall p, w$,

Diferenciabilidad

- Proposición 6. Si las preferencias son localmente no saciadas y $x(p,w)$ es diferenciable, entonces:
  1. Un cambio proporcional de precios e ingreso no afecta la demanda. $\forall p, w$ y $\forall i = 1, ..., n$,
  $$\sum_{j=1}^{n} p_j \frac{\partial x_i(p,w)}{\partial p_j} + w \frac{\partial x_i(p,w)}{\partial w} = 0.$$
  2. Un cambio de precio de un bien no afecta el gasto total. $\forall p, w$ e $i = 1, ..., n$,
  $$\sum_{j=1}^{n} p_j \frac{\partial x_j(p,w)}{\partial p_i} + x_i(p,w) = 0.$$
  3. Un cambio en ingreso lleva a un cambio equivalente en el gasto total. $\forall p, w$,
  $$\sum_{i=1}^{n} p_i \frac{\partial x_i(p,w)}{\partial w} = 1.$$

Utilidad indirecta

- Definición: la función de utilidad indirecta es la utilidad máxima que se alcanza dada la restricción presupuestaria de los consumidores, es decir

Utilidad indirecta

- Definición: la función de utilidad indirecta es la utilidad máxima que se alcanza dada la restricción presupuestaria de los consumidores, es decir

$$v(p, w) = u(x(p, w)).$$

Utilidad indirecta

- Definición: la función de utilidad indirecta es la utilidad máxima que se alcanza dada la restricción presupuestaria de los consumidores, es decir

$$v(p, w) = u(x(p, w)).$$

- En otras palabras, es la función de valor del problema del consumidor.

Utilidad indirecta

- Definición: la función de utilidad indirecta es la utilidad máxima que se alcanza dada la restricción presupuestaria de los consumidores, es decir

$$v(p, w) = u(x(p, w)).$$

- En otras palabras, es la función de valor del problema del consumidor.
- Proposición 7: propiedades de v. Supongamos que u es una función de utilidad continua representando preferencias localmente no saciadas $\succsim \in \mathbb{R}^n_+$. Entonces, v es

Utilidad indirecta

- Definición: la función de utilidad indirecta es la utilidad máxima que se alcanza dada la restricción presupuestaria de los consumidores, es decir

$$v(p, w) = u(x(p, w)).$$

- En otras palabras, es la función de valor del problema del consumidor.
- Proposición 7: propiedades de v. Supongamos que u es una función de utilidad continua representando preferencias localmente no saciadas $\succsim \in \mathbb{R}^n_+$. Entonces, v es
  1. Homogénea de grado cero: $\forall p, w$ y $\lambda > 0$, $v(\lambda p, \lambda w) = v(p, w)$.

Utilidad indirecta

- Definición: la función de utilidad indirecta es la utilidad máxima que se alcanza dada la restricción presupuestaria de los consumidores, es decir
$$v(p, w) = u(x(p, w)).$$
- En otras palabras, es la función de valor del problema del consumidor.
- Proposición 7: propiedades de v. Supongamos que u es una función de utilidad continua representando preferencias localmente no saciadas $\succsim \in \mathbb{R}^n_+$. Entonces, v es
  1. Homogénea de grado cero: $\forall p, w$ y $\lambda > 0$, $v(\lambda p, \lambda w) = v(p, w)$.
  2. Continua en $\{(p, w) | p > 0, w \geq 0\}$.

Utilidad indirecta

- Definición: la función de utilidad indirecta es la utilidad máxima que se alcanza dada la restricción presupuestaria de los consumidores, es decir

$$v(p, w) = u(x(p, w)).$$

- En otras palabras, es la función de valor del problema del consumidor.
- Proposición 7: propiedades de v. Supongamos que u es una función de utilidad continua representando preferencias localmente no saciadas $\succsim \in \mathbb{R}^n_+$. Entonces, v es
  1. Homogénea de grado cero: $\forall p, w$ y $\lambda > 0$, $v(\lambda p, \lambda w) = v(p, w)$.
  2. Continua en $\{(p, w) | p > 0, w \geq 0\}$.
  3. Decreciente en p y estrictamente creciente en w.

Utilidad indirecta

- Definición: la función de utilidad indirecta es la utilidad máxima que se alcanza dada la restricción presupuestaria de los consumidores, es decir

$$v(p, w) = u(x(p, w)).$$

- En otras palabras, es la función de valor del problema del consumidor.
- Proposición 7: propiedades de v. Supongamos que u es una función de utilidad continua representando preferencias localmente no saciadas $\succsim \in \mathbb{R}^n_+$. Entonces, v es
  1. Homogénea de grado cero: $\forall p, w$ y $\lambda > 0$, $v(\lambda p, \lambda w) = v(p, w)$.
  2. Continua en $\{(p, w) | p > 0, w \geq 0\}$.
  3. Decreciente en p y estrictamente creciente en w.
  4. Cuasiconvexa: el conjunto $\{(p, w) : v(p, w) \leq \overline{v}\}$ es convexo para cualquier $\overline{v}$.

Utilidad indirecta

- Demostración de 3:

Utilidad indirecta

- Demostración de 3:
- Para la primera parte, si $p > p'$ entonces $B(p, w) \subset B(p', w)$, por lo que $v(p, w) \leq v(p', w)$.

Utilidad indirecta

- Demostración de 3:
- Para la primera parte, si $p > p'$ entonces $B(p, w) \subset B(p', w)$, por lo que $v(p, w) \leq v(p', w)$.
- Para la segunda parte, sea $x \in x(p, w)$. Si $w' > w$, por la Ley de Walras, $px = w < w'$, por lo que $x \notin x(p, w')$.

Utilidad indirecta

- Demostración de 3:
- Para la primera parte, si $p > p'$ entonces $B(p,w) \subset B(p',w)$, por lo que $v(p,w) \leq v(p',w)$.
- Para la segunda parte, sea $x \in x(p,w)$. Si $w' > w$, por la Ley de Walras, $px = w < w'$, por lo que $x \notin x(p,w')$.
- Por lo tanto, existe un $x' \in B(p,w')$ tal que $u(x') > u(x)$.

Utilidad indirecta

- Demostración de 4:

Utilidad indirecta

- Demostración de 4:
- Tomamos $v(p, w) \leq \overline{v}$ y $v(p', w') \leq \overline{v}$.

Utilidad indirecta

- Demostración de 4:
- Tomamos $v(p,w) \leq \overline{v}$ y $v(p',w') \leq \overline{v}$.
- Para cualquier $t \in [0,1]$, considere (p^t, w^t), con $p^t = tp + (1-t)p'$ y $w^t = tw + (1-t)w'$.

Utilidad indirecta

- Demostración de 4:
- Tomamos $v(p, w) \leq \overline{v}$ y $v(p', w') \leq \overline{v}$.
- Para cualquier $t \in [0, 1]$, considere (p^t, w^t), con $p^t = tp + (1 - t)p'$ y $w^t = tw + (1 - t)w'$.
- Tomamos un x tal que $p^t x \leq w^t$, por lo que $w^t \geq p^t x = tpx + (1 - t)p'x$.

Utilidad indirecta

- Demostración de 4:
- Tomamos $v(p, w) \leq \overline{v}$ y $v(p', w') \leq \overline{v}$.
- Para cualquier $t \in [0, 1]$, considere (p^t, w^t), con $p^t = tp + (1-t)p'$ y $w^t = tw + (1-t)w'$.
- Tomamos un x tal que $p^t x \leq w^t$, por lo que $w^t \geq p^t x = tpx + (1-t)p'x$.
- Entonces, o $px \leq w$ o $p'x \leq w'$ o ambos.

Utilidad indirecta

- Demostración de 4:
- Tomamos $v(p, w) \leq \overline{v}$ y $v(p', w') \leq \overline{v}$.
- Para cualquier $t \in [0, 1]$, considere (p^t, w^t), con $p^t = tp + (1 - t)p'$ y $w^t = tw + (1 - t)w'$.
- Tomamos un x tal que $p^t x \leq w^t$, por lo que $w^t \geq p^t x = tpx + (1 - t)p'x$.
- Entonces, o $px \leq w$ o $p'x \leq w'$ o ambos.
- Entonces, o $u(x) \leq v(p, w) \leq \overline{u}$ o $u(x) \leq v(p', w') \leq \overline{v}$, por lo que $u(x) \leq \overline{v}$.

Utilidad indirecta

- Demostración de 4:
- Tomamos $v(p,w) \leq \overline{v}$ y $v(p',w') \leq \overline{v}$.
- Para cualquier $t \in [0,1]$, considere (p^t, w^t), con $p^t = tp + (1-t)p'$ y $w^t = tw + (1-t)w'$.
- Tomamos un x tal que $p^t x \leq w^t$, por lo que $w^t \geq p^t x = tpx + (1-t)p'x$.
- Entonces, o $px \leq w$ o $p'x \leq w'$ o ambos.
- Entonces, o $u(x) \leq v(p,w) \leq \overline{u}$ o $u(x) \leq v(p',w') \leq \overline{v}$, por lo que $u(x) \leq \overline{v}$.
- Por lo tanto, $v(p^t, w^t) = \max_{x:p^t x \leq w^t} u(x) \leq \overline{v}$

Demanda con derivadas

- Si la función de utilidad es diferenciable, se puede resolver el problema del consumidor utilizando el Lagrangeano.

Demanda con derivadas

- Si la función de utilidad es diferenciable, se puede resolver el problema del consumidor utilizando el Lagrangeano.
- Supongamos la utilidad es Cobb-Douglas: $u(x_1, x_2) = \alpha ln(x_1) + (1-\alpha) ln(x_2)$.

Demanda con derivadas

- Si la función de utilidad es diferenciable, se puede resolver el problema del consumidor utilizando el Lagrangeano.
- Supongamos la utilidad es Cobb-Douglas: $u(x_1, x_2) = \alpha ln(x_1) + (1-\alpha) ln(x_2)$.
- El problema del consumidor es

Demanda con derivadas

- Si la función de utilidad es diferenciable, se puede resolver el problema del consumidor utilizando el Lagrangeano.
- Supongamos la utilidad es Cobb-Douglas: $u(x_1, x_2) = \alpha ln(x_1) + (1-\alpha) ln(x_2)$.
- El problema del consumidor es

$$\begin{aligned} \max_{x \in X} \quad & u(x_1, x_2) \\ \text{s.a.} \quad & p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq w \end{aligned}$$

Demanda con derivadas

- Si la función de utilidad es diferenciable, se puede resolver el problema del consumidor utilizando el Lagrangeano.
- Supongamos la utilidad es Cobb-Douglas: $u(x_1, x_2) = \alpha ln(x_1) + (1 - \alpha) ln(x_2)$.
- El problema del consumidor es

$$\begin{array}{rl} \max\limits_{x \in X} & u(x_1, x_2) \\ \text{s.a.} & p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq w \end{array}$$

- Se resuelve utilizando Lagrange (omitimos las restricciones de no negatividad):

Demanda con derivadas

- Si la función de utilidad es diferenciable, se puede resolver el problema del consumidor utilizando el Lagrangeano.
- Supongamos la utilidad es Cobb-Douglas: $u(x_1, x_2) = \alpha ln(x_1) + (1-\alpha) ln(x_2)$.
- El problema del consumidor es

$$\begin{aligned} \max_{x \in X} \quad & u(x_1, x_2) \\ \text{s.a.} \quad & p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq w \end{aligned}$$

- Se resuelve utilizando Lagrange (omitimos las restricciones de no negatividad):

$$L(x_1, x_2, \lambda) = u(x_1, x_2) + \lambda(w - p_1 x_1 - p_2 x_2)$$

Demanda con derivadas

- Si la función de utilidad es diferenciable, se puede resolver el problema del consumidor utilizando el Lagrangeano.
- Supongamos la utilidad es Cobb-Douglas: $u(x_1, x_2) = \alpha ln(x_1) + (1-\alpha) ln(x_2)$.
- El problema del consumidor es

$$\begin{aligned} \max_{x \in X} \quad & u(x_1, x_2) \\ \text{s.a.} \quad & p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq w \end{aligned}$$

- Se resuelve utilizando Lagrange (omitimos las restricciones de no negatividad):

$$L(x_1, x_2, \lambda) = u(x_1, x_2) + \lambda(w - p_1 x_1 - p_2 x_2)$$

- Si $x_i^* > 0$, entonces $\frac{\partial L}{\partial x_i} = 0$.

Demanda con derivadas

- Si la función de utilidad es diferenciable, se puede resolver el problema del consumidor utilizando el Lagrangeano.
- Supongamos la utilidad es Cobb-Douglas: $u(x_1, x_2) = \alpha ln(x_1) + (1-\alpha) ln(x_2)$.
- El problema del consumidor es

$$\begin{array}{rl} \max\limits_{x \in X} & u(x_1, x_2) \\ \text{s.a.} & p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq w \end{array}$$

- Se resuelve utilizando Lagrange (omitimos las restricciones de no negatividad):

$$L(x_1, x_2, \lambda) = u(x_1, x_2) + \lambda(w - p_1 x_1 - p_2 x_2)$$

- Si $x_i^* > 0$, entonces $\frac{\partial L}{\partial x_i} = 0$.
- Entonces, $\frac{\partial u(x^*)}{\partial x_i} = \lambda p_i$.

Demanda con derivadas

- Sigue que

Demanda con derivadas

- Sigue que

$$\frac{\frac{\partial u(x^*)}{\partial x_i}}{\frac{\partial u(x^*)}{\partial x_j}} = \frac{p_i}{p_j}.$$

Demanda con derivadas

- Sigue que

$$\frac{\frac{\partial u(x^*)}{\partial x_i}}{\frac{\partial u(x^*)}{\partial x_j}} = \frac{p_i}{p_j}.$$

- Es decir, la tasa marginal de sustitución es igual al cuociente entre los precios.

Demanda con derivadas

- Sigue que

$$\frac{\frac{\partial u(x^*)}{\partial x_i}}{\frac{\partial u(x^*)}{\partial x_j}} = \frac{p_i}{p_j}.$$

- Es decir, la tasa marginal de sustitución es igual al cuociente entre los precios.
- Resolviendo, la demanda marshalliana viene dada por

Demanda con derivadas

- Sigue que

$$\frac{\frac{\partial u(x^*)}{\partial x_i}}{\frac{\partial u(x^*)}{\partial x_j}} = \frac{p_i}{p_j}.$$

- Es decir, la tasa marginal de sustitución es igual al cuociente entre los precios.
- Resolviendo, la demanda marshalliana viene dada por

$$x(p,w) = \left(\alpha\frac{w}{p_1}, (1-\alpha)\frac{w}{p_2}\right).$$

Demanda con derivadas

- Sigue que

$$\frac{\frac{\partial u(x^*)}{\partial x_i}}{\frac{\partial u(x^*)}{\partial x_j}} = \frac{p_i}{p_j}.$$

- Es decir, la tasa marginal de sustitución es igual al cuociente entre los precios.
- Resolviendo, la demanda marshalliana viene dada por

$$x(p,w) = \left(\alpha\frac{w}{p_1}, (1-\alpha)\frac{w}{p_2}\right).$$

- Proposición 8: Kuhn-Tucker.

Demanda con derivadas

- Sigue que

$$\frac{\frac{\partial u(x^*)}{\partial x_i}}{\frac{\partial u(x^*)}{\partial x_j}} = \frac{p_i}{p_j}.$$

- Es decir, la tasa marginal de sustitución es igual al cuociente entre los precios.
- Resolviendo, la demanda marshalliana viene dada por

$$x(p,w) = \left(\alpha \frac{w}{p_1}, (1-\alpha)\frac{w}{p_2}\right).$$

- Proposición 8: Kuhn-Tucker. Condiciones para que la solución de Kuhn-Tucker sea solución al problema del consumidor (y vice versa).

Teorema de la envolvente

- Supongamos que queremos maximizar una función $U = f(x, y; \alpha)$, donde x e y son variables y α es un parámetro.

Teorema de la envolvente

- Supongamos que queremos maximizar una función $U = f(x, y; \alpha)$, donde x e y son variables y α es un parámetro.
- Las condiciones de primer orden son $f_x(x, y, \alpha) = f_y(x, y, \alpha) = 0$.

Teorema de la envolvente

- Supongamos que queremos maximizar una función $U = f(x, y; \alpha)$, donde x e y son variables y α es un parámetro.
- Las condiciones de primer orden son $f_x(x, y, \alpha) = f_y(x, y, \alpha) = 0$.
- Si se cumplen las condiciones de segundo orden, entonces ambas CPO definen las soluciones $x = x^*(\alpha)$ e $y = y^*(\alpha)$.

Teorema de la envolvente

- Supongamos que queremos maximizar una función $U = f(x, y; \alpha)$, donde x e y son variables y α es un parámetro.
- Las condiciones de primer orden son $f_x(x, y, \alpha) = f_y(x, y, \alpha) = 0$.
- Si se cumplen las condiciones de segundo orden, entonces ambas CPO definen las soluciones $x = x^*(\alpha)$ e $y = y^*(\alpha)$.
- Reemplazando estas soluciones de vuelta en la función objetivo, se obtiene la función de valor:

Teorema de la envolvente

- Supongamos que queremos maximizar una función $U = f(x, y; \alpha)$, donde x e y son variables y α es un parámetro.
- Las condiciones de primer orden son $f_x(x, y, \alpha) = f_y(x, y, \alpha) = 0$.
- Si se cumplen las condiciones de segundo orden, entonces ambas CPO definen las soluciones $x = x^*(\alpha)$ e $y = y^*(\alpha)$.
- Reemplazando estas soluciones de vuelta en la función objetivo, se obtiene la función de valor:

$$V(\alpha) = f(x^*(\alpha), y^*(\alpha), \alpha).$$

Teorema de la envolvente

- Supongamos que queremos maximizar una función $U = f(x, y; \alpha)$, donde x e y son variables y α es un parámetro.
- Las condiciones de primer orden son $f_x(x, y, \alpha) = f_y(x, y, \alpha) = 0$.
- Si se cumplen las condiciones de segundo orden, entonces ambas CPO definen las soluciones $x = x^*(\alpha)$ e $y = y^*(\alpha)$.
- Reemplazando estas soluciones de vuelta en la función objetivo, se obtiene la función de valor:

$$V(\alpha) = f(x^*(\alpha), y^*(\alpha), \alpha).$$

- Diferenciando con respecto a α, tenemos que

Teorema de la envolvente

- Supongamos que queremos maximizar una función $U = f(x, y; \alpha)$, donde x e y son variables y α es un parámetro.
- Las condiciones de primer orden son $f_x(x, y, \alpha) = f_y(x, y, \alpha) = 0$.
- Si se cumplen las condiciones de segundo orden, entonces ambas CPO definen las soluciones $x = x^*(\alpha)$ e $y = y^*(\alpha)$.
- Reemplazando estas soluciones de vuelta en la función objetivo, se obtiene la función de valor:

$$V(\alpha) = f(x^*(\alpha), y^*(\alpha), \alpha).$$

- Diferenciando con respecto a α, tenemos que

$$\frac{\partial V(\alpha)}{\partial \alpha} = f_x \frac{\partial x^*}{\partial \alpha} + f_y \frac{\partial y^*}{\partial \alpha} + f_\alpha = f_\alpha$$

Teorema de la envolvente con restricciones

- Supongamos que además de maximizar la función U, el problema tiene una restricción del tipo $g(x, y; \alpha)$.

Teorema de la envolvente con restricciones

- Supongamos que además de maximizar la función U, el problema tiene una restricción del tipo $g(x, y; \alpha)$.
- El Lagrangeano es $Z = f(x, y; \alpha) + \lambda g(x, y; \alpha)$.

Teorema de la envolvente con restricciones

- Supongamos que además de maximizar la función U, el problema tiene una restricción del tipo $g(x, y; \alpha)$.
- El Lagrangeano es $Z = f(x, y; \alpha) + \lambda g(x, y; \alpha)$.
- Tomando las CPO con respecto a x, y e λ:

Teorema de la envolvente con restricciones

- Supongamos que además de maximizar la función U, el problema tiene una restricción del tipo $g(x, y; \alpha)$.
- El Lagrangeano es $Z = f(x, y; \alpha) + \lambda g(x, y; \alpha)$.
- Tomando las CPO con respecto a x, y e λ:

$$
\begin{aligned}
Z_x &= f_x + \lambda g_x = 0 \\
Z_y &= f_y + \lambda g_y = 0 \\
Z_\lambda &= g(x, y, \alpha) = 0
\end{aligned}
$$

Teorema de la envolvente con restricciones

- Supongamos que además de maximizar la función U, el problema tiene una restricción del tipo $g(x, y; \alpha)$.
- El Lagrangeano es $Z = f(x, y; \alpha) + \lambda g(x, y; \alpha)$.
- Tomando las CPO con respecto a x, y e λ:

$$
\begin{aligned}
Z_x &= f_x + \lambda g_x = 0 \\
Z_y &= f_y + \lambda g_y = 0 \\
Z_\lambda &= g(x, y, \alpha) = 0
\end{aligned}
$$

se obtienen las soluciones $x = x^*(\alpha)$, $y = y^*(\alpha)$ y $\lambda = \lambda^*(\alpha)$.

Teorema de la envolvente con restricciones

- Supongamos que además de maximizar la función U, el problema tiene una restricción del tipo $g(x, y; \alpha)$.
- El Lagrangeano es $Z = f(x, y; \alpha) + \lambda g(x, y; \alpha)$.
- Tomando las CPO con respecto a x, y e λ:

$$\begin{aligned} Z_x &= f_x + \lambda g_x = 0 \\ Z_y &= f_y + \lambda g_y = 0 \\ Z_\lambda &= g(x, y, \alpha) = 0 \end{aligned}$$

  se obtienen las soluciones $x = x^*(\alpha)$, $y = y^*(\alpha)$ y $\lambda = \lambda^*(\alpha)$.
- La derivada de la función de valor ya no se simplica como en el caso anterior, ya que f_x y f_y ya no son iguales a 0.

Teorema de la envolvente con restricciones

- Tomamos la restricción evaluada en los óptimos:

Teorema de la envolvente con restricciones

- Tomamos la restricción evaluada en los óptimos:

$$g(x^*(\alpha), y^*(\alpha), \alpha) \equiv 0$$

Teorema de la envolvente con restricciones

- Tomamos la restricción evaluada en los óptimos:

$$g(x^*(\alpha), y^*(\alpha), \alpha) \equiv 0$$

- Diferenciando con respecto a α (y teníamos que)

Teorema de la envolvente con restricciones

- Tomamos la restricción evaluada en los óptimos:

$$g(x^*(\alpha), y^*(\alpha), \alpha) \equiv 0$$

- Diferenciando con respecto a α (y teníamos que)

$$g_x \frac{\partial x^*}{\partial \alpha} + g_y \frac{\partial y^*}{\partial \alpha} + g_\alpha = 0$$
$$\frac{\partial V(\alpha)}{\partial \alpha} = f_x \frac{\partial x^*}{\partial \alpha} + f_y \frac{\partial y^*}{\partial \alpha} + f_\alpha$$

Teorema de la envolvente con restricciones

- Tomamos la restricción evaluada en los óptimos:

$$g(x^*(\alpha), y^*(\alpha), \alpha) \equiv 0$$

- Diferenciando con respecto a α (y teníamos que)

$$g_x \frac{\partial x^*}{\partial \alpha} + g_y \frac{\partial y^*}{\partial \alpha} + g_\alpha = 0$$
$$\frac{\partial V(\alpha)}{\partial \alpha} = f_x \frac{\partial x^*}{\partial \alpha} + f_y \frac{\partial y^*}{\partial \alpha} + f_\alpha$$

- Por lo que

Teorema de la envolvente con restricciones

- Tomamos la restricción evaluada en los óptimos:

$$g(x^*(\alpha), y^*(\alpha), \alpha) \equiv 0$$

- Diferenciando con respecto a α (y teníamos que)

$$g_x \frac{\partial x^*}{\partial \alpha} + g_y \frac{\partial y^*}{\partial \alpha} + g_\alpha = 0$$
$$\frac{\partial V(\alpha)}{\partial \alpha} = f_x \frac{\partial x^*}{\partial \alpha} + f_y \frac{\partial y^*}{\partial \alpha} + f_\alpha$$

- Por lo que

$$\frac{\partial V(\alpha)}{\partial \alpha} = \underbrace{(f_x + \lambda^* g_x)}_{0} \frac{\partial x^*}{\partial \alpha} + \underbrace{(f_y + \lambda^* g_y)}_{0} \frac{\partial y^*}{\partial \alpha} + f_\alpha + \lambda^* g_\alpha = Z_\alpha$$

Utilidad marginal del ingreso

- Proposición 9: utilidad marginal del ingreso.

Utilidad marginal del ingreso

- Proposición 9: utilidad marginal del ingreso. Suponga que u es continua y cuasicóncava, que $p > 0$ y que existe una solución única al problema del consumidor en el Lagrangeano para (p, w). Entonces, v es diferenciable en (p, w) y $\frac{\partial v(p,w)}{\partial w} = \lambda \geq 0$.

Utilidad marginal del ingreso

- Proposición 9: utilidad marginal del ingreso. Suponga que u es continua y cuasicóncava, que $p > 0$ y que existe una solución única al problema del consumidor en el Lagrangeano para (p, w). Entonces, v es diferenciable en (p, w) y $\frac{\partial v(p,w)}{\partial w} = \lambda \geq 0$.
- El multiplicador de Lagrange λ representa la utilidad marginal de una unidad adicional de ingreso w (también llamado precio sombra del ingreso).

Utilidad marginal del ingreso

- Proposición 9: utilidad marginal del ingreso. Suponga que u es continua y cuasicóncava, que $p > 0$ y que existe una solución única al problema del consumidor en el Lagrangeano para (p, w). Entonces, v es diferenciable en (p, w) y $\frac{\partial v(p,w)}{\partial w} = \lambda \geq 0$.
- El multiplicador de Lagrange λ representa la utilidad marginal de una unidad adicional de ingreso w (también llamado precio sombra del ingreso).
- ¿Condiciones para que $\lambda > 0$? ¿Es suficiente la no saciedad local o alguna otra restricción de las preferencias?

Utilidad marginal del ingreso

- Proposición 9: utilidad marginal del ingreso. Suponga que u es continua y cuasicóncava, que $p > 0$ y que existe una solución única al problema del consumidor en el Lagrangeano para (p, w). Entonces, v es diferenciable en (p, w) y $\frac{\partial v(p,w)}{\partial w} = \lambda \geq 0$.
- El multiplicador de Lagrange λ representa la utilidad marginal de una unidad adicional de ingreso w (también llamado precio sombra del ingreso).
- ¿Condiciones para que $\lambda > 0$? ¿Es suficiente la no saciedad local o alguna otra restricción de las preferencias? No.

Utilidad marginal del ingreso

- Proposición 9: utilidad marginal del ingreso. Suponga que u es continua y cuasicóncava, que $p > 0$ y que existe una solución única al problema del consumidor en el Lagrangeano para (p, w). Entonces, v es diferenciable en (p, w) y $\frac{\partial v(p,w)}{\partial w} = \lambda \geq 0$.
- El multiplicador de Lagrange λ representa la utilidad marginal de una unidad adicional de ingreso w (también llamado precio sombra del ingreso).
- ¿Condiciones para que $\lambda > 0$? ¿Es suficiente la no saciedad local o alguna otra restricción de las preferencias? No.
- Si hay al menos un bien para el que $\frac{\partial u}{\partial x_j} > 0$, entonces $\frac{\partial v}{\partial w} > 0$, entonces $\lambda > 0$.

Identidad de Roy

- Proposición 10: identidad de Roy.

Identidad de Roy

- Proposición 10: identidad de Roy. Suponga que v es diferenciable en $(p, w) > 0$ y que $\frac{\partial v}{\partial w} > 0$. Entonces, $x(p, w)$ es un *singleton* y

$$x_i = -\frac{\frac{\partial v(p,w)}{\partial p_i}}{\frac{\partial v(p,w)}{\partial w}}.$$

Identidad de Roy

- Proposición 10: identidad de Roy. Suponga que v es diferenciable en $(p, w) > 0$ y que $\frac{\partial v}{\partial w} > 0$. Entonces, $x(p, w)$ es un *singleton* y

$$x_i = -\frac{\frac{\partial v(p,w)}{\partial p_i}}{\frac{\partial v(p,w)}{\partial w}}.$$

- Demostracion: por el teorema de la envolvente y la Proposición 9.

Problema de minimización de gasto

- Introducimos el problema de minimización de gasto (PMG) de un consumidor:

Problema de minimización de gasto

- Introducimos el problema de minimización de gasto (PMG) de un consumidor:

$$\begin{aligned} \min_{x \in \mathbb{R}^n_+} \quad & px \\ \text{s.a.} \quad & u(x) \geq u \end{aligned}$$

con $u \geq u(0)$ y $p > 0$.

Problema de minimización de gasto

- Introducimos el problema de minimización de gasto (PMG) de un consumidor:

$$\begin{aligned} \min_{x \in \mathbb{R}^n_+} \quad & px \\ \text{s.a.} \quad & u(x) \geq u \end{aligned}$$

con $u \geq u(0)$ y $p > 0$.
- Proposición 11: existencia.

Problema de minimización de gasto

- Introducimos el problema de minimización de gasto (PMG) de un consumidor:

$$\begin{aligned} \min_{x \in \mathbb{R}^n_+} \quad & px \\ \text{s.a.} \quad & u(x) \geq u \end{aligned}$$

  con $u \geq u(0)$ y $p > 0$.
- Proposición 11: existencia. Si $p > 0$, u es continua y existe un x tal que $u(x) \geq u$, entonces el PMG tiene solución.

Demanda Hicksiana

- Definición: La demanda hicksiana o compensada se define como

Demanda Hicksiana

- Definición: La demanda hicksiana o compensada se define como

$$h(p,u) \in \ argmin \ px$$
$$u(x) \geq u$$

Demanda Hicksiana

- Definición: La demanda hicksiana o compensada se define como

$$h(p,u) \in \ argmin \ px$$
$$u(x) \geq u$$

es decir, la solución del problema de minimización de gasto en función de p y u.

Demanda Hicksiana

- Definición: La demanda hicksiana o compensada se define como

$$h(p,u) \in \ argmin \ px$$
$$u(x) \geq u$$

  es decir, la solución del problema de minimización de gasto en función de p y u.
- La función $h(p,u)$ es el conjunto de canastas que el consumidor compraría a precios p si quiere minimizar su gasto pero aún alcanzar un nivel de utilidad u.

Demanda Hicksiana

- Definición: La demanda hicksiana o compensada se define como

$$h(p,u) \in \ argmin \ px$$
$$u(x) \geq u$$

  es decir, la solución del problema de minimización de gasto en función de p y u.
- La función $h(p,u)$ es el conjunto de canastas que el consumidor compraría a precios p si quiere minimizar su gasto pero aún alcanzar un nivel de utilidad u.
- Proposición 12: propiedades de h.

Demanda Hicksiana

- Definición: La demanda hicksiana o compensada se define como

$$h(p,u) \in \ argmin \ px$$
$$u(x) \geq u$$

  es decir, la solución del problema de minimización de gasto en función de p y u.
- La función $h(p,u)$ es el conjunto de canastas que el consumidor compraría a precios p si quiere minimizar su gasto pero aún alcanzar un nivel de utilidad u.
- Proposición 12: propiedades de h. Sea u una función de utilidad continua que representa a $\succsim$ en $\mathbb{R}^n_+$. Entonces, $h(p,u)$ es:

Demanda Hicksiana

- Definición: La demanda hicksiana o compensada se define como

$$h(p,u) \in \; argmin \;\; px$$
$$u(x) \geq u$$

es decir, la solución del problema de minimización de gasto en función de p y u.

- La función $h(p,u)$ es el conjunto de canastas que el consumidor compraría a precios p si quiere minimizar su gasto pero aún alcanzar un nivel de utilidad u.
- Proposición 12: propiedades de h. Sea u una función de utilidad continua que representa a $\succsim$ en $\mathbb{R}^n_+$. Entonces, $h(p,u)$ es:
    1. Homogénea de grado 0 en p.

Demanda Hicksiana

- Definición: La demanda hicksiana o compensada se define como

$$
\begin{aligned}
h(p,u) \in \ & argmin \ px \\
& u(x) \geq u
\end{aligned}
$$

  es decir, la solución del problema de minimización de gasto en función de p y u.
- La función $h(p,u)$ es el conjunto de canastas que el consumidor compraría a precios p si quiere minimizar su gasto pero aún alcanzar un nivel de utilidad u.
- Proposición 12: propiedades de h. Sea u una función de utilidad continua que representa a $\succsim$ en $\mathbb{R}^n_+$. Entonces, $h(p,u)$ es:
  1. Homogénea de grado 0 en p.
  2. Si $u \geq u(0)$ y $p > 0$, entonces para todo $x \in h(p,u)$, $u(x) = u$.

Demanda Hicksiana

- Definición: La demanda hicksiana o compensada se define como

$$h(p,u) \in \ argmin\ px$$
$$u(x) \geq u$$

es decir, la solución del problema de minimización de gasto en función de p y u.

- La función $h(p,u)$ es el conjunto de canastas que el consumidor compraría a precios p si quiere minimizar su gasto pero aún alcanzar un nivel de utilidad u.
- Proposición 12: propiedades de h. Sea u una función de utilidad continua que representa a $\succsim$ en $\mathbb{R}^n_+$. Entonces, $h(p,u)$ es:
  1. Homogénea de grado 0 en p.
  2. Si $u \geq u(0)$ y $p > 0$, entonces para todo $x \in h(p,u)$, $u(x) = u$.
  3. Si las preferencias son convexas, entonces $h(p,u)$ es un conjunto convexo. Si las preferencias son estrictamente convexas y $p > 0$, entonces $h(p,u)$ es un *singleton*.

Función de gasto

- Definición: la función de gasto es el mínimo gasto necesario para alcanzar un nivel de utilidad u a precios p, es decir

Función de gasto

- Definición: la función de gasto es el mínimo gasto necesario para alcanzar un nivel de utilidad u a precios p, es decir

$$e(p, u) = ph(p, u)$$

Función de gasto

- Definición: la función de gasto es el mínimo gasto necesario para alcanzar un nivel de utilidad u a precios p, es decir

$$e(p, u) = ph(p, u)$$

- Es decir, es la función de valor del problema de minimización de gasto.

Función de gasto

- Definición: la función de gasto es el mínimo gasto necesario para alcanzar un nivel de utilidad u a precios p, es decir

$$e(p,u) = ph(p,u)$$

- Es decir, es la función de valor del problema de minimización de gasto.
- Proposición 13: propiedades de e. Sea u una función de utilidad continua que representa a $\succsim$ localmente no saciada en $\mathbb{R}^n_+$. Entonces, $e(p,u)$ es:

Función de gasto

- Definición: la función de gasto es el mínimo gasto necesario para alcanzar un nivel de utilidad u a precios p, es decir

$$e(p, u) = ph(p, u)$$

- Es decir, es la función de valor del problema de minimización de gasto.
- Proposición 13: propiedades de e. Sea u una función de utilidad continua que representa a $\succsim$ localmente no saciada en $\mathbb{R}^n_+$. Entonces, $e(p, u)$ es:
    1. Homogénea de grado 1 en p.

Función de gasto

- Definición: la función de gasto es el mínimo gasto necesario para alcanzar un nivel de utilidad u a precios p, es decir

$$e(p, u) = ph(p, u)$$

- Es decir, es la función de valor del problema de minimización de gasto.
- Proposición 13: propiedades de e. Sea u una función de utilidad continua que representa a $\succsim$ localmente no saciada en $\mathbb{R}^n_+$. Entonces, $e(p, u)$ es:
  1. Homogénea de grado 1 en p.
  2. Continua en p y en u.

Función de gasto

- Definición: la función de gasto es el mínimo gasto necesario para alcanzar un nivel de utilidad u a precios p, es decir

$$e(p, u) = ph(p, u)$$

- Es decir, es la función de valor del problema de minimización de gasto.
- Proposición 13: propiedades de e. Sea u una función de utilidad continua que representa a $\succsim$ localmente no saciada en $\mathbb{R}^n_+$. Entonces, $e(p, u)$ es:
  1. Homogénea de grado 1 en p.
  2. Continua en p y en u.
  3. Creciente en p y estrictamente creciente en u mientras $p > 0$.

Función de gasto

- Definición: la función de gasto es el mínimo gasto necesario para alcanzar un nivel de utilidad u a precios p, es decir

$$e(p,u) = ph(p,u)$$

- Es decir, es la función de valor del problema de minimización de gasto.
- Proposición 13: propiedades de e. Sea u una función de utilidad continua que representa a $\succsim$ localmente no saciada en $\mathbb{R}^n_+$. Entonces, $e(p,u)$ es:
  1. Homogénea de grado 1 en p.
  2. Continua en p y en u.
  3. Creciente en p y estrictamente creciente en u mientras $p > 0$.
  4. Cóncava en p.

Función de gasto

- Proposición 14: Lema de Shepard.

Función de gasto

- Proposición 14: Lema de Shepard. Sea u una función de utilidad continua que representa a $\succsim$ localmente no saciada en $\mathbb{R}^n_+$ y sea $h(p, u)$ un *singleton*. Entonces, la función de gasto es diferenciable en p y para todo $i = 1, ..., n$

$$\frac{\partial e(p, u)}{\partial p_i} = h_i(p, u)$$

Función de gasto

- Proposición 14: Lema de Shepard. Sea u una función de utilidad continua que representa a $\succsim$ localmente no saciada en $\mathbb{R}^n_+$ y sea $h(p,u)$ un *singleton*. Entonces, la función de gasto es diferenciable en p y para todo $i = 1, ..., n$
$$\frac{\partial e(p,u)}{\partial p_i} = h_i(p,u)$$
- Proposición 15: ley de la demanda. Sean $p, p' \geq 0$ y sea $x \in h(p,u)$ y $x' \in h(p',u)$. Entonces, $(p'-p)(x'-x) \leq 0$.

Función de gasto

- Proposición 14: Lema de Shepard. Sea u una función de utilidad continua que representa a $\succsim$ localmente no saciada en $\mathbb{R}^n_+$ y sea $h(p,u)$ un *singleton*. Entonces, la función de gasto es diferenciable en p y para todo $i = 1, ..., n$

$$\frac{\partial e(p,u)}{\partial p_i} = h_i(p,u)$$

- Proposición 15: ley de la demanda. Sean $p, p' \geq 0$ y sea $x \in h(p,u)$ y $x' \in h(p',u)$. Entonces, $(p'-p)(x'-x) \leq 0$.
- Básicamente, la demanda hicksiana tiene pendiente negativa.

Función de gasto

- Proposición 14: Lema de Shepard. Sea u una función de utilidad continua que representa a $\succsim$ localmente no saciada en $\mathbb{R}^n_+$ y sea $h(p,u)$ un *singleton*. Entonces, la función de gasto es diferenciable en p y para todo $i = 1, ..., n$

$$\frac{\partial e(p,u)}{\partial p_i} = h_i(p,u)$$

- Proposición 15: ley de la demanda. Sean $p, p' \geq 0$ y sea $x \in h(p,u)$ y $x' \in h(p',u)$. Entonces, $(p' - p)(x' - x) \leq 0$.
- Básicamente, la demanda hicksiana tiene pendiente negativa.
- Notar que esto no es necesariamente así para la demanda marshalliana.

Función de gasto

- Proposición 16:

Función de gasto

- Proposición 16: Sea u una función de utilidad continua que representa a $\succsim$ en $\mathbb{R}^n_+$ y sea $h(p,u)$ un *singleton* y continuamente diferenciable en p, u, con $p > 0$. Entonces, la matriz

$$D_p h(p,u) = \begin{pmatrix} \frac{\partial h_1(p,u)}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial h_n(p,u)}{\partial p_1} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial h_1(p,u)}{\partial p_n} & \dots & \frac{\partial h_n(p,u)}{\partial p_n} \end{pmatrix}$$

es simétrica y semi definida negativa.

Función de gasto

- Proposición 16: Sea u una función de utilidad continua que representa a $\succsim$ en $\mathbb{R}^n_+$ y sea $h(p,u)$ un *singleton* y continuamente diferenciable en p, u, con $p > 0$. Entonces, la matriz

$$D_p h(p,u) = \begin{pmatrix} \frac{\partial h_1(p,u)}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial h_n(p,u)}{\partial p_1} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial h_1(p,u)}{\partial p_n} & \dots & \frac{\partial h_n(p,u)}{\partial p_n} \end{pmatrix}$$

  es simétrica y semi definida negativa.

- Notar que esta simetría no necesariamente se cumple en la demanda marshalliana.

Relación entre demandas

- Proposición 17: demanda hicksiana y marshalliana.

Relación entre demandas

- Proposición 17: demanda hicksiana y marshalliana. Sea u una función de utilidad continua que representa a $\succsim$ localmente no saciada en $\mathbb{R}^n_+$. Entonces:

Relación entre demandas

- Proposición 17: demanda hicksiana y marshalliana. Sea u una función de utilidad continua que representa a $\succsim$ localmente no saciada en $\mathbb{R}^n_+$. Entonces:
- $\forall p > 0, w \geq 0$:

$$x(p, w) = h(p, v(p, w))$$
$$e(p, v(p, w)) = w$$

Relación entre demandas

- Proposición 17: demanda hicksiana y marshalliana. Sea u una función de utilidad continua que representa a $\succsim$ localmente no saciada en $\mathbb{R}^n_+$. Entonces:
- $\forall p > 0, w \geq 0$:

$$x(p, w) = h(p, v(p, w))$$
$$e(p, v(p, w)) = w$$

- $\forall p > 0, u \geq 0$:

$$h(p, u) = x(p, e(p, u))$$
$$v(p, e(p, u)) = u$$

Ecuación de Slutsky

- Proposición 18: ecuación de Slutsky.

Ecuación de Slutsky

- Proposición 18: ecuación de Slutsky. Sea u una función de utilidad continua que representa a $\succsim$ localmente no saciada en $\mathbb{R}^n_+$ y sea $p > 0$ y $w = e(p, u)$. Si $h(p, u)$ y $x(p, w)$ son un *singleton* y diferenciables, y sea $\overline{u}$ la utilidad alcanzada a precios p y riqueza w, entonces $\forall i, j$

Ecuación de Slutsky

- Proposición 18: ecuación de Slutsky. Sea u una función de utilidad continua que representa a $\succsim$ localmente no saciada en $\mathbb{R}^n_+$ y sea $p > 0$ y $w = e(p, u)$. Si $h(p, u)$ y $x(p, w)$ son un *singleton* y diferenciables, y sea $\overline{u}$ la utilidad alcanzada a precios p y riqueza w, entonces $\forall i, j$

$$\frac{\partial x_i(p,w)}{\partial p_j} = \frac{\partial h_i(p,\overline{u})}{\partial p_j} - \frac{\partial x_i(p,w)}{\partial w} x_j(p,w)$$

Ecuación de Slutsky

- Proposición 18: ecuación de Slutsky. Sea u una función de utilidad continua que representa a $\succsim$ localmente no saciada en $\mathbb{R}^n_+$ y sea $p > 0$ y $w = e(p, u)$. Si $h(p, u)$ y $x(p, w)$ son un *singleton* y diferenciables, y sea $\overline{u}$ la utilidad alcanzada a precios p y riqueza w, entonces $\forall i, j$

$$\frac{\partial x_i(p, w)}{\partial p_j} = \frac{\partial h_i(p, \overline{u})}{\partial p_j} - \frac{\partial x_i(p, w)}{\partial w} x_j(p, w)$$

- En particular, tenemos que el cambio de la demanda marshalliana con respecto a su propio precio es

Ecuación de Slutsky

- Proposición 18: ecuación de Slutsky. Sea u una función de utilidad continua que representa a $\succsim$ localmente no saciada en $\mathbb{R}^n_+$ y sea $p > 0$ y $w = e(p,u)$. Si $h(p,u)$ y $x(p,w)$ son un *singleton* y diferenciables, y sea $\overline{u}$ la utilidad alcanzada a precios p y riqueza w, entonces $\forall i, j$

$$\frac{\partial x_i(p,w)}{\partial p_j} = \frac{\partial h_i(p,\overline{u})}{\partial p_j} - \frac{\partial x_i(p,w)}{\partial w} x_j(p,w)$$

- En particular, tenemos que el cambio de la demanda marshalliana con respecto a su propio precio es

$$\frac{\partial x_i(p,w)}{\partial p_i} = \frac{\partial h_i(p,\overline{u})}{\partial p_i} - \frac{\partial x_i(p,w)}{\partial w} x_i(p,w)$$

donde el primer término es el efecto sustitución y el segundo es el efecto ingreso.

Tipos de bienes

1. Un bien i es normal si $x_i(p, w)$ es creciente en w y es inferior si es decreciente en w.

Tipos de bienes

1. Un bien i es normal si $x_i(p, w)$ es creciente en w y es inferior si es decreciente en w.
2. Un bien i es regular si $x_i(p, w)$ es decreciente en p_i y es Giffen si $x_i(p, w)$ es creciente en p_i.

Tipos de bienes

1. Un bien i es normal si $x_i(p, w)$ es creciente en w y es inferior si es decreciente en w.
2. Un bien i es regular si $x_i(p, w)$ es decreciente en p_i y es Giffen si $x_i(p, w)$ es creciente en p_i.
3. Un bien i es sustituto de un bien j si $h_i(p, u)$ es creciente en p_j y es un complemento si $h_i(p, u)$ es decreciente en p_j.

Tipos de bienes

1. Un bien i es normal si $x_i(p, w)$ es creciente en w y es inferior si es decreciente en w.
2. Un bien i es regular si $x_i(p, w)$ es decreciente en p_i y es Giffen si $x_i(p, w)$ es creciente en p_i.
3. Un bien i es sustituto de un bien j si $h_i(p, u)$ es creciente en p_j y es un complemento si $h_i(p, u)$ es decreciente en p_j.
4. Un bien i es sustituto bruto de un bien j si $x_i(p, u)$ es creciente en p_j y es un complemento bruto si $x_i(p, u)$ es decreciente en p_j.

Análisis de bienestar

- El objetivo es analizar cuan mejor o peor está el consumidor si los precios cambian de p a p'.

Análisis de bienestar

- El objetivo es analizar cuan mejor o peor está el consumidor si los precios cambian de p a p'.
- Asumimos preferencias localmente no saciadas.

Análisis de bienestar

- El objetivo es analizar cuan mejor o peor está el consumidor si los precios cambian de p a p'.
- Asumimos preferencias localmente no saciadas.
- Sea (p, w) la situación inicial y (p', w) la situación después del cambio de precios.

Análisis de bienestar

- El objetivo es analizar cuan mejor o peor está el consumidor si los precios cambian de p a p'.
- Asumimos preferencias localmente no saciadas.
- Sea (p, w) la situación inicial y (p', w) la situación después del cambio de precios.
- ¿Sirve utilizar como medida de cambio en el bienestar del consumidor $v(p', w) - v(p, w)$?

Análisis de bienestar

- El objetivo es analizar cuan mejor o peor está el consumidor si los precios cambian de p a p'.
- Asumimos preferencias localmente no saciadas.
- Sea (p, w) la situación inicial y (p', w) la situación después del cambio de precios.
- ¿Sirve utilizar como medida de cambio en el bienestar del consumidor $v(p', w) - v(p, w)$?
  - Solo ayuda ordinalmente y la interpretación no es muy útil.

Análisis de bienestar

- El objetivo es analizar cuan mejor o peor está el consumidor si los precios cambian de p a p'.
- Asumimos preferencias localmente no saciadas.
- Sea (p, w) la situación inicial y (p', w) la situación después del cambio de precios.
- ¿Sirve utilizar como medida de cambio en el bienestar del consumidor $v(p', w) - v(p, w)$?
  - Solo ayuda ordinalmente y la interpretación no es muy útil.
- Para esto podemos utilizar la función de gasto.

Análisis de bienestar

- Variación compensatoria: utilidad ex-ante.

Análisis de bienestar

- Variación compensatoria: utilidad ex-ante.

$$e(p, u) - e(p', u) = w - e(p', u)$$

Análisis de bienestar

- Variación compensatoria: utilidad ex-ante.

$$e(p, u) - e(p', u) = w - e(p', u)$$

- Es decir, cuanta riqueza *menos* se necesita para tener la misma utilidad que se tenía antes del cambio de precios con los nuevos precios p'.

Análisis de bienestar

- Variación compensatoria: utilidad ex-ante.

$$e(p,u) - e(p',u) = w - e(p',u)$$

- Es decir, cuanta riqueza *menos* se necesita para tener la misma utilidad que se tenía antes del cambio de precios con los nuevos precios p'.
- Variación equivalente: utilidad ex-post.

Análisis de bienestar

- Variación compensatoria: utilidad ex-ante.

$$e(p, u) - e(p', u) = w - e(p', u)$$

- Es decir, cuanta riqueza *menos* se necesita para tener la misma utilidad que se tenía antes del cambio de precios con los nuevos precios p'.
- Variación equivalente: utilidad ex-post.

$$e(p, u') - e(p', u') = e(p, u') - w$$

Análisis de bienestar

- Variación compensatoria: utilidad ex-ante.

$$e(p,u) - e(p',u) = w - e(p',u)$$

- Es decir, cuanta riqueza *menos* se necesita para tener la misma utilidad que se tenía antes del cambio de precios con los nuevos precios p'.
- Variación equivalente: utilidad ex-post.

$$e(p,u') - e(p',u') = e(p,u') - w$$

- Es decir, cuanta riqueza *más* se necesitaba antes del cambio de precios para tener la misma utilidad que se tiene después del cambio de precios.

Análisis de bienestar

- Variación compensatoria: utilidad ex-ante.

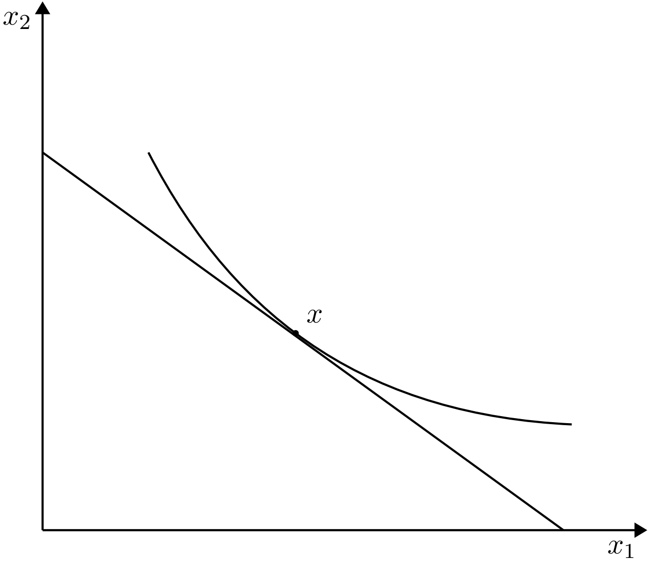
$$e(p,u) - e(p',u) = w - e(p',u)$$

- Es decir, cuanta riqueza *menos* se necesita para tener la misma utilidad que se tenía antes del cambio de precios con los nuevos precios p'.
- Variación equivalente: utilidad ex-post.

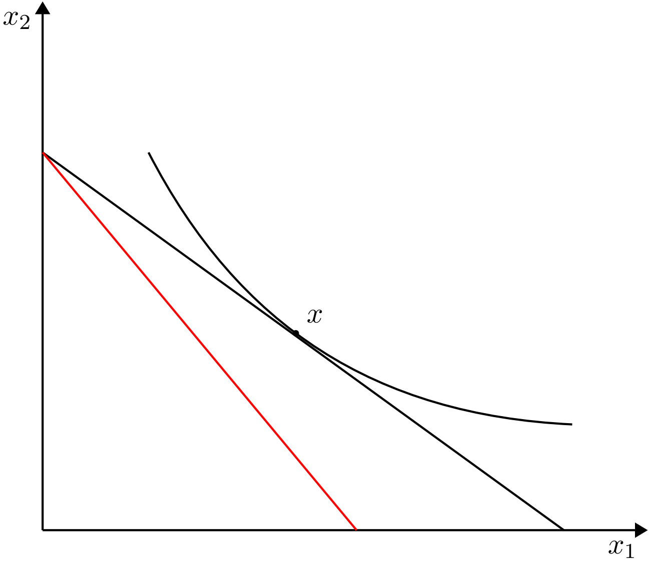
$$e(p,u') - e(p',u') = e(p,u') - w$$

- Es decir, cuanta riqueza *más* se necesitaba antes del cambio de precios para tener la misma utilidad que se tiene después del cambio de precios.
- Nota: ambas medidas están construidas para ser positivas para cambios de precios que incrementan el bienestar y vice versa.

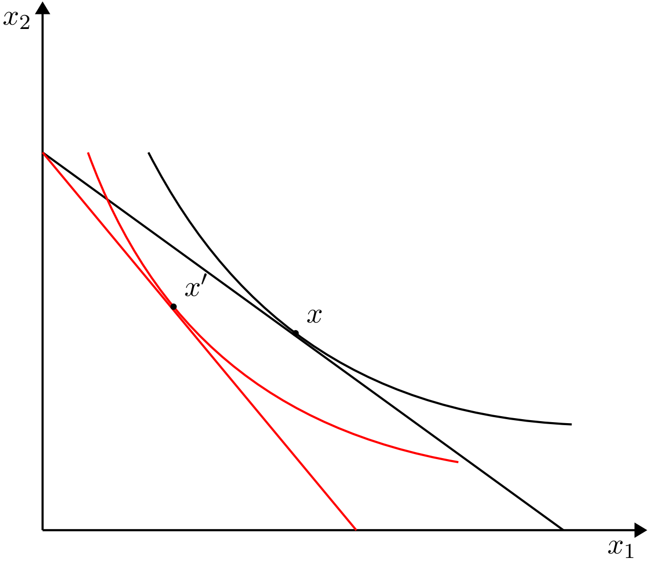
Variación compensatoria: $p_1' > p_1$ y $p_2 = p_2' = 1$



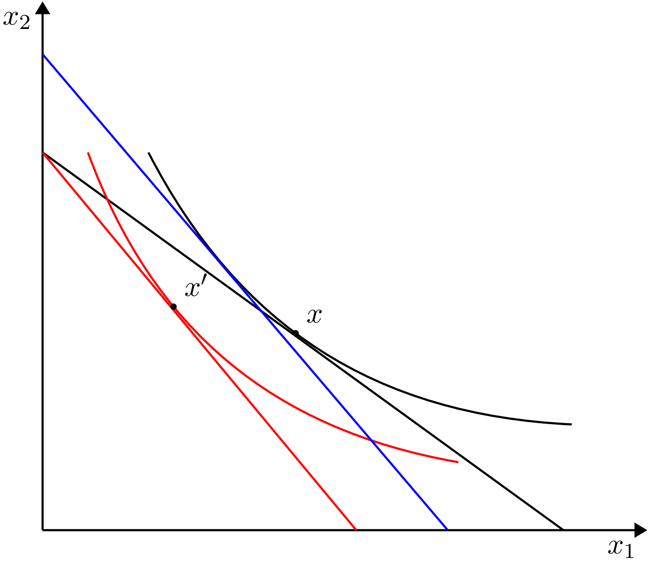
Variación compensatoria: $p_1' > p_1$ y $p_2 = p_2' = 1$



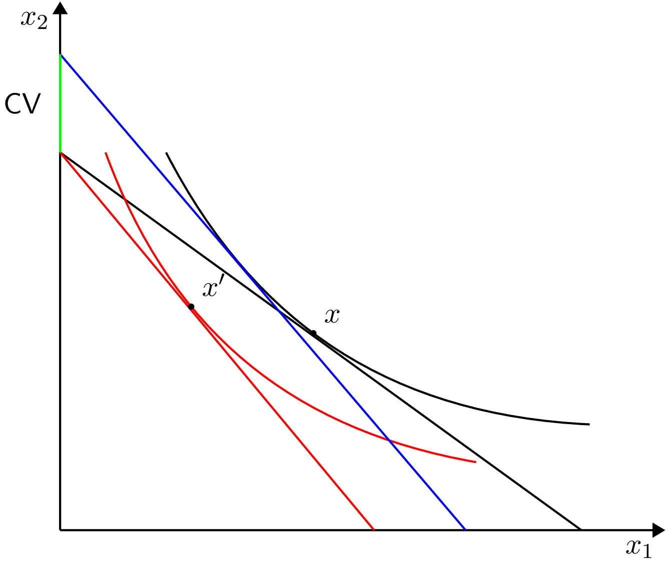
Variación compensatoria: $p_1' > p_1$ y $p_2 = p_2' = 1$



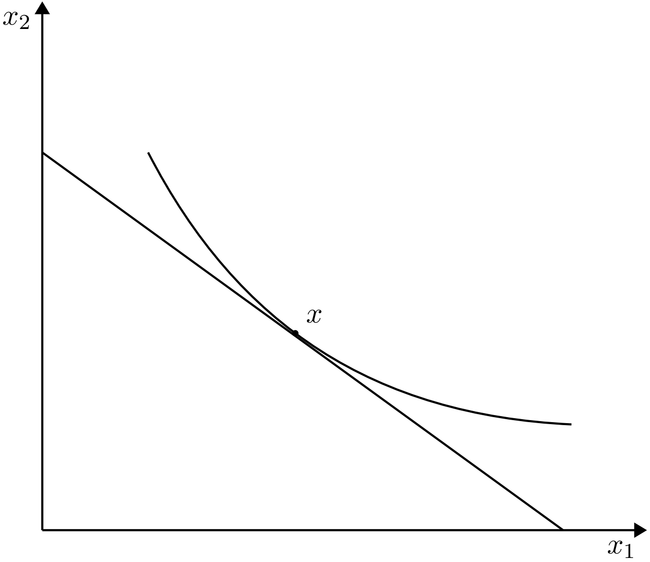
Variación compensatoria: $p_1' > p_1$ y $p_2 = p_2' = 1$



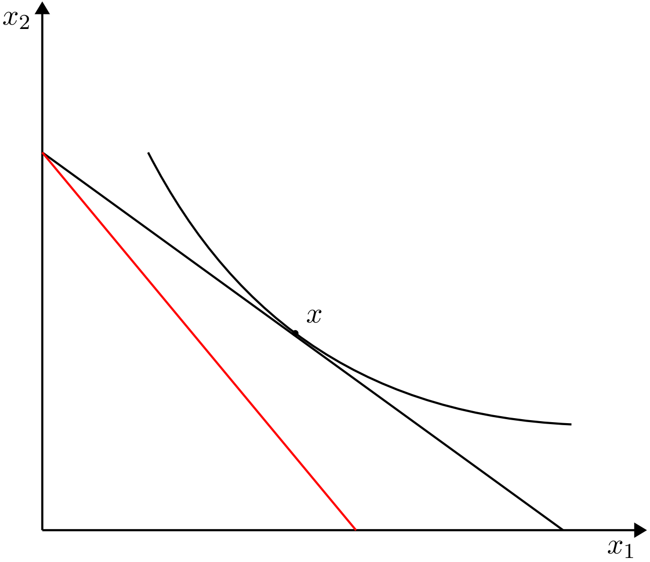
Variación compensatoria: $p_1' > p_1$ y $p_2 = p_2' = 1$



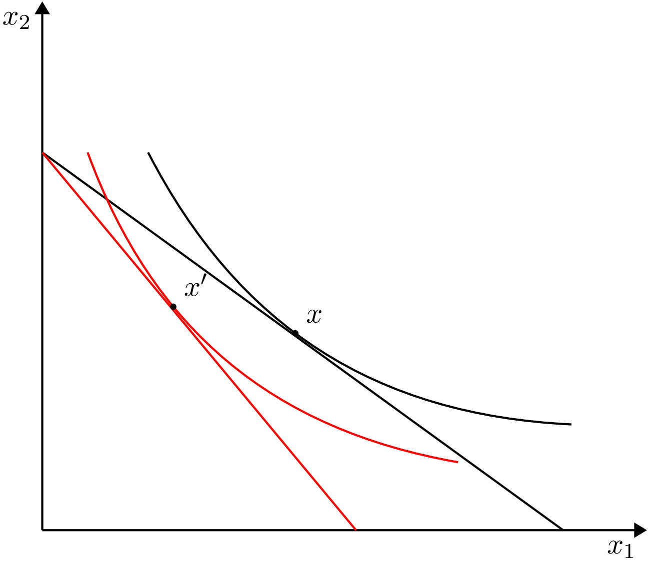
Variación equivalente: $p_1' > p_1$ y $p_2 = p_2' = 1$



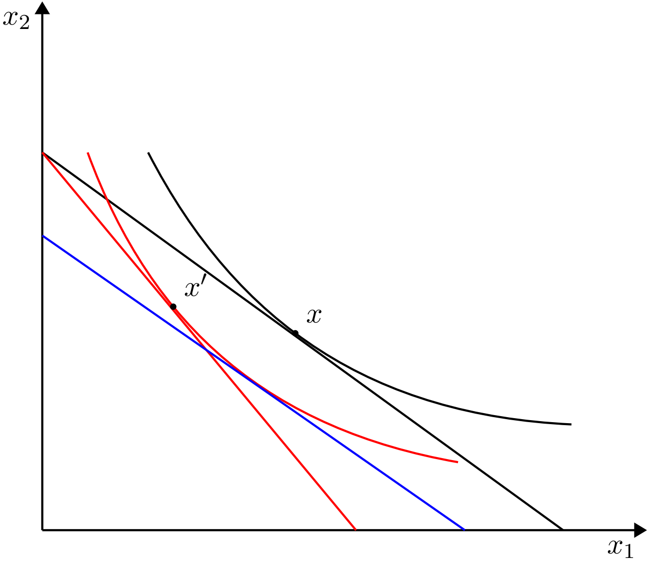
Variación equivalente: $p_1' > p_1$ y $p_2 = p_2' = 1$



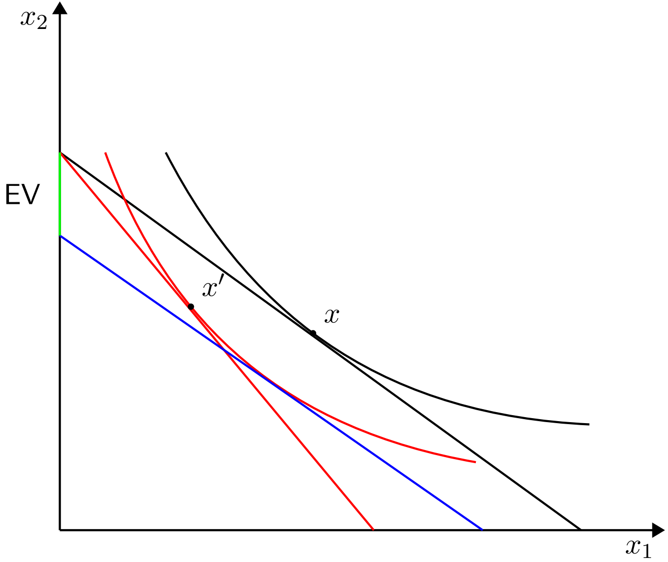
Variación equivalente: $p_1' > p_1$ y $p_2 = p_2' = 1$



Variación equivalente: $p_1' > p_1$ y $p_2 = p_2' = 1$



Variación equivalente: $p_1' > p_1$ y $p_2 = p_2' = 1$



Relación con demanda hicksiana y marshalliana

- Si el cambio de precios solo afecta a un bien i, entonces las compensaciones están relacionadas a la demanda hicksiana como sigue:

Relación con demanda hicksiana y marshalliana

- Si el cambio de precios solo afecta a un bien i, entonces las compensaciones están relacionadas a la demanda hicksiana como sigue:

$$CV = e(p,u) - e(p',u) = \int_{p_i'}^{p_i} \frac{\partial e(p,u)}{\partial p_i} dp_i = \int_{p_i'}^{p_i} h_i(p,u) dp_i$$

Relación con demanda hicksiana y marshalliana

- Si el cambio de precios solo afecta a un bien i, entonces las compensaciones están relacionadas a la demanda hicksiana como sigue:

$$CV = e(p,u) - e(p',u) = \int_{p_i'}^{p_i} \frac{\partial e(p,u)}{\partial p_i} dp_i = \int_{p_i'}^{p_i} h_i(p,u) dp_i$$

$$EV = e(p,u') - e(p',u') = \int_{p_i'}^{p_i} \frac{\partial e(p,u')}{\partial p_i} dp_i = \int_{p_i'}^{p_i} h_i(p,u') dp_i$$

Relación con demanda hicksiana y marshalliana

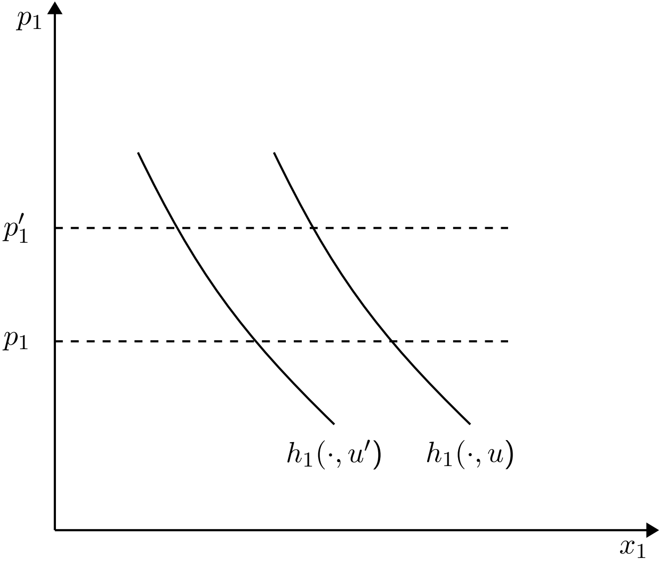
- Si el cambio de precios solo afecta a un bien i, entonces las compensaciones están relacionadas a la demanda hicksiana como sigue:

$$CV = e(p,u) - e(p',u) = \int_{p_i'}^{p_i} \frac{\partial e(p,u)}{\partial p_i} dp_i = \int_{p_i'}^{p_i} h_i(p,u) dp_i$$

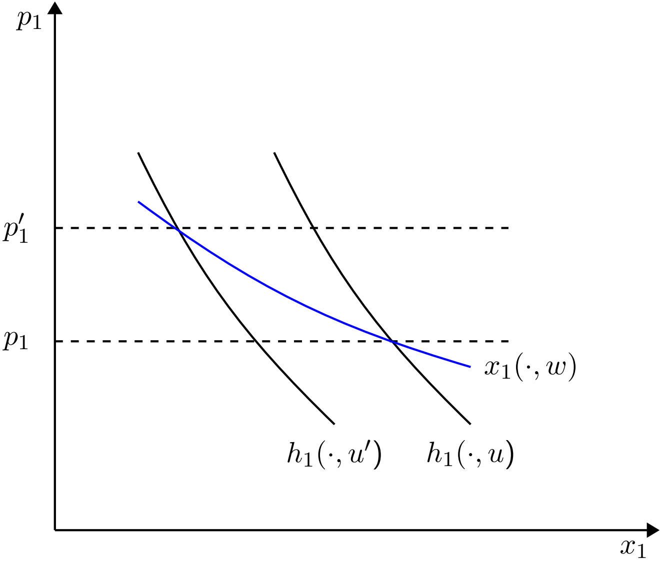
$$EV = e(p,u') - e(p',u') = \int_{p_i'}^{p_i} \frac{\partial e(p,u')}{\partial p_i} dp_i = \int_{p_i'}^{p_i} h_i(p,u') dp_i$$

- Por construcción, tenemos que $w = e(p,u) = e(p',u')$. Se desprende que $x(p,w) = h(p,u)$ y $x(p',w) = h(p',u')$.

Bienestar y demandas: $u > u'$ y bien normal



Bienestar y demandas: $u > u'$ y bien normal



Relación con demanda hicksiana y marshalliana

- Si $u > u'$, o sea $p_1 < p_1'$:

Relación con demanda hicksiana y marshalliana

- Si $u > u'$, o sea $p_1 < p_1'$:
  - Si el bien es normal, entonces $CV > EV$.

Relación con demanda hicksiana y marshalliana

- Si $u > u'$, o sea $p_1 < p_1'$:
  - Si el bien es normal, entonces $CV > EV$.
  - Si el bien es inferior, entonces $CV < EV$.

Relación con demanda hicksiana y marshalliana

- Si $u > u'$, o sea $p_1 < p_1'$:
  - Si el bien es normal, entonces $CV > EV$.
  - Si el bien es inferior, entonces $CV < EV$.
- Definimos como excedente del consumidor:

Relación con demanda hicksiana y marshalliana

- Si $u > u'$, o sea $p_1 < p_1'$:
  - Si el bien es normal, entonces $CV > EV$.
  - Si el bien es inferior, entonces $CV < EV$.
- Definimos como excedente del consumidor:

$$CS = \int_{p_i'}^{p_i} x_i(p, w) dp_i$$

Relación con demanda hicksiana y marshalliana

- Si $u > u'$, o sea $p_1 < p_1'$:
  - Si el bien es normal, entonces $CV > EV$.
  - Si el bien es inferior, entonces $CV < EV$.
- Definimos como excedente del consumidor:

$$CS = \int_{p_i'}^{p_i} x_i(p, w) dp_i$$

- Se cumple que $min\{CV, EV\} \leq CS \leq max\{CV, EV\}$.

Índices de precios

- Una aplicación importante del análisis de bienestar es la construcción de índices de precios.

Índices de precios

- Una aplicación importante del análisis de bienestar es la construcción de índices de precios.
- Importante para estimar el creciemiento del PIB real, determinar pagos de seguridad social, negociar contratos laborales de largo plazo, etc.

Índices de precios

- Una aplicación importante del análisis de bienestar es la construcción de índices de precios.
- Importante para estimar el creciemiento del PIB real, determinar pagos de seguridad social, negociar contratos laborales de largo plazo, etc.
- El objetivo es construir un índice del cambio de precios entre el período 0 y el período 1. Tenemos:

Índices de precios

- Una aplicación importante del análisis de bienestar es la construcción de índices de precios.
- Importante para estimar el creciemiento del PIB real, determinar pagos de seguridad social, negociar contratos laborales de largo plazo, etc.
- El objetivo es construir un índice del cambio de precios entre el período 0 y el período 1. Tenemos:
  - En el período 0 se observan los precios p y el consumo x.

Índices de precios

- Una aplicación importante del análisis de bienestar es la construcción de índices de precios.
- Importante para estimar el creciemiento del PIB real, determinar pagos de seguridad social, negociar contratos laborales de largo plazo, etc.
- El objetivo es construir un índice del cambio de precios entre el período 0 y el período 1. Tenemos:
  - En el período 0 se observan los precios p y el consumo x.
  - En el período 1 se observan los precios p' y el consumo x'.

Índices de precios

- Índice de Laspeyeres: ratio de los precios de la canasta original de bienes en los períodos 1 y 0:

Índices de precios

- Índice de Laspeyeres: ratio de los precios de la canasta original de bienes en los períodos 1 y 0:

$$Laspeyres = \frac{p'x}{px}$$

Índices de precios

- Índice de Laspeyeres: ratio de los precios de la canasta original de bienes en los períodos 1 y 0:

$$Laspeyres = \frac{p'x}{px}$$

- Índice de Paasche: ratio de los precios de la canasta nueva de bienes en los períodos 1 y 0:

Índices de precios

- Índice de Laspeyeres: ratio de los precios de la canasta original de bienes en los períodos 1 y 0:

$$Laspeyres = \frac{p'x}{px}$$

- Índice de Paasche: ratio de los precios de la canasta nueva de bienes en los períodos 1 y 0:

$$Paasche = \frac{p'x'}{px'}$$

Índices de precios

- Índice de Laspeyeres: ratio de los precios de la canasta original de bienes en los períodos 1 y 0:

$$Laspeyres = \frac{p'x}{px}$$

- Índice de Paasche: ratio de los precios de la canasta nueva de bienes en los períodos 1 y 0:

$$Paasche = \frac{p'x'}{px'}$$

- Índices Ideales: miden cuanto más caro es alcanzar un nivel de utilidad u:

Índices de precios

- Índice de Laspeyeres: ratio de los precios de la canasta original de bienes en los períodos 1 y 0:

$$Laspeyres = \frac{p'x}{px}$$

- Índice de Paasche: ratio de los precios de la canasta nueva de bienes en los períodos 1 y 0:

$$Paasche = \frac{p'x'}{px'}$$

- Índices Ideales: miden cuanto más caro es alcanzar un nivel de utilidad u:

$$Ideal(u) = \frac{e(p', u)}{e(p, u)}$$

Índices de precios

- Los Índices Ideales permiten formalizar el hecho que Laspeyres sobre estima la inflación y Paasche la sub estima:

Índices de precios

- Los Índices Ideales permiten formalizar el hecho que Laspeyres sobre estima la inflación y Paasche la sub estima:

$$Laspeyres = \frac{p'x}{px} = \frac{p'x}{e(p,u)} \geq \frac{e(p',u)}{e(p,u)} = Ideal(u)$$

Índices de precios

- Los Índices Ideales permiten formalizar el hecho que Laspeyres sobre estima la inflación y Paasche la sub estima:

$$Laspeyres = \frac{p'x}{px} = \frac{p'x}{e(p,u)} \geq \frac{e(p',u)}{e(p,u)} = Ideal(u)$$

$$Paasche = \frac{p'x'}{px'} = \frac{e(p',u')}{px'} \leq \frac{e(p',u')}{e(p,u')} = Ideal(u')$$

Índices de precios

- Los Índices Ideales permiten formalizar el hecho que Laspeyres sobre estima la inflación y Paasche la sub estima:

$$Laspeyres = \frac{p'x}{px} = \frac{p'x}{e(p,u)} \geq \frac{e(p',u)}{e(p,u)} = Ideal(u)$$

$$Paasche = \frac{p'x'}{px'} = \frac{e(p',u')}{px'} \leq \frac{e(p',u')}{e(p,u')} = Ideal(u')$$

- El problema se llama sesgo de sustitución: los índices de Laspeyres y Paasche no consideran que cuando los precios cambian, los consumidores sustituyen hacia bienes más baratos.

Utilidad cuasilineal

- Definición: una relación de preferencias es cuasilineal en el bien 1 si $x \succsim y$ implica que $(x + \epsilon e_1) \succsim (y + \epsilon e_1)$, con $e_1 = (1, 0, ..., 0)$.

Utilidad cuasilineal

- Definición: una relación de preferencias es cuasilineal en el bien 1 si $x \succsim y$ implica que $(x + \epsilon e_1) \succsim (y + \epsilon e_1)$, con $e_1 = (1, 0, ..., 0)$.
- Las curvas de indiferencia son paralelas respecto al eje del bien 1.

Utilidad cuasilineal

- Definición: una relación de preferencias es cuasilineal en el bien 1 si $x \succsim y$ implica que $(x + \epsilon e_1) \succsim (y + \epsilon e_1)$, con $e_1 = (1, 0, ..., 0)$.
- Las curvas de indiferencia son paralelas respecto al eje del bien 1.
- La función de utilidad puede ser escrita como:

Utilidad cuasilineal

- Definición: una relación de preferencias es cuasilineal en el bien 1 si $x \succsim y$ implica que $(x + \epsilon e_1) \succsim (y + \epsilon e_1)$, con $e_1 = (1, 0, ..., 0)$.
- Las curvas de indiferencia son paralelas respecto al eje del bien 1.
- La función de utilidad puede ser escrita como:

$$U(x_1, x_2, ..., x_n) = x_1 + u(x_2, ..., x_n)$$

con $u(x_2)$ estrictamente creciente y estrictamente cóncava.

Utilidad cuasilineal

- Definición: una relación de preferencias es cuasilineal en el bien 1 si $x \succsim y$ implica que $(x + \epsilon e_1) \succsim (y + \epsilon e_1)$, con $e_1 = (1, 0, ..., 0)$.
- Las curvas de indiferencia son paralelas respecto al eje del bien 1.
- La función de utilidad puede ser escrita como:

$$U(x_1, x_2, ..., x_n) = x_1 + u(x_2, ..., x_n)$$

  con $u(x_2)$ estrictamente creciente y estrictamente cóncava.
- Al bien 1 se le llama numerario y en general se usa la normalización $p_1 = 1$.

Utilidad cuasilineal

- Definición: una relación de preferencias es cuasilineal en el bien 1 si $x \succsim y$ implica que $(x + \epsilon e_1) \succsim (y + \epsilon e_1)$, con $e_1 = (1, 0, ..., 0)$.
- Las curvas de indiferencia son paralelas respecto al eje del bien 1.
- La función de utilidad puede ser escrita como:

$$U(x_1, x_2, ..., x_n) = x_1 + u(x_2, ..., x_n)$$

  con $u(x_2)$ estrictamente creciente y estrictamente cóncava.
- Al bien 1 se le llama numerario y en general se usa la normalización $p_1 = 1$.
- Proposición: la función de utilidad indirecta puede ser escrita como $v(p, w) = w + \phi(p)$.

Utilidad cuasilineal

- Tarea: muestre que cuando la demanda es cuasilineal en el bien 1, la EV, CV y CS son iguales.

Utilidad cuasilineal

- Tarea: muestre que cuando la demanda es cuasilineal en el bien 1, la EV, CV y CS son iguales.
- Ejercicio 1: encontrar los valores de x_1 y x_2 que maximizan la utilidad del consumidor si los precios son $p_1 = 1$ y p_2 y la riqueza es w. ¿Cómo cambia la demanda marshalliana cuando cambia w? ¿Cuándo es la restricción de no negatividad de x_1 activa?

Utilidad cuasilineal

- Tarea: muestre que cuando la demanda es cuasilineal en el bien 1, la EV, CV y CS son iguales.
- Ejercicio 1: encontrar los valores de x_1 y x_2 que maximizan la utilidad del consumidor si los precios son $p_1 = 1$ y p_2 y la riqueza es w. ¿Cómo cambia la demanda marshalliana cuando cambia w? ¿Cuándo es la restricción de no negatividad de x_1 activa?
- Ejercicio 2: si $u(x_1, x_2, x_3) = x_1^{1/2} x_2^{1/2} + cx_3$ y los precios de cada bien son 1, 2 y p, encuentre las demandas marshallianas por cada bien.