

# Un análisis y comparación del modelo RBC con sus extensiones

Rodrigo Jimenez<sup>1</sup>, Felipe Prado<sup>2</sup> Sebastian Solano<sup>3</sup> and Jorge Orozco<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Facultad de Economía, Universidad Alberto Hurtado, Santiago 2360102, Chile

**Abstract:** Comprender los modelos de ciclo económico real (RBC), los modelos nekeynesianos y los modelos de RBC de economía abierta es fundamental para entender las fluctuaciones macroeconómicas y las respuestas políticas. El objetivo de este estudio es reproducir varios modelos de distintos autores para profundizar en su mecánica y sus implicaciones. El estudio utiliza MATLAB para reproducir los modelos, centrándose en su análisis e implicancias.

**Keywords:** Macroeconomía; RBC; Dynare, MATLAB, Modelación dinámica.

## 1. Introducción

El trabajo estará dividido en tres secciones que conforman los tres tipos de modelos a cubrir; Los modelos de ciclo real, los modelos nekeynesianos y los modelos de ciclo real en economías abiertas. En cada sección se realizará una breve contextualización del setup del modelo con sus respectivas ecuaciones (sistema no lineal), el estado estacionario, las calibraciones y la simulación del modelo hecha en MATLAB así como una breve discusión de las mismas.

## 2. Métodos y materiales

En primera instancia se utilizaron diferentes artículos tanto de referencia principal como complementaria que estarán debidamente referenciados al final del artículo. Se realizaron derivaciones matemáticas siguiendo las metodologías enseñadas en clase (orientadas por libros guía), y se utilizaron códigos de distribución libre, tanto como orientación e inspiración en las simulaciones y replicaciones de los modelos que estarán debidamente referenciados igualmente.

## 3. Sección 1: Modelos de ciclo real

Hansen et al. [1] afirma que el objetivo fundamental de la investigación del ciclo económico real es el uso de modelos económicos teóricos neoclásicos combinado con métodos cuantitativos para observar patrones de fluctuación en toda la economía. Es decir, utilizando técnicas computacionales y matemáticas se modela un modelo teórico sustentado en teoría macroeconómica (agentes, restricciones, etc.) y luego por medio de métodos de perturbación se introduce un choque a dicha economía artificial y se generan unas métricas para observar como este choque cambio o altero la dinámica de la economía. Lo cual es importante porque al modelar y generar estos "impulso-respuestas" se generan los instrumentos de políticas para incrementar/reducir el comportamiento macroeconómico de una economía.

### 3.1. Modelo RBC de trabajo divisible

El modelo RBC de trabajo divisible consta de tres componentes: los hogares, las firmas y la tecnología. Los hogares enfrentan un problema de decisión de cuanto quieren consumir ( $c_t$ ) y cuanto quieren disfrutar de su tiempo libre ( $l_t$ ) por lo que su función de utilidad es:  $U = \mathbb{E} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, l_t)$ . Donde sabemos que la decisión del hogar es un problema de decisión intertemporal y por ende  $\beta^t$  se refiere a un factor de descuento que mide que tanto consumo actual o futuro prefieren los hogares. Estos mismos hogares

**Citation:** Jimenez, R.; Prado, F.; Solano, S.; Orozco, J. Title. *Journal Not Specified* 2024, 1, 0.

Received:

Accepted:

Published:

**Copyright:** © 2024 by the authors. Submitted to *Journal Not Specified* for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

solo cuentan con una unidad de tiempo en cada periodo para decidir entre ocio y trabajo, es decir,  $l_t + h_t = 1$ , esto no es otra cosa que una normalización como bien sabemos. Las firmas enfrentan el problema de optimización de beneficios sujeto a una restricción tecnológica y de presupuesto:  $y_t = f(\tilde{z}_t, k_t, h_t) = \exp(\tilde{z}_t) k_t^\theta h_t^{1-\theta}$ , esto es, las firmas deben decidir cuantas personas contratar para que trabajen, y cuanto capital utilizar para su producción que es su función de tecnología (Cobb-Douglas) donde  $\theta$  es la participación del capital en la producción,  $1 - \theta$  la participación del trabajo, y  $\tilde{z}_t$  representa el progreso tecnológico de la firma aleatorizado, es decir la tecnología crece siguiendo un proceso AR(1) de la forma:  $z_{t+1} = \rho z_t + \epsilon_t$ , donde  $\rho$  es un parámetro de persistencia y  $\epsilon_t$  representa el shock o choque que esta idénticamente e independiente distribuido con media cero y una desviación estándar  $\sigma_\epsilon$ . El capital evoluciona siguiendo la ley de movimiento del capital:  $k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + i_t$  que representa que el capital de la firma (si está invierte) en el futuro crece a una tasa de su capital no depreciado más un interés representando  $\delta$  la tasa de depreciación del capital. Por último, la economía sigue una restricción de recursos representada como  $y_t = i_t + c_t$ . Utilizando una forma específica de la función de utilidad de los hogares del tipo:  $u(c_t, l_t) = \log(c_t) + A \log(l_t)$  la cual captura las preferencias del hogar: le satisface consumir, y le satisface ser ocioso, esta especificación nos permite abstraer la premisa siguiente  $1 - h_t = l_t$  el trabajo le resta felicidad a los consumidores, es decir, existe un parámetro intrínseco en nuestro modelo que se llama desutilidad del trabajo y lo representaremos con  $A$ . Con todos estos ingredientes se puede plantear el siguiente problema de optimización dinámica, recordando que estamos en un escenario de equilibrio competitivo (competencia perfecta), y por ende la optimización de las firmas es la productividad marginal de cada factor productivo igual a su precio:

$$\begin{aligned} \max_{c_t, l_t} \quad & \mathbb{E} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\log(c_t) + A(l_t)] \\ \text{s.t.} \quad & l_t + h_t = 1 \\ & k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + i_t \\ & y_t = f(\tilde{z}_t, k_t, h_t) = \exp(\tilde{z}_t) k_t^\theta h_t^{1-\theta} \\ & z_{t+1} = \rho z_t + \epsilon_t \\ & y_t = i_t + c_t \end{aligned}$$

el cual posee el siguiente sistema no lineal que describe la dinámica óptima del modelo que se obtiene luego de resolver el problema de optimización por cualquier método de resolución (Bellman, VFI, Lagrange intertemporal):

Ecuación de Euler:

$$1 = \beta \mathbb{E} \left[ \frac{c_t}{c_{t+1}} (r_{t+1} + (1 - \delta)) \right]$$

Trabajo:

$$(1 - H_t)(1 - \theta) \frac{y_t}{H_t} = A c_t$$

Recursos:

$$k_{t+1} = y_t + (1 - \delta) * k_t - c$$

Inversión:

$$i_t = y_t - c_t$$

Producción:

$$y_t = \tilde{z} k_t^\theta H_t^{1-\theta}$$

Salarios:

$$w_t = (1 - \theta) \frac{y}{h}$$

Tasa de interes:

$$r = \theta \frac{y}{k_t}$$

Productividad:

$$productivity = \frac{y}{h}$$

crecimiento tecnológico:

$$\log(\tilde{z}_t) = \rho * \log(z_t) + \epsilon_t$$

Para poder computar y empezar a resolver este modelo computacionalmente es requerido hallar el estado estacionario de las variables como sigue:

Crecimiento tecnológico:

$$Z = 1$$

Trabajo:

$$H = (1 + \frac{A}{1-\theta}) * (1 - \frac{\beta * \delta * \theta}{1 - \beta * (1-\delta)})^{-1}$$

Capital:

$$K = H * (\frac{\frac{1}{\beta} - (1-\delta)}{\theta * Z})^{1/\theta-1}$$

Inversión:

$$I = \delta * K$$

Producción:

$$Y = Z * K^{(\theta)} * H^{(1-\theta)}$$

Consumo:

$$C = Y - \delta * K$$

tasa de interés:

$$r = \frac{1}{\beta} - (1-\delta)$$

Salarios:

$$w = (1-\theta) * (\frac{Y}{H})$$

Productividad:

$$Productivity = \frac{Y}{H}$$

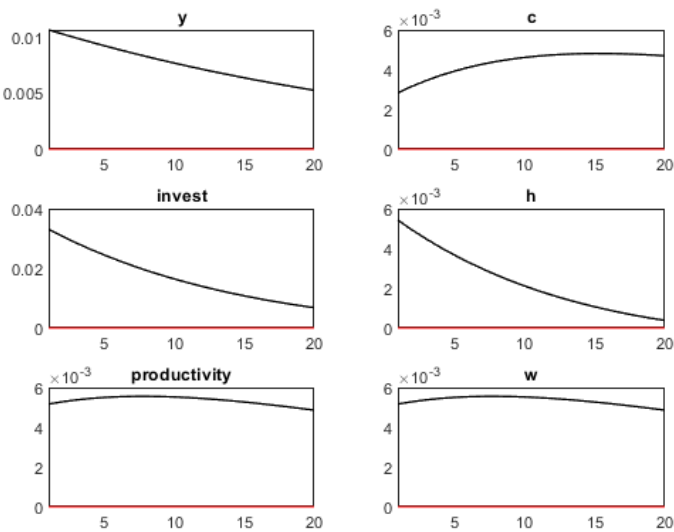
Y siguiendo la siguiente calibración (valores para los parámetros) del autor:  $\theta = 0.36$ ,  $\beta = 0.99$ ,  $\delta = 0.025$ ,  $\rho = 0.95$ ,  $\sigma_\epsilon = 0.007$  y  $A = 2$ . Con estos valores tenemos una economía intensiva en trabajo, con unos consumidores que valoran bastante el futuro, una tasa de depreciación del capital estándar, y un porcentaje de aproximadamente  $\frac{1}{3}$  de horas dedicadas al trabajo por parte de los agentes. Se procede a resolver el modelo y replicación de las estadísticas.

**Table 1.** Resultados del modelo de trabajo divisible

Modelo	% S.D. of Output ( $\sigma_y$ )	Variable vs. Output				$\sigma_h/\sigma_w$	cor (h,w)
		Consumption	Investment	Hours	Productivity		
Standard	1.37	0.31	3.12	0.51	0.50	1.02	0.93
Hansen	1.30	0.31	3.15	0.49	0.53	0.94	0.93
United States	1.92	0.45	2.78	0.78	0.57	1.37	0.07

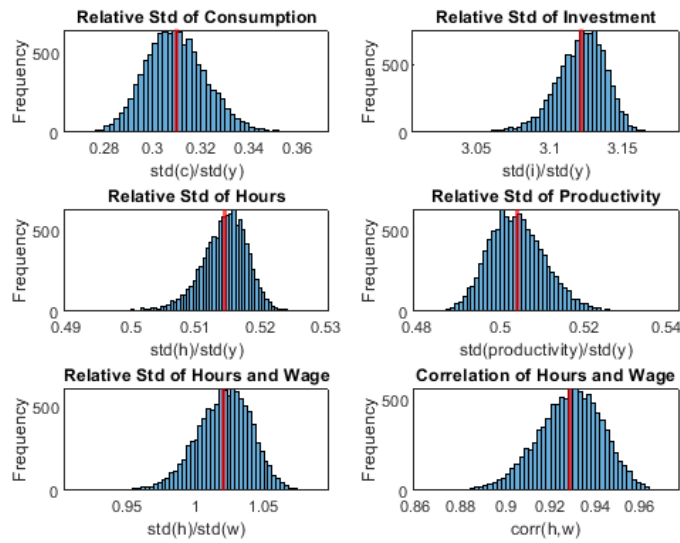
Se puede observar como las estadísticas generadas son bastante similares a las del paper. Pasando a la interpretación de ellas, teniendo en cuenta que Hansen et al. [1] utiliza de referencia los datos reportados para Estados Unidos: el modelo presenta una menor desviación estándar de la producción, lo cual quiere decir que la amplificación del modelo no es suficiente para recrear la volatilidad, esto según el autor es un resultado esperado, ya

que mientras que en el modelo solo actúa un choque en la economía real actuaban diferentes choques. la volatilidad relativa del consumo con el ingreso es menor en el modelo que en los datos, la inversión presenta una mayor volatilidad con el ingreso que los datos, las horas presentan una menor volatilidad con el ingreso que los datos, la productividad presenta valores similares, y la desviación relativa entre horas e ingreso del modelo es menor que los datos, la correlación de las horas con el ingreso en el modelo es procíclica y fuertemente correlacionada mientras que en los datos aunque es procíclica la relación no es tan fuerte. Esto, quiere decir que en el modelo el único mecanismo de amplificación o dicho de otra manera la única variable que está haciendo mover a las otras es el shock. Por lo cual el modelo no cuenta con una propagación adecuada.



**Figure 1.** Impulsos - respuesta del modelo estandar

La producción disminuye un poco con el shock, la suavización del consumo se ve reflejada en donde los consumidores debido al shock disminuyen consumo presente, la inversión muestra un comportamiento de reducción similar a las horas, y la productividad y los salarios muestran un comportamiento idéntico (competencia perfecta). De lo anterior se confirma que el único mecanismo que hace que las otras variables se muevan son las horas.



**Figure 2.** Histogramas de las variables

Los datos muestran que la desviación estándar del consumo es relativamente estable en relación con el ingreso, lo que podría indicar una cierta estabilidad en los patrones de gasto de la muestra. Esto sugiere que la inversión es una variable más volátil y sensible a los cambios macroeconómicos en la muestra analizada. La distribución de la desviación estándar de las horas trabajadas en relación con el ingreso muestra cierta variabilidad, lo que podría indicar diferentes patrones de empleo en la muestra. Una baja variabilidad en la productividad podría indicar una cierta estabilidad en los niveles de eficiencia y rendimiento en la muestra. Una alta desviación estándar podría sugerir diferencias significativas en los salarios y las horas de trabajo entre los individuos de la muestra. Una correlación positiva indicaría que a medida que aumentan las horas trabajadas, también lo hace el salario, mientras que una correlación negativa sugeriría lo contrario.

En conclusión, las gráficas nos confirman las suposiciones iniciales, este modelo estándar presenta poca amplificación y propagación.

### 3.2. Modelo RBC de trabajo indivisible

El modelo de trabajo indivisible, introducido por Hansen en 1985, asume que los individuos solo pueden trabajar un número fijo de horas o no trabajar en absoluto, donde la cantidad de horas trabajadas está limitada por  $0 < h < 1$ . Esta restricción se implementa para capturar la idea de que el proceso de producción tiene no convexidades o costos fijos importantes que pueden hacer que variar el número de trabajadores empleados sea más eficiente que variar las horas por trabajador. En el equilibrio de este modelo, como originalmente demostró Rogerson en 1984 y 1988, los individuos son asignados aleatoriamente al empleo o desempleo en cada período, con un seguro de consumo contra la posibilidad de desempleo. Por lo tanto, este modelo genera fluctuaciones en el número de trabajadores empleados a lo largo del ciclo económico. Además, presenta la característica de que la elasticidad de las horas totales trabajadas aumenta en comparación con el modelo estándar. Las ecuaciones no lineales que describen el modelo son:

Euler:

$$1 = \beta \mathbb{E}_t \left[ \frac{c_t}{c_{t+1}} (r_{t+1} + (1 - \delta)) \right]$$

Trabajo:

$$(1 - \theta) \frac{y_t}{H_t} = B c_t$$

Recursos:

$$k_{t+1} = y_t + (1 - \delta) * k_t - c$$

Inversión:

$$i_t = y_t - c_t$$

Producción:

$$y_t = \tilde{z} k_t^\theta H_t^{1-\theta}$$

Salarios:

$$w_t = (1 - \theta) \frac{y}{h}$$

Tasa de interes:

$$r = \theta \frac{y}{k_t}$$

Productividad:

$$productivity = \frac{y}{h}$$

crecimiento tecnológico:

$$\log(\tilde{z}_t) = \rho * \log(z_t) + \epsilon_t$$

Resolviendo el estado estacionario:

Crecimiento tecnológico:

$$Z = 1$$

Desutilidad del trabajo:

$$B = -A * (\log(1 - h_0)) / h_0$$

Trabajo:

$$H = (1 - \theta) * (1/\beta - (1 - \delta)) / (B * (1/\beta - (1 - \delta) - \theta * \delta))$$

Capital:

$$K = H * \left( \frac{\frac{1}{\beta} - (1 - \delta)}{\theta * Z} \right)^{1/\theta-1}$$

Inversión:

$$I = \delta * K$$

Producción:

$$Y = Z * K^\theta * H^{1-\theta}$$

Consumo:

$$C = Y - \delta * K$$

tasa de interés:

$$r = \frac{1}{\beta} - (1 - \delta)$$

Salarios:

$$w = (1 - \theta) * \left( \frac{Y}{H} \right)$$

Productividad:

$$Productivity = \frac{Y}{H}$$

Y la calibración es la misma del modelo anterior, agregando  $h_0 = 0.53$ 

Los resultados se presentan en la siguiente tabla:

El modelo de trabajo indivisible muestra una desviación estándar de la producción del 1.78%, ligeramente mayor que el modelo estándar (1.37%) pero aún inferior a los datos

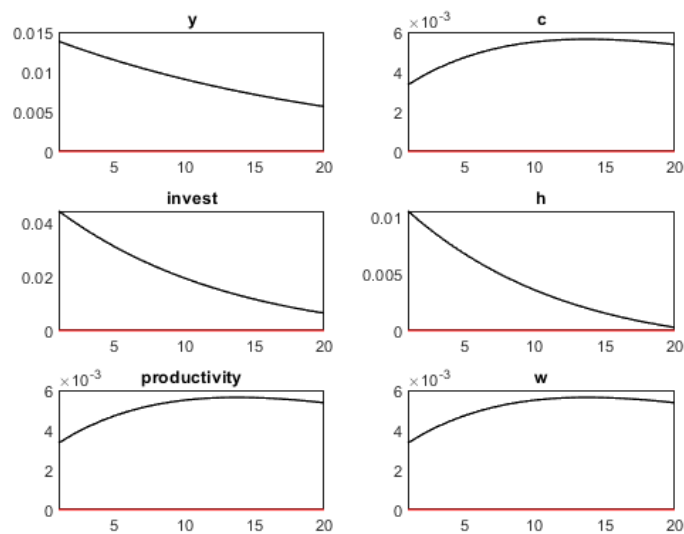
**Table 2.** Resultados del modelo de trabajo indivisible

Modelo	% S.D. of Output ( $\sigma_y$ )	Variable vs. Output				$\sigma_h/\sigma_w$	cor (h,w)
		Consumption	Investment	Hours	Productivity		
Trabajo Indivisible	1.78	0.29	3.20	0.76	0.29	2.64	0.77
Hansen	1.73	0.29	3.23	0.76	0.29	2.63	0.76
United States	1.92	0.45	2.78	0.78	0.57	1.37	0.07

de Estados Unidos (1.92%). Esto sugiere que el modelo no amplifica la volatilidad de la producción tanto como lo hacen los datos reales. Consumo: El modelo de trabajo indivisible presenta una volatilidad relativa del consumo respecto al ingreso del 0.29, similar al modelo estándar, pero menor que los datos de EE.UU. (0.45). Esto indica que la amplificación del consumo en relación con la producción es más moderada en el modelo. Inversión: La volatilidad de la inversión respecto al ingreso es alta en ambos modelos (3.20 y 3.23 respectivamente), indicando una amplificación robusta en comparación con los datos de EE.UU. (2.78). La volatilidad de las horas trabajadas respecto al ingreso es alta en el modelo de trabajo indivisible (0.76), pero menor que en los datos de EE.UU. (0.78). Esto sugiere que las fluctuaciones en las horas de trabajo son menos pronunciadas en el modelo que en la economía real. Productividad: La productividad muestra valores similares en el modelo y en los datos.

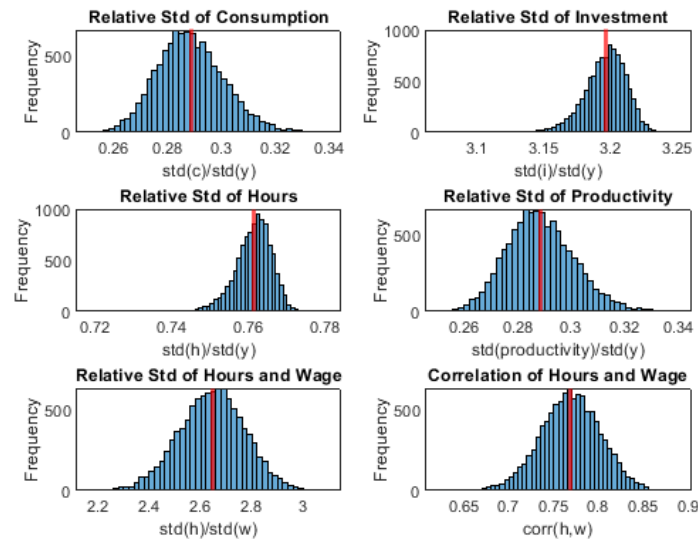
La desviación relativa entre las horas trabajadas y el ingreso (medida por  $\sigma_h/\sigma_y$ ) es considerablemente alta en el modelo de trabajo indivisible (2.64), indicando una respuesta amplificada de las horas laborales a los cambios en la producción. La correlación entre horas y productividad ( $\text{cor}(h,w)$ ) es alta en ambos modelos, sugiriendo una relación procíclica fuerte entre el tiempo de trabajo y la productividad, aunque menos intensa que en los datos reales.

el modelo de trabajo indivisible muestra una amplificación moderada de las fluctuaciones económicas en comparación con los datos reales. Aunque la inversión responde robustamente a los shocks, las respuestas del consumo y las horas de trabajo son menos pronunciadas, lo que podría indicar limitaciones en la propagación de los efectos económicos dentro del modelo, en comparación con una economía con mercados más flexibles como la de Estados Unidos.



**Figure 3.** Impulsos - respuesta del modelo trabajo indivisible

Los IRFs del modelo de trabajo indivisible son bastante similares a los de trabajo divisible.



**Figure 4.** Histogramas de las variables

Este modelo presenta cierta mejoría, pero no soluciona ni se ajusta correctamente a los datos.

### 3.3. Modelo RBC de ocio no separable

El modelo de ocio no separable considera que la utilidad de los individuos puede depender no solo del ocio en el presente, sino también de una combinación ponderada de ocio presente y pasado. Esta especificación de preferencias no separables en el tiempo tiene implicaciones importantes, ya que si el ocio en un período es un sustituto relativamente bueno del ocio en períodos cercanos, entonces los agentes estarán más dispuestos a sustituir inter temporalmente, lo que aumenta la elasticidad de la oferta de trabajo a corto plazo. Al incorporar esta característica en el modelo, se permite que los individuos ajusten sus decisiones de trabajo en respuesta a cambios en la productividad a corto plazo, lo que puede influir en la relación entre las horas trabajadas y la productividad. Por lo tanto, el modelo de ocio no separable ofrece una forma de capturar la dinámica inter temporal del ocio y el trabajo, lo que puede tener implicaciones significativas para entender el comportamiento laboral en un contexto de ciclos económicos.



C.P.O:

207

Ecuación de Euler

$$\exp(c)^{-1} = \beta \left( \exp(c_{t+1})^{-1} (\exp(r_{t+1}) + 1 - \delta) \right);$$

Restricción de recursos

$$\exp(k_t) = \exp(y_t) + (1 - \delta) \exp(k_{t-1}) - \exp(c_t);$$

Oferta de trabajo

$$(1 - \theta) \frac{\exp(y_t)}{\exp(h_t)} = \frac{A}{\exp(L)} \exp(c_t) \frac{(a_0 - n)}{1 - n};$$

Función de producción

$$\exp(y_t) = \exp(z_t) \exp(k_{t-1})^\theta \exp(h_t)^{1-\theta};$$

Salarios reales

$$\exp(w_t) = (1 - \theta) \left( \frac{\exp(y_t)}{\exp(h_t)} \right);$$

Renta real

$$\exp(r_t) = \theta \left( \frac{\exp(y_t)}{\exp(k_{t-1})} \right);$$

Inversión

$$\exp(I_t) = \exp(y_t) - \exp(c_t);$$

Productividad

$$\exp(\text{prod}_t) = \frac{\exp(y_t)}{\exp(h_t)};$$

Ocio no separable

$$\exp(L_t) = 1 - a_0 \exp(h_t) - n(1 - a_0) \exp(x_{t-1});$$

$$\exp(x_t) = (1 - n) \exp(x_{t-1}) + \exp(h_t);$$

Shock Lineal

$$z_t = \rho z_{t-1} + e_t;$$

Los resultados se presentan en la siguiente tabla:

208

**Table 3.** Resultados del modelo de ocio no separable

Modelo	% S.D. of Output ( $\sigma_y$ )	Variable vs. Output				$\sigma_h/\sigma_w$	cor (h,w)
		Consumption	Investment	Hours	Productivity		
Ocio No Separable	1.26	0.30	3.16	0.47	0.58	0.81	0.80
Hansen	1.73	0.29	3.23	0.76	0.29	2.63	0.76
United States	1.92	0.45	2.78	0.78	0.57	1.37	0.07

En términos de desviación estándar (% S.D.) de la producción, el modelo de Ocio No Separable muestra una volatilidad de 1.26%, la más baja entre los modelos presentados, seguido por el modelo de Hansen con 1.73% y el modelo basado en datos de los Estados Unidos con 1.92%.

En cuanto a las variables en relación con la producción, el consumo tiene una relación de 0.30 con la producción en el modelo de Ocio No Separable, mientras que la inversión muestra valores más altos entre 2.78 y 3.23 en todos los modelos. Las horas trabajadas tienen una relación de 0.47 con la producción en el modelo de Ocio No Separable, destacando su importancia en la oferta laboral. La productividad también muestra una relación moderada con la producción en todos los modelos.

El ratio  $\sigma_h/\sigma_w$ , que evalúa la relación entre la variabilidad del ocio y los salarios reales, es de 0.81 en el modelo de Ocio No Separable, indicando una menor influencia del ocio en los salarios en comparación con el modelo de Hansen (2.63) y el modelo de Estados Unidos (1.37). La correlación entre el ocio y los salarios (h, w) es más fuerte en el modelo de Ocio No Separable con 0.80, seguido por el modelo de Hansen con 0.76, mientras que el modelo de Estados Unidos muestra una correlación más débil con 0.07, reflejando diferencias en la relación entre el ocio y la compensación recibida en estos contextos.

Estado estacionario

$$\begin{aligned}
 z_{ss} &= 1; \\
 h_{ss} &= \left(1 + \frac{A \frac{a_0 - n}{1 - n}}{1 - \theta}\right) \left(1 - \frac{\beta \delta \theta}{1 - \beta(1 - \delta)}\right)^{-1}; \\
 k_{ss} &= h_{ss} \left(\frac{1/\beta - (1 - \delta)}{\theta z_{ss}}\right)^{\frac{1}{\theta - 1}}; \\
 I_{ss} &= \delta k_{ss}; \\
 y_{ss} &= z_{ss} k_{ss}^\theta h_{ss}^{1 - \theta}; \\
 c_{ss} &= y_{ss} - \delta k_{ss}; \\
 r_{ss} &= \frac{1}{\beta} - (1 - \delta); \\
 w_{ss} &= (1 - \theta) \left(\frac{y_{ss}}{h_{ss}}\right); \\
 \text{prodss} &= \frac{y_{ss}}{h_{ss}}; \\
 L_{ss} &= 1 - h_{ss}; \\
 x_{ss} &= \frac{h_{ss}}{n}.
 \end{aligned}$$

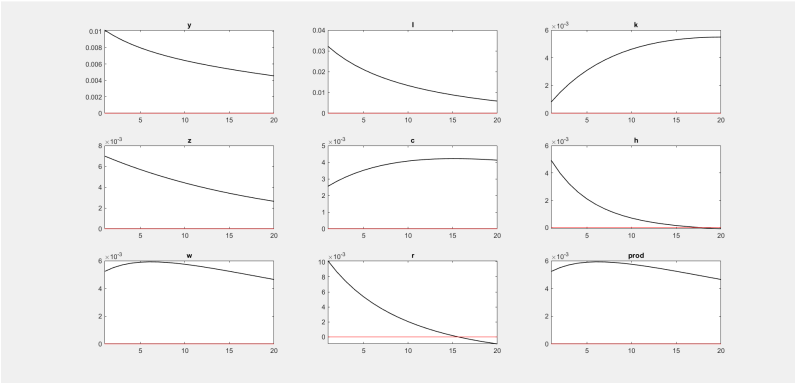


Figure 5. Impulsos - Respuesta

227

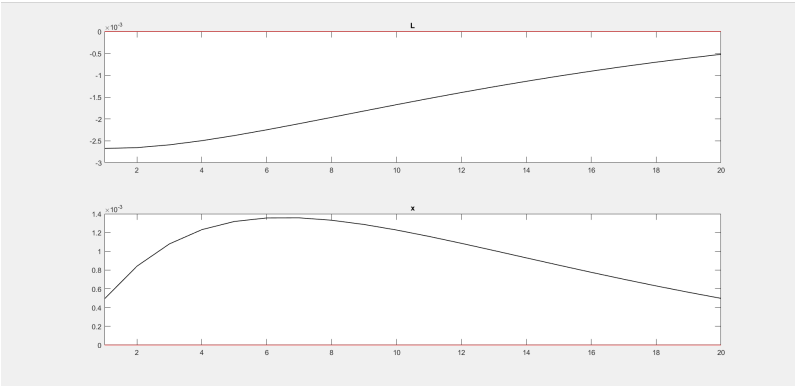


Figure 6. Impulsos - Respuesta

228

La extensión de ocio no separable introduce impulsos respuesta que exploran cómo diversos choques afectan las variables económicas clave. Estos impulsos se centran en varios escenarios. Por ejemplo, un aumento repentino en la productividad tecnológica conduce a aumentos significativos en la producción a corto plazo. Además, incrementos en el gasto público afectan directamente la producción y el consumo. Cambios en las tasas de interés controladas por el banco central influyen en el costo del crédito y, por ende, en la inversión y el consumo. Finalmente, variaciones en los precios de los insumos, impactan en la producción y los precios. Estos impulsos provocan ajustes en la utilización de los factores productivos, incluyendo el tiempo de ocio, en respuesta a los cambios en los costos de producción y las condiciones del mercado.

3.4. Modelo RBC fiscal policy

El gasto público impacta directamente la demanda agregada al aumentar el consumo y la inversión pública, lo cual puede estimular la actividad económica durante periodos de desaceleración o recesión. Además, el aumento del gasto gubernamental puede incrementar la producción a corto plazo y crear empleo, aunque también puede generar presiones inflacionarias si la economía está cerca del pleno empleo. La financiación del gasto público mediante impuestos actuales o deuda pública influye en las decisiones de inversión privada al alterar las expectativas sobre la carga tributaria futura y la sostenibilidad fiscal. Políticas fiscales bien diseñadas pueden actuar como herramientas contra cíclicas para suavizar las fluctuaciones económicas, promover el crecimiento económico a largo plazo y estabilizar la economía en general. Sin embargo, la efectividad del gasto público depende del contexto económico y del diseño adecuado de las políticas fiscales para evitar desequilibrios fiscales y distorsiones en el mercado.

Las condiciones de primer orden son

252

Ecuación de Euler

$$e^{c-1} = \beta \left( e^{c_{t+1}-1} (e^{r_{t+1}} + 1 - \delta) \right);$$

Restricción de recursos

$$e^{k_t} = e^{y_t} + (1 - \delta)e^{k_{t-1}} - e^c - e^g;$$

Oferta de trabajo

$$(1 - \theta) \frac{e^{y_t}}{e^{h_t}} = \frac{A}{1 - e^{h_t}} e^{c_t};$$

Función de producción

$$e^{y_t} = e^{z_t} \left( e^{k_{t-1}} \right)^\theta \left( e^{h_t} \right)^{1-\theta};$$

Salarios reales

$$e^{w_t} = (1 - \theta) \left( \frac{e^{y_t}}{e^{h_t}} \right);$$

Renta real

$$e^{r_t} = \theta \left( \frac{e^{y_t}}{e^{k_{t-1}}} \right);$$

Inversión

$$e^{I_t} = e^{y_t} - e^c - e^g;$$

Productividad

$$e^{\text{prod}_t} = \frac{e^{y_t}}{e^{h_t}};$$

Shock de productividad

$$\log(z_t) = \gamma \log(z_{t-1}) + e_t;$$

Shock de gobierno

$$\log(g_t) = (1 - \lambda) \log(\bar{g}) + \lambda \log(g_{t-1}) + \mu_t;$$

Estado Estacionario

253

$$z = 1;$$

$$g = 1;$$

$$h = \left( 1 + \left( \frac{A}{1 - \theta} \right) \left( 1 - \frac{\beta \delta \theta}{1 - \beta(1 - \delta)} \right) \right)^{-1};$$

$$k = h \left( \frac{1/\beta - (1 - \delta)}{\theta \cdot z} \right)^{\frac{1}{\theta-1}};$$

$$I = \delta \cdot k;$$

$$y = z \cdot k^\theta \cdot h^{1-\theta};$$

$$c = y - \delta \cdot k;$$

$$r = \frac{1}{\beta} - (1 - \delta);$$

$$w = (1 - \theta) \left( \frac{y}{h} \right);$$

$$\text{prod} = \frac{y}{h}.$$

shocks;

$$\text{var } e = \sigma_e^2;$$

$$\text{var } \mu = \sigma_\mu^2;$$

La calibración sugerida se compone de:  
 $\beta = 0.99; \theta = 0.36; \delta = 0.025; \gamma = 0.95; A = 2; \bar{g} = 0.22; \lambda = 0.96$   
Shocks - Productividad y Gobierno  $\sigma_e = 0.007; \sigma_\mu = 0.021$

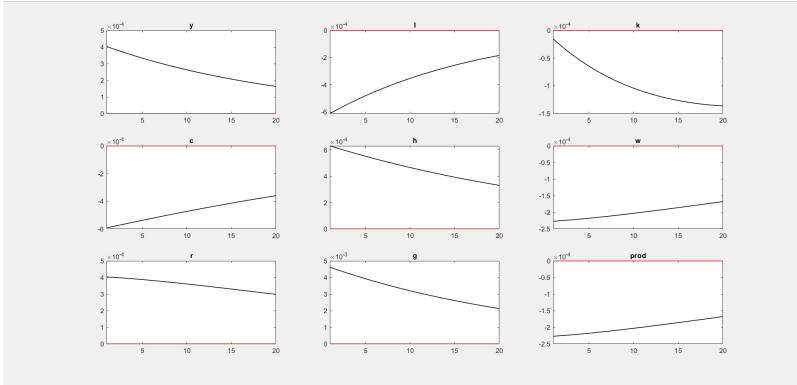


Figure 7. Impulsos - Respuesta

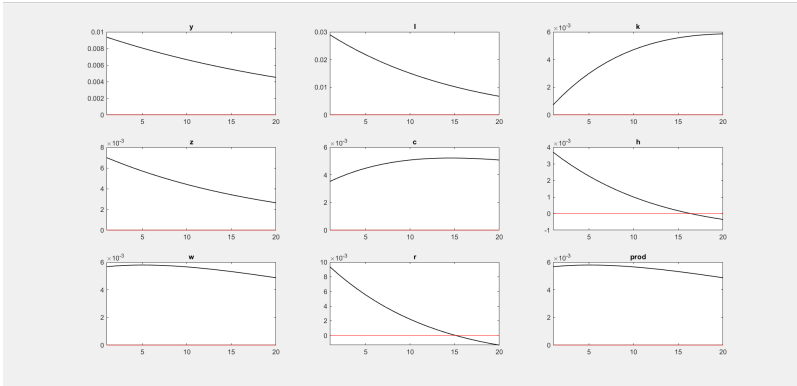


Figure 8. Impulsos - Respuesta

La extensión que incorpora el gasto del gobierno analiza los impulsos respuesta para entender cómo las políticas fiscales afectan la economía. Un aumento en el gasto público, como en infraestructura o programas sociales, impulsa la demanda agregada y la producción a corto plazo. La inversión pública en capital también estimula la actividad económica al aumentar la demanda de bienes y servicios. Cambios en impuestos y transferencias alteran el ingreso disponible y pueden influir en el consumo e inversión privada. Además, decisiones sobre la deuda pública afectan las expectativas económicas y las condiciones financieras. Estos mecanismos ilustran cómo las políticas fiscales del gobierno pueden modelar el ciclo económico, afectando variables clave como el PIB, el empleo y la inversión.

### 3.5. Modelo RBC home production

Para incluir la producción de hogares se centra en entender cómo las decisiones de consumo y trabajo de los hogares afectan la actividad económica. En este marco teórico, los hogares son los agentes económicos que maximizan su utilidad sujeta a restricciones de presupuesto, decidiendo cuánto consumir y cuánto tiempo dedicar al trabajo o al ocio. La producción de hogares generalmente se modela como una función de producción que combina trabajo y capital para producir bienes y servicios para su propio consumo. Esta extensión permite analizar cómo las variaciones en la productividad del trabajo y el capital afectan la producción y el consumo de los hogares a lo largo del tiempo. Además, incorpora la dinámica de la oferta laboral y la decisión intertemporal de consumo de los hogares, lo que es fundamental para entender las fluctuaciones económicas y diseñar políticas adecuadas para estabilizar la economía.

Euler de Consumo del bien de mercado:

$$\frac{a \cdot c_m^{e-1}}{a \cdot c_m^e + (1-a) \cdot c_h^e} = \frac{\beta \cdot c_{m,t+1}^{e-1} \cdot (r_{m,t+1} + (1-\delta))}{a \cdot c_{m,t+1}^e + (1-a) \cdot c_{h,t+1}^e}$$

Euler de Consumo del bien de hogar

$$\frac{a \cdot c_m^{e-1}}{a \cdot c_m^e + (1-a) \cdot c_h^e} = \frac{\beta \cdot c_{m,t+1}^{e-1} \cdot (1-\delta)}{a \cdot c_{m,t+1}^e + (1-a) \cdot c_{h,t+1}^e} + \frac{\beta \cdot (1-a) \cdot c_{h,t+1}^{e-1} \cdot r_h}{a \cdot c_{m,t+1}^e + (1-a) \cdot c_{h,t+1}^e};$$

Oferta de Trabajo mercado:

$$\frac{A}{l} = \frac{a \cdot c_m^{e-1} \cdot r_m}{a \cdot c_m^e + (1-a) \cdot c_h^e};$$

Oferta de Trabajo hogar:

$$\frac{A}{l} = \frac{(1-a) \cdot c_h^{e-1} \cdot r_h}{a \cdot c_m^e + (1-a) \cdot c_h^e};$$

Restricción de Recursos Mercado:

$$c_m = y_m + (1-\delta)k_{m,t-1} - k_m;$$

Restricción de Recursos Hogar:

$$c_h = y_h;$$

Restricción trabajo mercado y hogar:

$$l = 1 - h_h - h_m;$$

Ley de movimiento del capital:

$$k = (1-\delta)k_{t-1} + i;$$

Composición del capital:

$$k = k_m + k_h$$

Función de producción Mercado:

$$y_m = z_m k_{m,t-1}^\theta h_m^{1-\theta};$$

Función de producción Hogar:

$$y_h = z_h k_{h,t-1}^\eta h_h^{1-\eta};$$

Pago al capital de Mercado:

$$r_m = \theta \left( \frac{y_m}{k_{m,t-1}} \right);$$

Pago al capital de Hogar:

$$r_h = \eta \left( \frac{y_h}{k_{h,t-1}} \right);$$

Salario real de Mercado:

$$w_m = (1 - \theta) \left( \frac{y_m}{h_m} \right);$$

Salario real de Hogar:

$$w_h = (1 - \eta) \left( \frac{y_h}{h_h} \right);$$

Ley de movimiento del shock Mercado:

$$\log(z_m) = \rho \log(z_{m,t-1}) + \epsilon_m;$$

Ley de movimiento del shock Hogar:

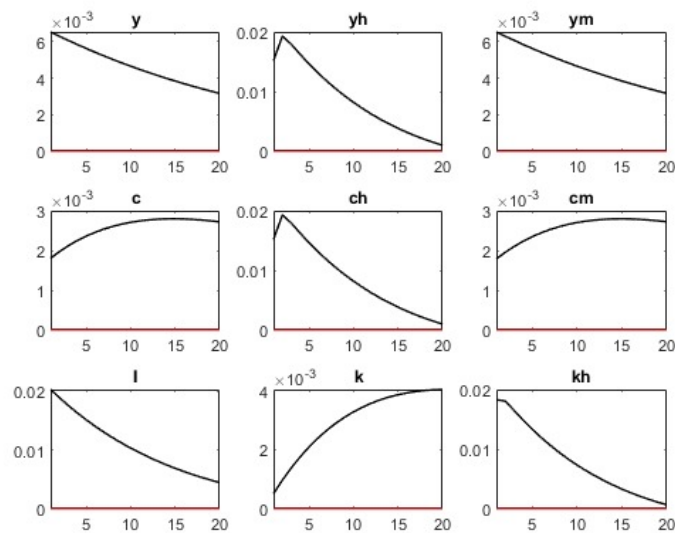
$$\log(z_h) = \rho \log(z_{h,t-1}) + \epsilon_h;$$

calibración:

$$\beta = 0.99; \delta = 0.025; \theta = 0.36; \rho = 0.95; A = 1; a = 0.5; \eta = 0.08; e = 0.8; \gamma = \frac{2}{3}$$

shocks;

$$\text{var } \epsilon_m = 0.007^2;$$



**Figure 9.** Hogares

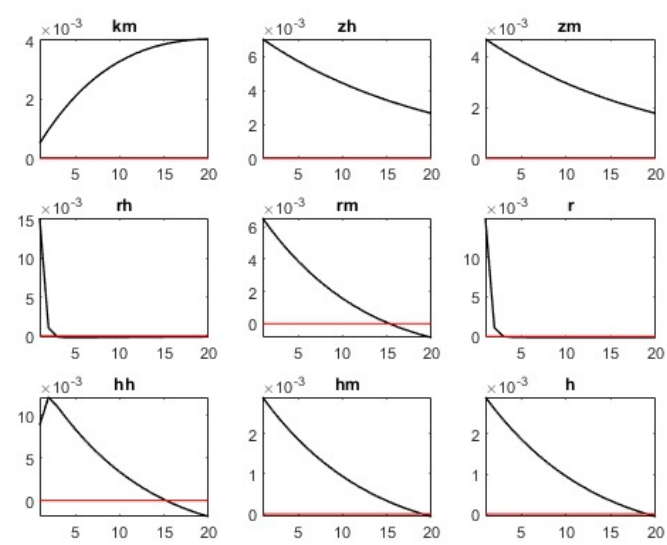


Figure 10. Hogares

300

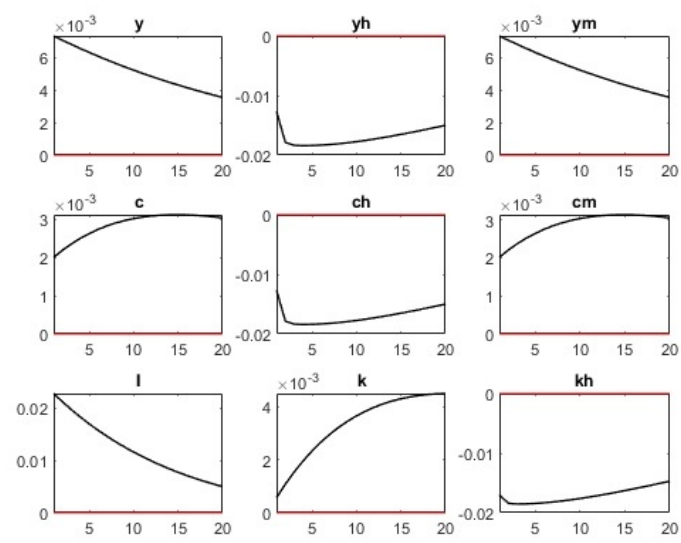


Figure 11. Em

301



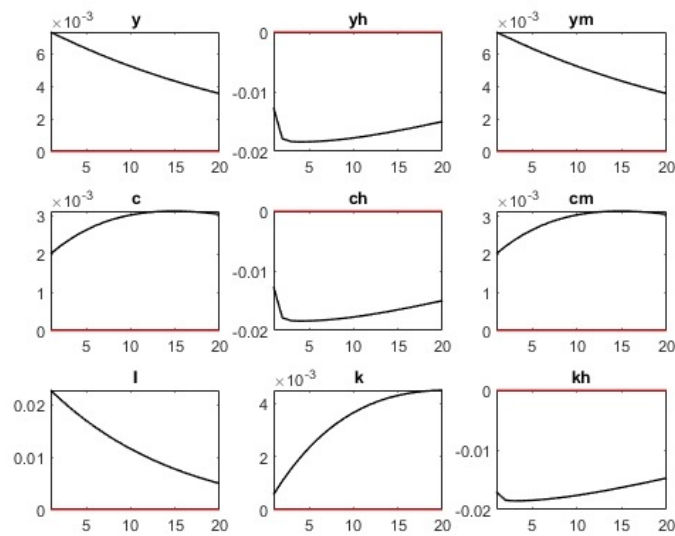


Figure 12. Em

La extensión que incorpora la producción de hogares se centra en entender los impulsos respuesta que surgen de las decisiones de trabajo y producción dentro de los hogares. Cuando se introducen shocks de productividad, como cambios en la eficiencia tecnológica o mejoras en la capacitación laboral, los hogares ajustan su oferta de trabajo y producción para optimizar el consumo intertemporal y el ocio. Estos shocks afectan directamente la producción de bienes y servicios en el hogar, influenciando así el nivel de ingreso y el consumo disponible. Además, cambios en políticas fiscales que afectan los incentivos al trabajo y la producción, como los impuestos sobre la renta o los subsidios al trabajo, también generan respuestas en la oferta laboral y la producción doméstica. En conjunto, estos impulsos respuesta permiten entender cómo las decisiones de producción de los hogares contribuyen a la dinámica macroeconómica, especialmente en términos de crecimiento económico, empleo y distribución del ingreso.

### Críticas al Modelo Hansen

El modelo RBC de Hansen [1] ha sido objeto de críticas por parte de varios economistas. Destacando Paul Romer [2], L. Sommers [3] [4], N. Gregory Mankiw [5], Robert Solow [6], Joseph Stiglitz [7] [8], Olivier Blanchard. [9] [10] y John Taylor [11] [12] entre otros autores.

#### Crítica de Romer

La crítica de Paul Romer [2] al modelo de Ciclos Económicos Reales (RBC) de Hansen se centra en puntos claves relacionados con la teoría del crecimiento endógeno y la insuficiencia de los modelos RBC para explicar ciertos aspectos del crecimiento económico y la innovación.

1. Insuficiencia de Choques Tecnológicos Exógenos: critica la dependencia de los modelos RBC, incluido el de Hansen, en los choques tecnológicos exógenos como el principal impulsor de las fluctuaciones económicas. Según Romer, la tecnología y el progreso técnico deben ser tratados como endógenos al modelo, es decir, determinados dentro del sistema económico; a través de la inversión en investigación y desarrollo (I+D), innovación y capital humano.

2. Falta de Explicación del Crecimiento a Largo Plazo: El modelo de Hansen se centra en las fluctuaciones cíclicas a corto plazo y no aborda adecuadamente las fuentes del crecimiento económico en el largo plazo. Hansen no proporciona un marco adecuado para entender el crecimiento continuo y sostenido de la economía. Romer, en su teoría del crecimiento endógeno, enfatiza la importancia de los factores endógenos como la

acumulación de conocimiento, la inversión en capital humano y la innovación tecnológica como motores del crecimiento económico sostenido.

3. Rol del Conocimiento y la Innovación: Para Romer el conocimiento y la innovación son fundamentales para el crecimiento económico y no pueden ser tratados simplemente como un choque exógeno. En su modelo de crecimiento endógeno, Romer introduce el concepto de rendimientos crecientes a escala debido a la acumulación de conocimiento y la innovación. Contrastando con el modelo de Hansen, que no incorpora adecuadamente estos elementos cruciales.

4. Evidencia Empírica y Relevancia Práctica: Según Romer los modelos RBC, incluido el de Hansen, no están suficientemente respaldados por la evidencia empírica. Argumenta que estos modelos a menudo no logran explicar las observaciones empíricas de manera convincente. Romer aboga por modelos que sean más consistentes con los datos observados y que puedan explicar mejor las dinámicas económicas reales.

5. Simplicidad en el Tratamiento del Mercado Laboral: El modelo de Hansen simplifica el mercado laboral debido a que asume trabajo indivisible y una desutilidad lineal del trabajo. Romer argumenta que no se captura adecuadamente la complejidad del mercado laboral, incluyendo factores como la calidad del trabajo, el capital humano y la participación laboral variable.

#### Crítica de Lawrence Summers

Summers ha criticado la excesiva dependencia de los choques tecnológicos exógenos. Argumenta que los modelos RBC sobrestiman el papel de estos choques y subestiman la importancia de otros factores económicos, como la política monetaria y fiscal, en la explicación de las fluctuaciones económicas. También critica la poca atención que estos modelos prestan a las rigideces y fricciones en la economía real.

#### Crítica de N. Gregory Mankiw

Cuestiona la plausibilidad empírica de los modelos RBC. Señalando que los modelos como el de Hansen, no logran explicar adecuadamente la magnitud de las fluctuaciones económicas observadas en la realidad. Según Mankiw, estos modelos necesitan supuestos poco realistas sobre la variabilidad de los choques tecnológicos para explicar las variaciones en la producción y el empleo.

#### Crítica de Robert Solow

Solow ha sido un crítico vocal del modelo RBC, argumentando que es demasiado simplista y no captura adecuadamente la complejidad de las economías reales. Ha criticado especialmente la suposición de que las fluctuaciones económicas son simples respuestas óptimas a los choques tecnológicos, sin considerar otros factores como las imperfecciones del mercado y las instituciones económicas.

#### Crítica de Joseph Stiglitz

Stiglitz ha argumentado que los modelos RBC y el de Hansen, ignoran importantes fricciones y fallos de mercado. La ausencia de estos elementos en los modelos RBC lleva a conclusiones erróneas sobre la estabilidad y eficiencia de las economías de mercado. También ha criticado la falta de atención a la desigualdad y a cómo las fluctuaciones económicas afectan de manera diferente a distintos grupos dentro de la sociedad.

#### Crítica de Olivier Blanchard

Señala que los modelos RBC simplifican excesivamente la relación entre el mercado laboral y las fluctuaciones económicas. Ha criticado la suposición de trabajo indivisible en el modelo de Hansen, argumentando que no refleja adecuadamente la realidad del mercado laboral, donde la flexibilidad y la participación laboral varían significativamente.

Crítica de John Taylor	382
Taylor ha criticado el modelo RBC por su tratamiento simplista de las políticas económicas. Argumenta que los modelos RBC subestiman el papel de la política monetaria y fiscal en la estabilización económica y no ofrecen suficiente orientación para la formulación de políticas efectivas.	383 384 385 386
El conjunto de críticas abordadas, claramente, indican un desarrollo continuo en la macroeconomía, con modelos que intentan incorporar factores endógenos, fricciones del mercado, y una consideración más rica de la política económica y la desigualdad. Todo modelo es perfectible en el tiempo y siempre está sujeto a críticas.	387 388 389 390

#### 4. Parte II. Modelo Nekeynesiano (50 puntos)

El objetivo de esta segunda parte es, mediante la replicación del análisis de reglas simples Galí (2015, Capítulo 4)[13] evaluar dos políticas monetarias diferentes.

Regla de Taylor

$$i_t = \rho + \phi_\pi \pi_t + \phi_y \tilde{y}_t$$

- Regla de Taylor con Expectativas

$$i_t = \rho + \phi_\pi \mathbb{E}_t \pi_{t+1} + \phi_y \mathbb{E}_t \tilde{y}_{t+1}$$

Suponga que los valores de  $\phi_y \phi_\pi$  son iguales a  $\{0.125, 1.5\}$  en ambas reglas. Es decir, la evaluación de bienestar permitirá entender si una regla con base a expectativas o una regla con base a valores corrientes muestra mejores desempeños.

##### 4.1. 1

Construir un archivo .mod base del modelo nekeynesiano con base al capítulo 3 de Galí (2015). Utilizar la calibración sugerida en el libro. Note que hay dos posibles fuentes de choques:  $z_t, a_t$ .

##### 4.2. 2

Crear dos archivos .mod para cada regla de política monetaria, y solucionar para obtener las policy functions. Con las policy functions se puede replicar la Tabla 4.1. En particular, dado una serie de tiempo de  $\tilde{y}_t$  y de  $\pi_t$  se puede calcular la pérdida de bienestar promedio asociada con cada regla monetaria.

$$L = \frac{1}{2} \left[ \left( \sigma + \frac{\varphi + \alpha}{1 - \alpha} \right) \text{var}(\tilde{y}_t) + \frac{\epsilon}{\lambda} \text{var}(\pi_t) \right]$$

Replicando la tabla 4.1 obtenemos los siguientes resultados:

**Table 4.** Comparación de Resultados entre Tecnología y Demanda

Parameter	Technology				Demand			
	Value 1	Value 2	Value 3	Value 4	Value 1	Value 2	Value 3	Value 4
$\phi_\pi$	1.500	1.500	5.000	1.500	1.500	1.500	5.000	1.500
$\phi_y$	0.125	0.000	0.000	1.000	0.125	0.000	0.000	1.000
$\sigma(y)$	1.853	2.075	2.259	1.060	0.598	0.687	0.284	0.314
$\sigma(\tilde{y})$	0.441	0.220	0.035	1.234	0.598	0.687	0.284	0.314
$\sigma(\pi)$	0.695	0.346	0.055	1.944	0.203	0.234	0.097	0.107
$L$	1.020	0.253	0.006	7.982	0.101	0.133	0.023	0.028

Si analizamos con detalle la tabla podemos señalar que la primera columna muestra los resultados en base a la calibración original de Taylor (1993). Posteriormente la segunda y tercera columnas se basan en reglas que no implican ninguna respuesta a las fluctuaciones del producto, con una postura antiinflacionista muy agresiva en el caso de la tercera regla ( $\phi_\pi = 5$ ). Por último, la cuarta regla supone un fuerte motivo de estabilización de la producción ( $\phi_y = 1$ ). Los demás parámetros se calibran según el capítulo 3 de [13].

De la tabla observamos que cuando las perturbaciones tecnológicas son fuente de las fluctuaciones, nace una disyuntiva entre estabilizar la producción, por un lado, y estabilizar la inflación y la brecha de producción, por otro: el aumento del valor del coeficiente  $\phi_y$  reduce la volatilidad de la producción, pero genera mayor volatilidad de la brecha de producción y de la inflación y, generando pérdida en el bienestar. Sin embargo, las menores pérdidas de bienestar se obtienen cuando la autoridad monetaria sólo responde a cambios

en la inflación. Las pérdidas se reducen en la medida de que aumente la intensidad de la respuesta. [13]. en esa línea los aumentos de  $\phi_\pi$  o  $\phi_y$  parecen ser eficaces para estabilizar las variables relevantes para el bienestar y reducir las pérdidas de bienestar.

4.3. 3

Sólo Choques Tecnológicos Suponga, en este punto, que la economía sólo experimenta choques tecnológicos ( $a_t$ ). Simular 10.000 iteraciones para cada regla de política monetaria. Calcular  $L$  para cada iteración, y construir un histograma con los resultados. Compare los resultados entre las reglas de tasa de interés nominal.

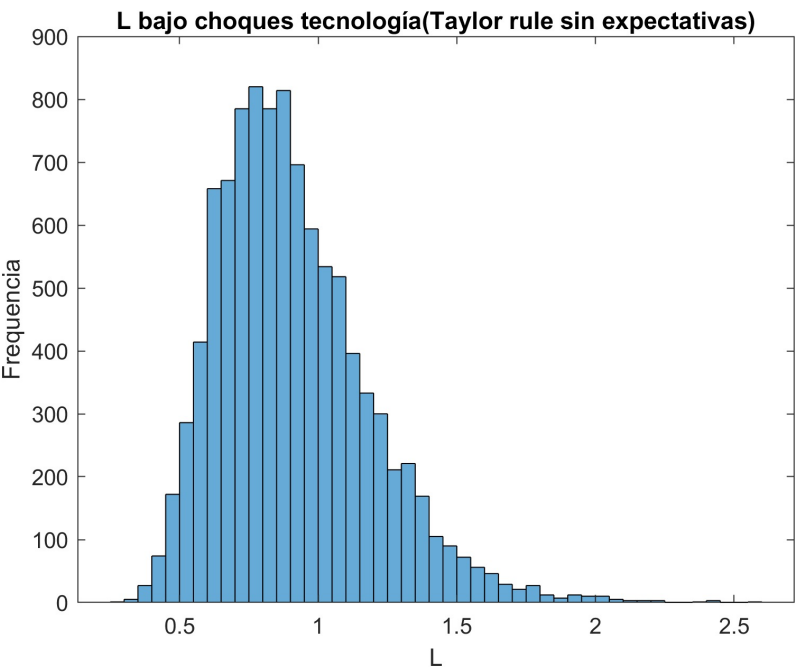


Figure 13. Shocks

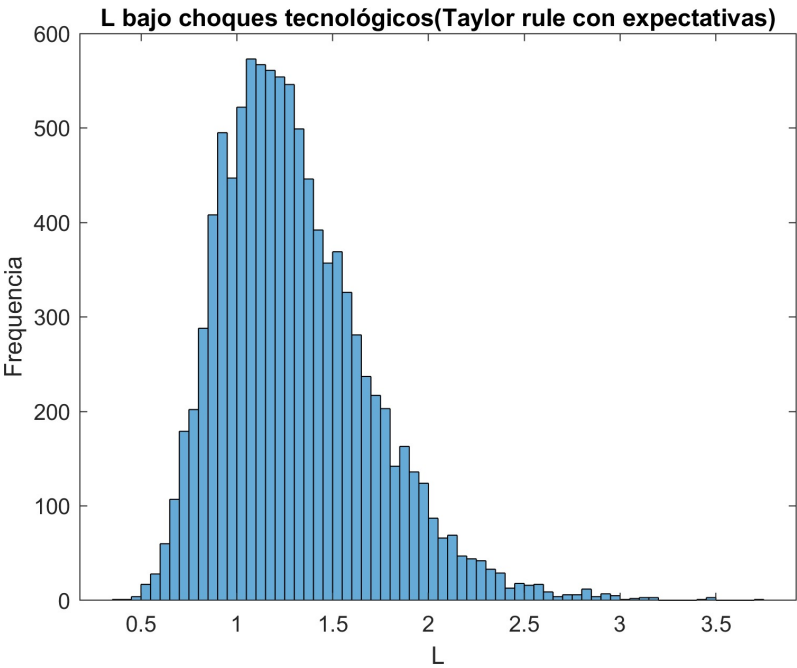


Figure 14. Shocks

4.4. 4

Sólo Choques de Demanda Suponga, en este punto, que la economía sólo experimenta choques de demanda o preferencias ( $z_t$ ).  
Simular 10.000 iteraciones para cada regla de política monetaria. Calcular  $L$  para cada iteración, y construir un histograma con los resultados. Compare los resultados entre las reglas de tasa de interés nominal.

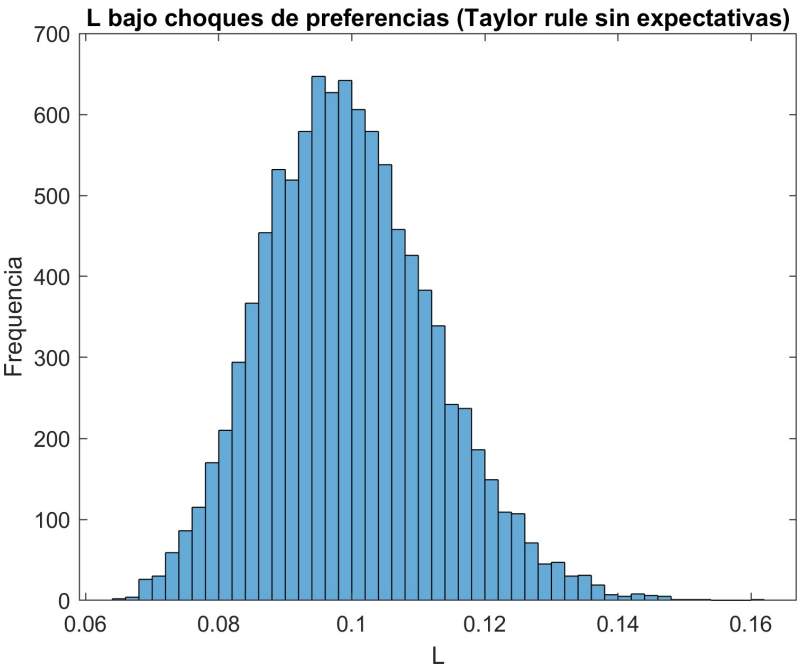


Figure 15. Shocks

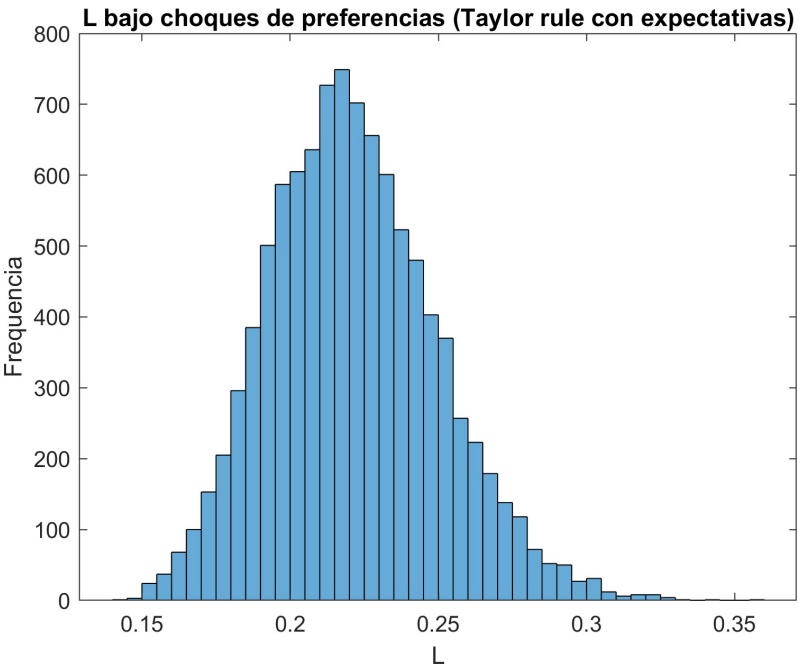


Figure 16. Shocks

4.5. 5

Choques tecnológicos y de demanda Suponga, en este punto, que la economía experimenta de manera simultánea choques tecnológicos y de demanda  $(a_t, z_t)$ .

Simular 10.000 iteraciones para cada regla de política monetaria. Calcular  $L$  para cada iteración, y construir un histograma con los resultados. Compare los resultados entre las reglas de tasa de interés nominal.

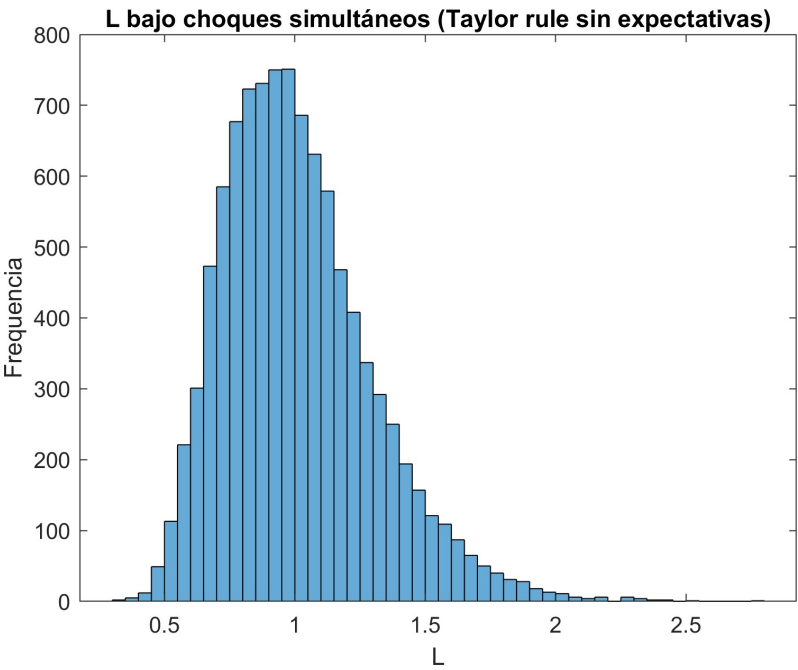


Figure 17. Shocks

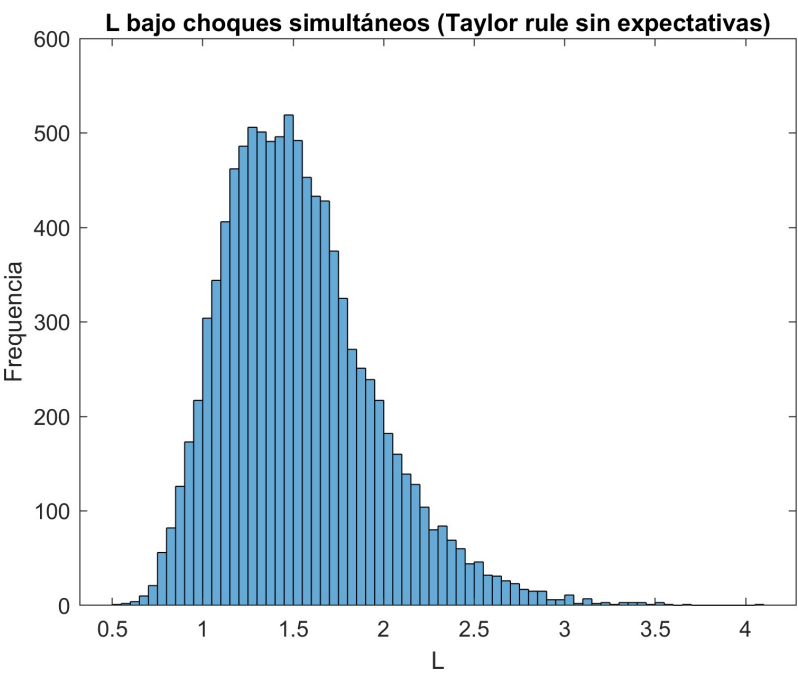


Figure 18. Shocks

4.6. 6

Compare y discute los resultados de los tres escenarios de choques. Según su análisis, cuál regla de política monetaria debería implementarse.

Table 5. Shock Tecnológico

Parameter	Value 1	Value 2	Value 3	Value 4
$\phi_{\pi}$	1.5	1.5	5.0	1.5
$\phi_y$	0.125	0.000	0.000	1.000
$y$	1.7851	2.0420	2.6534	0.8496
$y^*$	0.4251	0.2161	0.0411	0.9890
$\pi$	0.6694	0.3403	0.0647	1.5576
$L$	0.9470	0.2448	0.0089	5.1268

Table 6. Shock Tecnológico con expectativas

Parameter	Value 1	Value 2	Value 3	Value 4
$\phi_{\pi}$	1.5	1.5	5.0	1.5
$\phi_y$	0.125	0.000	0.000	1.000
$y$	1.7004	1.9789	2.6478	0.7626
$y^*$	0.5098	0.2792	0.0467	1.0760
$\pi$	0.8030	0.4398	0.0735	1.6946
$L$	1.3625	0.4087	0.0114	6.0686

En el caso de una perturbación tecnologica un mayor  $\phi_y$  conduce a una menor volatilidad de la producción, y al mismo tiempo, una mayor volatilidad de la brecha de producción y de la inflación. Producto de lo anterior, se genera una disminución del bienestar. Entonces, si solo se concentra en un nivel que permita controlar la inflaión, dicha perdida de bienestar es menor al de la política muy agresiva.

Comparando los diversos casos, se puede observar que  $L$  obtiene un mayor valor cuando tenemos una política que controla la inflación, pero no es tan agresiva y al mismo tiempo se preocupa de la producción con un valor del parametro proximo a uno.



Table 7. Shock de Preferencias con expectativas

Parameter	Value 1	Value 2	Value 3	Value 4
$\phi_{\pi}$	1.5	1.5	5.0	1.5
$\phi_y$	0.125	0.000	0.000	1.000
$y$	0.8555	1.1423	0.4671	0.5432
$y^*$	0.8555	1.1423	0.4671	0.5432
$\pi$	0.2908	0.3883	0.1588	0.1846
$L$	0.2066	0.3684	0.0616	0.0833

Table 8. Shock de Preferencias

Parameter	Value 1	Value 2	Value 3	Value 4
$\phi_{\pi}$	1.5	1.5	5.0	1.5
$\phi_y$	0.125	0.000	0.000	1.000
$y$	0.5740	0.7955	0.2715	0.3203
$y^*$	0.5740	0.7955	0.2715	0.3203
$\pi$	0.1951	0.2704	0.0923	0.1089
$L$	0.0930	0.1787	0.0208	0.0290

La mejor política monetaria, es aquella que es diseñada con un valor superior a uno, pero que no es tan agresiva, porque es la que genera menos perdida en el bienestar, y permite controlar la inflación.

463  
464  
465

## 5. RBC en economía abierta

En esta sección se explorará la perspectiva de modelos RBC en economías abiertas que supone un paso adelante en el estudio de modelos más realistas.

### 5.1. Modelo 1: Factor de descuento endogeno

En este modelo siguiendo a Schmitt-Grohé and Uribe [14], el nuevo planteamiento de la economía es el siguiente: una economía con hogares que tienen preferencias:

$$\mathbb{E} \sum_{t=0}^{\infty} \theta_t U(c_t, h_t)$$

con condiciones:  $\theta_0 = 1, \theta_{t+1} = \beta(c_t, h_t)\theta_t$   $t \geq 0$  donde  $\beta_c < 0$  y  $\beta_h > 0$ . Estas nuevas preferencias permiten que el modelo sea estacionario, y por tanto independiente a las condiciones iniciales en el estado estacionario de las variables. El modelo sigue una evolución de la deuda externa  $d_t = (1 + r_{t-1})d_{t-1} - y_t + c_t + i_t + \Phi(k_{t+1} - k_t)$  donde  $r_t$  es la tasa de interes a la cual los residentes domesticos de la economia pueden pedir prestado a los mercados internacionales en un tiempo  $t$ .  $y_t$  es el producto domestico,  $c_t$  es el consumo,  $i_t$  es la inversión y  $k_t$  es el capital.  $\Phi$  es una función para capturar los costes de ajuste del capital y se asume que es 0. Esto se incluye para evitar que los modelos tengan una excesiva volatilidad en la inversión y funciona para asegurar que en el estado estacionario los costes de ajuste del capital son cero y la tasa de interes domestica es igual al producto marginal del capital no depreciado. La función de producción es Cobb-Douglas:  $y_t = A_t F(k_t, h_t)$  donde  $A_t$  es un choque de productividad estocastico exogeno. La ley del movimiento del capital es  $k_{t+1} = i_t + (1 - \delta)k_t$  y finalmente se impone una condición terminal  $\lim_{j \rightarrow \infty} \mathbb{E} \frac{d_{t+j}}{\prod_{s=1}^j (1+r_s)} \leq 0$

La maximización de la utilidad del hogar viene dada por las siguientes ecuaciones que representan el sistema no lineal de ecuaciones que describen la dinamica optima:

$$\lambda_t = \beta(c_t, h_t)(1 + r_t)\mathbb{E}\lambda_{t+1}$$

$$\lambda_t = U_c(c_t, h_t) - \eta_t \beta_c(c_t, h_t)$$

$$\eta_t = -\mathbb{E}_{\approx} U(c_{t+1}, h_{t+1}) + \mathbb{E}_{\approx} \eta_{t+1} \beta(c_{t+1}, h_{t+1})$$

$$-U_h(c_t, h_t) + \eta_t \beta_h(c_t, h_t) = \lambda_t A_t F_h(k_t, h_t)$$

$$\lambda_t [1 + \Phi(k_{t+1} - k_t)] = \beta(c_t, h_t) \mathbb{E}_{\approx} \lambda_{t+1} [A_{t+1} F_k(k_{t+1}, h_{t+1}) + 1 - \delta + \Phi(k_{t+2} - k_{t+1})]$$

De estas FOCs, se debe observar que ahora la utilidad del consumo y del trabajo no solo depende del presente sino que ademas se valora el consumo y trabajo futuro. La tasa de interes que los agentes domesticos enfrentan en el mercado internacional es  $r_t = r$ .

Y la ley de movimiento de la productividad es:

$$\ln A_{t+1} = \rho \ln A_t + \epsilon_{t+1}$$

donde  $\epsilon_{t+1}$  sigue un proceso n.i.i.d con media cero y varianza  $\sigma_{\epsilon}^2$ .

La especificación funcional para resolver el modelo fue:  $U(c, h) = \frac{[c - \omega^{-1} h^{\omega}]^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma}$ ,  $\beta(c, h) = [1 + c - \omega^{-1} h^{\omega}]^{-\psi_1}$ ,  $F(k, h) = k^{\alpha} h^{1-\alpha}$ ,  $\Phi(x) = \frac{\phi}{2} x^2$  :  $\phi > 0$

Estas formas funcionan implican que la tasa marginal de sustitucion entre consumo y ocio solo depende del trabajo. lo cual se traduce en  $h_t^{\omega-1} = A_t F_h(k_t, h_t)$ . Es decir, en

equilibrio, el producto marginal del trabajo es igual al salario real. Por ende, la oferta de trabajo depende solo del salario y es independiente del nivel de riqueza.

Siguiendo la calibración que los autores utilizarón:  $\gamma = 2$ ,  $\omega = 1.455$ ,  $\psi_1 = 0.11$ ,  $\alpha = 0.32$ ,  $\phi = 0.028$ ,  $r = 0.04$ ,  $\delta = 0.1$ ,  $\rho = 0.42$  y  $\sigma_\epsilon = 0.0129$

Los resultados de este modelo se presentan la siguiente tabla:

**Table 9.** Replicación de la tabla 3 del paper

	Data	Model 1
Volatilities:		
$\text{std}(y_t)$	2.8	3.1
$\text{std}(c_t)$	2.5	2.3
$\text{std}(i_t)$	9.8	9.1
$\text{std}(h_t)$	2	2.1
$\text{std}\left(\frac{tb_t}{y_t}\right)$	1.9	1.5
$\text{std}\left(\frac{ca_t}{y_t}\right)$	1.5	1.5
Serial Correlations:		
$\text{corr}(y_t, y_{t-1})$	0.61	0.61
$\text{corr}(c_t, c_{t-1})$	0.7	0.7
$\text{corr}(i_t, i_{t-1})$	0.31	0.07
$\text{corr}(h_t, h_{t-1})$	0.54	0.61
$\text{corr}\left(\frac{tb_t}{y_t}, \frac{tb_{t-1}}{y_{t-1}}\right)$	0.66	0.33
$\text{corr}\left(\frac{ca_t}{y_t}, \frac{ca_{t-1}}{y_{t-1}}\right)$	0.3	0.3
Correlations with Output:		
$\text{corr}(c_t, y_t)$	0.59	0.94
$\text{corr}(i_t, y_t)$	0.64	0.66
$\text{corr}(h_t, y_t)$	0.8	1
$\text{corr}\left(\frac{tb_t}{y_t}, y_t\right)$	-0.13	-0.012
$\text{corr}\left(\frac{ca_t}{y_t}, y_t\right)$	0.026	0.026

Se puede observar como los valores replicados son exactamente iguales a los de los autores.

## 5.2. Modelo 2: Factor de descuento endogeno sin internalización

Este modelo mantiene la misma especificación del modelo anterior y calibración de parametros pero tiene una modificación en las preferencias de los hogares:  $\theta_{t+1} = \beta(\tilde{c}_t, \tilde{h}_t)\theta_t$   $t \geq 0$ . aqui, los agentes no han internalizado que su factor de descuento depende de sus niveles de consumo y esfuerzo. Además, se supondrá que el factor de descuento depende del consumo y esfuerzo per capita. Por lo que las FOCs serán:

$$\lambda_t = \beta(\tilde{c}_t, \tilde{h}_t)(1 + r_t)\mathbb{E}_{\approx}\lambda_{t+1}$$

$$\lambda_t = U_c(c_t, h_t)$$

$$-U_h(c_t, h_t) = \lambda_t A_t F_h(k_t, h_t)$$

$$\lambda_t[1 + \Phi(k_{t+1} - k_t)] = \beta(\tilde{c}_t, \tilde{h}_t)(1 + r_t)\mathbb{E}_{\approx}\lambda_{t+1}[A_{t+1}F_k(k_{t+1}, h_{t+1}) + 1 - \delta + \Phi(k_{t+2} - k_{t+1})]$$

$$c_t = \tilde{c}_t$$

$$h_t = \tilde{h}_t$$

Los resultados de este modelo son:

**Table 10.** Replicación de la tabla 3 del paper

	Data	Model 2
Volatilities:		
$\text{std}(y_t)$	2.8	3.1
$\text{std}(c_t)$	2.5	2.3
$\text{std}(i_t)$	9.8	9.1
$\text{std}(h_t)$	2	2.1
$\text{std}\left(\frac{tb_t}{y_t}\right)$	1.9	1.5
$\text{std}\left(\frac{ca_t}{y_t}\right)$	1.5	1.5
Serial Correlations:		
$\text{corr}(y_t, y_{t-1})$	0.61	0.61
$\text{corr}(c_t, c_{t-1})$	0.7	0.7
$\text{corr}(i_t, i_{t-1})$	0.31	0.07
$\text{corr}(h_t, h_{t-1})$	0.54	0.61
$\text{corr}\left(\frac{tb_t}{y_t}, \frac{tb_{t-1}}{y_{t-1}}\right)$	0.66	0.32
$\text{corr}\left(\frac{ca_t}{y_t}, \frac{ca_{t-1}}{y_{t-1}}\right)$	0.3	0.3
Correlations with Output:		
$\text{corr}(c_t, y_t)$	0.59	0.94
$\text{corr}(i_t, y_t)$	0.64	0.66
$\text{corr}(h_t, y_t)$	0.8	1
$\text{corr}\left(\frac{tb_t}{y_t}, y_t\right)$	-0.13	-0.013
$\text{corr}\left(\frac{ca_t}{y_t}, y_t\right)$	0.026	0.025

### 5.3. Modelo 3: Tipo de interes elastico de la deuda

En este modelo la estacionariedad es inducida asumiendo que la tasa de interes domestica es creciente en el agregado de deuda externa:  $r_t = r + p(\tilde{d}_t)$  donde  $r_t$  es la tasa de interes mundial, y  $p()$  es el premium de la tasa de interes de un pais especifico. Las preferencias de los agentes son dadas por la ecuacion:  $\mathbb{E}_{\mathcal{F}} \sum_{t=0}^{\infty} \theta_t U(c_t, h_t)$  con la modificación:  $\theta_t = \beta^t$  es decir ahora la tasa de descuento de la utilidad es constante. Las FOCs son:

$$\lambda_t = \beta(1 + r_t)\mathbb{E}_{\approx}\lambda_{t+1}$$

$$U_c(c_t, h_t) = \lambda_t$$

$$-U_h(c_t, h_t) = \lambda_t A_t F_h(k_t, h_t)$$

$$\lambda_t[1 + \Phi(k_{t+1} - k_t)] = \beta\mathbb{E}_{\approx}\lambda_{t+1}[A_{t+1}F_k(k_{t+1}, h_{t+1}) + 1 - \delta + \Phi(k_{t+2} - k_{t+1})]$$

$$\tilde{d}_t = d_t$$

Se mantienen las mismas formas especificas, y se agrega esta forma al premio por riesgo:  $p(d) = \psi_2(e^{d-\bar{d}} - 1)$

Finalmente se mantienen los mismos valores de calibracion y se ajustan:  $\beta = 0.96$ ,  $\bar{d} = 0.7442$ ,  $\psi_2 = 0.000742$

Los resultados de este modelo se presentan en la siguiente tabla:

**Table 11.** Replicación de la tabla 3 del paper

	Data	Model 3
Volatilities:		
$\text{std}(y_t)$	2.8	3.1
$\text{std}(c_t)$	2.5	2.7
$\text{std}(i_t)$	9.8	9.0
$\text{std}(h_t)$	2	2.1
$\text{std}\left(\frac{tb_t}{y_t}\right)$	1.9	1.8
$\text{std}\left(\frac{ca_t}{y_t}\right)$	1.5	1.5
Serial Correlations:		
$\text{corr}(y_t, y_{t-1})$	0.61	0.62
$\text{corr}(c_t, c_{t-1})$	0.7	0.78
$\text{corr}(i_t, i_{t-1})$	0.31	0.069
$\text{corr}(h_t, h_{t-1})$	0.54	0.62
$\text{corr}\left(\frac{tb_t}{y_t}, \frac{tb_{t-1}}{y_{t-1}}\right)$	0.66	0.51
$\text{corr}\left(\frac{ca_t}{y_t}, \frac{ca_{t-1}}{y_{t-1}}\right)$	0.3	0.32
Correlations with Output:		
$\text{corr}(c_t, y_t)$	0.59	0.84
$\text{corr}(i_t, y_t)$	0.64	0.67
$\text{corr}(h_t, y_t)$	0.8	1
$\text{corr}\left(\frac{tb_t}{y_t}, y_t\right)$	-0.13	-0.044
$\text{corr}\left(\frac{ca_t}{y_t}, y_t\right)$	0.026	0.050

#### 5.4. Modelo 4: Costos de ajuste del portafolio

En este modelo la estacionariedad es inducida asumiendo que los agentes enfrentan costos convexos de mantener acciones en cantidades diferentes en el largo plazo. se mantienen las mismas preferencias del modelo anterior, pero existe un cambio en la restricción:

$$d_t = (1 + r_{t-1})d_{t-1} - y_t + c_t + i_t + \Phi(k_{t+1} - k_t) + \frac{\psi_3}{2}(d_t - \bar{d})^2$$

por lo que las FOCs se mantienen con excepcion de:

$$\lambda_t[1 - \psi_3(d_t - \bar{d})] = \beta(1 + r_t)\mathbb{E}_{\approx}\lambda_{t+1}$$

Y se mantienen los valores de calibración con el cambio de:  $\psi_3 = 0.00074$

Los resultados se presentan en la tabla:

#### 5.5. Modelo 5: Mercado de activos completos

En contraste con modelos anteriores que tienen mercados financieros incompletos. En este modelo, los agentes económicos tienen acceso a una variedad completa de activos contingentes al estado. Esto implica que las dinámicas del equilibrio son estacionarias debido a esta estructura de mercado.

Las preferencias y la tecnología del modelo son similares a los modelos previos. La restricción presupuestaria intertemporal de los hogares se formula considerando la compra de activos financieros en cada periodo para ser entregados en estados futuros, ajustada por consumo, inversión y costos de ajuste de capital.

$$\mathbb{E}_{\approx}r_{t+1}b_{t+1} = b_t + y_t - c_t - i_t - \Phi(k_{t+1} - k_t)$$

Table 12. Replicación de la tabla 3 del paper

	Data	Model 4
Volatilities:		
$\text{std}(y_t)$	2.8	3.1
$\text{std}(c_t)$	2.5	2.7
$\text{std}(i_t)$	9.8	9.0
$\text{std}(h_t)$	2	2.1
$\text{std}\left(\frac{tb_t}{y_t}\right)$	1.9	1.8
$\text{std}\left(\frac{ca_t}{y_t}\right)$	1.5	1.5
Serial Correlations:		
$\text{corr}(y_t, y_{t-1})$	0.61	0.62
$\text{corr}(c_t, c_{t-1})$	0.7	0.78
$\text{corr}(i_t, i_{t-1})$	0.31	0.069
$\text{corr}(h_t, h_{t-1})$	0.54	0.62
$\text{corr}\left(\frac{tb_t}{y_t}, \frac{tb_{t-1}}{y_{t-1}}\right)$	0.66	0.50
$\text{corr}\left(\frac{ca_t}{y_t}, \frac{ca_{t-1}}{y_{t-1}}\right)$	0.3	0.32
Correlations with Output:		
$\text{corr}(c_t, y_t)$	0.59	0.85
$\text{corr}(i_t, y_t)$	0.64	0.67
$\text{corr}(h_t, y_t)$	0.8	1
$\text{corr}\left(\frac{tb_t}{y_t}, y_t\right)$	-0.13	-0.043
$\text{corr}\left(\frac{ca_t}{y_t}, y_t\right)$	0.026	0.051

Los hogares están sujetos a una restricción de no juego de Ponzi para evitar estrategias insostenibles. Esta restricción asegura que la suma de las obligaciones futuras derivadas de la compra de activos sea no negativa a lo largo del tiempo y bajo todas las contingencias.

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \mathbb{E} \approx q_{t+j} b_{t+j} \geq 0$$

Las condiciones de primer orden asociadas con la maximización del problema del hogar incluyen la ecuación de Euler, que bajo mercados completos se presenta para cada estado posible en el periodo siguiente, a diferencia de los modelos con mercados incompletos donde solo se cumple en expectativas.

Además, se establece una condición de proporcionalidad entre la utilidad marginal del consumo doméstico y su contraparte extranjera, reflejando la equivalencia en las preferencias entre las economías doméstica y extranjera.

En el Modelo 4, se asume una función de producción Cobb-Douglas y se logra la estacionariedad del modelo a través de mecanismos específicos, como un factor de descuento endógeno. Se establece que la correlación entre la producción y la balanza comercial es positiva, a diferencia de los Modelos 1-3 que implican una correlación negativa. Esto se debe a que en el Modelo 4, el consumo es más estable debido a la presencia de mercados financieros completos, lo que reduce la influencia del consumo en la ciclicidad de la balanza comercial.

Además, en el Modelo 4 se establecen restricciones de equilibrio a largo plazo, como la relación entre la balanza comercial y el PIB, lo que permite calibrar el modelo y comparar sus predicciones con los datos observados en la economía real. Se analizan las implicaciones de este modelo en cuanto a las segundas momentos incondicionales y las respuestas a impulsos, encontrando similitudes en las predicciones cuantitativas de los diferentes modelos estudiados una vez que se igualan las calibraciones.

Los resultados de este modelo se presentan en la tabla:

Table 13. Replicación de la tabla 3 del paper

	Data	Model 5
Volatilities:		
$\text{std}(y_t)$	2.8	3.1
$\text{std}(c_t)$	2.5	1.9
$\text{std}(i_t)$	9.8	9.1
$\text{std}(h_t)$	2	2.1
$\text{std}\left(\frac{tb_t}{y_t}\right)$	1.9	1.6
$\text{std}\left(\frac{ca_t}{y_t}\right)$	1.5	
Serial Correlations:		
$\text{corr}(y_t, y_{t-1})$	0.61	0.61
$\text{corr}(c_t, c_{t-1})$	0.7	0.61
$\text{corr}(i_t, i_{t-1})$	0.31	0.070
$\text{corr}(h_t, h_{t-1})$	0.54	0.61
$\text{corr}\left(\frac{tb_t}{y_t}, \frac{tb_{t-1}}{y_{t-1}}\right)$	0.66	0.39
$\text{corr}\left(\frac{ca_t}{y_t}, \frac{ca_{t-1}}{y_{t-1}}\right)$	0.3	
Correlations with Output:		
$\text{corr}(c_t, y_t)$	0.59	1
$\text{corr}(i_t, y_t)$	0.64	0.66
$\text{corr}(h_t, y_t)$	0.8	1
$\text{corr}\left(\frac{tb_t}{y_t}, y_t\right)$	-0.13	0.128
$\text{corr}\left(\frac{ca_t}{y_t}, y_t\right)$	0.026	

Referencias

1.

Hansen, G.D.; Wright, R.; et al. The labor market in real business cycle theory. *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review* **1992**, *16*, 2–12.

557

2.

Romer, D. *Macroeconomía Avanzada, 3e*; McGraw-Hill Interamericana de España S.L., 2006.

558

3.

Summers, L. Some Skeptical Observations on Real Business Cycle Theory. *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review* **1986**.

559

4.

Summers, L. Beyond the Stability of the Employment Relationship **1986**.

560

5.

Mankiw, N.G. Real Business Cycles: A New Keynesian Perspective. *Journal of Economic Perspectives* **1989**.

561

6.

Solow, R. A Critical Review of Real Business Cycle Models. *Macroeconomics Annual* **1988**.

562

7.

Stiglitz, J. *Perspectives on the Role of Government Risk-Bearing within the Financial Sector*; 1991.

563

8.

Stiglitz, J. Rethinking Macroeconomics: What Failed, and How to Repair It. *Journal of the European Economic Association* **2011**.

564

9.

Blanchard, O. The State of Macro. *Annual Review of Economics* **2009**.

565

10.

Blanchard, O. Employment and Wage Adjustments: Insider-Outsider Model **1986**.

566

11.

Taylor, J. Discretion versus Policy Rules in Practice. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* **1993**.

567

12.

Taylor, J. *Macroeconomic Policy in a World Economy: From Econometric Design to Practical Operation*; 1993.

568

13.

Galí, J. *Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle: An Introduction to the New Keynesian Framework and Its Applications*; Princeton University Press, 2015.

569

14.

Schmitt-Grohé, S.; Uribe, M. Closing small open economy models. *Journal of international Economics* **2003**, *61*, 163–185.

570

**Disclaimer/Publisher’s Note:** The statements, opinions and data contained in all publications are solely those of the individual author(s) and contributor(s) and not of MDPI and/or the editor(s). MDPI and/or the editor(s) disclaim responsibility for any injury to people or property resulting from any ideas, methods, instructions or products referred to in the content.