

# 基于先验自适应一致性的深度图像去噪报告\*

孙广岩<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 中山大学，智能工程学院，学号：20354242

## Abstract

最近的研究表明，深度学习可以在图像去噪方面取得很好的效果。然而，如何在网络设计中同时吸收传统方法的宝贵成果，提高网络的可解释性仍然是一个问题。为了解决这个问题，论文提出了一种新的基于模型的去噪方法。首先，通过在传统先验一致性中引入非线性滤波算子、可靠度矩阵和高维特征变换函数，提出了一种新的自适应一致性先验 (Adaptive Consistency Prior, ACP)。其次，通过将 ACP 项引入最大后验框架，提出了一种基于模型的去噪方法。该方法进一步用于神经网络设计，形成了一种新的端到端可训练和可解释的深度去噪网络，称为 DeamNet。其中展开过程引出了一个重要的模块，称为双元素注意机制 (dual element-wise attention mechanism, DEAM) 模块。

## 1. 引言

在计算机视觉应用中，被噪声污染的图像极大地影响了进一步的分析和处理。通常，有代表性的图像去噪方法可分为基于滤波的方法、基于模型的方法和基于学习的方法。而最近出现了很多基于深度展开的方法，通过深度网络实现了一些传统方法。

论文 [1] 的主要工作是提出一种新的基于模型的去噪方法，然后利用该方法的推理过程来指导去噪 CNN (DeamNet) 的设计。

论文的主要贡献如下：

1) 通过引入非线性滤波算子、可靠度矩阵和高维变换函数，提出了一种新的图像先验（即自适应一致性先验 (ACP)）来改进传统的一致性先

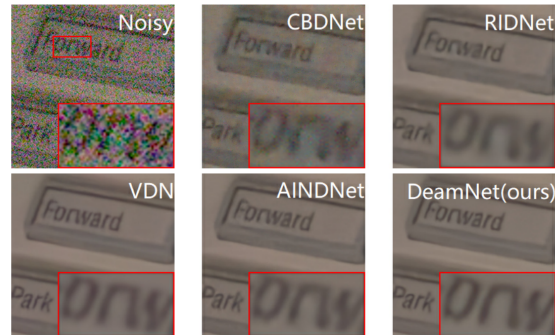


图 1. 来自 SIDD 数据集的真实噪声图像。与其他去噪方法相比，DeamNet 方法取得了更好的去噪效果。

验。然后，在 MAP 框架下，利用 ACP 提出了一种基于模型的去噪方法；

2) 基于模型的去噪方法的迭代优化步骤用于指导网络设计，从而构建端到端可训练和可解释的去噪网络 (DeamNet)。DeamNet 将基于模型的方案的力量与深度学习相结合；

3) 该展开过程产生了一个新的、有效果的模块，称为双元素注意机制 (DEAM) 模块。DEAM 还可以在迭代阶段实现跨级别/跨规模的特性交互和元素级特性重新校准；

4) 提出了一种带有 DEAM 模块的多尺度非线性操作 (NLO) 子网络，该子网络可以同时利用 NLO 子网络中的细尺度和粗尺度特征，实现更好的特征域非线性滤波。

实验验证了 DeamNet 对合成图像和真实图像去噪的有效性。

本次报告安排如下。第 2 节介绍了所提出的方法的‘传统’方法部分和‘深度学习’方法部分。第 3 节为实验的简单分析，第四节为总结。

## 2. 模型算法

论文提出了一种新的基于 ACP 的去噪框架，并将其进一步用于 DeamNet 的设计。

\*指导老师：金枝

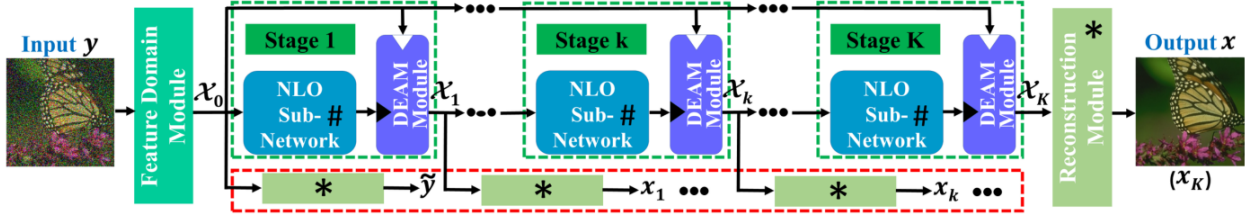


图 2. DeamNet 的架构。它由一个特征域 (FD) 模块、一个重构模块和基于非线性操作 (NLO) 子网络的 K 个迭代阶段以及双元素注意机制 (DEAM) 模块组成。标记 \* 表示这些模块的参数是共享的。标有 # 的模块的参数也是共享的。

## 2.1. 自适应一致性先验去噪

由于自然图像的局部连续性和非局部自相似性，强相关性容易在局部和非局部保持。基于这些相关性，提出了一致性先验值。

### 一致性先验的局限性及其解决方案

令  $x \in R_n$  是具有  $n$  个像素的图像， $x_i$  表示  $x$  中的第  $i$  个像素， $\mathcal{D}_i$  表示  $x$  内  $x_i$  的相关像素的索引向量， $w_{ij}$  是与  $x_i$  和  $x_j$  相关的归一化权重。先验一致性  $\mathcal{J}_{CP}(x) : R_n \rightarrow R_1$  可以写为：

$$\mathcal{J}_{CP}(x) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{i=1}^n \left\| x_i - \sum_{j \in \mathcal{D}_i} w_{ij} x_j \right\|_2^2 \quad (1)$$

为了便于分析，我们将公式 Equ. (1) 改写如下：

$$\mathcal{J}_{CP}(x) = \|I(x - Wx)\|_2^2 \quad (2)$$

其中  $I \in \mathbb{R}^{n \times n}$  是一个恒等矩阵， $W \in \mathbb{R}^{n \times n}$  是由  $w_{ij} - s$  组成的对角一致性矩阵。

我们可以这样理解一致性先验：像素域中的图像  $x$  首先由线性一致性矩阵  $W$  过滤，然后是拟合偏差向量的大小  $(x - Wx)$  由  $I$  一致约束。因此，一致性先验的主要局限性及其解决方案为：1) 一致性先验在像素域进行约束。然而，根据传统方法，例如 BM3D [2]，在 FD 中执行去噪可以更好地重建图像细节。此外，通过扩展空间维度，可以捕获更多功能以更好地恢复详细信息。因此，可以在  $x$  上使用高维变换函数  $\mathcal{T}(\cdot)$ ；2) 通过  $W$  对每个像素进行的线性操作可能会使图像细节过于平滑，导致性能不佳。为了更好地保持边缘和图像细节，需要引入自适应非线性滤波算子  $\mathcal{K}(\cdot)$  来代替  $W$ ；3) 在一致性先验中，拟合偏差将受到统一的惩罚。然而，根据相应像素的可靠性自适应地惩罚每个拟合偏差是应该会有效果的。这为使用可靠性矩阵  $\Lambda$  自适应加权  $(x - Wx)$  提供了基础。

自适应一致性先验 (ACP) 前面的分析推动了 ACP 的提出，它集成了 FD、非线性滤波和可靠性估计的概念。让  $\mathcal{T}(\cdot) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \cdot m}$  表示变换函数， $\Lambda = \mathcal{D}(a_1, \dots, a_l, \dots, a_{nm}) \in \mathbb{R}^{nm}$  是有元素  $a_l - s$  在主对角线 ( $a_l > 0$ ) 的对角可靠性矩阵， $\mathcal{K}(\cdot) : \mathbb{R}^{n \cdot m} \rightarrow \mathbb{R}^n$  代表非线性滤波算子。ACP 可以写为：

$$\mathcal{J}_{ACP}(x | \underbrace{\mathcal{T}, \mathcal{K}, \Lambda}_{\text{pre-specified}}) \stackrel{\text{def}}{=} \|\Lambda(\mathcal{T}(x) - \mathcal{K}(\mathcal{T}(x)))\|_2^2 \quad (3)$$

$\mathcal{J}_{ACP}(\cdot)$  的不同设置有一些有趣的特殊情况。例如， $\mathcal{J}_{ACP}(x | I, \mathcal{K}, \Lambda) = \|\Lambda(x - \mathcal{K}(x))\|_2^2$  在像素域中成为 ACP； $\mathcal{J}_{ACP}(x | I, W, I) = \mathcal{J}_{CP}(x)$  成为原始一致性先验。换言之，一致性先验是 ACP 的特例，为了在  $\mathcal{J}_{ACP}(\cdot)$  中建模复杂的约束关系，扩展了  $\mathcal{J}_{CP}(\cdot)$  的函数空间。

## 2.2. 深度展开去噪网络

手动设计  $\{\mathcal{K}(\cdot), \Lambda, \lambda, \mathcal{T}(\cdot), \mathcal{L}(\cdot)\}$  是非常具有挑战性和耗时的。因此，论文提出的基于模型的框架是通过一个由 FD 模块 ( $\mathcal{T}(\cdot)$ )、重构模块 ( $\mathcal{L}(\cdot)$ )、NLO 子网络 ( $\mathcal{K}(\cdot)$ )、DEAM 模块 ( $\lambda$  和  $\Lambda$ ) 构成的深度展开去噪网络来实现的。设  $\Theta_\psi$  为算子  $\psi$  的可训练参数集。在我们的网络中，超参数  $\lambda, \Lambda, \Theta_{\mathcal{T}}, \Theta_{\mathcal{K}}$  和  $\Theta_{\mathcal{L}}$  是以不同的方式学习的。

**网络结构** 图 2 所示的 DeamNet 是基于 ACP 的去噪问题的可训练和扩展版本。它包含 FD 中的 K 个迭代阶段。首先，将学习的 FD 算子  $\mathcal{T}(\cdot)$  应用于噪声图像  $y$ ，以获得初始特征  $\mathcal{Y} = \mathcal{T}(y)$ 。之后， $\mathcal{Y}$  被馈入一系列基于 NLO 子网络的编解码器结构中，这些子网的参数是共享的。这些子网络是  $\mathcal{K}(\cdot)$  的可学习版本。第  $k$  个 NLO 子网络的输入和输出表示为  $\mathcal{X}_{k-1}$  和  $\mathcal{X}_k^N$  (注意  $\mathcal{X}_0 = \mathcal{Y}$ )， $\mathcal{X}_k^N = \mathcal{K}(\mathcal{X}_{k-1})$ 。下一步，因为  $\beta \otimes \mathcal{Y} + (1 - \beta) \otimes \mathcal{K}(\mathcal{X}_k)$  与注意力机制密切相关，为了计算双重权重 ( $\beta, 1 - \beta$ ) 并进行了双重求和，提出了 DEAM

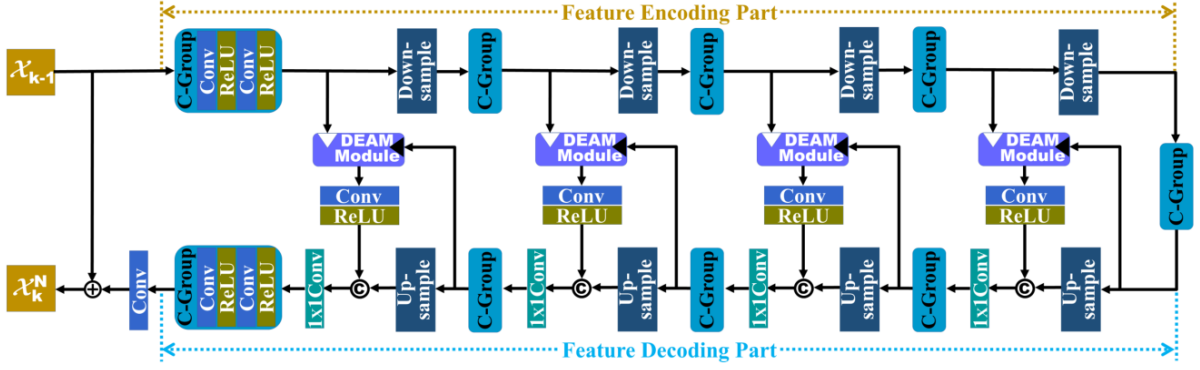


图 3. NLO 子网络的体系结构，其中 $\otimes$ 表示连接操作。它主要包括三个部分：特征编码部分（FEP，一系列卷积组（C-Groups），然后是下采样层）、特征解码部分（FDP，一系列卷积组，然后是上采样层）和 DEAM 模块组（用于跨尺度特征重新校准和交互）。

模块。具体而言， $\mathcal{Y}$  和  $\mathcal{X}_k^N$  都输入到 DEAM 模块中，以获得第  $k$  阶段的重新校准特征，从而确保 CNN 低层信息的可用性。第  $k$  个 DEAM 模块的输出可以写为  $\mathcal{X}_k = \mathcal{F}_{\text{deam}}^k([\mathcal{X}_k^N, \mathcal{Y}])$ ，其中  $\mathcal{F}_{\text{deam}}^k(\cdot)$  表示第  $k$  个 DEAM 运算符。

最后，重构模块将重构输出  $\mathcal{X}_k$ ，以获得第  $k$  个图像估计  $\mathbf{x}_k = \mathcal{L}(\mathcal{X}_k)$ 。值得注意的是，所有重建模块的参数都是共享的。此外，为了保证  $\mathcal{L}(\cdot)$  是  $\mathcal{T}(\cdot)$  的反转版本，论文在 FD 模块之后添加了一个由重构模块组成的额外分支，然后强制分支的输出与输入  $y$  闭合。当  $N$  个干净的噪声训练对  $\{\mathbf{x}(g), \mathbf{y}(g)\}_{g=1}^N$  时，网络可以通过优化如下  $L_p$  损失函数进行优化：

$$\mathcal{L}(\Theta) = \frac{1}{KN} \sum_{k=1}^K \sum_{g=1}^N \xi_k \left\| \mathcal{F}_{\text{DeamNet}}^k(\mathbf{y}(g)) - \mathbf{x}(g) \right\|_p^p + \frac{1}{N} \sum_{g=1}^N \eta \left\| \mathcal{L}(\mathcal{T}(\mathbf{y}(g))) - \mathbf{y}(g) \right\|_p^p \quad (4)$$

式中， $\sum_{k=1}^K \xi_k = 1$  和  $0 < \xi_1 < \xi_2 < \dots < \xi_K < 1$ 。  $\Theta = [\beta, \Theta_{\mathcal{T}}, \Theta_{\mathcal{X}}, \Theta_{\mathcal{L}}]$  表示可训练参数集（ $\beta$  与  $\lambda$  和  $\Lambda$  相关）。  $\mathcal{F}_{\text{DeamNet}}^k(\cdot)$  表示第  $k$  级 DeamNet 从带噪图像到纯净图像的映射函数。通过简单设置  $\xi_k = \vartheta \xi_{k-1} (\vartheta > 1)$ ，我们可以得到  $\xi_k = \frac{\vartheta-1}{\vartheta^K-1} \vartheta^{k-1}$ 。一般来说， $L_2$  损失对高斯噪声有很好的置信度，而  $L_1$  损失对异常值有更好的容忍度。因此，我们为高斯噪声设置  $p = 2$ ，为真实噪声设置  $p = 1$ 。

**高维 FD 去噪** FD 算子用于模拟  $\mathcal{T}(\cdot)$  的过程，该过程将噪声图像  $y$  投影到高维 FD，以获得初始特征估计  $\mathcal{Y} = \mathcal{T}(y)$ 。它由一个简单的结构实现：一个卷积层，后跟一个残差单元，其中一个 ReLU 层放在两个卷积层之间。在  $K$  个迭代阶段

之后，由重构模块  $\mathcal{L}(\cdot)$  重构输出  $\mathcal{X}_K$ ，该重构模块由一个简单的结构实现：一个残差单元，其中在两个卷积层之间放置一个 ReLU 层，然后是一个带有 1 个滤波器的卷积层。最后，我们可以得到估计  $\mathcal{L}(\mathcal{X}_K)$ 。为了保证  $\mathcal{L}(\cdot)$  是  $\mathcal{T}(\cdot)$  的逆算子，增加了一个只由 FD 和重构模块组成的分支，并强制该分支的输出与输入相同。

在高维 FD 中去噪具有以下优点：1) 原始噪声空间可以潜在地转换为 FD 空间，其中可以更容易的降低噪声，从而产生比像素域更精细的图像细节；2) 使用高维 FD 模块还可以增加特征通道数，提高信息流在深度网络中传输，获得更好的性能。相比之下，传统的深度展开网络在低维图像空间进行迭代去噪；3) 通过将地面真实图像和退化图像之间的残差视为要减少的噪声，该策略还可以使网络在其他红外应用中部署。

**NLO 子网络** 模型通过具有  $T$  空间分辨率的编码器-解码器架构来建模  $\mathcal{X}(\cdot)$ ，如图 3 所示。具体来说，输入特性  $\mathcal{X}_{k-1}$  在特征编码部分（FEP）中逐步过滤并降采样（降采样由一个步幅为 2 卷积层执行），来扩展感受野。因此，在特征解码部分（FDP）中，对下采样的特征进行逐步滤波并上采样（上采样通过  $\times 2$  插值和一个步长为 1 的卷积层的组合来实现）。为了让自适应特征重新校准和跨尺度特征交互，以获得更好的网络表达能力，论文将 DEAM 模块引入子网络。重新校准和交互的特征随后由卷积层进行调整，然后再由 ReLU 进行调整，然后通过连接和  $1 \times 1$  卷积层与上采样的卷积组特征进行融合。总的来说，每个 NLO 子网络中的第  $t$  个 DEAM 相关过程可以被



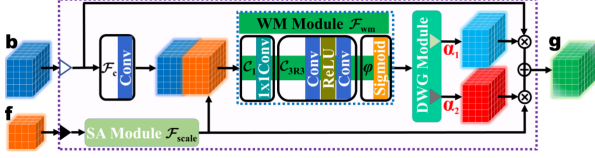


图 4. DEAM 模块图。⊗ 表示逐元素的乘积。比例调整 (SA) 模块将  $f$  放大到与  $b$  相同的空间分辨率。权重映射 (WM) 模块生成权重张量。双权重生成器 (DWG) 模块分别为  $b$  和  $f$  生成两个双权重张量  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$  ( $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ )。

视为 FEP 中第  $t$  个卷积组的输出  $\mathcal{X}_k^{et}$  上的跨尺度融合算子，以及 FDP 中第  $(t+1)$  倍下卷积组的输出  $\mathcal{X}_k^{d(t+1)}$  上的跨尺度融合算子。最后，使用残差重构算子  $\mathcal{F}_{r-rec}(\cdot)$  (由卷积层实现) 来重建残差特征，因此 NLO 子网的输出可以写为：

$$\mathcal{X}_k^N = \mathcal{H}(\mathcal{X}_{k-1}) = \mathcal{F}_{r-rec}(\mathcal{X}_k^{d1}) + \mathcal{X}_{k-1} \quad (5)$$

**DEAM 模块** 如何获得双权重 ( $\beta$  和  $1 - \beta$ ) 并实现  $\mathcal{Y}$  和  $\mathcal{H}(\mathcal{X}_k)$  的元素乘积对于展开去噪网络至关重要。通过将  $\mathcal{Y}$  视为低分辨率 (LR) 分支， $\mathcal{H}(\mathcal{X}_k)$  视为高分辨率 (HR) 分支，以及  $\{\beta, (1 - \beta)\}$  作为 LR 和 HR 分支的注意力图。为了使我们的模块具有更好的适应性，我们引入一个用于跨级别/跨尺度特征交互尺度调整 (SA) 模块。所有这些促使我们提出 DEAM 模块，如图 4 所示。

具体而言，DEAM 模块有两个输入 (粗特征  $b$  和高级特征  $f$ ) 和一个输出  $g$ 。首先， $b$  通过卷积层  $\mathcal{F}_c(\cdot)$  进行调整， $f$  通过 SA 模块  $\mathcal{F}_{scale}(\cdot)$  进行处理。在论文中，SA 模块是每个阶段 NLO 子网输出的相同的矩阵，是 NLO 子网络内 FDP 中卷积组输出的上采样模块。然后，这两个调整后的输入通过连接层连接，以获得特征  $f_0 = [\mathcal{F}_c(b), \mathcal{F}_{scale}(f)]$ 。然后， $f_0$  被传到权重映射 (WM) 模块。在 WM 模块中，首先使用  $1 \times 1$  卷积层  $\mathcal{C}_1$  来降低  $f_0$  的维数。接下来，使用两个具有  $s_0$  和  $s$  通道 ( $s_0 < s$ ) 和一个 ReLU 层来生成初始的元素级的特征权重来达到稳定性和非线性。一个 sigmoid 层  $\phi$  是用来归一化权重并生成权重向量  $\alpha$ 。总的来说， $\alpha$  可以如下表示：

$$\alpha = \mathcal{F}_{wm}(f_0) = \varphi(\mathcal{C}_{3R3}(\mathcal{C}_1(f_0))) \quad (6)$$

其中， $\mathcal{F}_{wm}(\cdot)$  表示 WM 运算符， $\mathcal{C}_{3R3}$  表示两个  $3 \times 3$  卷积层和一个 ReLU。然后， $\alpha$  被输入到双权重生成器 (DWG) 模块中，以生成两个双权重

张量 (如  $\alpha_1 = \alpha$  和  $\alpha_2 = 1 - \alpha$ ) 分别用于  $b$  和  $f$ 。最后，DEAM 模块的输出可以表示为

$$g = \alpha_1 \otimes b + \alpha_2 \otimes f = \alpha \otimes b + (1 - \alpha) \otimes f \quad (7)$$

在每个迭代阶段的 DEAM 模块中， $\alpha = \beta$  和  $1 - \alpha = 1 - \beta$  用于加权  $\mathcal{Y}$  和  $\mathcal{H}(\mathcal{X}_k)$ 。在每个 NLO 子网的 DEAM 模块中， $\alpha$  和  $1 - \alpha$  用于  $q$  权重  $\mathcal{X}_k^{et}$  和  $\mathcal{X}_k^{d(t+1)}$ 。

论文中也讨论了 DEAM 的优点。正如我们所知，注意力机制使网络能够对不同类型的信息具有辨别能力。然而，IR 中的大多数注意机制并没有太多地关注跨级别/跨尺度特征的交互。例如，在残差架构中，粗级别 (低频分支) 的低频信息表示输入的主分量。然而，在传统的注意机制中，低频分支的重要性在很大程度上被忽视。相反，如果低频分支在描述潜在特征方面不理想，DEAM 可以自适应地增加剩余分支的特征权重，反之亦然。此外，DEAM 中的初始特征信息可用性和跨层次特征交互可以进一步增强网络的表达能力。

这是整体模型的介绍，一些模型的优化方法由于不是本次的重点，而且由于篇幅原因，所以就没有在报告中写了。

### 3. 实验结果

在本节中，论文将展示我们的方法在合成和真实噪声数据集上的有效性。这里我将主要选出其中能够体现出模型不同模块性能的销蚀实验来对模型进行进一步分析。

表 1. DeamNet 的销蚀实验。噪声级为 25 时，Urban100 上的平均 PSNR(dB) 和 SSIM 值。

FD	x	x	✓	✓
DEAM	x	✓	x	✓
PSNR/SSIM	30.01/0.8890	30.52/0.8990	30.65/0.9018	30.85/0.9048

#### 3.1. 销蚀实验

**FD 模块的研究** 为了显示 FD 的效果，模型先将 FD 模块从 DeamNet 中移除。这意味着去噪是在像素域进行的，每个迭代阶段和 NLO 子网络的输入和输出只有一个通道。表 1 中的结果表明，如果不使用 FD，性能将显著降低。例如，与第三列和第一列相比，在不使用 FD 的情况下，

表 2. 运行时间 (秒) 和参数比较。

Method	BM3D	WNNM	TNRD	DnCNN	FFDNet	RED	MenNet	CFSNet	$N^3Net$
Size 256	0.76	210.26	0.47	0.01	0.01	1.36	0.88	0.04	0.17
Size 512	3.12	858.04	1.33	0.05	0.05	4.7	3.61	0.11	0.74
Size 1024	12.82	3603.68	4.61	0.16	0.11	15.77	14.69	0.38	3.25
# Params	-	-	27k	558k	490k	4131k	667k	1731k	706k
Method	ADNet	BRDNet	CBM3D	CBDNet	VDN	RIDNet	AINDNet	Ours	-
Size 256	0.02	0.05	0.98	0.03	0.04	0.07	0.05	0.05	-
Size 512	0.06	0.2	4.63	0.06	0.07	0.21	0.21	0.19	-
Size 1024	0.2	0.76	22.85	0.25	0.19	0.84	0.8	0.73	-
# Params	519k	1115k	-	6793k	7817k	1499k	13764k	2225k	-

性能从 30.65dB/0.9018 降低到 30.01dB/0.8890。这些结果验证了在 DeamNet 中, FD 处理比像素域处理更有效。

**DEAM 模块的研究** 从表 1 中, 我们可以得出结论, DEAM 是 DeamNet 中的一个有效模块, 可以带来更高的性能。例如, 通过添加 DEAM 模块, 对于没有 FD 的网络, PSNR/SSIM 增益为 0.51dB/0.0100。这些比较表明, DEAM 模块对于 DeamNet 的性能至关重要。注意, 没有 FD 和 DEAM 模块的网络可以被视为传统的基于一致性先验的去噪方法的扩展版本。表 1 中的结果表明, 基于 ACP 的去噪网络 (使用 FD 和 DEAM 模块) 比传统的基于一致性先验的网络获得了更好的结果, 这验证了 ACP 优于一致性先验的优越性。

还有一些在这个合成的噪声图像与真实噪声图像数据集上与其他模型进行对比, 结果自然是提出的模型比其他的模型分数高, 这里也不再赘述了。

**计算复杂度** 为了比较计算复杂度, 对于  $256 \times 256$ 、 $512 \times 512$  和  $1024 \times 1024$  大小的图像, 不同方法在 GPU 上的网络参数数和平均运行时间 (除 CPU 上的 BM3D [2]、CBM3D、WNNM 和 TNRD 外) 如表 2 所示。尽管 DeamNet 的速度比 DnCNN、FFDNet、CFSNet、ADNet 和 CBDNet 慢, 但其性能明显更好。DeamNet 还以较低的运行时间大幅优于 BM3D、CBM3D、WNNM、RED、MemNet 和 N3Net。此外, 与 BRDNet、RIDNet 和 AINDNet 相比, 我们的 DeamNet 仍然可以获得更高的 PSNR, 运行时间略低。对于参数, DeamNet 有一个合理的参数编号, 该编号

明显低于 RED、CBDNet、VDN 和 AINDNet。从而进一步证明了 DeamNet 的有效性。

#### 4. 总结

本文提出了一种新的图像去噪深度网络。与现有的大多数基于深度网络的去噪方法不同, 论文将新的 ACP 项引入到优化问题中, 然后利用展开策略利用优化过程为深度网络设计提供信息。我们的 ACP 驱动去噪网络结合了经典去噪方法的一些有价值的成果, 并在一定程度上提高了其可解释性。实验结果表明, 该网络具有良好的去噪性能。

当然在本次实验中, 我们也可以看到金老师在课上提到的传统算法的运算速度快这个优点目前由于深度学习参数量很大目前还是很难超过, 如何使用更少的参数得到更好的性能是非常值得研究的问题。这次的论文结合了经典的算法, 并结合了深度学习网络, 很好的平衡了计算精度和速度。

#### 参考文献

- [1] C. Ren, X. He, C. Wang, and Z. Zhao, "Adaptive consistency prior based deep network for image denoising," in Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), June 2021, pp. 8596–8606. 1
- [2] K. Dabov, A. Foi, V. Katkovnik, and K. Egiazarian, "Image restoration by sparse 3d transform-domain collaborative filtering," in Image Processing: Algorithms and Systems VI, vol. 6812. SPIE, 2008, pp. 62–73. 2, 5