Lietišķie algoritmi – 3. mājas darbs

Termiņš: otrdiena, 27. novembris.

1. **LP sastādīšana.** Ir n pilsētas un m vietas, kur var uzbūvēt noliktavu. Doti šādi nosacījumi:

   - katrai pilsētai i - kopa S_i, kas sastāv no vietām j, no kurām būtu iespējams apkalpot pilsētu i, ja vietā j uzbūvētu noliktavu.
   - katrai vietai j - izmaksas a_j, lai uzbūvētu noliktavu šajā vietā.

   Noteikt minimālās izmaksas, lai uzbūvētu noliktavu kopu ar īpašību, ka katru pilsētu var apkalpot no vismaz vienas no šīm noliktavām. *[10 punkti.]*

2. **LP risināšana.** Apskatām lineāro programmu

   $$\text{Maksimizēt } 2x_1 + x_2$$

   ar nosacījumiem

   $$\begin{aligned} x_1 &\leq 10 \\ x_1 + x_2 &\leq 14 \\ x_2 &\leq 9 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

   (a) Atrisināt šo lineāro programmu, izmantojot simpleksa metodes tabulas variantu. *[8 punkti.]*

   (b) Uzrakstīt šai lineārajai programmai duālo programmu. *[4 punkti.]*

   (c) Nodemonstrēt vienu soli iekšējā punkta metodes afīnās skalēšanas variantam, sākot ar $x_1 = x_2 = 1$. *[8 punkti.]*

3. **I-iespēja (atzīmei 10).** Apskatām uzdevumu par maksimālo sapārojumu. Šajā uzdevumā doti n cilvēki un n uzdevumi ar nosacījumiem, kuri cilvēki drīkst pildīt kurus uzdevumus. Jānosaka maksimālais uzdevumu skaits, ko var izpildīt vienlaikus, ja viens cilvēks drīkst pildīt ne vairāk kā vienu uzdevumu (un vienu uzdevumu drīkst pildīt ne vairāk kā viens cilvēks). Šo uzdevumu var modelēt ar lineāru programmu ar mainīgajiem x_{ij} katram i, j, kur i ir cilvēks, kas drīkst pildīt uzdevumu j:

   $$\text{Maksimizēt } \sum_{ij} x_{ij}$$

ar nosacījumiem

$$\sum_j x_{ij} \le 1 \text{ katram } i$$

$$\sum_i x_{ij} \le 1 \text{ katram } j$$

$$0 \le x_{ij}, x_{ij} \le 1 \text{ katram } i,j$$

Pierādīt, ka šīs programmas maksimums reālos skaitļos sakrīt ar tās maksimumu veselos skaitļos (tas ir, katram atrisinājumam reālos skaitļos, kas sasniedz summu S, ir atrisinājums veselos skaitļos, kas sasniedz summu, kas ir vismaz S). *[10 punkti.]*