

# Datu saspiešana V (Tornado kodi)

## 1. Ievads un motivācija

Tornado kodi izstrādāti 1990.-to gadu beigās. Tie nodrošina datu pārraidi situācijās, kad liela datu daļa var tikt pazaudēta, bet saņemtie dati ir pareizi. (Piemēram, pārraidot datu paketes Internetā, tīkla zemākie līmeņi nodrošina, ka, ja pakete tiek saņemta, tad tās dati gandrīz vienmēr ir pareizi. Pakešu pazušana savukārt ir diezgan bieža.)

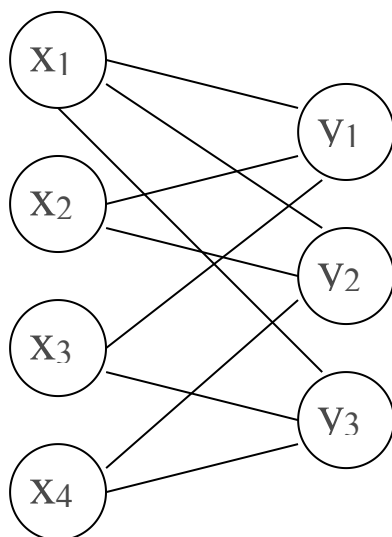
No piemēriem iepriekšējā lekcijā zināms, ka šādā situācijā var lietot Rīda-Solomona kodus. Taču to atkodēšanai nepieciešams vai nu risināt lineāras vienādojumu sistēmas vai arī veikt interpolāciju. Abos gadījumos nepieciešamie aprēķini ir diezgan darbietilpīgi. Tornado kodi nodrošina iespēju koriģēt (datu pazušanas) kļūdu apjomu, kas līdzīgs Rīda-Solomona kodiem, izmantojot tikai XOR operāciju.

## 2. Grafu kodi

Vienkāršākais tornado kodu speciālgadījums ir šāds. Kods sastāv no ziņojuma bitiem  $x_1, x_2, \dots$  un kontrolbitiem  $y_1, y_2, \dots$ . Katrs kontrolbits ir vairāku ziņojuma bitu XOR (summa pēc moduļa 2). Šādu kodu var attēlot ar divdaļīgu grafu, kur virsotnes kreisajā pusē atbilst ziņojuma bitiem  $x_1, x_2, \dots$ , bet virsotnes labajā pusē - kontrolbitiem  $y_1, y_2, \dots$ . Ja kontrolbits  $y_i$  ir kaut kādu ziņojuma bitu  $x_j$  XOR, tad  $y_i$  atbilstošā virsotne tiek savienota ar katram  $x_j$  atbilstošo virsotni. Piemēram, Heminga kodam, kur kontrolbiti definēti kā

$$\begin{aligned} y_1 &= x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \\ y_2 &= x_1 \oplus x_2 \oplus x_4 \\ y_3 &= x_1 \oplus x_3 \oplus x_4 \end{aligned}$$

atbilst šāds grafs:



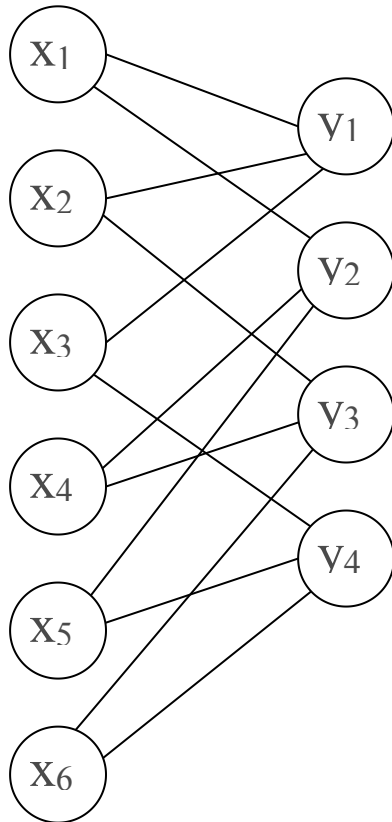
Pieņemsim, ka mums ir situācija, kad visi kontrolbiti  $y_i$  saņemti, bet trūkst dažu ziņojuma bitu. Tad atkodēšanu var veikt šādi:

1. Atrodam kontrolbitu  $y_i$ , kuram ir zināmi visi  $x_j$ , kas izmantoti tā aprēķinā, atskaitot vienu.

2. Izmantojot zināmās vērtības, aprēķinam trūkstošo  $x_j$ .
3. Ja vēl nav atrasti visi  $x_j$ , atgriežamies pie 1. soļa un meklējam nākošo  $y_i$ , kuram ir zināmi visi tajā ietilpstošie  $x_j$ , atskaitot vienu.

**Piemērs.**

Kļūdas koriģējošs kods uzdots ar šādu grafu:



Zināms, ka  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 0$ ,  $x_5 = 1$ ,  $y_1 = 0$ ,  $y_2 = 1$ ,  $y_3 = 1$ ,  $y_4 = 0$ . Noteikt pazaudētos ziņojuma bitus.

**Atrisinājums.**

1. Pēc  $y_1 = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3$  nosakām, ka  $0 = 1 \oplus 0 \oplus x_3$ , kas nozīmē, ka  $x_3 = 1$ .
2. Pēc  $y_3 = x_1 \oplus x_4 \oplus x_5$  nosakām, ka  $1 = 1 \oplus x_4 \oplus 1$ , kas nozīmē, ka  $x_4 = 1$ .
3. Pēc  $y_4 = x_3 \oplus x_5 \oplus x_6$  nosakām, ka  $0 = 1 \oplus 1 \oplus x_6$ , kas nozīmē, ka  $x_6 = 0$ .