关于公式的专题

一、轴向拉伸与压缩（第8章）

正应力公式

横截面上各点处仅存在正应力，并沿横截面均匀分布

$$\sigma = \frac{F_N}{A}$$

切应力公式

$$\tau = F_Q/A$$

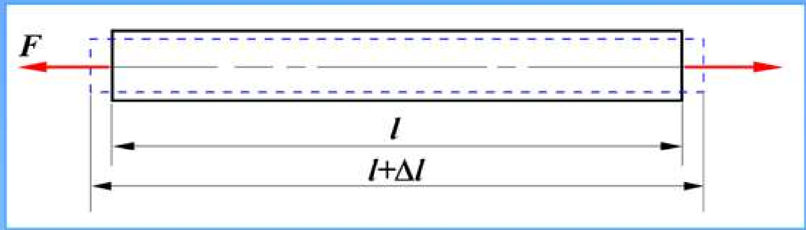
A——剪切面面积

挤压应力公式

$$\sigma_{jy} = F_{jy}/A_{jy}$$

A_{jy}——剪切面面积

轴向变形基本公式



$$\sigma = E\varepsilon$$

—胡克定律

$$\boxed{\Delta l = \frac{F_N l}{EA}}$$

- EA —杆截面的 拉压刚度
- Δl —伸长为正，缩短为负

二、扭矩的正负号（第9章 扭转）

$$\tau = G\gamma$$

—剪切胡克定律

扭转应力

$$\tau_\rho = \frac{T\rho}{I_p}$$

$$I_p = \int_A \rho^2 dA$$ —极惯性矩

$$\tau_{max} = \frac{T}{W_p}$$

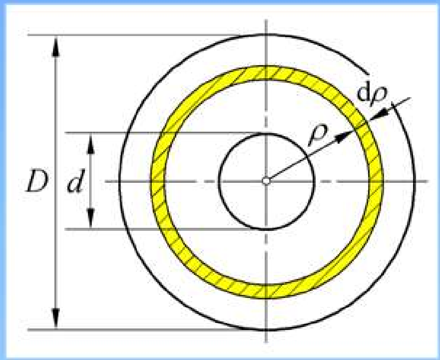
$$W_p = \frac{I_p}{R}$$ —抗扭截面系数

极惯性矩与抗扭截面系数

❶ 空心圆截面

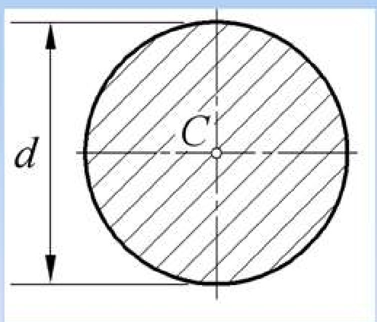
$$I_p=\frac{\pi D^4}{32}\left(1-\alpha^4\right) \qquad \alpha=\frac{d}{D}$$

$$W_p=\frac{I_p}{\frac{D}{2}}=\frac{\pi D^3}{16}\left(1-\alpha^4\right)$$



❷ 实心圆截面

$$I_p=\frac{\pi d^4}{32} \qquad W_p=\frac{\pi d^3}{16}$$



扭转变形一般公式

$$\varphi=\frac{Tl}{GI_p}$$

GI_p —圆轴截面扭转刚度

$$\theta=\frac{d\varphi}{dx}=\frac{T}{GI_p}$$

$[q]$ —单位长度的许用扭转角

三、弯曲应力（第11章）

中性层曲率 $$\frac{1}{\rho}=\frac{M}{EI_z}$$

（I_z 一惯性矩）

（EI_z 一截面弯曲刚度）

弯曲应力 $$\sigma(y)=\frac{My}{I_z}$$

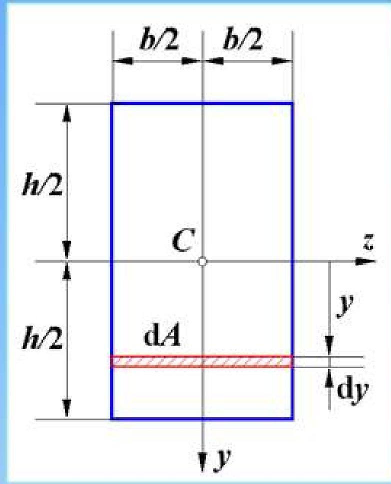
$$\sigma_{\max}=\frac{M}{W_z}$$

$$W_z=\frac{I_z}{y_{\max}}$$ —抗弯截面系数

矩形截面惯性矩

$$I_z=\int_A y^2\mathrm{d}A=\int_{-h/2}^{h/2}y^2b\mathrm{d}y=\frac{bh^3}{12}$$

$$W_z=\frac{I_z}{y_{\max}}=\frac{\frac{bh^3}{12}}{\frac{h}{2}}=\frac{bh^2}{6}$$

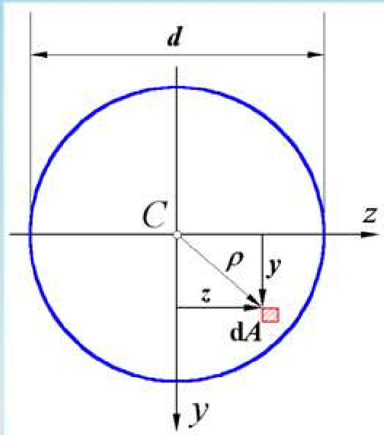


圆形截面惯性矩

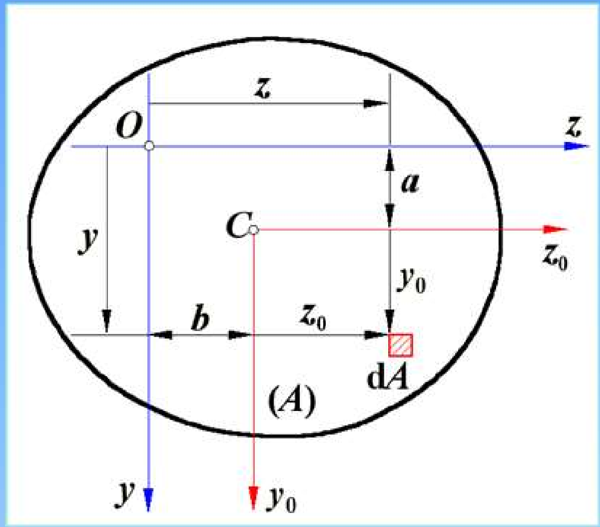
$$I_\mathrm{p}=\int_A\rho^2\mathrm{d}A=\int_A(y^2+z^2)\mathrm{d}A$$

$$I_\mathrm{p}=I_z+I_y\qquad I_\mathrm{p}=2I_z$$

$$I_z=\frac{I_\mathrm{p}}{2}=\frac{\pi d^4}{64}\qquad W_z=\frac{\pi d^4}{64}\frac{2}{d}=\frac{\pi d^3}{32}$$



平行轴定理



$$I_z = I_{z_0} + Aa^2$$

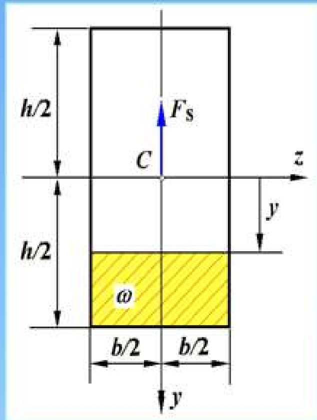
$$I_y = I_{y_0} + Ab^2$$

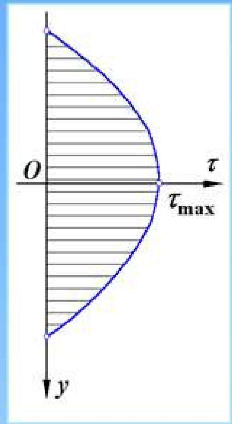
Cy_0z_0—形心直角坐标系

Oyz —任意直角坐标系

二者平行

矩形截面弯曲切应力公式





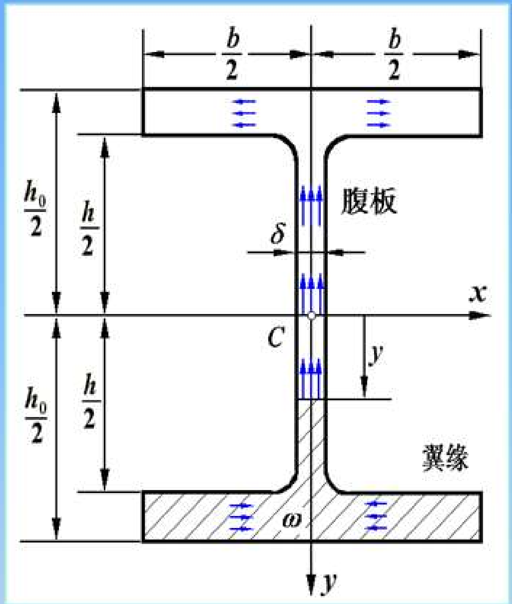
$$\tau(y)=\frac{3F_S}{2bh}\left(1-\frac{4y^2}{h^2}\right)$$

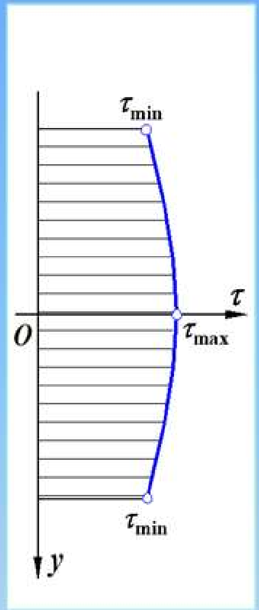
$$\tau_{max}=\frac{3}{2}\frac{F_S}{A}$$

不用记

工字形薄壁梁弯曲切应力公式

不用记



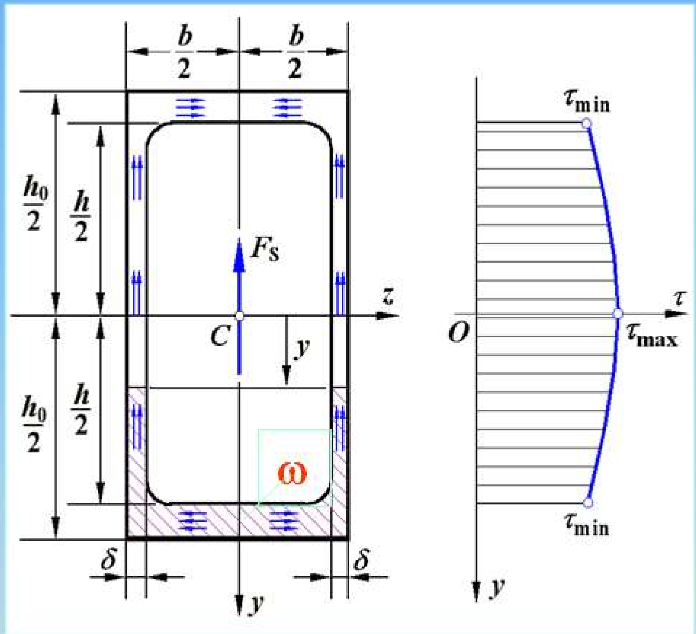


$$\tau(y)=\frac{F_S}{8I_z\delta}\left[b(h_0^2-h^2)+\delta(h^2-4y^2)\right]$$

$$\tau_{\max}=\tau(0) \qquad \tau_{\min}=\tau(\pm\frac{h}{2})$$

盒形薄壁梁

不用记



$$\tau(y)=\frac{F_S}{16I_z\delta}\left[b(h_0^2-h^2)+2\delta(h^2-4y^2)\right]$$

$$\tau_{max}=\tau(0) \qquad \tau_{min}=\tau(\pm\frac{h}{2})$$

四、弯曲变形（第12章）

$$\frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}x^2}=\frac{M(x)}{EI}$$

—挠曲轴近似微分方程

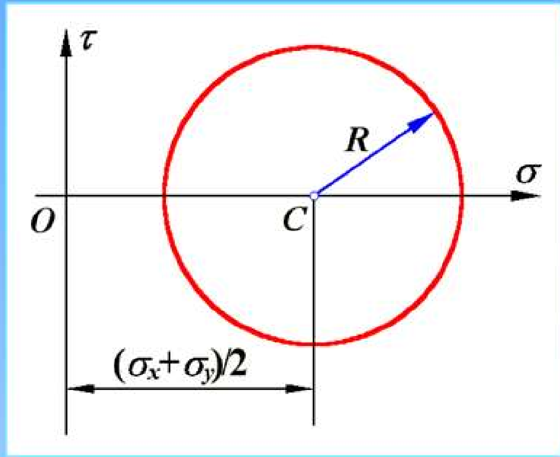
各种典型挠曲线挠度和转角不用记

五、应力状态分析（第13章）

斜截面应力公式

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\cos2\alpha - \tau_x\sin2\alpha$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\sin2\alpha + \tau_x\cos2\alpha$$ 不用记



应力圆圆心C的坐标为：$\left(\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2},\ 0\right)$

应力圆半径为：$R=\sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_x^2}$

平面状态的极值应力

$$\left.\begin{matrix}\sigma_{\max}\\ \sigma_{\min}\end{matrix}\right\} = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_x^2}$$

$$\left.\begin{matrix}\tau_{\max}\\ \tau_{\min}\end{matrix}\right\} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_x^2}$$

$$\tan 2\alpha_0 = -\frac{2\tau_x}{\sigma_x-\sigma_y}$$

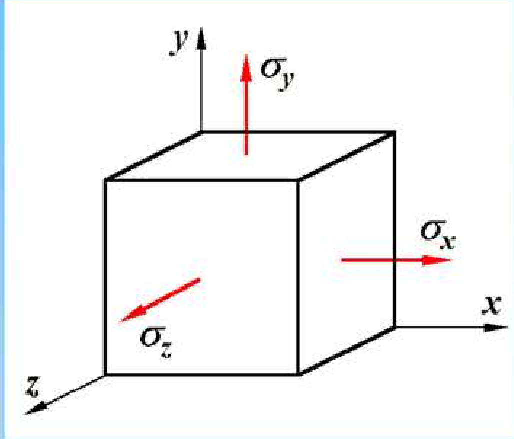
$$\tan\alpha_0 = -\frac{\tau_x}{\sigma_x-\sigma_{\min}} = -\frac{\tau_x}{\sigma_{\max}-\sigma_y}$$

广义胡克定律（三向应力状态）

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}[\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)]$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}[\sigma_y - \mu(\sigma_z + \sigma_x)]$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}[\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)]$$



六、复杂应力状态强度问题（第14章）

最大拉应力理论——第一强度理论

$$\sigma_1 \le [\sigma]$$

最大拉应变理论——第二强度理论

$$\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \le [\sigma]$$

最大切应力理论——第三强度理论

$$\sigma_{r,3} = \sigma_1 - \sigma_3 \le [\sigma]$$

畸变能理论——第四强度理论

$$\sigma_{r4} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2} \le [\sigma]$$

单向与纯剪切组合应力状态的强度条件

$$\sigma_{r3}=\sqrt{\sigma^2+4\tau^2}\le[\sigma] \qquad \sigma_{r4}=\sqrt{\sigma^2+3\tau^2}\le[\sigma]$$

1. 弯拉（压）组合

$$\sigma_{\max}=\frac{F_N}{A}+\frac{M_{\max}}{W_z}$$

2. 弯扭组合(圆轴)

$$\sigma_{r3}=\sqrt{\sigma_M^2+4\tau_T^2}\le[\sigma] \qquad \sigma_{r4}=\sqrt{\sigma_M^2+3\tau_T^2}\le[\sigma]$$

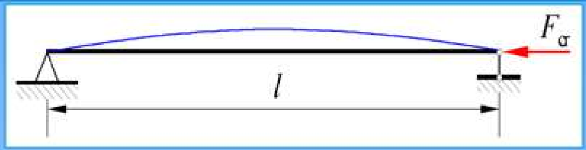
$$\sigma_{r3}=\frac{\sqrt{M^2+T^2}}{W}\le[\sigma] \qquad \sigma_{r4}=\frac{\sqrt{M^2+0.75T^2}}{W}\le[\sigma]$$

3. 弯拉扭组合

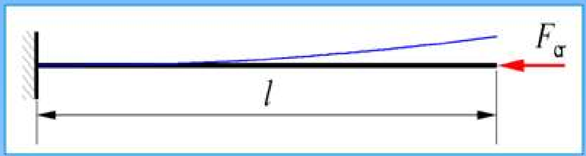
$$\sigma_{r3}=\sqrt{(\sigma_M+\sigma_N)^2+4\tau_T^2}\le[\sigma] \qquad \sigma_{r4}=\sqrt{(\sigma_M+\sigma_N)^2+3\tau_T^2}\le[\sigma]$$

七、压杆稳定问题（第15章）

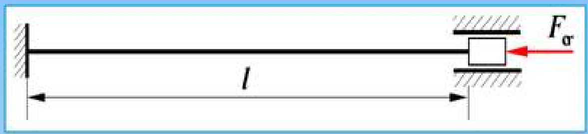
欧拉公式一般表达式



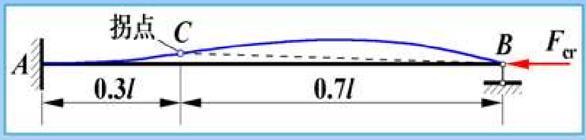
$$F_{cr}=\frac{\pi^2 EI}{l^2}$$ 两端铰支 $\mu=1$



$$F_{cr}=\frac{\pi^2 EI}{(2l)^2}$$ 一端自由，一端固定 $\mu=2$



$$F_{cr}=\frac{\pi^2 EI}{(l/2)^2}$$ 两端固定 $\mu=\frac{1}{2}$



$$F_{cr}=\frac{\pi^2 EI}{(0.7l)^2}$$ 一端铰支，另一端固定 $\mu=0.7$

$$\boxed{F_{cr}=\frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2}}$$

μl－ 相当长度—相当的两端铰支细长压杆的长度

μ－ 长度因数—代表支持方式对临界载荷的影响

临界应力

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{\mu l}{i}\right)^2}$$

$i = \sqrt{\frac{I}{A}}$ —截面惯性半径

$\lambda = \frac{\mu l}{i}$ —柔度或细长比

$$\boxed{\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}}$$

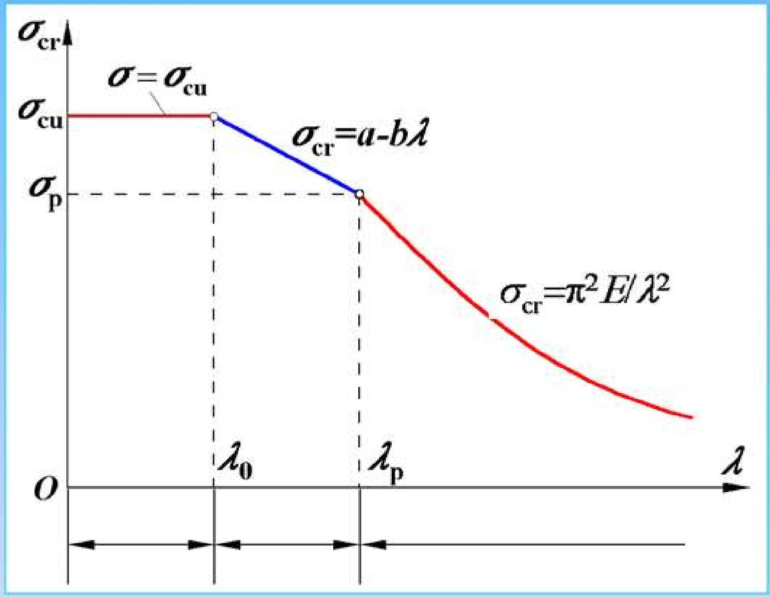
欧拉公式的适用范围：$\boxed{\lambda \geq \lambda_p}$

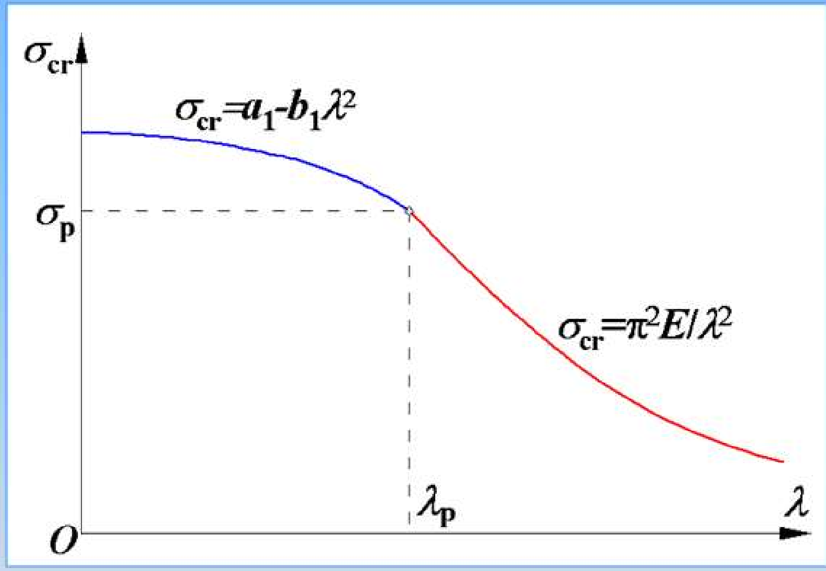
临界应力经验公式

$\lambda < \lambda_p$ 的压杆—非细长杆

1. 直线型经验公式

$$\sigma_{cr} = a - b\lambda \qquad (\lambda_0 < \lambda < \lambda_p)$$





2. 抛物线型经验公式

$$\sigma_{cr} = a_1 - b_1\lambda^2 \qquad (0 < \lambda < \lambda_p)$$