МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ
“ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

Кафедра систем штучного інтелекту

Лабораторна робота
з дисципліни
«Алгоритмізація та програмування»

Виконав:
студент групи КН-109
Кіндрат Володимир
Викладач:
Гасько Р.Т.

Львів – 2018р.

Лабораторна робота №3.

Тема: "Обчислення функцій з використанням їхнього розкладу в степеневий ряд" Мета: Практика в організації ітераційних й арифметичних циклів.

1. Короткі теоретичні відомості Дійсна функція f(x) називається аналітичної в точці ε, якщо в деякому околі |x-ε|<R цієї точки функція розкладається в степеневий ряд (ряд Тейлора):

f x f f x

f

x

f

n

x

n n( ) ( ) ( )( ) ( ) ! ( ) ... ( ) ! ( ) ... ( ) = + ′ − + ″ − + + − + ε ε ε ε ε ε ε 2

2

(1)

При ε=0 отримаємо ряд Маклорена:

f x f f x

f

x

f

n

x

n n( ) ( ) ( )( ) ( ) ! ( ) ... ( ) ! ( ) ... ( ) = + ′ + ″ + + +0 0 0 2 02

(2)

Різниця

R x f x

f

k xn k

k

k

n

( ) ( )

( ) !

( )

( ) = − − = ∑ ε

ε 0 (3) називається залишковим членом і є помилкою при заміні функції f(x) поліномом Тейлора. Для ряду Маклорена

R x

f x n xn n n( ) ( ) ( )! ( ) = ⋅ + +

+

1

1

1 θ

де 0<θ<1. (4) Таким чином, обчислення значення функції можна звести до обчислення суми числового ряду a1+a2+ . . . +an+ . . . . (5) Відомо, що числовий ряд називається збіжним, якщо існує границя послідовності його часткових сум:

S

S

n n= → ∞ lim

, (6) де Sn= a1+a2+ . . . +an+ . . . . Число S називається сумою ряду. З формули (13) отримаємо S=Sn+Rn , де Rn - залишок ряду, причому R→0 при n→∞.

23 Для знаходження суми S збіжного ряду (5) із заданою точністю ε потрібно вибрати число доданків n настільки великим, щоб виконувалась нерівність |Rn|<ε. Тоді часткова сума Sn приблизно може бути прийнята за точну суму S ряду (5). Приблизно n вибрати так, щоб виконувалась нерівність |Sn+1-Sn|<ε або an<ε. Завдання зводиться до заміни функції степеневим рядом і знаходженню суми деякої кількості доданків S a x n n= ∑ (,)при різних параметрах підсумовування x. Кожен доданок суми залежить від параметра x і номера n, що визначає місце цього доданка в сумі. Зазвичай формула загального члена суми належить одному з таких трьох типів:

а)

x n n ! ;

( ) ( )!− + + 1 2 1 2 1 n nx n ;

x

n

n2 2( )!;

б)

cos( ) nx n ;

sin( ) 2 1 2 1 n x n − − ;

cos( ) 2 4 1 2 nx n − ;

в)

x n n4 1 4 1 + + ;

( )

cos( ) −1 2 n nx n ;

n

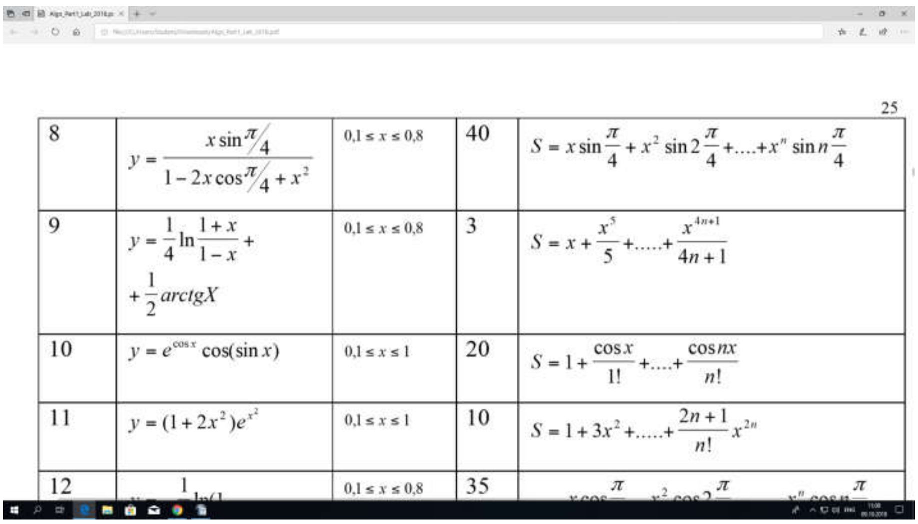
n x n2 1 2 + ! ( )

. У випадку а) для обчислення члена суми an доцільно використовувати рекурентні співвідношення, тобто представляти наступний член суми через попередній: an+1=ψ(x, n)an. Це дозволить істотно скоротити обсяг обчислювальної роботи. Крім того, обчислення члена суми за загальною формулою в деяких випадках неможливо (наприклад через наявність n!). У випадку б) застосування рекурентних співвідношень недоцільно. Обчислення будуть найбільш ефективними, якщо кожен член суми обчислювати за загальною формулою an=φ(x, n).

24 У випадку в) член суми доцільно представити у вигляді двох співмножників, один із яких обчислюється за рекурентним співвідношенням, а інший безпосередньо an=φ(x, n)*cn(x,n), де cn=cn-1ψ(x,n).

Варіант 9.

Завдання 1.



25

8	$y = \dfrac{x \sin \pi/4}{1 - 2x \cos \pi/4 + x^2}$	$0,1 \le x \le 0,8$	40	$S = x \sin \dfrac{\pi}{4} + x^2 \sin 2\dfrac{\pi}{4} + ... + x^n \sin n\dfrac{\pi}{4}$
9	$y = \dfrac{1}{4} \ln \dfrac{1+x}{1-x} + \dfrac{1}{2} arctgX$	$0,1 \le x \le 0,8$	3	$S = x + \dfrac{x^5}{5} + ... + \dfrac{x^{4n+1}}{4n+1}$
10	$y = e^{\cos x} \cos(\sin x)$	$0,1 \le x \le 1$	20	$S = 1 + \dfrac{\cos x}{1!} + ... + \dfrac{\cos nx}{n!}$
11	$y = (1 + 2x^2) e^{x^2}$	$0,1 \le x \le 1$	10	$S = 1 + 3x^2 + ... + \dfrac{2n+1}{n!} x^{2n}$
12	[illegible]	$0,1 \le x \le 0,8$	35	[illegible]

Розв’язання:

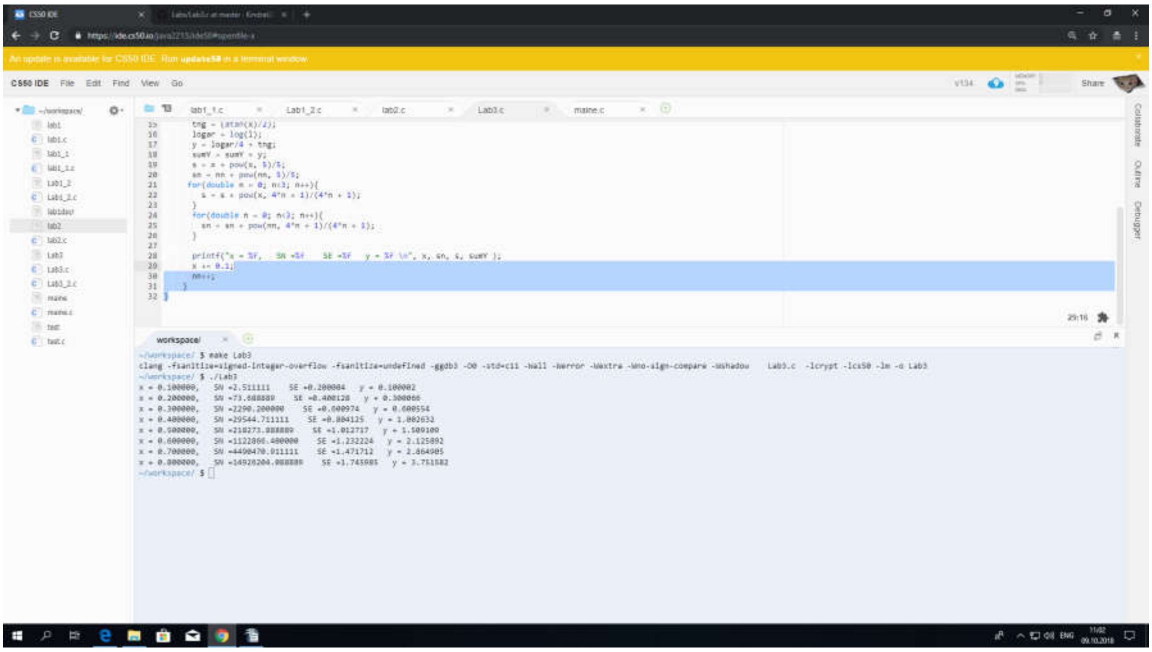
```
#include<stdio.h>
#include<math.h>


int main(void)
{

  double  logar, l, tng, y, s, sn;
  double x = 0.1;
  double sumY = 0;
  double nn = 1;
for(int a = 1; a <= 8; a++)
    {
     l = (1 + x) / (1 - x);
     tng = (atan(x)/2);
     logar = log(l);
     y = logar/4 + tng;
     sumY = sumY + y;
     s = x + pow(x, 5)/5;
     sn = nn + pow(nn, 5)/5;
    for(double n = 0; n<3; n++){
       s = s + pow(x, 4*n + 1)/(4*n + 1);
     }
     for(double n = 0; n<3; n++){
       sn = sn + pow(nn, 4*n + 1)/(4*n + 1);
     }

     printf("x = %f,   SN =%f    SE =%f   y = %f \n", x, sn, s, sumY );
     x += 0.1;
     nn++;
   }
}
```

Результат роботи програми:



Висновок: Під час роботи навчився створювати найпростіші комп'ютерні програми та обчислювати за допомогою них математичні вирази. Зрозумів різницю у використанні різних типів змінних та деяких математичних функцій.

Прогрес курсу CS50: