

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ
“ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”**

Кафедра систем штучного інтелекту

Лабораторна робота
з дисципліни
«Алгоритмізація та програмування»

Виконав:
студент групи КН-109
Кіндрат Володимир
Викладач:
Гасько Р.Т.

Львів – 2018р.

Лабораторна робота №3.

Тема: "Обчислення функцій з використанням їхнього розкладу в степеневий ряд"

Мета: Практика в організації ітераційних й арифметичних циклів.

1. Короткі теоретичні відомості

Дійсна функція $f(x)$ називається аналітичною в точці ε , якщо в деякому околі $|x-\varepsilon|<R$ цієї точки функція розкладається в степеневий ряд (ряд Тейлора):

$$f(x) = f(\varepsilon) + f'(\varepsilon)(x - \varepsilon) + \frac{f''(\varepsilon)}{2!}(x - \varepsilon)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(\varepsilon)}{n!}(x - \varepsilon)^n + \dots \quad (1)$$

При $\varepsilon=0$ отримаємо ряд Маклорена:

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \dots \quad (2)$$

Різниця
$$R_n(x) = f(x) - \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(\varepsilon)}{k!}(x - \varepsilon)^k \quad (3)$$

називається залишковим членом і є помилкою при заміні функції $f(x)$ поліномом Тейлора.

Для ряду Маклорена

$$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\theta \cdot x)}{(n+1)!} x^{n+1} \quad \text{де } 0 < \theta < 1. \quad (4)$$

Таким чином, обчислення значення функції можна звести до обчислення суми числового ряду

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots \quad (5)$$

Відомо, що числовий ряд називається збіжним, якщо існує границя послідовності його часткових сум:

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n, \quad (6)$$

$$\text{де } S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots$$

Число S називається сумою ряду.

З формули (13) отримаємо $S = S_n + R_n$,

де R_n - залишок ряду, причому $R \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$.

Для знаходження суми S збіжного ряду (5) із заданою точністю ε потрібно вибрати число доданків n настільки великим, щоб виконувалась нерівність

$$|R_n| < \varepsilon.$$

Тоді часткова сума S_n приблизно може бути прийнята за точну суму S ряду (5).

Приблизно n вибрати так, щоб виконувалась нерівність $|S_{n+1} - S_n| < \varepsilon$ або $a_n < \varepsilon$.

Завдання зводиться до заміни функції степеневим рядом і знаходженню суми деякої кількості доданків $S = \sum a_n(x, n)$ при різних параметрах підсумовування x . Кожен доданок суми залежить від параметра x і номера n , що визначає місце цього доданка в сумі.

Зазвичай формула загального члена суми належить одному з таких трьох типів:

а) $\frac{x^n}{n!}; \quad (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}; \quad \frac{x^{2n}}{(2n)!};$

б) $\frac{\cos(nx)}{n}; \quad \frac{\sin(2n-1)x}{2n-1}; \quad \frac{\cos(2nx)}{4n^2-1};$

в) $\frac{x^{4n+1}}{4n+1}; \quad (-1)^n \frac{\cos(nx)}{n^2}; \quad \frac{n^2+1}{n!} \left(\frac{x}{2}\right)^n.$

У випадку а) для обчислення члена суми a_n доцільно використовувати рекурентні співвідношення, тобто представляти наступний член суми через попередній: $a_{n+1} = \psi(x, n)a_n$. Це дозволить істотно скоротити обсяг обчислювальної роботи. Крім того, обчислення члена суми за загальною формулою в деяких випадках неможливо (наприклад через наявність $n!$).

У випадку б) застосування рекурентних співвідношень недоцільно. Обчислення будуть найбільш ефективними, якщо кожен член суми обчислювати за загальною формулою $a_n = \phi(x, n)$.

У випадку в) член суми доцільно представити у вигляді двох співмножників, один із яких обчислюється за рекурентним співвідношенням, а інший безпосередньо $a_n = \phi(x, n) * c_n(x, n)$, де $c_n = c_{n-1} \psi(x, n)$.

2. Постановка завдання

Для x , що змінюється від a до b з кроком $(b-a)/k$, де $(k=10)$, обчислити функцію $f(x)$, використовуючи її розклад в степеневий ряд у двох випадках:

а) для заданого n ;

б) для заданої точності ε ($\varepsilon=0.0001$).

Для порівняння знайти точне значення функції.

Варіант 9

9	$y = \frac{1}{4} \ln \frac{1+x}{1-x} + \frac{1}{2} \arctg X$	$0,1 \leq x \leq 0,8$	3	$S = x + \frac{x^5}{5} + \dots + \frac{x^{4n+1}}{4n+1}$
---	--	-----------------------	---	---

Розв'язання:

```
#include<stdio.h>
#include<math.h>
```

```
int main(void)
{
    double logar, l, tng, y, e;
    double x = 0.1;
    double sn = 0;
    for(int k = 0; k < 10; k++)
    {
        double se = 0;
        l = (1 + x) / (1 - x);
        tng = (atan(x)/2);
        logar = log(l);
        y = logar/4 + tng;
        for(int ch = 0; ch < 3; ch++){
            double n = 1;
            sn += pow(x, 4*n+1)/ (4*n + 1);
            n++;
        }
        while(se <= 0.0001){
            for(int ch = 0; ch < 3; ch++){
                double g = 1;
                e = pow(x, 4 * g + 1)/ (4*g + 1);
```

```

        se += e;
        g++;
    }
}

x += 0.07;
printf("x = %f, SN = %F SE = %f y = %f\n", x, sn, se, y);
}
}

```

The screenshot shows the CS50 IDE interface. The main editor displays a C program in `maine.c`. The program includes `stdio.h` and `math.h`, and defines a `main` function. It calculates values for `sn`, `se`, and `y` based on a loop over `k` and a while loop over `se`. The output window at the bottom shows the results of the program execution.

CS50 IDE Interface:

- Top Bar:** Kindrat22/Labs, Lil Peep & XXXTENTACION, CS50 IDE, v134, MEMORY, CPU, DISK, Share.
- Left Panel:** File Explorer showing the workspace structure with files like `lab1.c`, `lab1_1.c`, `lab1_2.c`, `lab1dscr`, `lab2.c`, `Lab3.c`, `Lab3_2.c`, `maine.c`, `test`, and `test.c`.
- Main Editor:** `maine.c` with the following code:


```

1 #include<stdio.h>
2 #include<math.h>
3
4 int main(void)
5 {
6     double logar, l, tng, y, e;
7     double x = 0.1;
8     double sn = 0;
9     for(int k = 0; k < 10; k++)
10     {
11         double se = 0;
12         l = (1 + x) / (1 - x);
13         tng = (atan(x)/2);
14         logar = log(1);
15         y = logar/4 + tng;
16         for(int ch = 0; ch < 3; ch++){
17             double n = 1;
18             sn += pow(x, 4*n+1) / (4*n + 1);
19             n++;
20         }
21         while(se <= 0.0001){

```
- Output Window:**

```

x = 0.170000, SN = 0.000006 SE = 0.000102 y = 0.100002
x = 0.240000, SN = 0.000091 SE = 0.000170 y = 0.170028
x = 0.310000, SN = 0.000569 SE = 0.000478 y = 0.240160
x = 0.380000, SN = 0.002287 SE = 0.001718 y = 0.310576
x = 0.450000, SN = 0.007041 SE = 0.004754 y = 0.381603
x = 0.520000, SN = 0.018112 SE = 0.011072 y = 0.453777
x = 0.590000, SN = 0.040925 SE = 0.022812 y = 0.527930
x = 0.660000, SN = 0.083820 SE = 0.042895 y = 0.605350
x = 0.730000, SN = 0.158960 SE = 0.075140 y = 0.688093
x = 0.800000, SN = 0.283344 SE = 0.124384 y = 0.779653

```
- Right Panel:** Workspace Members, Read-Write, Notifications (0), Group Chat.
- Bottom Bar:** Windows taskbar showing the time 20:10 and date 11.10.2018.