

Documents autorisés : cours, TD, notes manuscrites. Barème indicatif : 8 + 12. Durée : 1h.

Exercice 1

Le tableau suivant présente une distribution des diamètres en cm à hauteur d'homme de 80 tecks sur une parcelle-témoin (source : FAO).

Diamètre x_i	Nombre n_i
[11,14[11
[14,17[20
[17,20[30
[20,23[15
[23,26[4

1. Représenter graphiquement.
2. Reproduire et compléter le tableau suivant avec les fréquences et les fréquences cumulées.

Diamètre x_i	Nombre n_i	Fréquence f_i	Fréquence cumulée
[11,14[11		
[14,17[20		
[17,20[30		
[20,23[15		
[23,26[4		

3. Préciser la fonction de répartition.
4. Représenter graphiquement.
5. Préciser la moyenne, les quartiles, la (les) classe(s) modale(s), l'étendue, l'écart inter-quartile, la variance et l'écart-type.

Exercice 2

Le nombre d'exemplaires des tomes de Harry Potter vendus en France est donné en millions par le tableau suivant (*GfK Marketing Services* cité par *Le Monde* du 12 juillet 2007) :

Tome X	1	2	3	4	5	6
Nombre Y	4,5	3,8	3,6	3,5	2,8	2,5

1. 1^{ère} formule : $Y = aX + b$

- (a) Représenter graphiquement le nuage de points (X en abscisse, Y en ordonnée).
 - (b) Préciser \bar{x} , \bar{y} , σ_X^2 , σ_Y^2 et σ_{XY} .
 - (c) Ajuster Y en X selon la méthode des moindres carrés et préciser la formule obtenue : $Y = aX + b$.
 - (d) Tracer la droite D d'équation $y = ax + b$ obtenue sur le graphique précédent.
 - (e) Etudier la qualité de l'ajustement en précisant r^2 .
 - (f) Préciser la somme des résidus : $\sum_{i=1}^6 (y_i - (ax_i + b))^2$.
- Indication* : $\sum_{i=1}^6 (y_i - (ax_i + b))^2 = 6\sigma_Y^2(1 - r^2)$.
- (g) En utilisant la formule obtenue, donner une estimation du nombre d'exemplaires du tome 7 qui pourraient être vendus.

2. 2^{ème} formule : $Y = BA^X$

Pour déterminer A et B , on écrit $\ln Y = \ln(BA^X) = X \ln A + \ln B$ et on pose $Y' = \ln Y$.

- (a) Reproduire et compléter le tableau suivant :

X	1	2	3	4	5	6
$Y' = \ln Y$						

- (b) Préciser $\bar{y'}$ et $\sigma_{XY'}$.
- (c) Ajuster Y' en X selon la méthode des moindres carrés et préciser la formule obtenue : $Y = BA^X$.
- (d) Tracer la courbe d'équation $Y = BA^X$ sur le graphique précédent.
- (e) Préciser la somme des résidus : $\sum_{i=1}^6 (y_i - BA^{x_i})^2$.
- (f) Comparer $\sum_{i=1}^6 (y_i - (ax_i + b))^2$ et $\sum_{i=1}^6 (y_i - BA^{x_i})^2$.
- (g) En utilisant la nouvelle formule, donner une estimation du nombre d'exemplaires du tome 7 qui pourraient être vendus.