

Documents autorisés : cours, TD, notes manuscrites. Durée : 1h. Barème indicatif : 8 + 12.

### Exercice 1

On jette 10 000 fois cinq dés parfaits à six faces. Le tableau suivant présente la distribution de la moyenne des résultats obtenus à chaque lancer.

| Moyenne $x_i$ | Fréquence $f_i$ |
|---------------|-----------------|
| [1,2[         | 0,0167          |
| [2,3[         | 0,2102          |
| [3,4[         | 0,4739          |
| [4,5[         | 0,2658          |
| [5,6[         | 0,0334          |

1. Représenter graphiquement.
2. Reproduire et compléter le tableau suivant avec les fréquences cumulées.

| Moyenne $x_i$ | Fréquence $f_i$ | Fréquence cumulée |
|---------------|-----------------|-------------------|
| [1,2[         | 0,0167          |                   |
| [2,3[         | 0,2102          |                   |
| [3,4[         | 0,4739          |                   |
| [4,5[         | 0,2658          |                   |
| [5,6[         | 0,0334          |                   |

3. Préciser la fonction de répartition.
4. Représenter graphiquement.
5. Préciser la moyenne, les quartiles, la (les) classe(s) modale(s), l'étendue, l'écart inter-quartile, la variance et l'écart-type.

### Exercice 2

Le prix semestriel, en dollars, de la tonne de blé sur le marché mondial du premier semestre 2005 (semestre 1) au premier semestre 2007 (semestre 5) est donné par le tableau suivant :

| Semestre $X$ | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     |
|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Prix $Y$     | 116,1 | 120,0 | 129,7 | 145,5 | 171,6 |

1. 1<sup>ère</sup> formule :  $Y = aX + b$

- (a) Représenter graphiquement le nuage de points ( $X$  en abscisse,  $Y$  en ordonnée).
  - (b) Préciser  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$ ,  $\sigma_X^2$ ,  $\sigma_Y^2$  et  $\sigma_{XY}$ .
  - (c) Ajuster  $Y$  en  $X$  selon la méthode des moindres carrés et préciser la formule obtenue :  $Y = aX + b$ .
  - (d) Tracer la droite  $D$  d'équation  $y = ax + b$  obtenue sur le graphique précédent.
  - (e) Etudier la qualité de l'ajustement en précisant  $r^2$ .
  - (f) Préciser la somme des résidus :  $S = \sum_{i=1}^5 (y_i - (ax_i + b))^2$ .
- Indication* :  $\sum_{i=1}^5 (y_i - (ax_i + b))^2 = 5\sigma_Y^2(1 - r^2)$ .
- (g) En utilisant la formule obtenue, donner une estimation du prix de la tonne de blé au deuxième semestre 2008 (semestre 8).

2. 2<sup>ème</sup> formule :  $Y = BA^X$

Pour déterminer  $A$  et  $B$ , on écrit  $\ln Y = \ln(BA^X) = X \ln A + \ln B$  et on pose  $Y' = \ln Y$ .

- (a) Reproduire et compléter le tableau suivant :

| $X$          | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|--------------|---|---|---|---|---|
| $Y' = \ln Y$ |   |   |   |   |   |

- (b) Préciser  $\bar{y}'$  et  $\sigma_{XY'}$ .
- (c) Ajuster  $Y'$  en  $X$  selon la méthode des moindres carrés et préciser la formule obtenue :  $Y = BA^X$ .
- (d) Tracer la courbe d'équation  $Y = BA^X$  sur le graphique précédent.
- (e) Préciser la somme des résidus :  $S' = \sum_{i=1}^5 (y_i - BA^{x_i})^2$ .
- (f) Comparer  $S = \sum_{i=1}^5 (y_i - (ax_i + b))^2$  et  $S' = \sum_{i=1}^5 (y_i - BA^{x_i})^2$ .
- (g) En utilisant la nouvelle formule, donner une estimation du prix de la tonne de blé au deuxième semestre 2008 (semestre 8).