Documents autorisés : cours, TD, notes manuscrites. Barème indicatif : 2 + 6 + 8 + 4. Durée : 1h.

Exercice 1

Une statistique hospitalière indique que les morsures de chien représentent 1% des consultations pour blessures dans les services d'urgence.
57% des consultations concernant des blessures associées à des morsures de chien sont faites par des hommes.
48% des consultations concernant des blessures autres que les morsures de chien le sont par des hommes.
Un homme se présente aux urgences pour une consultation concernant une blessure.
Quelle est la probabilité que cet homme se présente pour une consultation concernant une morsure de chien ?

Exercice 2

Le daltonisme affecte $0,5\%$ des femmes. On note X la variable aléatoire qui donne le nombre de femmes atteintes de daltonisme dans un groupe de $1\,000$ femmes.

1. On suppose que X suit la loi binomiale $\mathcal{B}\,(1\,000,\ 0,005)$.
   (a) Préciser $P\,(X = 0)$ et $P\,(X = 1)$.
   (b) En déduire $P\,(X \geq 1)$ et $P\,(X \geq 2)$.
2. On suppose que X suit la loi de Poisson $\mathcal{P}\,(5)$.
   (a) Préciser $P\,(X = 0)$ et $P\,(X = 1)$.
   (b) En déduire $P\,(X \geq 1)$ et $P\,(X \geq 2)$.

Indication : $0,995^{1\,000} \approx 0,006\,653\,97$.

Exercice 3

Lorsqu'ils partent en vacances, 34 % des Français sont inquiets face au risque de cambriolage de leur domicile (7ème baromètre *TNS-Sofres* publié le 10 juillet 2007).
On interroge au hasard 40 Français partant en vacances.

1. Quelle est la probabilité que
   (a) exactement 12 personnes soient inquiètes face au risque de cambriolage de leur domicile ?
   (b) exactement 13 personnes soient inquiètes face au risque de cambriolage de leur domicile ?
   (c) entre 12 et 13 personnes soient inquiètes face au risque de cambriolage de leur domicile ?

   On donnera le résultat exact et une valeur approchée de ces différentes probabilités.
   Indication : la variable aléatoire X qui donne le nombre de personnes inquiètes face au risque de cambriolage de leur domicile suit la loi binomiale $\mathcal{B}\,(40,\ 0,34)$.

2. On procède à présent à une approximation suivant la loi normale $\mathcal{N}(m, \sigma)$ avec $m = E(X)$ et $\sigma = \sqrt{V(X)}$.
   (a) Préciser m et σ.
   (b) Quelle est la probabilité que
      i. entre 12 et 13 personnes soient inquiètes face au risque de cambriolage de leur domicile : $P(11,5 \leq X \leq 13,5)$?
      ii. entre 10 et 20 personnes soient inquiètes face au risque de cambriolage de leur domicile : $P(9,5 \leq X \leq 20,5)$?

Exercice 4

Les réponses aux questions de cet exercice seront données sous la forme de fractions irréductibles.

La loi conjointe du couple de variables aléatoires (X_1, X_2) est donnée par :

$X_1 \backslash X_2$	0	1	2
1	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$
2	0	$\frac{3}{10}$	0

On pose $X_3 = max(X_1, X_2)$.

1. Préciser la loi conjointe du couple de variables aléatoires (X_1, X_3).
   On pourra présenter les résultats dans un tableau.
2. Préciser
   (a) la loi marginale de X_1.
   (b) la loi marginale de X_3.
3. Est-ce que X_1 et X_3 sont indépendantes ?
4. Déterminer $E(X_1)$, $E(X_3)$, $E(X_1X_3)$, $V(X_1)$ et $V(X_3)$.
5. En déduire $E(X_1 + X_3)$, $cov(X_1, X_3)$ et $V(X_1 + X_3)$.
   Indication : $E(X_1 + X_3) = E(X_1) + E(X_3)$, $cov(X_1, X_3) = E(X_1X_3) - E(X_1)E(X_3)$ et $V(X_1 + X_3) = V(X_1) + V(X_3) + 2cov(X_1, X_3)$.