Formulaire Analyse

Table des matières

1 Dérivation

Dérivées usuelles

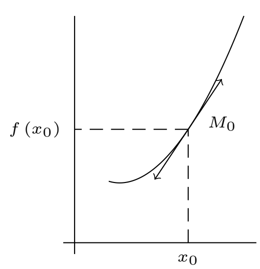
Fonction	Dérivée
α	0
x	1
x^2	$2x$
$\frac{1}{x} = x^{-1}$	$-\frac{1}{x^2} = -x^{-2}$
$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$
$x^\alpha \ (\alpha \in \mathbb{R})$	$\alpha x^{\alpha-1}$
e^x	e^x
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$
$\arccos x$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$

Opérations

Fonction	Dérivée
$f+g$	$f'+g'$
$f-g$	$f'-g'$
αf	$\alpha f'$
$\alpha f + \beta g$	$\alpha f' + \beta g'$
fg	$f'g + fg'$
$\frac{f}{g}$	$\frac{f'g - fg'}{g^2}$
$g \circ f(x) = g\left(f(x)\right)$	$g'\left(f(x)\right) f'(x)$
f^α	$\alpha f^{\alpha-1} f'$
$\frac{1}{f}$	$-\frac{f'}{f^2}$
$\cos \alpha x$	$-\alpha \sin \alpha x$
$\sin \alpha x$	$\alpha \cos \alpha x$
$e^{\alpha x}$	$\alpha e^{\alpha x}$
$\ln \lvert f \rvert$	$\frac{f'}{f}$
$\left(f^{-1}\right)'(y)$	$\frac{1}{f'(x)} = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$

Equation de la tangente au point $M_0\left(x_0, f\left(x_0\right)\right)$

$D : y = f'\left(x_0\right)\left(x - x_0\right) + f\left(x_0\right)$



2 Intégration

Primitives usuelles

Fonction f	Primitive F
0	α
1	x
x	$\frac{x^2}{2}$
$x^\alpha \ (\alpha \neq -1)$	$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}$
$(x+a)^\alpha \ (\alpha \neq -1)$	$\frac{(x+a)^{\alpha+1}}{\alpha+1}$
$\frac{1}{x}$	$\ln\|x\|$
$\frac{1}{x+a}$	$\ln\|x+a\|$
e^x	e^x
$\cos x$	$\sin x$
$\sin x$	$-\cos x$
$e^{\alpha x} \ (\alpha \neq 0)$	$\frac{e^{\alpha x}}{\alpha}$
$\cos \alpha x \ (\alpha \neq 0)$	$\frac{\sin \alpha x}{\alpha}$
$\sin \alpha x \ (\alpha \neq 0)$	$\frac{-\cos \alpha x}{\alpha}$
$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arcsin x$
$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$-\arccos x$
$\frac{1}{1+x^2}$	$\arctan x$

Intégrale de Riemann

$\int_1^{+\infty} \frac{1}{t^\alpha}\, dt$ est convergente si et seulement si $\alpha > 1$

Opérations

Fonction f	Primitive F
$f+g$	$F+G$
$f-g$	$F-G$
αf	αF
$\alpha f + \beta g$	$\alpha F + \beta G$

Intégration

$$\int_a^b f(t)\ dt = [F(t)]_a^b = F(b) - F(a)$$

Opérations

$$\int_a^b (f(t)+g(t))\ dt = \int_a^b f(t)\ dt + \int_a^b g(t)\ dt$$

$$\int_a^b (f(t)-g(t))\ dt = \int_a^b f(t)\ dt - \int_a^b g(t)\ dt$$

$$\int_a^b (\alpha f(t))\ dt = \alpha \int_a^b f(t)\ dt$$

Intégration par parties

$$\int_a^b f(x)g'(x)dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)dx$$

Changement de variable

$$\int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} f(t)dt = \int_a^b f(\varphi(x))\, \varphi'(x)dx \quad (t = \varphi(x))$$

3 Trigonométrie et autres formules

Formule fondamentale

$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

Formules d'addition

$\cos(\theta + \theta') = \cos\theta\cos\theta' - \sin\theta\sin\theta'$
$\sin(\theta + \theta') = \sin\theta\cos\theta' + \cos\theta\sin\theta'$

$\cos(\theta - \theta') = \cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'$
$\sin(\theta - \theta') = \sin\theta\cos\theta' - \cos\theta\sin\theta'$

$\cos(2\theta) = \cos^2\theta - \sin^2\theta$
$\cos(2\theta) = 2\cos^2\theta - 1$
$\cos(2\theta) = 1 - 2\sin^2\theta$

$\sin(2\theta) = 2\sin\theta\cos\theta$

$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$
$\cos(-\theta) = \cos(\theta)$
$\sin(-\theta) = -\sin(\theta)$

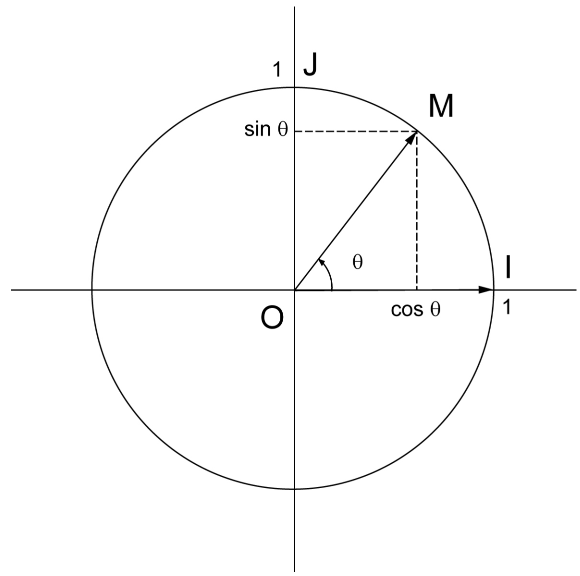
$\cos(\theta + \frac{\pi}{2}) = -\sin(\theta)$
$\sin(\theta + \frac{\pi}{2}) = \cos(\theta)$

$\cos(\frac{\pi}{2} - \theta) = \sin(\theta)$
$\sin(\frac{\pi}{2} - \theta) = \cos(\theta)$

$\cos(\theta + \pi) = -\cos(\theta)$
$\sin(\theta + \pi) = -\sin(\theta)$

Angles remarquables

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$3\frac{\pi}{2}$	π
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	-1
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	-1	0
$\tan\theta$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	/	/	0



Identités remarquables

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^k b^{n-k} = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k$$

Inégalités triangulaires $||a| - |b|| \leq |a+b| \leq |a| + |b|$

4 Formules de Taylor et développements limités

n est un entier naturel et ϵ une fonction vérifiant $\lim_{x \to 0} \epsilon(x) = 0$.

Formule de Taylor - Lagrange

$f(b) = f(a) + \frac{b-a}{1!} f'(a) + \frac{(b-a)^2}{2!} f^{(2)}(a) + \frac{(b-a)^3}{3!} f^{(3)}(a) + \cdots + \frac{(b-a)^n}{n!} f^{(n)}(a) + \frac{(b-a)^{n+1}}{(n+1)!} f^{(n+1)}(c)$
$(c \in]a, b[)$

Formule de Taylor - Mac Laurin

$f(x) = f(0) + \frac{x}{1!} f'(0) + \frac{x^2}{2!} f^{(2)}(0) + \frac{x^3}{3!} f^{(3)}(0) + \cdots + \frac{x^n}{n!} f^{(n)}(0) + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} f^{(n+1)}(\theta x)$ $(\theta \in]0, 1[)$

Formule de Taylor - Young

$f(x) = f(0) + \frac{x}{1!} f'(0) + \frac{x^2}{2!} f^{(2)}(0) + \frac{x^3}{3!} f^{(3)}(0) + \cdots + \frac{x^n}{n!} f^{(n)}(0) + x^n \epsilon(x)$

Développements limités

$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + x^n \epsilon(x)$
$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + x^{2n+1} \epsilon(x)$
$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + x^{2n+2} \epsilon(x)$
$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} x^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!} x^3 + \cdots + \frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-(n-1))}{n!} x^n +$
$x^n \epsilon(x)$
$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + \cdots + (-1)^n x^n + x^n \epsilon(x)$
$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \cdots + x^n + x^n \epsilon(x)$
$\tan x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2}{15} x^5 + x^6 \epsilon(x)$
$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + x^n \epsilon(x)$

Equivalents

Un polynôme est équivalent à son monôme
- de plus haut degré au voisinage de $\pm\infty$,
- de plus bas degré au voisinage de 0.

$\sin x \underset{0}{\sim} x$
$\tan x \underset{0}{\sim} x$
$\ln(1+x) \underset{0}{\sim} x$
$\cos x - 1 \underset{0}{\sim} -\frac{x^2}{2}$
$e^x - 1 \underset{0}{\sim} x$

5 Fonction polynôme du second degré $x \mapsto ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$

Forme canonique

$\forall x \in \mathbb{R}\ ax^2 + bx + c = a\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 - \dfrac{b^2 - 4ac}{4a} = a\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 - \dfrac{\Delta}{4a}$ en posant $\Delta = b^2 - 4ac$ (discriminant).

Dérivée

$\forall x \in \mathbb{R}\ (ax^2 + bx + c)' = 2ax + b$

Variations

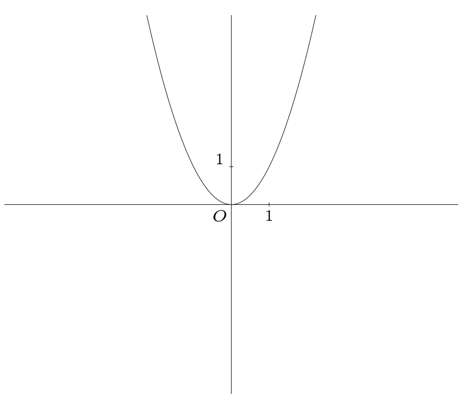
x	$-\infty$		$-\frac{b}{2a}$		$+\infty$
$(ax^2+bx+c)'$		$-$	0	$+$	
ax^2+bx+c	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$\nearrow$	$+\infty$

(a) $a > 0$

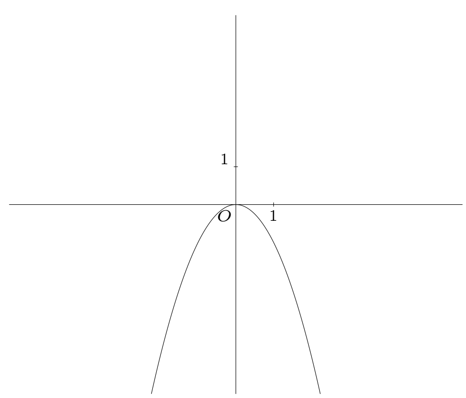
x	$-\infty$		$-\frac{b}{2a}$		$+\infty$
$(ax^2+bx+c)'$		$+$	0	$-$	
ax^2+bx+c	$-\infty$	$\nearrow$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$\searrow$	$-\infty$

(b) $a < 0$

Exemples



(c) $x \mapsto x^2$



(d) $x \mapsto -x^2$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

1. si $\Delta < 0$ alors $ax^2 + bx + c = 0$ n'a aucune solution réelle.
2. si $\Delta = 0$ alors $ax^2 + bx + c = 0$ a une solution unique $x_0 = -\dfrac{b}{2a}$ et $ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2$.
3. si $\Delta > 0$ alors $ax^2 + bx + c = 0$ a deux solutions distinctes $x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$.
   De plus, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.
   Remarque : si $\Delta < 0$ alors $ax^2 + bx + c = 0$ a deux solutions complexes distinctes et conjuguées $x_1 = \dfrac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a}$.

Signe de $ax^2 + bx + c$

Le signe de $ax^2 + bx + c$ est celui de a sauf en entre les racines x_1 et x_2 si elles existent où le signe est celui de $-a$.

x	$-\infty$		$+\infty$
signe de		a	

(a) $\Delta < 0$

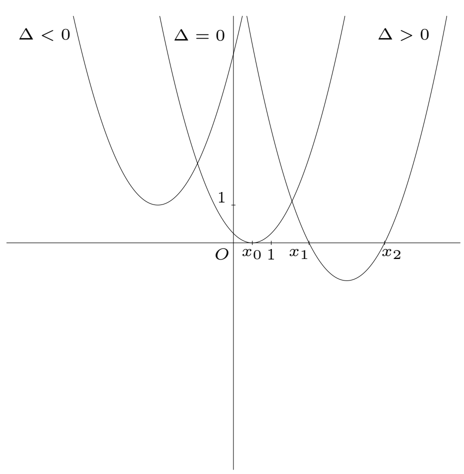
x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
signe de		a	0	a	

(b) $\Delta = 0$

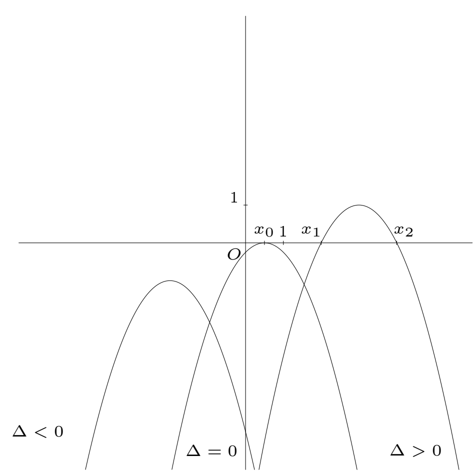
x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
signe de		a	0	$-a$	0	a	

(c) $\Delta > 0$

Exemples



(d) $a > 0$



(e) $a < 0$

6 Fonction puissance $x \mapsto x^n$ $(n \in \mathbb{N}^*)$

Dérivée
$\forall x \in \mathbb{R}\ x^{n\,\prime} = nx^{n-1}$
Variations

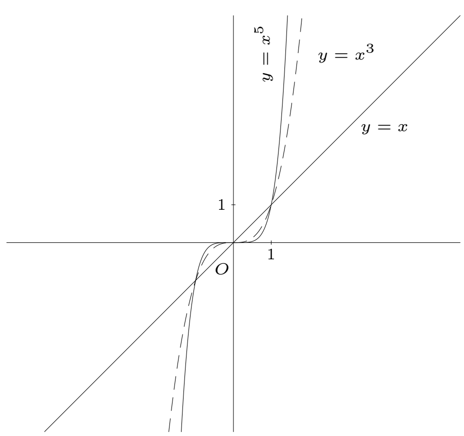
x	$-\infty$		0		$+\infty$
$x^{n\,\prime}$		$+$	0	$+$	
x^n	$-\infty$	$\nearrow$			$+\infty$

(a) n impair

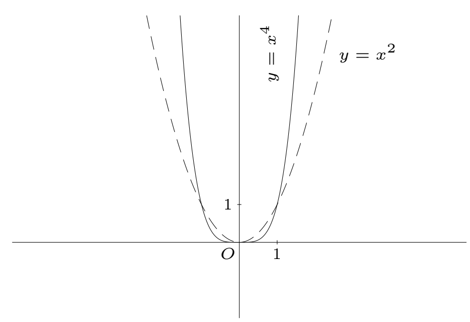
x	$-\infty$		0		$+\infty$
$x^{n\,\prime}$		$-$	0	$+$	
x^n	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

(b) n pair

Exemples



(c) n impair



(d) n pair

7 Fonction racine n-ième $x \mapsto \sqrt[n]{x}$ $(n \in \mathbb{N}^*)$

$x \mapsto \sqrt[n]{x}$ est la bijection réciproque de $x \mapsto \sqrt[n]{x}$ définie sur $[0, +\infty[$.
$\forall x \geq 0 \; y = x^n \Leftrightarrow x = \sqrt[n]{y}$

Notation

$\forall x \geq 0 \; \sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$

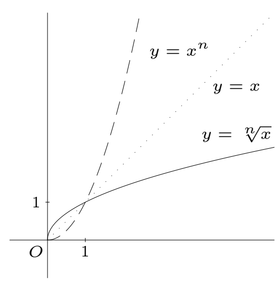
Dérivée

$\forall x > 0 \; \sqrt[n]{x}\,' = \dfrac{\sqrt[n]{x}}{nx}$

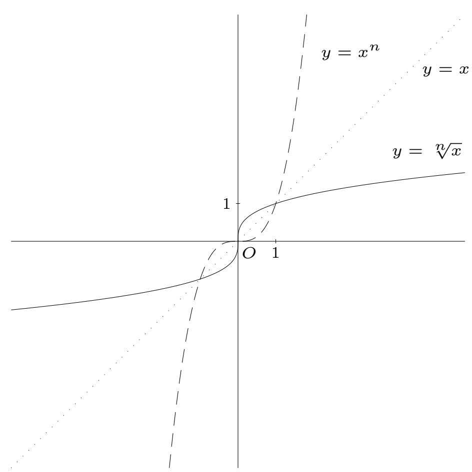
Variations

x	0		$+\infty$
$\sqrt[n]{x}\,'$	$\Vert$	$+$	
$\sqrt[n]{x}$	0	$\nearrow$	$+\infty$

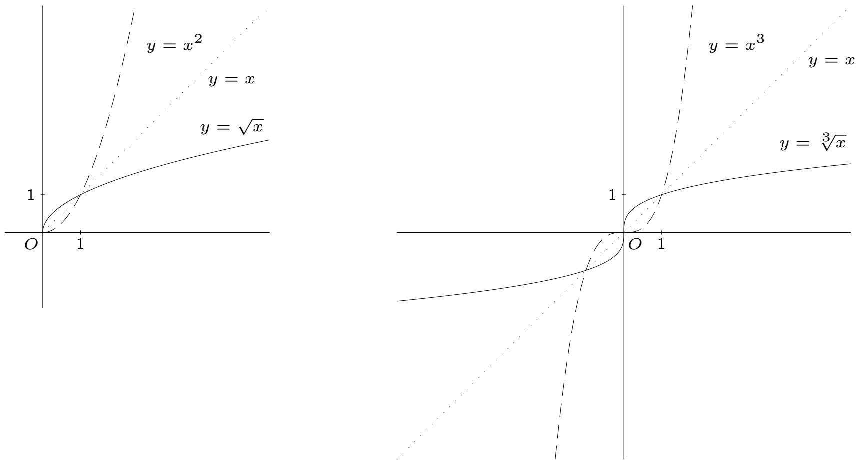
Représentation graphique



Remarque : pour n impair, $x \mapsto \sqrt[n]{x}$ est définie sur $\mathbb{R}$.



Exemples



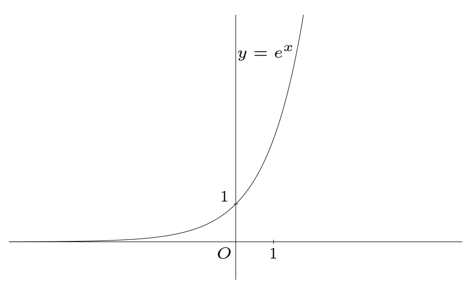
(a) $n = 2$ (b) $n = 3$

8 Fonction exponentielle $x \mapsto e^x$

Dérivée
$\forall x \in \mathbb{R}\ e^{x\,\prime} = e^x$
Variations

x	$-\infty$		$+\infty$
$e^{x\,\prime}$		$+$	
e^x	0	$\nearrow$	$+\infty$

Représentation graphique



$\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$
$\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = \lim\limits_{x \to -\infty} xe^x = 0$

9 Fonction logarithme néperien $x \mapsto \ln x$

$x \mapsto \ln x$ est la bijection réciproque de $x \mapsto e^x$.
$\forall x \in \mathbb{R}\ y = e^x \Leftrightarrow x = \ln y$

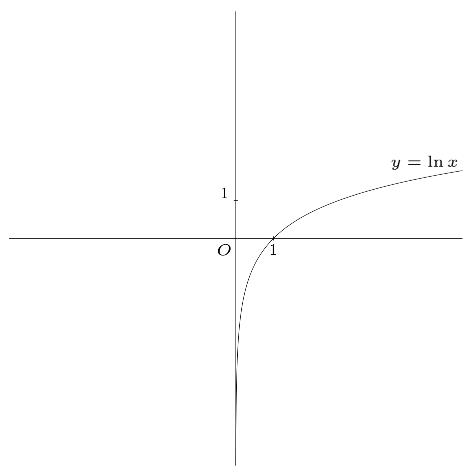
Dérivée

$\forall x > 0\ \ln' x = \dfrac{1}{x}$

Variations

x	0		$+\infty$
$\ln' x$	‖	$+$	
$\ln x$	‖		$+\infty$
	‖	$\nearrow$	
	‖	$-\infty$	

Représentation graphique



$\lim\limits_{x \to 0_+} \ln x = -\infty$
$\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$
$\lim\limits_{x \to 0_+} x \ln x = 0$
$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0$

10 Fonction exponentielle de base $a > 0$: $x \mapsto a^x$

Définition
$\forall x \in \mathbb{R}\ a^x = exp(x \ln a) = e^{x \ln a}$
Dérivée
$\forall x \in \mathbb{R}\ {a^x}' = \ln a \,.\, a^x$

Variations

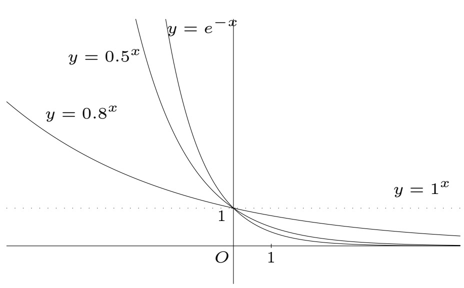
x	$-\infty$		$+\infty$
${a^x}'$		$-$	
a^x	$+\infty$	$\searrow$	0

(a) $0 < a < 1$

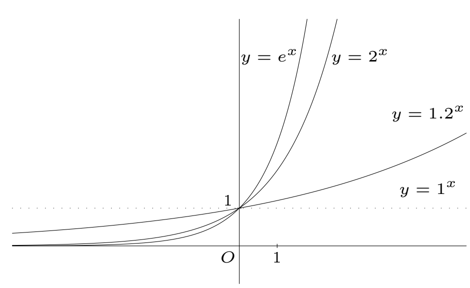
x	$-\infty$		$+\infty$
${a^x}'$		$+$	
a^x	0	$\nearrow$	$+\infty$

(b) $a > 1$

Représentation graphique



(c) $0 < a < 1$



(d) $a > 1$

11 Fonction logarithme de base $a > 0$, $a \neq 1$: $x \mapsto \log_a x$

$x \mapsto \log_a x$ est la bijection réciproque de $x \mapsto a^x$.
$\forall x \in \mathbb{R}$ $y = a^x \Leftrightarrow x = \log_a y$

Notation

$\forall x > 0$ $\log_a x = \dfrac{\ln x}{\ln a}$

Dérivée

$\forall x > 0$ $\log_a' x = \dfrac{1}{x \ln a}$

Variations

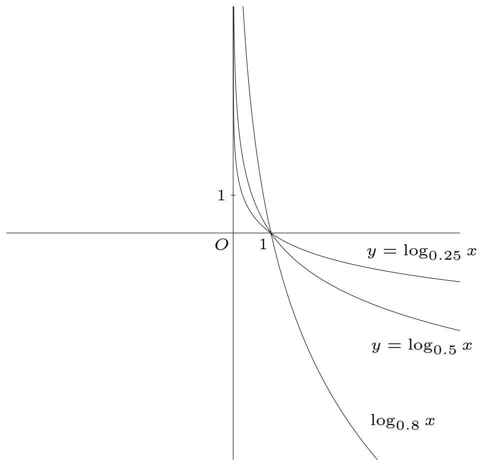
x	0		$+\infty$
$\log_a{}' x$	‖	$-$	
$\log_a x$	‖ $+\infty$	$\searrow$	$-\infty$

(a) $0 < a < 1$

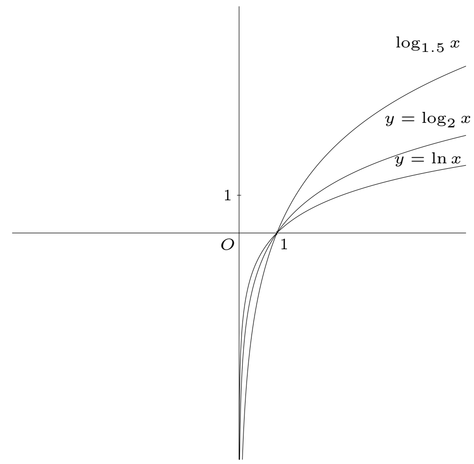
x	0		$+\infty$
$\log_a{}' x$	‖	$+$	
$\log_a x$	‖ $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

(b) $a > 1$

Représentation graphique



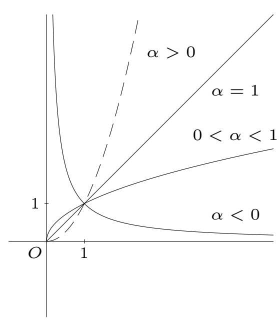
(c) $0 < a < 1$



(d) $a > 1$

12 Fonction puissance : $x \mapsto x^{\alpha}$ ($\alpha \in \mathbb{R}$)

Définition
$\forall x > 0 \; x^{\alpha} = e^{\alpha \ln x}$
Dérivée
$\forall x > 0 \; x^{\alpha\,\prime} = \alpha x^{\alpha - 1}$
Représentation graphique



13 Fonction inverse : $x \mapsto \dfrac{1}{x}$

Parité

$x \mapsto \dfrac{1}{x}$ est impaire : $\forall x \in \mathbb{R}^* \; -x \in \mathbb{R}^*$ et $\dfrac{1}{-x} = -\dfrac{1}{x}$

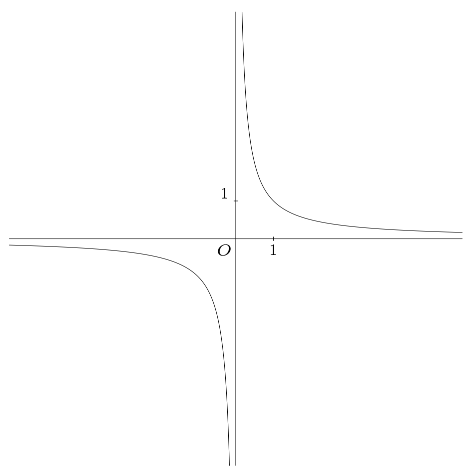
Dérivée

$\forall x \neq 0 \; \left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$

Variations

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$\left(\frac{1}{x}\right)'$		$-$	$\|\|$	$-$	
$\frac{1}{x}$	0	$\searrow$	$-\infty \; \|\| \; +\infty$	$\searrow$	0

Représentation graphique



14 Fonctions cosinus : $x \mapsto \cos x$

Période

cos est périodique de période $T = 2\pi$: $\forall x \in \mathbb{R}$ $\cos(x + 2\pi) = \cos x$.

Parité

cos est paire : $\forall x \in \mathbb{R}$ $-x \in \mathbb{R}$ et $\cos(-x) = \cos x$.

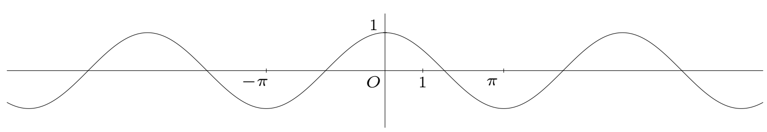
Dérivée

$\forall x \in \mathbb{R}$ $\cos' x = -\sin x$.

Variations

x	$-\pi$		0		π
$\cos' x$	0	$+$	0	$-$	0
$\cos x$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1

Représentation graphique

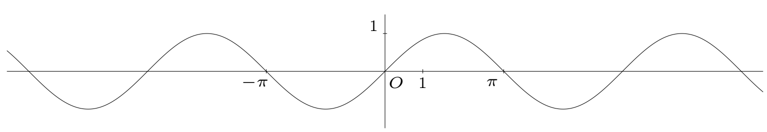


15 Fonctions sinus : $x \mapsto \sin x$

Période
sin est périodique de période $T = 2\pi$: $\forall x \in \mathbb{R}\ \sin(x + 2\pi) = \sin x$.
Parité
sin est impaire : $\forall x \in \mathbb{R}\ -x \in \mathbb{R}$ et $\sin(-x) = -\sin x$.
Dérivée
$\forall x \in \mathbb{R}\ \sin' x = \cos x$
Variations

x	$-\pi$		$-\frac{\pi}{2}$		$\frac{\pi}{2}$		π
$\sin' x$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$\sin x$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

Représentation graphique

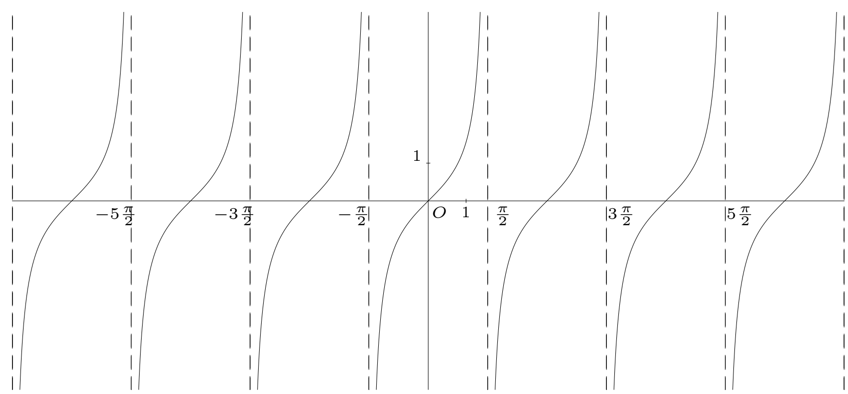


16 Fonctions tangente : $x \mapsto \tan x$

Période
tan est périodique de période $T = \pi$: $\forall x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$ $(k \in \mathbb{Z})$ $\tan(x+\pi) = \tan x$
Parité
tan est impaire : $\forall x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$ $(k \in \mathbb{Z})$ $-x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$ $(k \in \mathbb{Z})$ et $\tan(-x) = -\tan x$
Dérivée
$\forall x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$ $(k \in \mathbb{Z})$ $\tan' x = 1 + \tan^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$
Variations

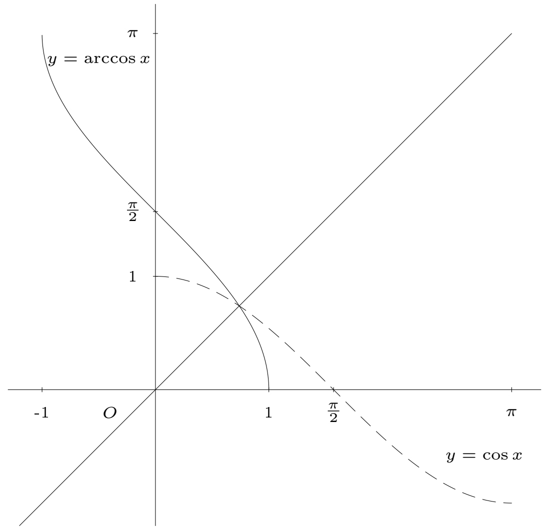
x	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$
$\tan' x$	$\Vert$	$+$	$\Vert$
$\tan x$	$\Vert$ $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ $\Vert$

Représentation graphique



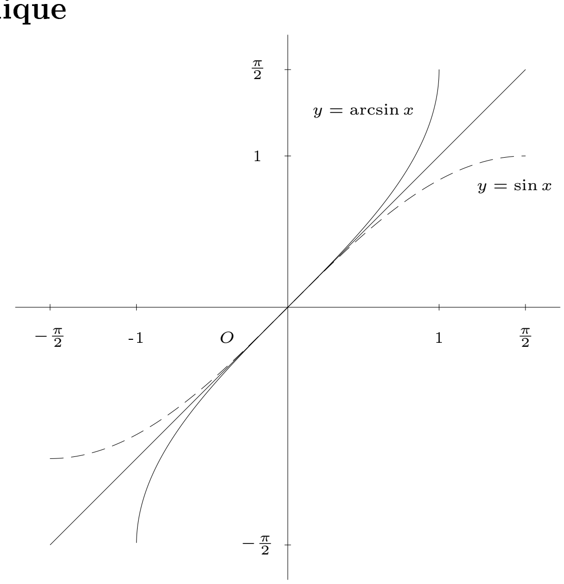
17 Fonction arccosinus : $x \mapsto \arccos x$

Dérivée
$\forall x \in]-1,1[\ \arccos' x = \dfrac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
Représentation graphique



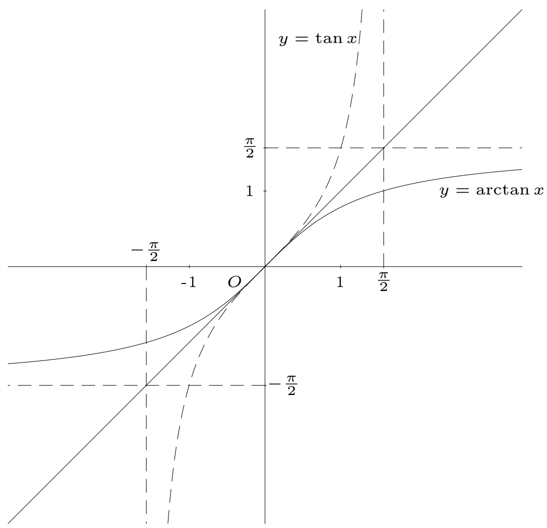
18 Fonction arcsinus : $x \mapsto \arcsin x$

Parité
arcsin est impaire : $\forall x \in [-1,1]\ -x \in [-1,1]$ et $\arcsin(-x) = -\arcsin x$.
Dérivée
$\forall x \in]-1,1[\ \arcsin' x = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
Représentation graphique



19 Fonction arctan : $x \mapsto \arctan x$

Parité
arctan est impaire : $\forall x \in \mathbb{R}\ -x \in \mathbb{R}$ et $\arctan(-x) = -\arctan x$.
Dérivée
$\forall x \in \mathbb{R}\ \arctan' x = \dfrac{1}{1+x^2}$
Représentation graphique



20 Croissance comparée à l'infini

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^\alpha}{\ln x} = +\infty \ (\alpha > 0)$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{a^x}{x^\alpha} = +\infty \ (\alpha > 0,\ a > 1)$$

21 Suites

1. **Suite arithmétique**
   a est un réel. Une suite *arithmétique* de raison a est une suite (u_n) telle que pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = u_n + a$.
   (a) Pour tout $n \geq 0$, $u_n = u_0 + na$.
   (b) La somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique est égale à
   $$\textit{nombre de termes} \times \frac{\textit{premier terme} + \textit{dernier terme}}{2}$$

2. **Suite géométrique**
   a est un réel. Une suite *géométrique* de raison $a \neq 0$ est une suite (u_n) telle que pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = au_n$.
   (a) Pour tout $n \geq 0$, $u_n = u_0 a^n$.
   (b) La somme de termes consécutifs d'une suite géométrique est égale à
   $$\textit{premier terme} \times \frac{1 - \textit{raison}^{\textit{nombre de termes}}}{1 - \textit{raison}}$$

3. **Suite arithmético-géométrique**
   a et b sont des réels, $a \neq 1$, $b \neq 0$. Une suite *arithmético-géométrique* est une suite (u_n) telle que pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = au_n + b$.
   En notant λ la solution de $ax + b = x$, la suite (v_n) définie par $v_n = u_n - \lambda$ est une suite géométrique de raison a.

4. **Série**
   Soit une suite (u_n) $(n \geq 0)$. La suite (S_n) définie par $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} u_k$ est appelée *série* de terme général u_n.
   Si la suite (S_n) est convergente et admet la limite S lorsque n tend vers l'infini alors la série $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} u_n$ est dite *convergente* et $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} u_n = S$.
   Sinon, la série $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} u_n$ est dite *divergente*.

5. **Limites**
   (a) (n^α) est convergente si et seulement si $\alpha \leq 0$.
   Si $\alpha < 0$ alors $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} n^\alpha = 0$.
   (b) (a^n) est convergente si et seulement si $-1 < a \leq 1$.
   Si $-1 < a < 1$ alors $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} a^n = 0$.
   (c) $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} a^n$ est convergente si et seulement si $-1 < a < 1$.
   Si $-1 < a < 1$ alors $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} a^n = \frac{1}{1-a}$.

6. **Suite croissante, décroissante**
   (a) Une suite (u_n) est dite *croissante* si $\forall n \geq 0 \ u_n \leq u_{n+1}$.
   (b) Une suite (u_n) est dite *décroissante* si $\forall n \geq 0 \ u_n \geq u_{n+1}$.
   (c) Une suite (u_n) est dite *strictement croissante* si $\forall n \geq 0 \ u_n < u_{n+1}$.
   (d) Une suite (u_n) est dite *strictement décroissante* si $\forall n \geq 0 \ u_n > u_{n+1}$.
7. **Suite croissante majorée, décroissante minorée**
   (a) Une suite *croissante et majorée* est convergente.
   (b) Une suite *décroissante et minorée* est convergente.
8. **Suite récurrente**
   Soit f une fonction continue sur un intervalle I et $u_0 \in I$.
   La suite définie par $\forall n \in \mathbb{N} \ u_{n+1} = f(u_n)$ est dite *suite récurrente*.
   Si la suite (u_n) définie par $u_{n+1} = f(u_n)$ converge vers L et si f est continue en L alors $f(L) = L$.
   L est donc solution de l'équation $f(x) = x$.
9. **Suites adjacentes**
   Deux suites (u_n) et (v_n) sont dites *adjacentes* si
   (a) $\forall n \geq 0 \ u_n \leq u_{n+1} \leq v_{n+1} \leq v_n$
   (b) $\lim_{n \to +\infty}(v_n - u_n) = 0$

   Deux suites adjacentes sont convergentes et ont la même limite L.