

Exercice 1 – Intégration (Sommes de Riemann) On note  $f$  la fonction définie sur  $[0, 1]$  par  $f(x) = 1 / (1 + x^2)$ .

- 1) Calculer et interpréter graphiquement  $s_1, s_2, s_3$  ainsi que  $s'_1, s'_2, s'_3$ .
- 2) Montrer que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} s_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} s'_n = \int_{[0,1]} 1/(1+x^2) dx$ .
- 3) Préciser la valeur de  $\int_{[0,1]} 1/(1+x^2) dx$ .
- 4) Interpréter graphiquement le résultat.
- 5) En déduire un encadrement de  $\pi$  en utilisant :  $\forall n \geq 1, s'_n \leq \int_{[0,1]} 1/(1+x^2) dx \leq s_n$ .
- 6) Application numérique pour  $n = 3, 20, 100, 1000$ .

Exercice 2 – Calcul d'intégrales Calculer les intégrales suivantes :

- 1)  $\int_{[0,1]} (x^2 - x + 1) dx$
- 2)  $\int_{[0,\pi/2]} \cos(x) dx$
- 3)  $\int_{[0,1]} e^{(2x)} dx$
- 4)  $\int_{[0,1]} 2x \cdot e^{(x^2)} dx$

(Indication : on pourra remarquer que  $(e^{(x^2)})' = 2x \cdot e^{(x^2)}$ ).