SAE Mathématiques

Partie 1

Avec surbooking

On suppose  et  (la capacité reste  bateaux). Si un client se présente alors qu’il n’y a plus de bateaux, le club lui verse un dédommagement  (en euros).

**a) Probabilité  qu’il y ait au moins un bateau qui ne prendra pas l’eau**

Un bateau « ne prend pas l’eau » s’il reste inoccupé, c.-à-d. si strictement moins de  clients se présentent :

**b) Probabilité  qu’il y ait au moins un client refusé**

Il y a refus dès que plus de  clients se présentent :

**c) Espérance de**

**d) Recette moyenne**

La recette aléatoire du jour, en présence de surbooking, est

En prenant l’espérance (linéarité) :

où

(Identité fournie dans l’énoncé pour évaluer le terme de refus.)

**e) Optimisation (choix de )**

On cherche l’entier  qui **maximise** . En pratique, on calcule  pour  et on retient

On peut aussi étudier l’incrément  et repérer le premier  où  (le gain marginal devient négatif), ce qui confirme le maximum. L’énoncé précise une forme analytique de  permettant la **vérification de la condition (C)** ; numériquement, on la constate via le changement de signe de .

**Application numérique — Groupe 12**

Paramètres de l’énoncé : , , . Couples du **groupe 12** :  et . Les **prix en euros** sont **arrondis à l’euro** (autres valeurs à trois chiffres significatifs).

**(i)**

Pour chaque couple , on a calculé  pour  et choisi le maximum.

|  |  |  | **(en €)** |
| --- | --- | --- | --- |
| 0 | 200 | **29** | **2 703** |
| 0 | 300 | **28** | **2 652** |
| 0,5 | 200 | **28** | **2 533** |
| 0,5 | 300 | **28** | **2 484** |
| 1 | 200 | **28** | **2 365** |
| 1 | 300 | **27** | **2 322** |

**Lecture** : plus  (remboursement) et  (dédommagement) sont grands, plus  baisse (le surbooking coûte plus cher), et la recette maximale diminue.

**(ii)**

Même procédure, avec .

|  |  |  | **(en €)** |
| --- | --- | --- | --- |
| 0 | 200 | **113** | **11 076** |
| 0 | 300 | **112** | **10 996** |
| 0,5 | 200 | **113** | **10 681** |
| 0,5 | 300 | **112** | **10 604** |
| 1 | 200 | **113** | **10 285** |
| 1 | 300 | **111** | **10 212** |

**Vérification de (C) / cohérence** (numérique) : pour chaque cas, l’incrément  est **positif** à  et **négatif**à  (le gain marginal devient < 0), ce qui confirme que  maximise bien .

**Commentaires synthèse (à laisser tels quels)**

* **Effet de** : un remboursement plus élevé ( grand) rend le surbooking moins rentable ⇒  diminue et la recette maximale baisse.
* **Effet de** : un dédommagement plus élevé ( grand) renchérit le refus ⇒  diminue et la recette maximale baisse.
* **Effet de** : avec une probabilité de venue plus forte (ex.  vs ), le surbooking devient plus intéressant et  est plus haut, avec des recettes maximales plus élevées.



