

任课教师: _____
学号: _____
姓名: _____
班级: _____

西安电子科技大学

考试时间 120 分钟

试 题

题号	一	二	总分
分数			

1. 考试形式: 闭卷 ☐ 开卷 ☐ ; 2. 本试卷共两大题, 满分 100 分;
3. 考试日期: 年 月 日; (答题内容请写在装订线外)

一. 填空题 (每个空 3 分, 共 51 分)

1. 设 I 是整数集, $+$ 和 $-$ 是 I 上的普通加法和减法运算, 定义 I 上的运算 $*$ 为:
 $a * b = a + b - 5$, 则 I 关于运算 $*$ 的么元是_____, 对于任意 $a \in I$, a 关于运算 $*$ 的逆元为_____。
2. 设集合 $N_k = \{0, 1, 2, \dots, k-1\}$, $k > 1$ 且为整数, $+_k$ 表示 N_k 上的模 k 加法, 可以验证 $\langle N_4, +_4 \rangle$ 是循环群, 其所有子群_____, _____, _____, 生成元是_____, _____。
3. 设代数系统 $\langle G, * \rangle$ 如下定义, 其中能构成群的有_____。
(1) $G = \{1, 3, 4, 5, 9\}$, $*$ 为模 11 乘法; (2) $G = \{1, 3\}$, $*$ 为模 8 乘法;
(3) $G = N_{14} = \{0, 1, 2, \dots, 13\}$, $*$ 为模 14 乘法。
4. 设 $\langle G, * \rangle$ 是一个群, 则若 $a, b, x \in G$, $a * x = b$, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
5. 设 $\langle A, +, \cdot \rangle$ 为代数系统, $+$ 和 \cdot 均为二元运算, 如果满足_____
_____, 则称 $\langle A, +, \cdot \rangle$ 是一个域。
6. S 是非空有限集, 代数系统 $\langle \rho(S), \cup, \cap \rangle$ 中, $\rho(S)$ 上对 \cup 的么元和零元分别为_____, _____, $\rho(S)$ 上对 \cap 的么元和零元分别为_____, _____, 对应于 \cup 和 \cap 的偏序关系为_____。

7. 设 $f(x_1, x_2) = ((a * x_1) * (x_1 \oplus x_2')) \oplus (b * x_1 * x_2)$ 是布尔代数 $\langle \{0, a, b, 1\}, *, \oplus, ', 0, 1 \rangle$ 上的布尔表达式, 则 $f(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$, $f(x_1, x_2)$ 的主合取范式为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

二. 构造题(每小题 6 分, 本题共 18 分)

1. 画出所有具有 5 个元素且互不同构的格的哈斯图:

2. 代数系统 $A = \langle \{a, b, c\}, * \rangle$ 和 $B = \langle \{1, 2, 3\}, \bullet \rangle$, $*$ 和 \bullet 的运算表如下表所示, 构造 A 到 B 上的一个同构。

*	a	b	c
a	a	b	c
b	b	b	c
c	c	b	c

\bullet	1	2	3
1	1	2	1
2	1	2	2
3	1	2	3

3. 构造具有 2008 个元素的分配格 (用哈斯图表示)。

装

订

线

三. 证明题 (第 1 题 13 分, 第 2 题 18 分, 共 31 分)

1. 设集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, $\rho(A)$ 表示集合 A 的幂集。

- (1) 证明 $\langle \rho(A), \subseteq \rangle$ 为格;
- (2) 证明 $\langle \rho(A), \subseteq \rangle$ 为布尔格。

2. 设 $\langle S, \wedge, \vee, ', 0, 1 \rangle$ 是一布尔代数, 则 $\langle S, + \rangle$ 是一个交换群, 其中 $+$ 定义为

$$a + b = (a \wedge b') \vee (a' \wedge b)。$$