

projet1-maths-discretes-uvs-2021

September 13, 2021

Année: 2020-2021, UVS

Cours de mathématiques discrètes

Projet 1 : Impémentation en Python

Enseignant : Dr. Michel SECK (EPT)

Remarque :

Vous devez faire votre projet dans un fichier notebook avec le nom: groupe-numero-projet1.ipynb

La présentation de votre document sera prise en compte

Vous devez soumettre votre projet avant jeudi 23 Septembre à 23H59

1 Partie I: Exercices sur Python

1.1 Exercice 1 : Recherche

1. Comment fonctionne la boucle `while` en python ? Faire une comparaison entre les boucles `for` et `while`. On donnera à chaque fois des exemples.
2. Expliquer brièvement ce que fait les fonctions suivantes `enumerate`, `zip`, `min`, `max`, `sum`, `sorted`

1.2 Exercice 2

Un nombre est dit parfait lorsque il est égal à la somme de ses diviseurs propres. Un diviseur propre est un diviseur autre que le nombre lui-même. Le premier nombre parfait est 6. En effet 1, 2 et 3 sont les diviseurs propres de 6 et $6=1+2+3$.

1. Ecrire un programme en python qui demande à l'utilisateur de donner un entier naturel n et dit si cet entier est parfait ou non.
2. Ecrire un programme en python qui demande à l'utilisateur de donner un entier naturel n . Si cet entier n est parfait, le programme devra afficher l'égalité justifiant cette propriété.

Exemple :

- si $n = 6$, le programme devra afficher 6 est parfait car $6 = 1 + 2 + 3$.

2 Partie II : Exercices sur maths discrètes

2.1 Exercice 3

Ecrire une fonction en Python nommée `inversibles_modn` qui prend en entrée un entier n et retourne l'ensemble des entiers $a \in \{0, 1, \dots, n-1\}$ inversibles modulo n

$$i.e. \quad \left(\frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}} \right)^*$$

2.2 Exercice 4

Ecrire une fonction en Python nommée `euler_phi` qui prend en entrée un entier n et retourne $\phi(n)$ où ϕ est la fonction indicatrice d'Euler.

2.3 Exercice 5

Ecrire une fonction en Python nommée `subgroup_mod` qui prend en entrée deux entiers a et $n > 0$ avec a inversible modulo n et retourne l'ensemble

$$\{a \bmod n, a^2 \bmod n, a^3 \bmod n, \dots, a^k \bmod n = a \bmod n\}$$

.

2.4 Exercice 6

Ecrire une fonction en Python nommée `pgcd` qui prend en entrée deux entiers a et b et retourne `pgcd(n)`

NB : Pour l'algorithme de calcul du PGCD, voir partie 1 du support de cours.

2.5 Exercice 7

Ecrire une fonction en Python nommée `inverse_mod` qui prend en entrée deux entiers a et n avec a inversible modulo n et retourne l'inverse $b < n$ de a modulo n .

NB : Pour l'algorithme de calcul d'inverse modulo, voir partie 1 du support de cours.

2.6 Exercice 8

Ecrire une fonction en Python nommée `euclide_etendu` qui prend en entrée deux entiers a et b et retourne les coefficients de Bezout u, v qui sont tels que $ua + vb = \text{pgcd}(a, b)$

NB : Pour l'algorithme d'Euclide étendu, voir partie 1 du support de cours.

2.7 Exercice 9

Ecrire une fonction en Python nommée `puissance_rapide` qui prend en entrée trois entiers $a, k > 0$ et $n > 0$ et retourne $a^k \bmod n$ en utilisant l'algorithme de puissance rapide

NB : Pour l'algorithme de puissance rapide, voir partie 1 du support de cours.

2.8 Exercice 10

Ecrire une fonction en Python nommée `permut_inv` qui prend en entrée une permutation π sous forme de `tuple` et retourne la permutation inverse π^{-1} sous forme de `tuple`.

Exemple: Pour $\pi = (3, 4, 2, 1)$ alors `permut_inv(π)` doit retourner `$`