



## **Tổng quan**

**Bài A: Phép nhân Ấn Độ**

**Bài B: Chứng khoán**

**Bài C: Đồng hồ**

**Bài D: Tổ chức doanh nghiệp**

**Bài E: Dọn đĩa**

**Bài F: Hội chợ triển lãm**

**Bài G: Hình vuông trên mặt cầu**

**Bài H: Tam sao thất bản**

*Ghi chú: Dữ liệu vào và ra của mọi bài đều thông qua input và output chuẩn (nhập từ bàn phím và ghi ra màn hình).*



## Bài A: Phép nhân Ấn Độ

Từ thời xưa, người Ấn Độ đã biết có những tư duy tính toán rất nhanh khi đi buôn bán sang các nước khác. Những tư duy đó đã góp phần không nhỏ cho nền toán học nhân loại. Một trong số đó là phương pháp nhân hai số tự nhiên. Ví dụ, để tính xem tổng cộng có bao nhiêu cái kẹo trong 20 túi, mỗi túi có 15 cái kẹo, người ta làm như sau. Số lượng kẹo trong 20 túi, mỗi túi có 15 cái kẹo, cũng bằng số lượng kẹo trong 10 túi, mỗi túi có 30 cái kẹo. Cũng như vậy, số lượng kẹo tổng cộng sẽ bằng số lượng kẹo trong 5 túi, mỗi túi có 60 cái kẹo. Tiếp tục như vậy với số lượng kẹo trong mỗi túi gấp đôi, ta cần biết số lượng kẹo trong 2 túi, mỗi túi có 120 cái kẹo. Tuy nhiên, như vậy là đã tính thiếu mất 60 cái kẹo, do đó, người ta cộng 60 cái kẹo vào trước. Bây giờ, số lượng kẹo trong 2 túi, mỗi túi có 120 cái kẹo, sẽ tương đương với số lượng kẹo trong 1 túi, mỗi túi có 240 cái kẹo. Như vậy, tổng số kẹo sẽ là  $60 + 240 = 300$  cái kẹo.

Từ ý tưởng đó, người ta có thể xây dựng cách nhân 2 số tự nhiên bất kỳ  $x$  và  $y$  rất nhanh với chỉ một vài phép nhân 2 và chia 2 (dịch trái, dịch phải bit). Thuật toán được mô tả như sau: tiến hành liên tục chia nguyên  $x$  cho 2 và nhân  $y$  với 2 cho đến khi  $x$  bằng 1. Tại mỗi bước, nếu  $x$  là số lẻ thì sẽ cộng  $y$  vào kết quả trung gian.

Tèo là một học sinh mải chơi và thường không tập trung nghe cô giáo giảng bài trên lớp. Sau khi học thuật toán nhân Ấn độ, Tèo nhớ hầu hết tất cả nội dung, tuy nhiên lại nhớ nhầm là mỗi khi  $x$  là số chẵn thì cộng  $y$  vào kết quả. Chính vì vậy, cậu luôn đưa ra kết quả sai. Ví dụ như trong trường hợp nhân 20 với 15, kết quả của cậu đưa ra là:  $15 + 30 + 120 = 165$ .

Cho trước hai số  $x$  và  $y$ , nhiệm vụ của bạn là viết một chương trình để tính tích của hai số đó theo cách của Tèo.

### Dữ liệu vào

Dữ liệu vào gồm nhiều bộ dữ liệu tương ứng với nhiều test. Dòng đầu tiên chứa một số nguyên dương không lớn hơn 20 là số lượng các bộ dữ liệu. Các dòng tiếp theo chứa các bộ dữ liệu.

Mỗi bộ dữ liệu gồm một dòng duy nhất chứa hai số tự nhiên  $x$  và  $y$  ( $1 \leq x, y \leq 5000$ ).

### Dữ liệu ra

Với mỗi bộ dữ liệu, ghi ra trên một dòng tích của hai số  $x$  và  $y$  theo cách làm của Tèo.

Ví dụ dữ liệu vào	Ví dụ dữ liệu ra
2	165
20 15	50
10 10	



## Bài B: Chứng khoán

Ban thanh tra của Ủy ban chứng khoán đang tiến hành điều tra việc gian lận làm giá cổ phiếu của một số mã chứng khoán. Ban thanh tra tập trung vào các giai đoạn mà mã chứng khoán có giá tăng liên tiếp. Cho trước một dãy  $N$  số nguyên dương thể hiện giá cổ phiếu của một mã chứng khoán trong  $N$  phiên giao dịch liên tiếp, nhiệm vụ của bạn là viết một chương trình để xác định số phiên giao dịch của giai đoạn dài nhất mà giá cổ phiếu liên tiếp tăng.

### Dữ liệu vào

Dữ liệu vào gồm nhiều bộ dữ liệu tương ứng với nhiều test. Dòng đầu tiên chứa một số nguyên dương không lớn hơn 20 là số lượng các bộ dữ liệu. Các dòng tiếp theo chứa các bộ dữ liệu.

Với mỗi bộ dữ liệu, dòng đầu tiên chứa số một số nguyên dương  $N$  ( $N \leq 10000$ ) là số phiên giao dịch của mã chứng khoán đang bị điều tra. Dòng tiếp theo chứa  $N$  số nguyên dương  $a_1, a_2, \dots, a_N$  ( $a_i < 1000, i=1..N$ ) cách nhau bởi các ký tự trống là giá trị cổ phiếu qua  $N$  phiên giao dịch liên tiếp nhau.

### Dữ liệu ra

Với mỗi bộ dữ liệu, ghi ra trên 1 dòng số phiên giao dịch của giai đoạn dài nhất mà mã chứng khoán có giá trị cổ phiếu tăng liên tiếp.

Ví dụ dữ liệu vào	Ví dụ dữ liệu ra
2	3
5	3
10 12 14 12 11	
6	
2 3 4 4 5 2	



## Bài C: Đồng hồ

Trên một chiếc đồng hồ thường có hai kim: kim giờ và kim phút. Kim giờ chạy một vòng đồng hồ trong 12 giờ, còn kim phút chạy một vòng đồng hồ trong 1 giờ. Cho trước một khoảng thời gian nhất định trong khoảng thời gian từ 1h00 sáng đến 12h59 trưa, nhiệm vụ của bạn là viết một chương trình để xác định xem có bao nhiêu lần trong khoảng thời gian đó, kim phút trùng với kim giờ.

### Dữ liệu vào

Dữ liệu vào gồm nhiều bộ dữ liệu tương ứng với nhiều test. Dòng đầu tiên chứa một số nguyên dương không lớn hơn 20 là số lượng các bộ dữ liệu. Các dòng tiếp theo chứa các bộ dữ liệu.

Mỗi bộ dữ liệu có một dòng duy nhất chứa bốn số nguyên  $h_s$ ,  $m_s$ ,  $h_e$ , và  $m_e$  ( $1 \leq h_s, h_e \leq 12$ ,  $0 \leq m_s, m_e \leq 59$ ) cách nhau bởi dấu trống, trong đó  $h_s$  và  $m_s$  chỉ giờ và phút của thời điểm bắt đầu,  $h_e$  và  $m_e$  chỉ giờ và phút của thời điểm kết thúc. Giả thiết thời điểm bắt đầu nhỏ hơn thời điểm kết thúc và kim phút không trùng với kim giờ tại hai thời điểm này.

### Dữ liệu ra

Với mỗi bộ dữ liệu, ghi ra trên một dòng một số nguyên là số lần kim phút trùng với kim giờ.

Ví dụ dữ liệu vào	Ví dụ dữ liệu ra
2	1
3 8 3 20	8
2 45 11 0	



## Bài D: Tổ chức doanh nghiệp

Năm 2020, PIAV đã trở thành một doanh nghiệp hàng đầu tại Việt Nam về phát triển phần mềm. Mỗi cán bộ trong doanh nghiệp được cấp một mã số là một số nguyên dương để cho thuận tiện việc quản lý trên hệ thống máy tính. Trong doanh nghiệp này, mỗi cán bộ có thể được phép giao việc cho một số cán bộ khác. Tuy nhiên, thỉnh thoảng một cán bộ khi nhận được việc lại giao tiếp việc đó cho cán bộ khác. Để giảm bớt sự chậm trễ về tiến độ do việc giao việc lòng vòng như vậy, ban giám đốc của PIAV yêu cầu rằng khi một cán bộ A được phép giao việc cho cán bộ B, cán bộ B được phép giao việc cho cán bộ C, thì cán bộ A cũng được phép giao việc cho cán bộ C (trừ trường hợp cán bộ A và cán bộ C là một).

Cho trước một bản quyết định về quyền giao việc, nhiệm vụ của bạn là viết một chương trình để xác định xem bản quyết định đó có thỏa mãn yêu cầu của ban giám đốc hay không.

### Dữ liệu vào

Dữ liệu vào gồm nhiều bộ dữ liệu tương ứng với nhiều test. Dòng đầu tiên chứa một số nguyên dương không lớn hơn 20 là số lượng các bộ dữ liệu. Các dòng tiếp theo chứa các bộ dữ liệu.

Với mỗi bộ dữ liệu, dòng đầu tiên chứa số nguyên  $N$  ( $3 \leq N \leq 50\,000$ ), là số lượng các cặp quan hệ giao việc trong bản quyết định. Dòng thứ  $i$  trong  $N$  dòng tiếp theo chứa hai số nguyên  $A_i$  và  $B_i$  ( $1 \leq A_i, B_i \leq 10^6$ ) cách nhau bởi dấu trống, thể hiện rằng cán bộ có số hiệu  $A_i$  có thể giao việc cho cán bộ có số hiệu  $B_i$ .

### Dữ liệu ra

Với mỗi bộ dữ liệu, ghi ra trên một dòng xâu “co” nếu bản quyết định thỏa mãn yêu cầu của ban giám đốc và “khong” trong trường hợp ngược lại.

Ví dụ dữ liệu vào	Ví dụ dữ liệu ra
2 3 1 2 2 3 1 3 4 1 1000 1000 3 1000 4 1 3	co khong



## Bài E: Dọn đĩa

Sau buổi liên hoan tiền đội tuyển của trường đi thi Olympic Tin học sinh viên toàn quốc, mọi người dọn dẹp xếp đĩa thành từng chồng. Tất cả có  $N$  chồng đĩa. Chồng thứ  $i$  có  $a_i$  đĩa. Có hai nhóm – nhóm nam và nhóm nữ – được phân công rửa, cất đĩa và lau chùi phòng bếp. Phòng bếp khá hẹp nên mỗi lần chỉ có một nhóm có thể làm việc, hai nhóm sẽ thay phiên nhau vào rửa. Mọi người thống nhất với nhau là mỗi nhóm, đến lượt mình được bê một số lượng đĩa bất kỳ (ít nhất một chiếc) từ một chồng bất kỳ trong số các chồng còn lại mang đi rửa. Nhóm nào phải rửa chiếc bát hay đĩa cuối cùng thì phải quét dọn lau chùi bếp. Các bạn nam đã nhường cho nhóm nữ chọn trước. Trong khi đứng dậy nhường chỗ cho các bạn nữ vào làm việc một bạn nam đã vô tình chạm vào chồng đĩa cao nhất và làm rơi vỡ một số chiếc đĩa.

Cả hai nhóm đều biết chiến thuật tối ưu với tình huống cụ thể của mình để tránh phải quét dọn lau chùi bếp và đã thực hiện theo chiến thuật đó. Kết quả cuối cùng là các bạn nữ được về trước vì không phải rửa cái đĩa cuối cùng. Trên đường ra lấy xe một bạn nữ nhận xét: “May quá, nếu không có việc mấy chiếc đĩa bị vỡ thì chúng ta phải ở lại về sau cùng rồi!” Một bạn nữ khác thì cố gắng nhớ lại số lượng đĩa ở các chồng đĩa. Ngoại trừ chồng cao nhất đã có một số đĩa bị vỡ, bạn nữ này nhớ số lượng đĩa ở mỗi chồng còn lại.

Nhiệm vụ của bạn là viết một chương trình để giúp bạn nữ đó xác định xem chồng cao nhất ban đầu (trước khi có đĩa rơi vỡ) có ít nhất bao nhiêu đĩa.

### Dữ liệu vào

Dữ liệu vào gồm nhiều bộ dữ liệu tương ứng với nhiều test. Dòng đầu tiên chứa một số nguyên dương không lớn hơn 20 là số lượng các bộ dữ liệu. Các dòng tiếp theo chứa các bộ dữ liệu.

Với mỗi bộ dữ liệu, dòng đầu tiên chứa số nguyên  $N$  ( $2 \leq N \leq 10^5$ ), dòng thứ 2 chứa  $N-1$  số nguyên dương cách nhau bởi dấu trống, là số lượng đĩa ở  $N-1$  chồng đĩa. Số đĩa ở mỗi chồng không vượt quá  $10^9$ .

### Dữ liệu ra

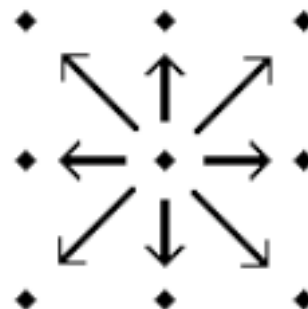
Với mỗi bộ dữ liệu, ghi ra trên một dòng số lượng đĩa ít nhất phải có ở chồng cao nhất. Dữ liệu vào đảm bảo bài toán có nghiệm.

Ví dụ dữ liệu vào	Ví dụ dữ liệu ra
1 3 8 5	12

## Bài F: Hội chợ triển lãm

Trong hội chợ triển lãm năm nay, khuôn viên của khu vực hội chợ được chia thành một lưới ô vuông có kích thước  $3 \times N$ . Các gian hàng được sắp xếp nằm trên các đỉnh của lưới ô vuông này sao cho mỗi đỉnh có đúng một gian hàng. Để thuận tiện cho khách đến tham quan, ban tổ chức dự kiến bố trí các hành trình tham quan hội chợ thỏa mãn các tiêu chí sau:

- Hành trình phải đi qua tất cả các gian hàng, mỗi gian hàng một lần và kết thúc ở gian hàng xuất phát.
- Đường đi trong một hành trình không được tự cắt.
- Từ một gian hàng chỉ được đi đến gian hàng liền kề theo đường thẳng nối hai gian hàng. Một gian hàng có tối đa 8 gian hàng liền kề như hình vẽ bên.



Hình vẽ sau thể hiện hai hành trình với khuôn viên hội chợ có  $N=6$ :



Cho trước  $N$ , nhiệm vụ của bạn là viết một chương trình để tính số dư của phép chia tổng số các hành trình khác nhau thỏa mãn điều kiện trên khi chia cho  $10^9$ .

### Dữ liệu vào

Dữ liệu vào gồm nhiều bộ dữ liệu tương ứng với nhiều test. Dòng đầu tiên chứa một số nguyên dương không lớn hơn 20 là số lượng các bộ dữ liệu. Các dòng tiếp theo chứa các bộ dữ liệu.

Mỗi bộ dữ liệu có một dòng duy nhất chứa số nguyên dương  $N$  ( $N \leq 10^9$ ).

### Dữ liệu ra

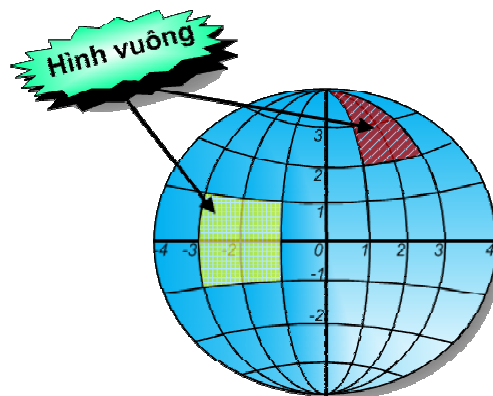
Với mỗi bộ dữ liệu, ghi ra trên một dòng phần dư của tổng số hành trình khác nhau khi chia cho  $10^9$ .

Ví dụ dữ liệu vào	Ví dụ dữ liệu ra
1 4	40

## Bài G: Hình vuông trên mặt cầu

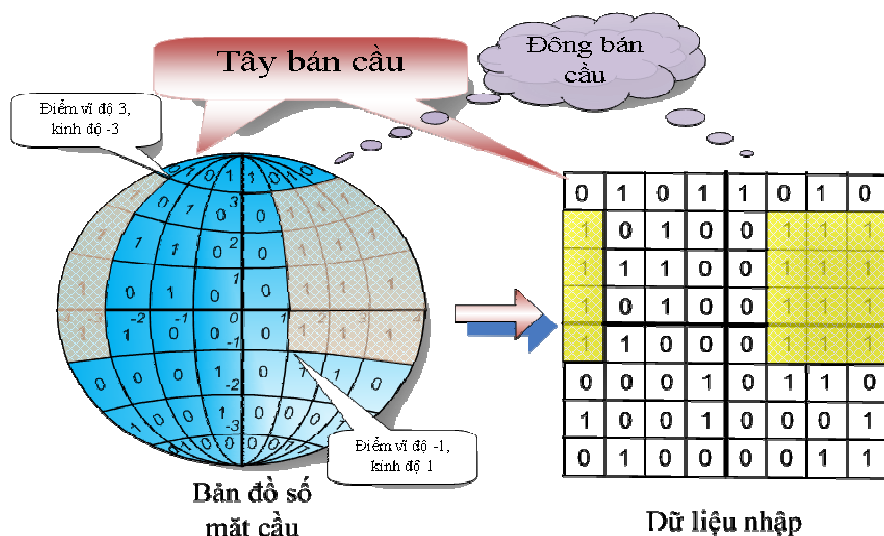
Bằng ngôn ngữ phổ thông có thể nói hình học Riemann nghiên cứu tính chất các đối tượng hình học xác định trên mặt cầu. Trong địa lý, tọa độ một điểm trên mặt cầu thường được xác định bằng vĩ độ và kinh độ. Nhiều bài toán trong hình học Riemann có thể giải bằng các giải thuật áp dụng trong hình học Euclid.

Để ghi nhận các kết quả nghiên cứu tìm hiểu Titan (một vệ tinh của sao Mộc) người ta cũng tạo một mạng lưới kinh tuyến và vĩ tuyến như đối với trái đất, chỉ khác là các vĩ tuyến được đánh số từ 0 (ở xích đạo) đến  $N$  ở bán cầu bắc và từ 0 đến  $-N$  ở bán cầu nam. Trên thực tế các vĩ tuyến  $N$  và  $-N$  không phải là đường tròn mà suy biến thành một điểm. Các kinh tuyến được đánh số từ 0 đến  $N$  về phía đông và 0 đến  $-N$  về phía tây. Kinh tuyến  $N$  và  $-N$  trùng nhau và cùng tạo với kinh tuyến 0 thành một đường tròn. Các kinh tuyến và vĩ tuyến chia mặt cầu thành các ô tương tự như lưới ô vuông trên mặt phẳng (của hình học Euclid). Hình vuông (hiểu theo nghĩa rộng) trên mặt cầu là phần diện tích được giới hạn bởi hai kinh tuyến và hai vĩ tuyến có số ô dọc theo kinh tuyến bằng số ô dọc theo vĩ tuyến. Cá biệt, hình vuông có thể là toàn bộ mặt cầu hoặc giống tam giác nếu có một cạnh là vĩ tuyến  $N$  (hoặc  $-N$ ). Diện tích của hình vuông được định nghĩa là số ô thuộc hình vuông đó.



Những ô của bề mặt Titan đã được chụp ảnh đầy đủ được đánh dấu là 1, những ô còn lại được đánh dấu 0.

Nhiệm vụ của bạn là viết một chương trình để xác định diện tích hình vuông lớn nhất đã được chụp ảnh của Titan.



Ví dụ ở hình trên tương ứng với  $N = 4$  và hình vuông lớn nhất đã chụp ảnh được là 16 (lưu ý rằng kinh tuyến  $-(N-1)$  và kinh tuyến  $N-1$  là hai đường kinh tuyến liền kề với đường kinh tuyến  $N$ ).





## Dữ liệu vào

Dữ liệu vào gồm nhiều bộ dữ liệu tương ứng với nhiều test. Dòng đầu tiên chứa một số nguyên dương không lớn hơn 20 là số lượng các bộ dữ liệu. Các dòng tiếp theo chứa các bộ dữ liệu.

Với mỗi bộ dữ liệu, dòng đầu tiên chứa số nguyên  $N$  ( $1 < N < 1800$ ) là kích thước của bảng.  $2*N$  dòng tiếp theo mỗi dòng chứa  $2*N$  số nguyên có giá trị 0 hoặc 1 mô tả các ô trên từng vòng tròn trên mặt cầu theo các vĩ tuyến từ  $N-1$  đến  $-N$ , bắt đầu từ kinh tuyến  $-N$  (xem ví dụ).

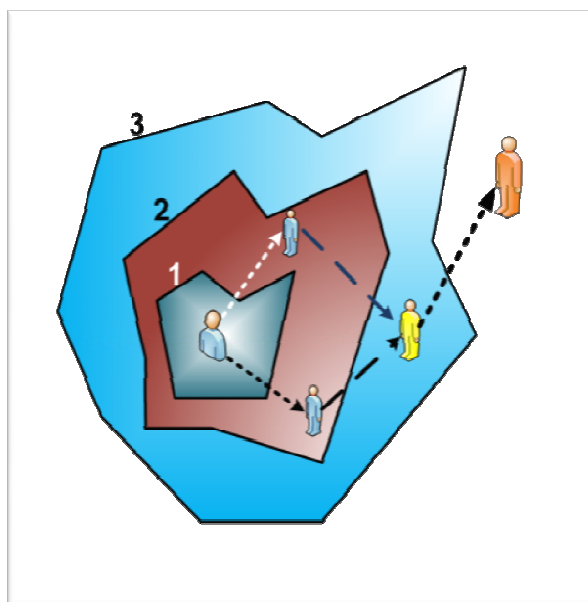
## Dữ liệu ra

Với mỗi bộ dữ liệu, ghi ra trên một dòng diện tích hình vuông lớn nhất tìm được.

Ví dụ dữ liệu vào	Ví dụ dữ liệu ra
1 4 0 1 0 1 1 0 1 0 1 0 1 0 0 1 1 1 1 1 1 0 0 1 1 1 1 0 1 0 0 1 1 1 1 1 0 0 0 1 1 1 0 0 0 1 0 1 1 0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 1 1	16

## Bài H: Tam sao thất bản

Trò chơi “Tam sao thất bản” trên truyền hình luôn thu hút khán giả với nội dung truyền tải các câu hát qua các bức tường kính hạn chế truyền âm. Năm nay, để trang trí sân khấu cho bắt mắt hơn, tường kính được quay lại thành các lớp khép kín có hình thù khác nhau. Các hình này có hình dạng là các đa giác không tự cắt. Có  $N$  lớp tường kính không giao nhau và được bố trí sao cho: lớp thứ nhất nằm trong lớp thứ 2, lớp thứ 2 nằm trong lớp thứ 3, ... Các lớp này được đánh số từ 1 đến  $N$  theo thứ tự từ trong ra ngoài. Hình vẽ dưới đây minh họa một sân khấu cho trò chơi.



Trên sân khấu,  $M$  người chơi, được đánh số từ 1 đến  $M$ , đứng tại  $M$  điểm cho trước. Tất nhiên, các điểm này không nằm trên các lớp tường kính. Người chơi ở phía trong của lớp trong cùng (không nhất thiết phải là người chơi được đánh số 1) được đưa cho một đoạn của bài hát và cùng với những người chơi còn lại truyền nội dung bài hát ra ngoài khỏi các lớp tường kính. Mỗi người chơi chỉ có thể truyền trực tiếp nội dung bài hát cho những người chơi khác cách đúng một bức tường kính từ lớp trong ra lớp ngoài. Phần thú vị của trò chơi “Tam sao thất bản” chính là ở chỗ nội dung của đoạn bài hát có khả năng bị tiếp nhận sai lệch. Xác suất  $P$  mà đoạn bài hát được truyền chính xác giữa người truyền và người nhận phụ thuộc vào khoảng cách  $D$  giữa hai người theo công thức sau:

$$P = 1.0 - \min(D, 1000) / 1000$$

Xác suất truyền tải chính xác bài hát qua nhiều người là tích của các xác suất truyền tải chính xác bài hát giữa những cặp người chơi trên đường truyền. Cho trước  $N$  lớp kính và vị trí của  $M$  người chơi, nhiệm vụ của bạn là viết một chương trình để tính xác suất lớn nhất mà người chơi ở trong cùng có thể truyền tải chính xác đoạn bài hát đến một người ở ngoài cùng. Giả thiết là có một người duy nhất ở trong cùng, có tối thiểu một người ở ngoài lớp kính ngoài cùng, và người chơi được bố trí sao cho đoạn bài hát có thể được truyền ra ngoài.



## Dữ liệu vào

Dữ liệu vào gồm nhiều bộ dữ liệu tương ứng với nhiều test. Dòng đầu tiên chứa một số nguyên dương không lớn hơn 20 là số lượng các bộ dữ liệu. Các dòng tiếp theo chứa các bộ dữ liệu.

Với mỗi bộ dữ liệu, dòng đầu tiên chứa hai số nguyên dương  $N$  ( $2 \leq N \leq 50$ ) và  $M$  ( $2 \leq M \leq 50$ ) cách nhau bởi dấu trống. Dòng thứ  $i$  trong  $N$  dòng tiếp theo chứa một số nguyên dương  $A_i$  ( $3 \leq A_i \leq 50$ ) là tổng số đỉnh của đa giác mô tả lớp kính thứ  $i$ , theo sau bởi  $A_i$  cặp số nguyên  $x_j, y_j$  ( $0 \leq |x_j|, |y_j| \leq 10^5$ ) cách nhau bởi dấu trống mô tả tọa độ các đỉnh của đa giác đó được liệt kê theo thứ tự đi vòng quanh đa giác. Dòng tiếp theo chứa  $M$  cặp số nguyên  $s_j, t_j$  ( $0 \leq |s_j|, |t_j| \leq 10^5$ ) cách nhau bởi dấu trống mô tả tọa độ của  $M$  người chơi.

## Dữ liệu ra

Với mỗi bộ dữ liệu, ghi ra trên một dòng phần nguyên của 1000 nhân với xác suất lớn nhất mà người chơi ở trong cùng có thể truyền tải chính xác đoạn bài hát đến một người ở ngoài cùng.

Ví dụ dữ liệu vào	Ví dụ dữ liệu ra
1 2 3 4 -1 1 1 1 1 -1 -1 -1 7 0 3 2 1 3 1 3 -1 2 -1 0 -3 -3 0 -2 0 0 0 -2 -2	996