## OGC 2024 묶음배송 최적화 알고리즘

Slashe 최서여, 정보연

Dept. of Industrial and Management Engineering, Hankuk University of Foreign Studies

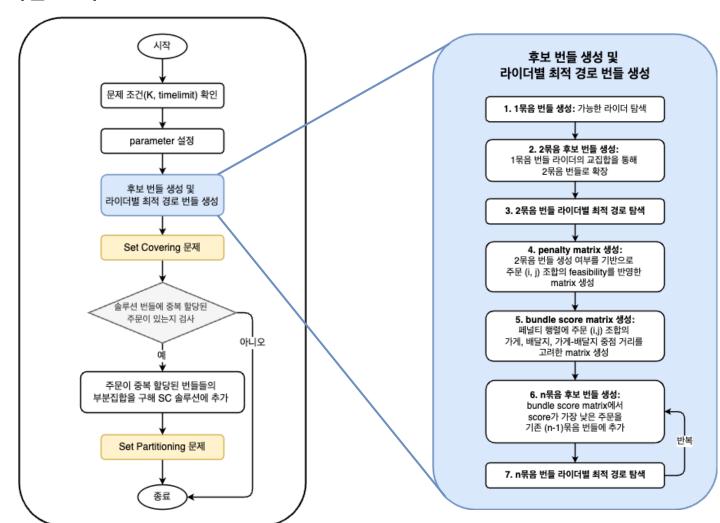
## **Contents**

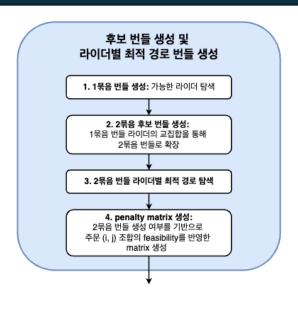
- 1. 알고리즘 로직
- 2. 알고리즘 구현
- 3. 알고리즘 특장점
- 4. 알고리즘 개선 방향
- 5. 경진대회 참여 후기

## 1. 알고리즘 로직

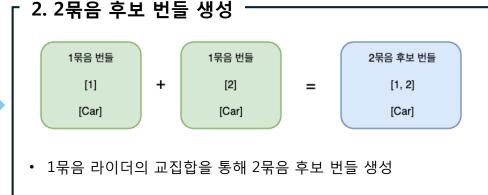
#### 알고리즘 전체 Flowchart

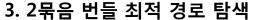








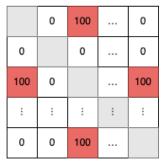




주문 [1, 2] 조합
2묶음 후보 번들
[1, 2]
[Car] feasible한 경로 존재 feasible! penalty = 0
feasible한 경로 존재 X infeasible! penalty = 100

- 2묶음 후보 번들의 최적 경로 탐색
- 주문 (i, j) 조합에 대해서 어떤 라이더든 feasible한 경로가 존재하는 경우 -> penalty=0
- feasible한 경로가 존재하지 않는 경우 -> penalty=100 (묶일 수 없다.)

#### 4. penalty matrix 생성



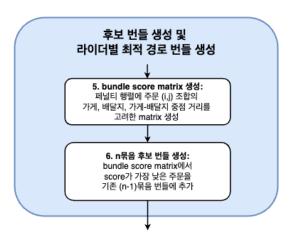
penalty matrix

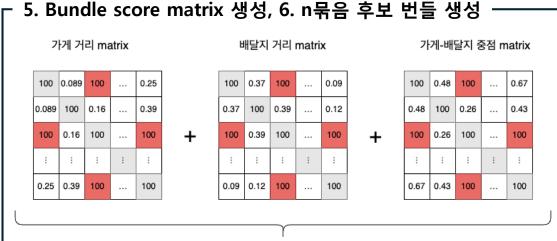
K \* K

- 모든 (i, j) 주문 조합에 대해 penalty matrix 생성
- 번들의 크기를 늘려가는 시도 중 불가능한 (i, j) 조합은 묶이지 않게 하기 위함

## 1. 알고리즘 로직

#### 1. 번들 생성 > 2. 최적 경로 도출 > 3. Set Covering





bundle score matrix

1.01

0.94

300

300 0.939 300

0.939 300 0.81

0.81 300

1.01 0.94 300

- ① 주문 i, j 간의 가게 거리 표준화 행렬
- ② 주문 i, j 간의 배달지 거리 표준화 행렬
- ③ 주문 i, j 간의 가게-배달지 중점 거리 표준화 행렬

세 가지 행렬을 합쳐 bundle score matrix 생성

#### Why?

- 주문 간 Readytime 차이, deadline 차이 등 다른 요소들까지 고려한 로지스틱 회귀모형 도 적용해보았으나,
- 단순하게 거리 행렬 세가지를 합친 score matrix의 결과가 가장 좋았음

▸ Bundle score matrix를 이용해 기존 (n-1)묶음 번들에서 n묶음 번들 후보 생성

300.939 300.939 300.081

예시)

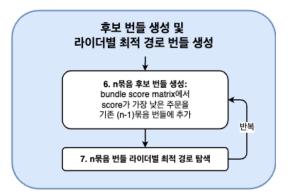
- 주문 [1, 2] 2묶음 번들

K \* K

- 3묶음 번들 만들 때 <u>1행, 2행 합친 행</u> 중 가장 낮은 score의 주문 추가

## 1. 알고리즘 로직

1. 번들 생성 > **2. 최적 경로 도출** > 3. Set Covering



#### 묶음 배송 제약

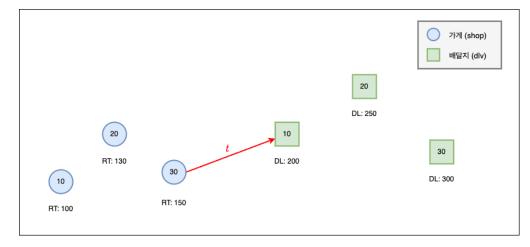
- ✓ 용량 제약
- ✓ Deadline(DL) 이전에
   배달되어야 하는 시간 제약

#### 7. n묶음 번들 라이더별 최적 경로 탐색

#### 계산량을 줄이기 위한 로직

- 우선적으로 Infeasible 여부 판단할 수 있는 조건들
- 1) 주문 총 용량 > 라이더 용량
- 2) 가장 빠른 RT 주문 + 이동 시간 > 가장 빠른 DL 주문
- 예시) Orders: [10, 20, 30]

3) 시간 제약 만족 여부를 판단하려면 마지막 shop seq에서 출발하는 시간만 계산하면 됨



가장 빠른 RT 주문: [30] (RT: 150), 가장 빠른 DL 주문: [10] (DL: 200)

$$150 + t > 200$$

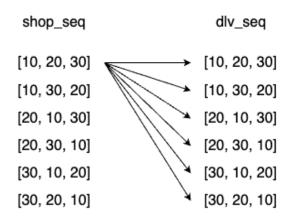
• t 계산해보면 빠르게 infeasible 여부 판단 가능

#### 7. n묶음 번들 라이더별 최적 경로 탐색

#### 계산량을 줄이기 위한 로직

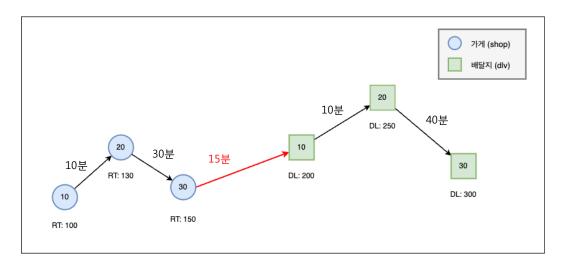
최적 경로를 구하기 위해선 permutation 계산이 필수적

중복되는 계산 多



- 각 shop\_seq 마지막 shop\_seq에서 출발하는 시간, 누적 거리만 계산
- 각 dlv\_seq dlv (i, j)간 누적 도착 시간, 거리 행렬 처음 1번만 계산한 뒤 저장

(예시) Orders: [10, 20, 30]



dlv\_seq: [10, 20, 30]

거리 행렬: dlv\_dist = [ 10~20 사이 거리, 20~30 사이 거리 ] 누적도착시간 행렬: dlv\_arr\_tbl = [ 0, 10, 10+40 ]

• dlv\_seq의 모든 (i, j) 조합들에 대해 계산해두면 shop\_seq가 다르지만 dlv\_seq가 같을 때, 중복 계산할 필요 없이 가져다 사용 가능

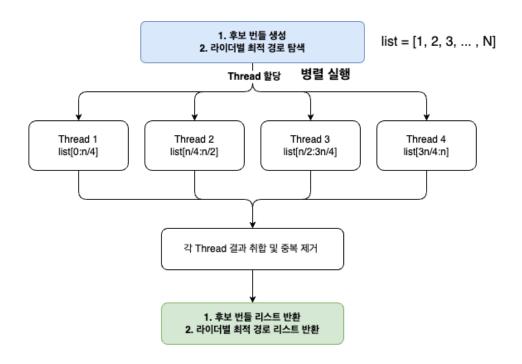
#### 7. n묶음 번들 라이더별 최적 경로 탐색

라이더별 최적 경로 구하는 로직

#### 계산량을 줄이기 위한 로직

- ✓ <u>속도</u>가 가장 빠른 라이더: Bike
- ✓ 용량이 가장 큰 라이더: Car
- Bike 속도로 못 가는 경로는 다른 라이더도 가능하지 않음
- Bike에서 용량 제약이 걸렸을 경우에 Car를 시도
- 모든 라이더에 대해서 경로 탐색 하지 않아도 됨
  - Try Bike
    - If feasible:
      - Try Walk
      - Try Car
    - If infeasible by 용량 제약:
      - Try Car

#### 시간 단축 시도



- 번들 생성 함수, 라이더별 최적 경로 탐색 함수 각각 4개의 Thread에 분할하여 병렬 계산
- 병렬 계산으로 시간 단축 시도

#### **Sets & Parameters**

 $\bullet$  B: Set of feasible bundles

 $\bullet$  K: Set of orders

 $\bullet$  R: Set of riders

•  $A_r$ : Available number of rider  $r, \forall r \in R$ 

•  $K_b$ : Set of orders belonging to bundle  $b, \forall b \in B$ 

•  $R_b$ : Set of riders belonging to bundle b,  $\forall b \in B$ 

•  $c_b^r$ : Total cost of bundle b performed by rider  $r, \forall b \in B, r \in R$ 

#### **Decision variables**

- $x_b^r$ : 1 if the bundle b is serviced by rider r, 0 otherwise,  $\forall b \in B, r \in R$
- $z_b^k$ : 1 if the order k is included in bundle b, 0 otherwise,  $\forall b \in B, k \in K$

# Set Covering MIP formulation

$$\min \quad \sum_{b \in B} \sum_{r \in R_b} c_b^r \cdot x_b^r / |K|$$

s.t. 
$$\sum_{b \in B} z_b^k \sum_{r \in R_b} x_b^r \ge 1, \quad \forall k \in K$$

$$\sum_{b \in B} x_b^r \le A_r, \quad \forall r \in R$$

$$x_b^r \in \{0, 1\}, \quad \forall r \in R, \, \forall b \in B$$

- 모든 주문을 덮을 수 있는(cover) 가능한 번들 조합을 찾는 Set Covering 문제로 정의
- 목적 함수

: 평균 배달 비용을 최소화하는 것

- 제약식
  - 1. 모든 주문은 번들에 1번 이상 할당되어야 한다.
  - 2. 종류 별로 라이더의 수는 한정되어 있다.

#### Set Covering 솔루션 중복 검사

(예시)

```
• 최종 솔루션 중복 발생!
['BIKE', [10, 20], [20, 10]]
['CAR', [10, 21, 31], [21, 31, 10]]
```

• 중복 번들 부분집합 구하기

```
['BIKE', [10], [10]]

['BIKE', [20], [20]]

['BIKE', [10, 20], [20, 10]]

['CAR', [10], [10]]

['CAR', [10, 21], [21, 10]]

['CAR', [10, 31], [21, 10]]

['CAR', [21, 31], [21, 31]]

['CAR', [10, 21, 31], [21, 31, 10]]
```

#### **Set Partitioning**

$$\begin{aligned} & \text{min} & & \sum_{b \in B} \sum_{r \in R_b} c_b^r \cdot x_b^r \ / \ |K| \\ & \text{s.t.} & & \sum_{b \in B} z_b^k \sum_{r \in R_b} x_b^r = 1, \quad \forall k \in K \\ & & & \sum_{b \in B} x_b^r \le A_r, \quad \forall r \in R \\ & & & x_b^r \in \{0, 1\}, \quad \forall r \in R, \ \forall b \in B \end{aligned}$$

- ➤ 최종 솔루션에 중복 번들 부분집합을 추가해 이 번들들로만 Set Partitioning 문제를 푼다
- ▶ 번들 수가 작아 빠른 시간에 솔루션 도출
- ▶ 각 주문이 정확히 한번만 할당됨
- > 중복 할당 문제 해결 feasible한 솔루션 도출 보장

## 2. 알고리즘 구현

#### 알고리즘 구현 언어

Python

#### 사용 패키지

- Gurobi: 최적화 솔버로, Set Covering 문제 해결에 사용
- **Numba**: Python에서 함수 실행 속도를 높이기 위해 JIT(Just-In-Time) 컴파일을 제공하는 패키지로, 알고리즘의 반복적인 계산 작업에 적용하여 실행 속도 개선에 사용

#### 구현 기술

- 병렬 처리 및 성능 향상: Numba와 멀티 Thread를 활용하여 알고리즘 실행 속도 개선 시도
- 최적화 모델링: 문제를 수리 모형으로 정의하고, 최적화 Solver Gurobi로 해결

## 3. 알고리즘 특장점

#### 알고리즘의 주요 특장점

- 1. 단순한 로직으로 파라미터 튜닝에 용이: 알고리즘의 구조가 복잡하지 않아 파라미터 조정이 쉽다.
- 2. 문제 상황 변화에 유연한 대응: 문제의 상황이 바뀔 때, 간단히 번들 크기를 조정하는 방식으로 새로운 조건에 맞춰 유연하게 대응할 수 있다.

(예시) timelimit가 짧다면, 최대 생성 번들 크기 파라미터만 바꿔 작은 크기의 번들로만 문제를 빠르게 풀게 할 수 있다.

## 4. 알고리즘 개선 방향

#### 알고리즘 개선방향

#### 1. 거리 및 시간 행렬의 더 효율적인 활용:

중복 계산을 피하기 위해 거리 행렬과 시간 행렬을 global하게 저장한다면, 이전에 계산한 행렬을 재활용할 수도 있다.

(예시) (n-1)묶음 번들에서 계산한 행렬을 n묶음 번들 경로 계산할 때 활용할 수도 있음. 하지만 번들 생성 부분이 단계적으로 엮여있어 복잡성이 증가할까봐 시도하지 못했다.

#### 2. Column Generation 기법 적용:

문제 해결의 효율성을 높이기 위해 Column Generation 기법을 적용해 보고자 했지만, 시간적 제약으로 인해 시도하지 못했다.

## 5. 경진대회 참여 후기

#### 경진대회 참여 후기

이번 경진대회를 통해 실제 문제 해결에 대한 깊은 통찰을 얻을 수 있었습니다. 특히, 제한된 시간과 자원 내에서 최적의 솔루션을 도출해야 하는 과정에서 많은 도전과 성취감을 느꼈습니다. 또한, 다양한 문제를 접하고 이를 해결하는 과정에서 기술적인 성장뿐만 아니라 문제 해결에 대한 새로운 접근 방식을 배울 수 있었습니다.

또한, 경진대회를 준비해주신 운영진분들께 깊은 감사의 말씀을 드립니다. 덕분에 소중한 경험을 할 수 있었고, 배움의 기회를 가질 수 있었습니다.

매년 정기적으로 경진대회가 열리면 좋겠다는 바람이 있습니다. 이를 통해 최적화 문제에 관심 있는 사람들이 지속적으로 도전하고 성장할 수 있는 기회가 제공되면 좋겠습니다.

# Q&A