

Generadores de Números Aleatorios

Existen en la actualidad innumerables métodos para generar números aleatorios



En la literatura disponible se pueden encontrar gran cantidad de algoritmos.

Escuela de Ingeniería de Transporte Simulación Juan Sánchez R.



Generación de números aleatorios con distribución uniforme

Requisitos para un buen generador de números aleatorios con distribución uniforme:

- La distribución de los números debe ser uniforme en todo el intervalo [0,1].
- Los números deben ser independientes dentro de toda la serie generada.
- El ciclo del generador debe ser bastante grande.



- La serie debe volverse a repetir.
- El generador debe ser rápido y usar poco espacio en la memoria.
- Los más usados pertenecen a los denominados métodos de congruencia

Escuela de Ingenieria de Transporte Simulación Juan Sánchez R.

*

4

Si r₁, r₂, r₃, r₄, ...son los números de la serie deseadas, entonces la fórmula (aditiva) de congruencia correspondiente es:

$$z_{i+1} = (A z_i + B) \pmod{C}$$

$$\mathbf{r}_{i+1} = z_{i+1}/C$$

$$i = 0,1,2,3,....$$

Con z_0 valor inicial(dado), y A, B, C son constantes



Estos generadores en realidad no lo son, sin embargo las series pseudo-aleatorias poseen ciclos bastante grandes y se aproximan satisfactoriamente.

Un algoritmo sencillo para generar números con distribución uniforme en un intervalo [a,b], es:

Multiplicar un número aleatorio R (uniforme en [0,1]) por (b-a) y sumar el valor de a.

Escuela de Ingenieria de Transporte Simulación Juan Sánchez R.



6

La siguiente función en Pascal lo realiza:

FUNCTION NUMALEAT(a.b:REAL):real;

begin

numaleat := a + (b -a) " random
end:

donde Random es una función sin parámetros que devuelve un valor aleatorio en [0,1])



Distribución exponencial

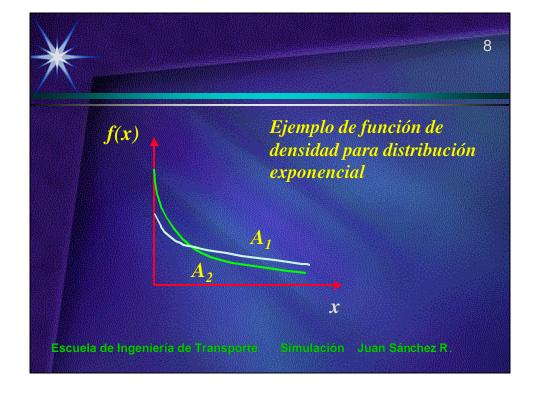
La función de densidad para variables con esta distribución, se puede expresar:

$$f(x) = A Exp(-Ax)$$

y la función de distribución acumulativa es:

F(x) = 1 - Exp(-Ax) donde A es una constante

denotada como 1/Iel valor esperado = 1/Ala Varianza = $1/(A^2)$









Empleando un generador de números aleatorios con distribución uniforme en [0,1], se puede generar números con distribución exponencial, por el método de transformación inversa:

FUNCTION EX(a:real):real;

begin

EX := -A**LN(Random)

end:

Escuela de Ingeniería de Transporte Simulación Juan Sanchez R.



Distribución de Poisson

12

Si consideramos una secuencia de eventos, y ellos son independientes entre sí(ejemplo llegada de clientes a un servicio), que constituyen un flujo de Poisson, entonces el intervalo de tiempo entre la ocurrencia de los eventos tiene distribución exponencial, sí calculamos la probabilidad *P* de ocurrencia de *r* eventos dentro de un intervalo *T*

 $P = Exp(-T/A)(T/A)^{x} / x. \longrightarrow f(x) = Exp(-1/A)(1/A)^{x} / x!$ en intervalo T=1



El valor de una variable aleatoria con distribución de Poisson es, por definición, el número de ocurrencias de un evento descrito con el flujo de Poisson, dentro de un intervalo de tiempo T.

Para generar estos números, es posible simular dicho proceso de ocurrencia o llegadas, Así encontramos que el número deseado N tiene que cumplir con:

Escuela de Ingenieria de Transporte Simulación Juan Sánchez R.



14

La siguiente desigualdad donde v_i tiene distribución exponencial

$$\sum_{i=1}^{N} v_i \le T \le \sum_{i=1}^{N+1} v_i$$



Para generar v_i se puede usar un generador de variables r_i con distribución uniforme en [0,1]y calcular

 $v_i = -A \ln r_i$ simplificando la designaldad anterior se convierte en:

$$\prod_{i=1}^{N} r_i \ge \operatorname{Exp}(-T/A) \ge \prod_{i=1}^{N+1} r_i$$

Escuela de Ingeniería de Transporte Simulación Juan Sánchez R.

16

Función para generar los valores de *N*.

FUNCTION Poisson(A:Real):integer;

VAR Y, V: Real; N: Integer;

Begin

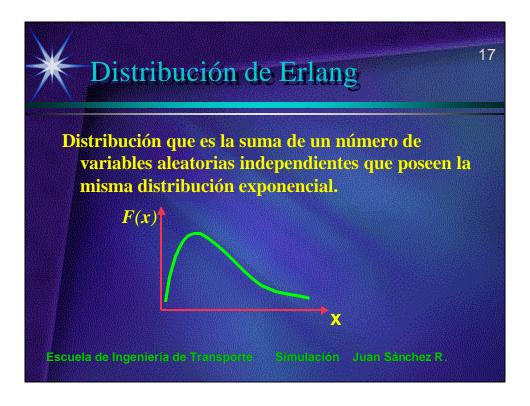
 $Y := 1.0; \ V := Exp(-1.0/A); \ N := 0;$

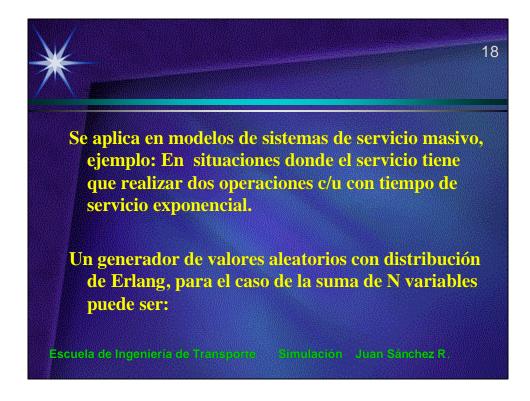
While Y >= V Do

Y := Y * Random; N := N + 1;

Poisson := N

End;







```
FUNCTION Erlang (N:Integer; A:Real):Real;
```

VAR K: Integer; S: Real;

Begin

S:=0.0;

FOR K:= 1 to NDO

S:=S + Exp(A);

Erlang := S

End;

[valor esperado 1/A]

Escuela de Ingeniería de Transporte Simulación Juan Sanchez R

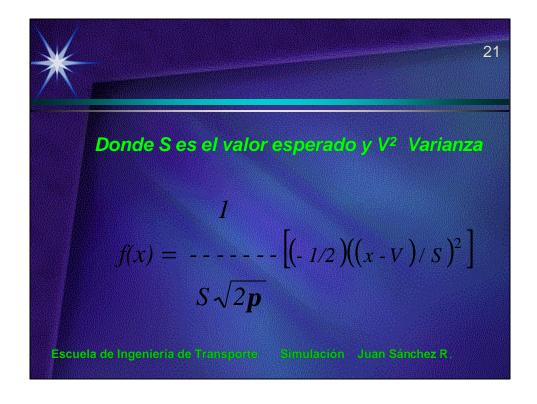


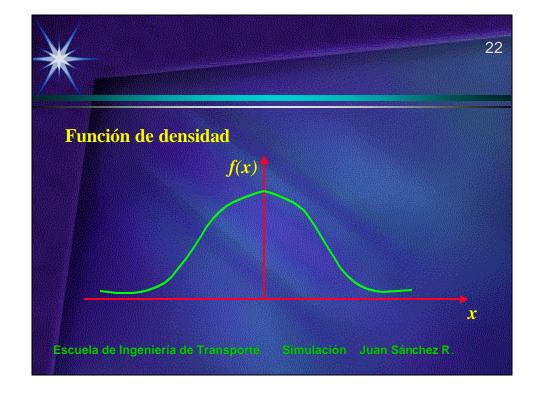
Distribución Normal

20

Es una de las más importantes distribuciones de probabilidad.

El teorema del límite dice: La distribución de la suma de unas variables aleatorias independientes tiende a la distribución normal si el número de las variables tiende a infinito. (Cualquiera sea la distribución de c/u de dichas variables)







Distribución Gamma

Generalización de la distribución de Erlang, en donde el número de las variables a sumar (con distribución exponencial ya no es un entero)

La función de densidad para esta distribución, puede tener una variedad de formas según sus parámetros.

Escuela de Ingeniería de Transporte

Simulación Juan Sánchez F



Distribución Empírica

24

A menudo la distribución de una variable del modelo, no puede calificarse como ninguna de las distribuciones conocidas, y no es posible de representar por ninguna expresión determinada.

La única información que se dispone sobre la variable son los valores de un número de sus realizaciones.



Por ejemplo: En un servicio se registraron los tiempos de servicio durante un intervalo de tiempo muy largo.

Observaciones:

Tiempo de servicio

menor de 5 minutos \boldsymbol{x}_{I}

entre 5 y 10 minutos x_2

entre 10 y 15 minutos, etc.... X_3

Al primer intervalo se asigna su valor promedio $y_1 = 2.5$

Escuela de Ingeniería de Transporte Simulación Juan Sanchez R.



26

Al segundo intervalo(su valor promedio) $y_2 = 7.5$

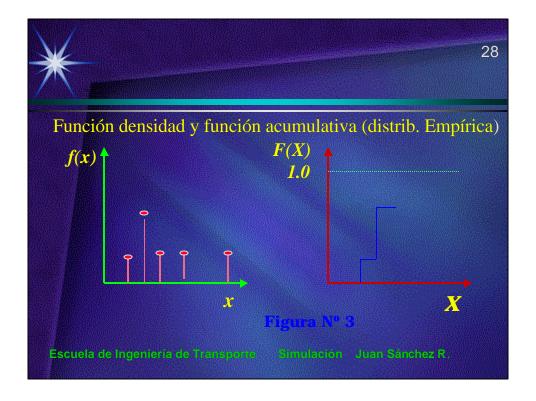
Al tercer intervalo (su valor promedio) $v_3 = 12.5$ etc.

Así los resultados de las observaciones forman dos arreglos

$$X = (x_1, x_2, ..., x_n)$$
 $Y = (y_1, y_2, ..., y_n)$

n = número de intervalos posibles.

Para hallar la función de densidad (tiempos de servicio) se debe normalizar el arreglo X (cada componente se divide por la \mathbf{S} de los \mathbf{x})





La generación de los valores de tiempo de servicio T, aplicaremos el método de transformación inversa.

La función proporciona las realizaciones de la variable aleatoria T con la función acumulativa F, dada por el arreglo H.

```
30
  Function Simple(N:Integer; H,Y:Tabla):Real;
   VAR J:Integer; S, S<sub>1</sub>:Real; B:Boolean;
   BEGIN
    B:= True; S:= Random; S_1 := Y[N]; J:= 1;
     While B AND (J<M) Do Begin
       IF H[J] >= S Then Begin
         S_1 := Y[K]; K := K + 1;
         B := False
       Simple := S_1
                             End
    END;
Escuela de Ingenieria de Transporte Simulación Juan Sánchez R.
```