

# **Probabilidad y Simulación**

**Estímulo del Talento Matemático**

**Real Academia de Ciencias**

4 de febrero de 2006

## Entendiendo el azar

Queremos entender un **fenómeno aleatorio** (azar, incertidumbre). Entenderlo lo suficiente como para poder **tomar decisiones**.

Aparte de los juegos de azar que veremos aquí, ¿se te ocurren otros fenómenos que podríamos describir como aleatorios?

Planteamos la siguiente cuestión (algo novelesca): nos hemos metido en líos y debemos un millón de euros a la mafia. La deuda vence mañana por la mañana. Son las 8 de la tarde y disponemos de 10000 euros. El casino está abierto toda la noche. Así que decidimos jugar a la ruleta.



0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	2 to 1
2	5	8	11	14	17	20	23	26	29	32	35	36	2 to 1
1	4	7	10	13	16	19	22	25	28	31	34	35	2 to 1
1 <sup>st</sup> 12				2 <sup>nd</sup> 12				3 <sup>rd</sup> 12					
1-18		EVEN		0		00		ODD		18-36			

Parece que tenemos pocas opciones para “sobrevivir”. . . ¿pero cuántas, realmente? Queremos saber si la **probabilidad** de que consigamos nuestro objetivo es del 50 %, del 20 % o si es, quizás, un objetivo “imposible”.

¿Qué dirías?

¿Y cómo apostamos? ¡Es, desde luego, una cuestión de vida o muerte!

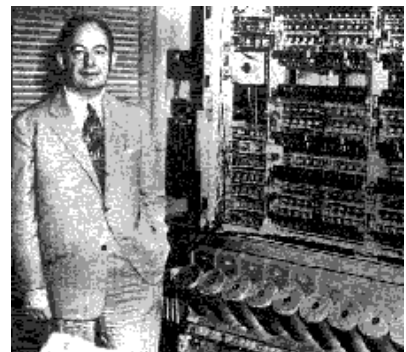
## El azar y el ordenador

Una manera de abordar la cuestión consiste en **simular** muchas veces la cuestión que nos interesa.

- Supongamos que hemos decidido la **estrategia** de apuestas que vamos a seguir.
- Empezamos a jugar (siguiendo esa estrategia). Los sucesivos resultados de la ruleta van decidiendo el dinero que vamos teniendo. Al final, apuntamos si hemos cumplido el objetivo o no. (¿¿Podría no acabar nunca la partida??)
- Esto lo repetimos **muchas veces** y calculamos la **proporción** de veces en que hemos tenido éxito.

Por supuesto, podemos jugar con una ruleta de verdad. Pero también podemos utilizar el ordenador como **laboratorio** de simulación.

La primera vez que se utilizó esta técnica fue en torno a 1940, en el Proyecto Manhattan (¿te suena?). A veces se le llama el **método Montecarlo** (¿se te ocurre por qué?). En la foto vemos a John von Neumann, uno de sus creadores, posando junto al ENIAC.



En realidad, como veremos, todo lo que necesitamos es **simular** el lanzamiento de una moneda. Por supuesto, siempre está el experimento “físico” (no muy práctico, por cierto).

- Imagina que nos dan un número (“al azar”) entre 0 y 1. ¿Sabrías cómo aprovecharlo para simular el lanzamiento de una moneda?

- ¿Y si la moneda estuviera “trucada” (por ejemplo, un 60 % para cara y un 40 % para cruz)?
- Aunque aquí no lo utilizaremos: ¿y si lo que quisiéramos simular fuera un **dado**?

¿Crees que podremos diseñar “sorteos” en el ordenador cuyos resultados sean números **cualesquiera** entre 0 y 1? ¿Y si quisiéramos generar números entre 0 y 1 con, digamos, 10 cifras decimales?

¿Se te ocurre algún procedimiento (aleatorio) para generar números entre 0 y 1 con, digamos, 10 cifras decimales? Afortunadamente, Excel hace el trabajo por nosotros.

### Un poquito de Excel

Vamos a utilizar la hoja de cálculo Excel para simular.

- Valores y fórmulas.
- Los números aleatorios. La instrucción =aleatorio().
- Arrastrando para copiar.
- Valores condicionales. La instrucción =si( ; ; ).
- La herramienta gráfica; las teclas F2, F4 y F9.

Ilustración con Excel:

1. Generamos 1000 números entre 0 y 1. A partir de esta serie, simulamos 1000 lanzamientos de moneda.
2. Hacemos un **histograma** de los resultados obtenidos. ¿Y si el histograma que queremos hacer es el de los números aleatorios originales?

## En el casino

Ya estamos frente a la ruleta. Decidimos, como primera estrategia, apostar una cantidad fija, por ejemplo 1 euro, siempre al rojo. Si sale (un número) rojo, recuperamos el euro apostado y ganamos otro. Si la bola cae en un número negro (o en la casilla del 0), entonces perdemos lo apostado.

Observemos que, si quitamos el 0, la ruleta se convierte en una moneda (equilibrada). Si lo mantenemos, entonces es como una “moneda trucada”. ¿Cuál es la probabilidad de ganar una apuesta?

Pero no solo nos interesa lo que ocurra en un lanzamiento, sino en una larga partida.

**Ejercicio de simulación.** Empezamos con 3 euros, y jugamos hasta conseguir un objetivo, digamos 20 euros. Si nos quedamos sin dinero, entonces. . .

Queremos estimar (y comparar)

- la probabilidad de conseguir el objetivo si jugamos con una moneda equilibrada;
- la de conseguirlo si jugamos realmente a la ruleta (apostando al rojo).

## Estrategias

Podemos jugar (apostar) de diversas maneras. Por ejemplo,

- Apostar siempre 1 euro al rojo.
- Apostar siempre 1 euro al negro.
- Apostar siempre al rojo, pero una cantidad mayor (por ejemplo, 3 euros).
- **Todo o nada**: apostar todo nuestro dinero en cada lanzamiento.
- ¿Se te ocurre alguna mejora sobre la estrategia del todo o nada?
- ¿Y alguna otra estrategia diferente?

Necesitamos **comparar** estas estrategias. Recordamos que el objetivo es conseguir 20 euros (a partir de los 3 iniciales).

Cuando hayamos decidido cuál de ellas es la mejor, ya sabremos algo sobre cómo nos van a ir nuestros tratos con la Mafia.