



Teoría de Control - Práctica

Transformada de Laplace

1. Hallar $x(s)$ para las siguientes ecuaciones diferenciales:

- | | |
|---------------------------------|---|
| a) $x' + 3x = 0$ | $x(0) = 2$ |
| b) $x''' + x = 1$ | $x(0) = x'(0) = x''(0) = 0$ |
| c) $x'' + 3x' + 2x = 0$ | $\begin{cases} x(0) = a \\ x'(0) = b \end{cases}$ |
| d) $x''' + 4x'' + 5x' + 2x = 2$ | $x(0) = x'(0) = x''(0) = 0$ |
| e) $x'' + 2x' + 5x = 3$ | $x(0) = x'(0) = 0$ |

2. Determinar $x(t)$ o $f(t)$ para las siguientes ecuaciones:

- | | |
|---|--|
| a) $x' + x = 1$ | $x(0) = 0$ |
| b) $x' + 3x = 0$ | $x(0) = 2$ |
| c) $x''' + 2x'' - x' - 2x = 4 + e^{2t}$ | $\begin{cases} x(0) = 1 \\ x'(0) = 0 \\ x''(0) = -1 \end{cases}$ |
| d) $f(s) = \frac{1}{s(s^2 + 2s + 2)}$ | |

Expansión en fracciones parciales cuando $f(s)$ involucra polos múltiples

3. Determinar $f(t)$ para las siguientes transformadas:

- | |
|--|
| a) $f(s) = \frac{s^2 + 2s + 3}{(s + 1)^3}$ |
| b) $f(s) = \frac{5(s + 2)}{s^2(s + 1)(s + 3)}$ |
| c) $f(s) = \frac{1}{s(s^2 + w^2)}$ |

Teorema del valor final**4.** Determinar $f(t = \infty)$

$$a) f(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

Naturaleza Cualitativa de las Soluciones**5.** Hallar $y(t)$ a partir de las siguientes ecuaciones diferenciales, graficar las salidas y ubicar los polos de la función de transferencia en el plano complejo:

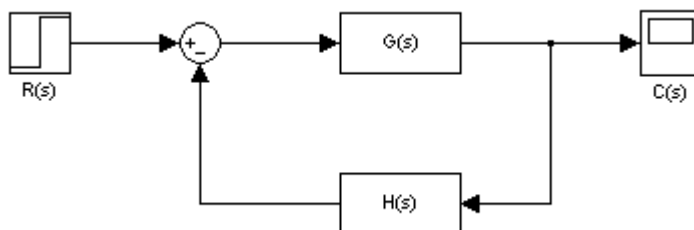
$$a) y'(t) + 2y'(t) + 2y(t) = x(t) \quad y(0) = y'(0) = 0$$

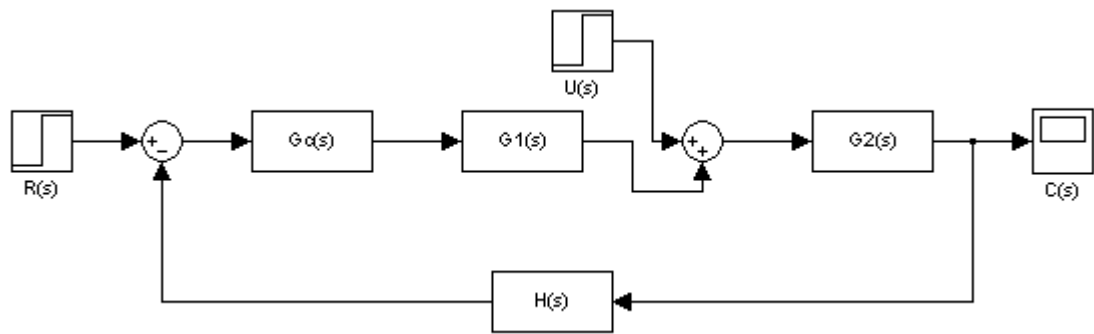
$$b) y(t) + y(t) = x(t) \quad y(0) = 0$$

$$c) y'(t) - 2y'(t) + 2y(t) = x(t) \quad y(0) = y'(0) = 0$$

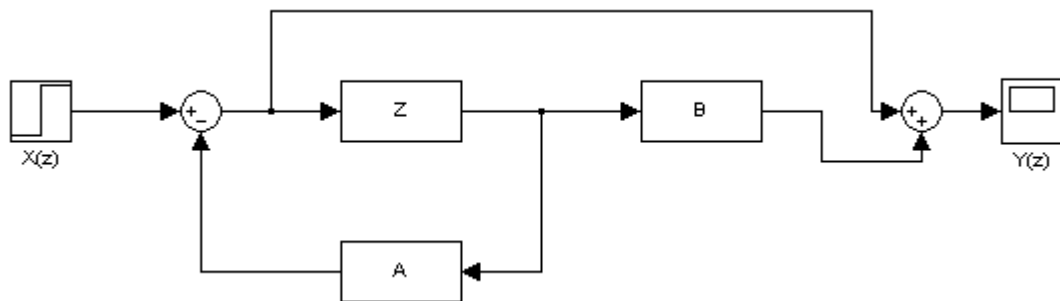
$$d) y(t) - y(t) = x(t) \quad y(0) = 0$$

$$e) y'(t) + y(t) = x(t) \quad y(0) = y'(0) = 0$$

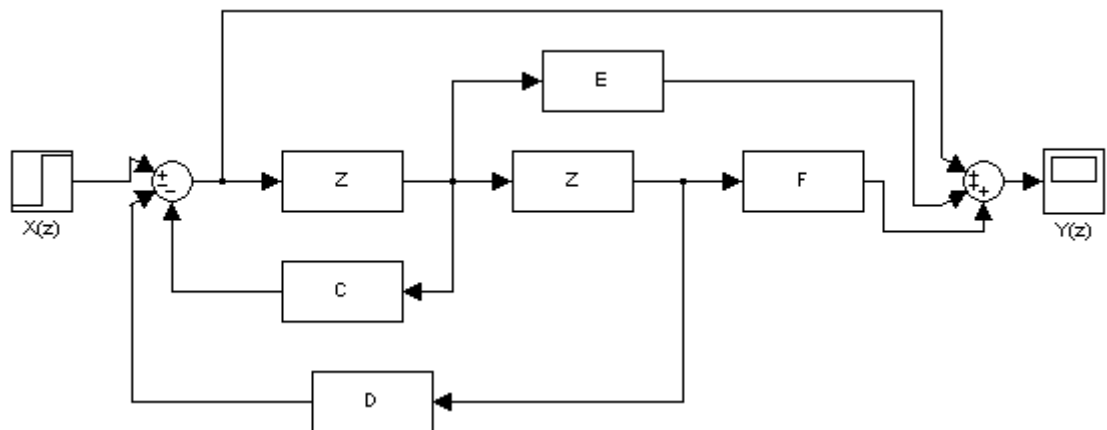
Diagramas de Bloques**6.** Reducir los siguientes diagramas de bloques:a) Hallar $\frac{C(s)}{R(s)}$ b) Hallar $\frac{C(s)}{R(s)}$ y $\frac{C(s)}{U(s)}$



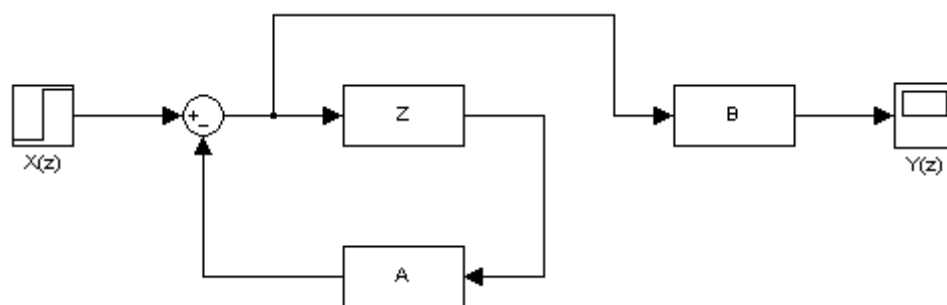
c) Hallar $\frac{Y(z)}{X(z)}$



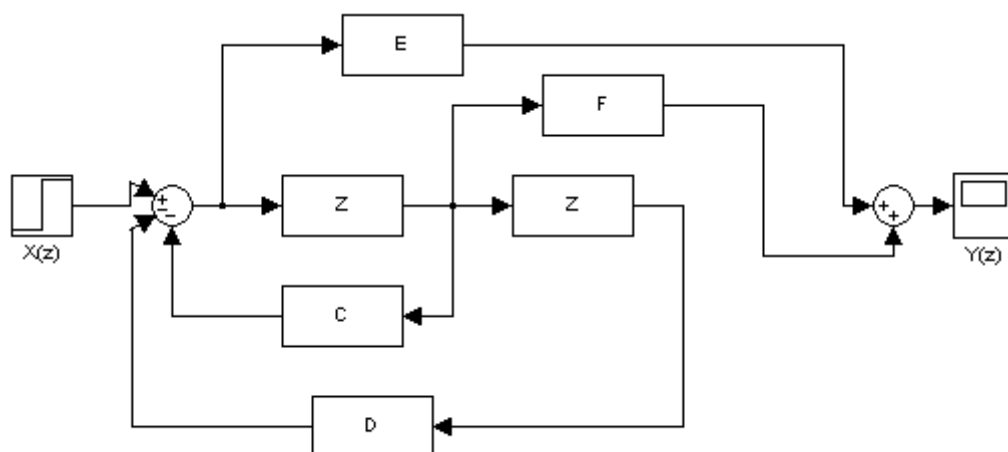
d) Hallar $\frac{Y(z)}{X(z)}$



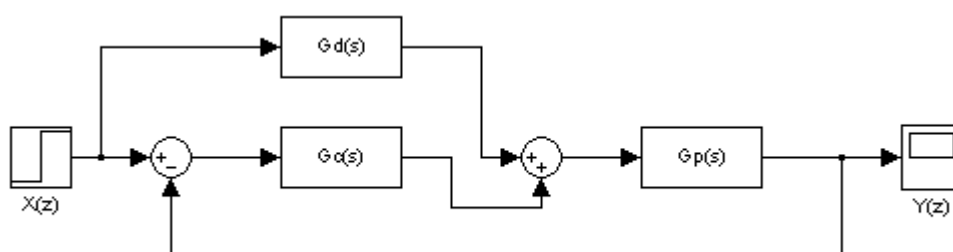
e) Hallar $\frac{Y(z)}{X(z)}$



f) Hallar $\frac{Y(z)}{X(z)}$



g) Hallar $\frac{Y(z)}{X(z)}$



Respuestas de sistemas de Primer Orden

7. Determinar la respuesta de un sistema de primer orden para las siguientes entradas:

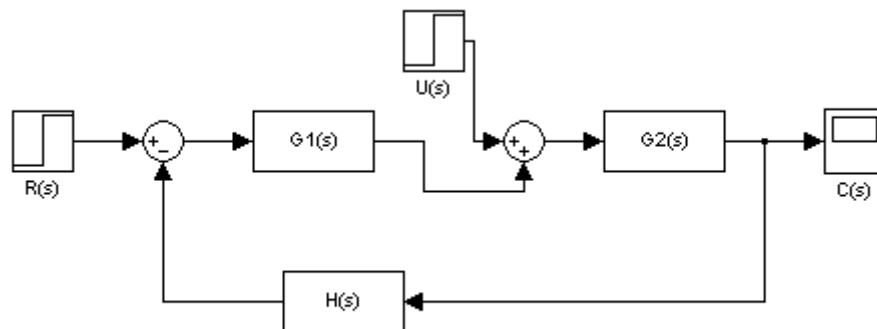
- a) Escalón
- b) Impulso
- c) Senoidal

Controladores

8. Determinar la función de transferencia de los controladores:

- a) Proporcional
- b) Proporcional Integral
- c) Proporcional Derivativo
- d) Proporcional Integral Derivativo

9. Dado el siguiente diagrama de bloques:



Y siendo:

- $G_1(s)$: función de transferencia del controlador
- $G_2(s) = \frac{1}{s^2 + 10s + 20}$
- $H(s) = 1$
- Problema Servo

- Entrada Escalón unitaria

Determinar el error en estado estacionario para los siguientes controladores:

- Proporcional
- Proporcional Integral
- Proporcional Derivativo
- Proporcional Integral Derivativo

Trabajando con los siguientes parámetros:

Controlador	Función de transferencia	k_p	k_p / τ_i	$k_p \tau_d$
P	k_p	300	-	-
PI	$k_p (1 + \frac{1}{\tau_i s})$	30	70	-
PD	$k_p (1 + \tau_d s)$	300	-	10
PID	$k_p (1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_d s)$	350	300	50

Estabilidad. Criterio de Routh

10. Dados los sistemas cuya función de transferencia en lazo cerrado esta definida por:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} = \frac{B(s)}{A(s)}$$

Determinar si los sistemas siguientes son estables y en caso contrario, determinar cuantos polos inestables poseen:

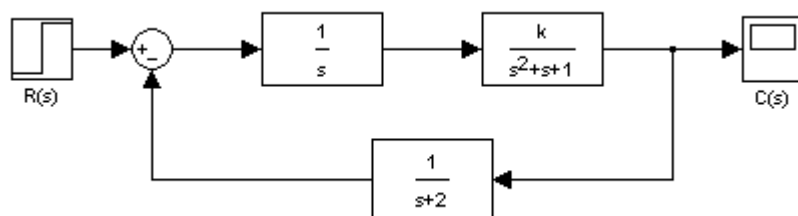
- a) $A(s) = s^4 + 3s^3 + 5s^2 + 4s + 2$
- b) $A(s) = s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 4s + 5$
- c) $A(s) = s^3 + 2s^2 + s + 2$
- d) $A(s) = s^3 - 3s + 2$
- e) $A(s) = s^5 + 2s^4 + 24s^3 + 48s^2 - 25s - 50$

11. Determinar los valores de k para los cuales el sistema es estable, cuya ecuación característica es la siguiente:

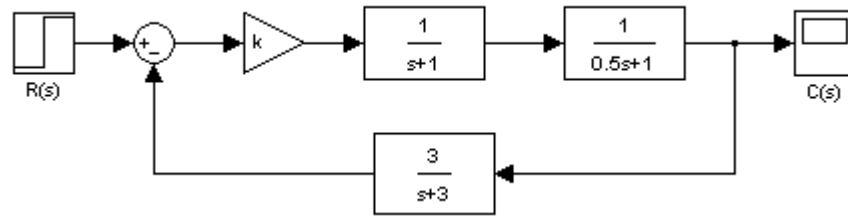
$$a) \quad A(s) = \frac{1}{6}s^3 + s^2 + \frac{11}{6}s + (1 + k)$$

12. Determinar los valores de k para los cuales el sistema modelado por el siguiente diagrama de bloques es estable:

a)



b)



c)

