

# 考虑等待成本的卡车与多无人机联合配送农村物流路径优化

陈希琼，王兴隆，胡大伟

(长安大学 运输工程学院,陕西 西安 710064)

**摘要:**车辆和无人机联合配送模式是降低末端配送成本、提高效率的全新尝试。本文考虑卡车和无人机相互等待成本,以最小总成本为目标建立了单卡车和多无人机联合配送路径优化模型。设计了自适应大邻域搜索算法,采用三种破坏算子和修复算子,对破坏、修复后的临时解使用模拟退火接受准则。对包含10~100个节点的呈均匀分布和簇状分布的2类算例进行求解,与CPLEX求解结果对比表明提出的算法具有较快的速度、较好的精度和稳定性;分析卡车携带不同数量无人机的联合配送方案,结果显示,相较于纯卡车配送,携带1~4台无人机的联合配送可降低农村物流配送总成本17.88%~28.94%;对无人机续航里程的敏感性分析,表明随无人机续航里程的增加配送成本呈先快速降低后缓慢降低或趋于稳定。

**关键词:**农村物流;卡车和无人机联合配送;路径优化;自适应大邻域搜索算法

**中图分类号:**U126 **文章标识码:**A **文章编号:**1007-3221(2024)08-0023-07 **doi:**10.12005/orms.2024.0246

## Rural E-commerce Logistics Route Optimization by Joint Truck and Multi-drone Delivery Considering Waiting Cost

CHEN Xiqiong, WANG Xinglong, HU Dawei

(School of Transportation Engineering, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

**Abstract:**The emergence of logistics drones provides a new way to solve the problems with rural e-commerce logistics, such as scattered demand points, road network limitation, and high terminal delivery costs. However, the terminal delivery by drones is limited by the cruising range and load capacity, which restricts its wide-scale application. In order to expand the service scope of logistics drones and reduce the cost of terminal distribution, the joint distribution mode of trucks and drones is a brand new attempt. This paper studies a Travel Salesman Problem with multi-Drones (TSP-mD), in which a truck with several drones is required to visit a set of customers. The truck starts from a depot and back to the depot after all customers are visited by the truck or a drone once. This study is of great significance for reducing the cost and improving the efficiency while applying to the rural logistics scenario.

Considering the mutual waiting cost of trucks and drones, this paper establishes a joint delivery route optimization model for single-truck and multi-drone with the goal of minimum total cost. According to the characteristics of the model, an adaptive large-neighborhood search algorithm is designed. Three damage operators and repair operators are used, and the simulated annealing acceptance criterion is used for the temporary solutions after damage and repair. Based on the proposed algorithm, two types of instances (9 under each type) including 10~100 nodes with uniform distribution and cluster distribution are solved. The comparison with the CPLEX solution results indicates that the proposed algorithm has faster speed, better accuracy and stability. Through the analysis of the joint delivery scheme of trucks carrying different numbers of drones, the results show that the delivery scheme of truck carrying 0 drones (pure truck delivery) and the joint delivery of truck carrying 1~4 drones can reduce the total rural e-commerce terminal delivery cost by 17.88%~28.89%, and can improve the

收稿日期:2022-08-22

基金项目:国家自然科学基金资助项目(72274024);陕西省自然科学基金项目(2021JZ-20,2022JQ-728)

作者简介:陈希琼(1989-),女,湖南岳阳人,博士,讲师,研究方向:运输网络优化建模与算法设计;胡大伟(1963-),通讯作者,男,北京人,博士,教授,研究方向:交通运输优化。

delivery efficiency. Finally, the sensitivity analysis of the cruising range of the drones shows that with an increase in the cruising range, the delivery cost decreases first rapidly and then slowly or tends to be stable.

For future research, the time window constraint would be considered, and the influence of factors such as load constraint, geographical conditions, weather impact, fixed cost of carrier and personnel cost would be taken into account. Besides, the joint distribution mode of multiple trucks and multiple drones is a promising research direction to further improve the distribution efficiency.

**Key words:** rural e-commerce logistics; joint delivery of trucks and drones; route optimization; adaptive large neighbourhood search algorithm

## 0 引言

近年来,我国农村快递成交量和成交总额逐年上升,但普遍存在物流需求点分散、道路网路密度有限的特点,导致农村末端配送成本高、时效性差、服务水平低等问题。无人机具有速度快、不受道路条件限制等特点,为解决农村物流问题提供了思路。并且相比城市,农村的空域划设相对简单,能充分发挥无人机运输的优势,京东、顺丰、亚马逊、DHL、苏宁、迅蚁等物流企业均已选择在农村开展无人机物流试点。

由于末端配送无人机的载重量、续航里程限制了长距离、载重量大的货物配送,卡车与无人机联合配送的路径优化问题(Truck-Drone Routing Problem, TDRP)被提出,并基于旅行商路径优化问题(Traveling Salesman Problem, TSP)展开<sup>[1]</sup>。AGATZ 等<sup>[2]</sup>提出了允许无人机在同一客户点起飞和降落,卡车在原地等待的 TSP-D(TSP with Drone)。HA 等<sup>[3]</sup>建立了 TSP-D 混合整数线性规划模型,并提出四种启发式算法。BOUMAN 等<sup>[4]</sup>提出了一种基于动态规划的 TSP-D 精确求解方法。上述研究均为单卡车与单无人机联合配送模式,表明该联合模式能减少纯卡车配送和纯无人机配送的缺陷,但存在无人机配送任务重导致卡车等待时间长或无人机仅能服务有限数量的需求点等问题,因此,单卡车携带多无人机联合配送(TSP with multiple Drones, TSP-mD)被提出。MURRAY 和 RAJ<sup>[5]</sup>对 TSP-mD 进行深入研究;曹英英和陈淮莉<sup>[6]</sup>在 TSP-mD 中考虑时间窗约束。MOSHREF-JAVADI 等<sup>[7]</sup>研究了以客户等待时间最短为目标的 TSP-mD,并设计了自适应大邻域搜索算法。承琦和李磊<sup>[8]</sup>、郭秀萍和胡运霞<sup>[9]</sup>基于先聚类后规划路线的思想研究了 TSP-mD。

此外,多辆卡车携带单无人机的路径优化问题<sup>[10,11]</sup>、多卡车且每辆卡车携带多无人机的路径优化问题<sup>[12]</sup>相继被研究,前者可通过分配任务至

卡车,转化为 TSP-D,可视为 TSP-mD 的特殊情形;后者亦可通过分配任务至卡车,转化为 TSP-mD。因此,TSP-mD 研究更有意义。由于现有研究多数未考虑卡车和无人机未同时到达汇合节点,需相互等待的情况。因此,本文以农村物流为研究背景,考虑卡车和无人机配送及相互等待成本,构建 TSP-mD 的农村物流路径优化模型,并设计自适应大邻域搜索算法求解。

## 1 问题描述与模型构建

### 1.1 问题描述

设农村物流网络由一个乡镇配送中心与  $n$  个村级客户点组成。一辆卡车携带多架无人机和客户货物从仓库出发,依次服务客户点,卡车在客户点发射和回收无人机,无人机每次起飞可服务一个客户点,直到所有客户都被服务后返回仓库,配送过程示例如图 1。

根据农村物流与无人机的特点,提出如下假设:无人机存在续航里程限制;无人机在空中飞行保持匀速行驶,发射和回收无人机需消耗一定时间;无人机只能在客户节点发射和回收;每个客户点只能由卡车或无人机服务一次,且客户的包裹重量不超过无人机载重量限制。

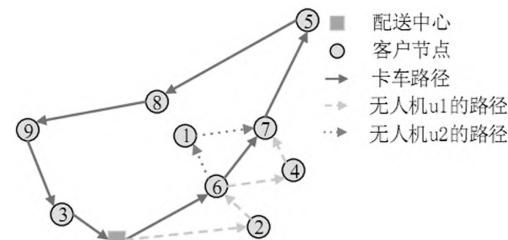


图 1 卡车 - 多无人机联合配送模式示意图

### 1.2 符号与变量说明

(1) 集合。 $V = \{0, 1, \dots, n, n+1\}$ :所有节点集合, {0} 为仓库, {n+1} 为虚拟点表示卡车的终点, 其他为客户点集合  $N$ ;  $V_L, V_R$  分别为卡车发射和回收无人机的客户点集合,  $V_L = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ 、

$V_R = \{1, 2, \dots, n, n+1\}$ ;  $U$  为无人机集合;  $A$  是节点连接弧集合,  $(i, j) \in A$ 。

(2) 参数。 $C_1, C_2$  分别为卡车、无人机单位距离行驶成本;  $\alpha, \beta$ : 卡车、无人机单位时间等待成本;  $V_T, V_D$ : 卡车、无人机速度;  $S_T, S_D$ : 卡车、无人机服务客户所需时间;  $d_{ij}$  和  $d'_{ij}$  分别为卡车和无人机由客户点  $i \in V_L$  到客户点  $j \in \{V_R : j \neq i\}$  之间的行驶和飞行距离;  $L$ : 无人机最大续航里程;  $S_L, S_R$ : 发射、回收无人机所需的时间。

(3) 变量。 $\tau_{ij}^u$ : 卡车( $u \in U$ )由客户点  $i \in V_L$  行驶(飞行)到客户点  $j \in \{V_R : j \neq i\}$  所需的时间;  $t_i$ : 卡车到达客户点  $i \in V_R$  的时刻;  $t_i$ : 卡车离开客户  $i \in V_L$  的时刻;  $W_i$ : 卡车在客户  $i \in V_R$  的等待时间;  $t_{iu}^D$ : 无人机  $u \in U$  到达客户  $i \in V_R$  的时刻;  $t_{iu}^D$ : 无人机  $u \in U$  离开客户  $i \in V_L$  的时刻;  $W_{iu}^D$ : 无人机  $u \in U$  在客户  $i \in V_R$  的等待时间;  $\mu_i$ : 辅助变量。

(4) 决策变量。 $x_{ij}$ : 卡车由客户  $i \in V_L$  行驶到客户  $j \in V_R$  则为 1, 否则为 0;  $y_{ijk}^u$ : 无人机  $u \in U$  由客户  $i \in V_L$  发射, 服务客户  $j \in N$ , 并在客户  $k \in V_R$  接收时为 1, 否则为 0;  $P_{ij}$ : 卡车依次连续访问客户  $i \in V_L, j \in N$  则取 1, 否则为 0, 卡车从配送中心出发, 则  $P_{0j} = 1$ 。

### 1.3 模型建立

基于以上问题描述与符号定义, 建立如下 TSP-mD 数学模型。

$$\begin{aligned} \min Z = & C_1 \sum_{\substack{i \in V_L \\ i \neq j}} \sum_{j \in V_R} d_{ij} \cdot x_{ij} + \\ & C_2 \sum_{i \in V_L} \sum_{j \in N} \sum_{k \in V_R} \sum_{u \in U} (d'_{ij} + d'_{jk}) y_{ijk}^u + \\ & \alpha \cdot \sum_{i \in V} W_i + \sum_{i \in V} \sum_{u \in U} \beta \cdot W_{iu}^D \end{aligned} \quad (1)$$

$$\sum_{j \in V_R} x_{0j} = 1 \quad (2)$$

$$\sum_{i \in V_L} x_{i,n+1} = 1 \quad (3)$$

$$\sum_{i \in V_L, i \neq j} x_{ij} = \sum_{k \in V_R, k \neq j} x_{jk}, \forall j \in N \quad (4)$$

$$\sum_{j \in N, j \neq i} \sum_{k \in V_R, k \neq i, j} y_{ijk}^u \leq 1, \forall i \in V_L, u \in U \quad (5)$$

$$\sum_{i \in V_L, i \neq k} \sum_{j \in N, j \neq k, i} y_{ijk}^u \leq 1, \forall k \in V_R, u \in U \quad (6)$$

$$\sum_{i \in V_L, i \neq j} x_{ij} + \sum_{i \in V_L, i \neq j} \sum_{k \in V_R} \sum_{u \in U} y_{ijk}^u = 1, \forall j \in N \quad (7)$$

$$2y_{ijk}^u \leq \sum_{h \in V_L, h \neq i} x_{hi} + \sum_{l \in N, l \neq k} x_{lk}, \quad \forall i \in N, j \in N, j \neq i, k \in V_R, u \in U \quad (8)$$

$$y_{0jk}^u \leq \sum_{h \in V_L, h \neq j} x_{hk}, \forall j \in N, k \in V_R, u \in U \quad (9)$$

$$t_k \geq l_i + \tau_{ik} - M(1 - x_{ik}), \forall i \in V_L, k \in V_R, k \neq i \quad (10)$$

$$t_k \leq l_i + \tau_{ik} + M(1 - x_{ik}), \forall i \in V_L, k \in V_R, k \neq i \quad (11)$$

$$l_{iu}^D \geq t_i - M(1 - \sum_{j \in N, j \neq i} \sum_{k \in V_R, k \neq j, i} y_{ijk}^u), \forall i \in V_L, u \in U \quad (12)$$

$$l_i \geq l_{iu}^D - M(1 - \sum_{j \in N, j \neq i} \sum_{k \in V_R, k \neq j, i} y_{ijk}^u), \forall i \in V_L, u \in U \quad (13)$$

$$\begin{aligned} t_{ju}^D \geq & l_i + \tau_{ij}^u - M(1 - \sum_{k \in V_R, k \neq i, j} y_{ijk}^u), \\ \forall i \in V_L, j \in N, j \neq i, u \in U \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} t_{ju}^D \leq & l_i + \tau_{ij}^u + M(1 - \sum_{k \in V_R, k \neq i, j} y_{ijk}^u), \\ \forall i \in V_L, j \in N, j \neq i, u \in U \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} t_{ju}^D \geq & t_{ju}^D + S_D - M(1 - \sum_{i \in V_L, i \neq j} \sum_{k \in V_R, k \neq i, j} y_{ijk}^u), \\ \forall j \in N, u \in U \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} t_{ju}^D \leq & t_{ju}^D + S_D + M(1 - \sum_{i \in V_L, i \neq j} \sum_{k \in V_R, k \neq i, j} y_{ijk}^u), \\ \forall j \in N, u \in U \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} t_{ku}^D \geq & t_{ju}^D + \tau_{jk}^u - M(1 - \sum_{i \in V_L, i \neq j, k} y_{ijk}^u), \\ \forall j \in N, k \in V_R, k \neq j, u \in U \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} t_{ku}^D \leq & t_{ju}^D + \tau_{jk}^u + M(1 - \sum_{i \in V_L, i \neq j, k} y_{ijk}^u), \\ \forall j \in N, k \in \{V_R : k \neq j\}, u \in U \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} t_{ku}^D \geq & t_{ku}^D + S_L (\sum_{l \in N} \sum_{m \in V_R, l \neq k, m \neq l, k} y_{klm}^u) + S_R (\sum_{i \in V_L} \sum_{j \in N, i \neq k} y_{ijk}^u) - \\ & M(1 - \sum_{i \in V_L} \sum_{j \in N, i \neq k} y_{ijk}^u), \forall k \in V_R, u \in U \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} l_k \geq & t_{ku}^D - M(1 - \sum_{i \in V_L, i \neq k} \sum_{j \in N, j \neq k, i} y_{ijk}^u), \\ \forall k \in V_R, u \in U \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} l_k \geq & t_{ku}^D + S_T - M(1 - \sum_{l \in N, l \neq k} \sum_{m \in V_R, m \neq k, l} y_{klm}^u), \\ \forall k \in V_R, u \in U \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} l_{vu}^D \geq & t_{ku}^D - M(3 - \sum_{j \in N, j \neq v} y_{ijk}^u - \sum_{m \in N, m \neq i, k, v} \sum_{n \in V_R, n \neq i, k} y_{vmn}^u - P_{iv}), \\ \forall i \in V_L, k \in V_R, k \neq i, v \in N, v \neq i, k, u \in U \end{aligned} \quad (23)$$

$$W_i \geq t_{ku}^D - t_k, \forall i, k \in V_R, u \in U \quad (24)$$

$$W_{iu}^D \geq t_k - t_{ku}^D, \forall i, k \in V_R, u \in U \quad (25)$$

$$y_{ijk}^u (d'_{ij} + d'_{jk}) \leq L, \quad \forall i \in V_L, j \in N, j \neq i, k \in V_R, k \neq i, u \in U \quad (26)$$

$$\mu_i - \mu_j \geq 1 - (n+2)(1 - \sum_{j \in N} y_{ijk}^u), \quad \forall i \in N, k \in V_R, k \neq i, u \in U \quad (27)$$

$$\mu_i - \mu_j + 1 \leq (n+2)(1 - x_{ij}), \quad \forall i \in V_L, j \in V_R, j \neq i \quad (28)$$

$$\mu_i - \mu_j \geq 1 - (n+2)P_{ij}, \quad \forall i \in N, j \in V_R, j \neq i \quad (29)$$

$$\mu_i - \mu_j \leq -1 + (n+2)(1 - P_{ij}), \quad \forall i \in N, j \in V_R, j \neq i \quad (30)$$

$$P_{ij} + P_{ji} = 1, \forall i \in N, j \in N, j \neq i \quad (31)$$

$$W_i \geq 0, W_{iu}^D \geq 0, \forall i \in V_R, u \in U \quad (32)$$

$$x_{ij}, P_{ij} \in \{0, 1\}, \forall i \in V, j \in V, j \neq i \quad (33)$$

$$y_{ijk}^u \in \{0, 1\}, \forall i \in V_L, \forall j \in N, j \neq i, k \in V_R, u \in U \quad (34)$$

$$t_i \geq 0, t_{iu}^D \geq 0, l_i \geq 0, l_{iu}^D \geq 0, 0 \leq \mu_i \leq n+1, \forall i \in V, u \in U \quad (35)$$

式(1)为目标函数,最小化联合配送的总成本,包括:卡车和无人机联合配送成本、卡车和无人机相互等待成本;式(2)~(3)表示卡车能且只能进出仓库各一次;式(4)为卡车流量守恒约束;式(5)~(6)限制同一架无人机在同一节点多次发射和回收的情况;式(7)表示每个客户点只能由卡车或无人机服务一次;式(8)~(9)确保卡车路径经过无人机  $u$  的发射节点  $i$  和回收节点  $j$ ;式(10)~(11)为卡车时间连续性约束;式(12)表示卡车到达  $i$  点以后才可以发射无人机;式(13)表示卡车发射无人机以后才可以离开;式(14)~(15)为无人机时间连续性约束;式(16)~(17)表示无人机  $u$  到达和离开  $j$  点的时间约束;式(18)~(19)为无人机  $u$  到达回收节点  $k$  的时间约束;式(20)为无人机离开  $k$  点时间约束;式(21)~(22)为卡车离开节点  $k$  的时间约束;式(23)表示无人机回收后才可以再次被发射;式(24)~(25)为卡车、无人机等待时间约束;式(26)为无人机续航里程约束;式(27)~式(31)定义访问次序、消除子回路;式(32)~式(35)为变量取值约束。

## 2 自适应大邻域搜索算法设计

### 2.1 算法框架

本文基于插入法生成 TSP-mD 初始解,随后通过自适应大邻域搜索算法不断破坏和修复当前解,迭代搜索更优解,直到达到最大迭代次数终止算法。ALNS 算法流程伪代码见算法 1。

#### 算法 1:TSP-mD 算法框架

```

1: 输入: 初始温度,最大迭代次数,降温速度,破坏、修复算子
   初始权重;
2: 基于插入法产生 TSP-mD 问题的初始解;
3: 当前解←初始解,最优解←初始解,迭代次数设置为 0;
4: while 迭代次数小于最大迭代次数 then
5:   以轮盘赌方法根据算子得分从破坏和修复算子集合选一个
     破坏和一个修复算子;
6:   临时解←破坏、修复当前解;
7:   温度←温度 × 降温系数;
8:   if 临时解目标值小于最优解目标值 then
9:     当前解←临时解; 最优解←临时解;
10:    else if 临时解目标值小于当前解目标值 then
11:      当前解←临时解;
12:    else 符合模拟退火接受准则 then
13:      当前解←临时解;
14:    end if
15:    更新算子权重;
16: end while
17: 返回最优解

```

### 2.2 解的编码方法

解的编码主要包含四部分:第一部分为卡车路径;第二部分为无人机服务客户及服务顺序;第三部分为无人机发射节点集合;第四部分为无人机回收节点集合,各部分在解得表达中编码如图 2 所

示,其中第一、二部分的数字编码为节点的编号,由于无人机发射、回收节点为卡车路径节点,故第三、四部分标号与第一部分卡车路径节点顺序相对应,第三、四部分数字编码为第一部分(卡车路径)的访问次序号,例如,第三部分的 1(无人机  $u_1$  第一次发射节点)对应卡车路径的第 1 个节点,客户点 0,即无人机第一次发射节点为 0。具体图 1 的配送路径方案对应的编码表达如图 2 所示。

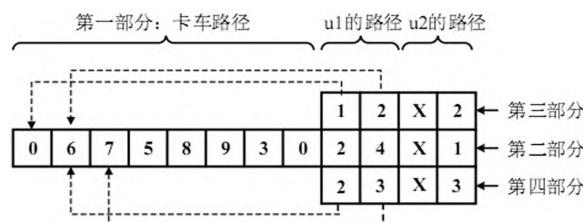


图 2 算例的解码示意图

### 2.3 初始解设计

算法初始解采用插入法构造,先置空卡车、无人机路径,随机选择客户点插入卡车路径,形成从仓库到选中客户点的闭合路径,随后判断该客户点是否可由无人机服务,若可以且总成本更优,则该点替换为无人机服务并记录无人机发射、回收路径,然后选择下一个客户插入卡车路径,循环操作直到将所有客户插入卡车路径或无人机路径中。

### 2.4 破坏算子和修复算子

#### 2.4.1 破坏算子

在每次迭代 ALNS 通过破坏算子破坏当前解,产生临时解和移除客户点集合。每次迭代移除的客户点数量  $\beta$  由移除比率  $\delta$  和客户总量  $C$  控制,计算公式为  $\beta = C \cdot \delta$ 。其中,移除概率通过轮盘赌选择从  $\delta = [\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4]$  中选择,本文采用三种破坏算子。

(1) 随机破坏算子。随机移除客户节点,当移除客户数量达到  $\beta$  时,得到随机移除客户点集合和部分解决方案。若移除的客户点是卡车客户点,且为无人机的发射或回收节点时,相应的无人机服务客户点也将被移除,其他破坏算子该情况操作类似。

(2) 最大路径删除算子。从当前解中选择客户数量为  $\alpha$  ( $\alpha < \beta$ ) 的最长路径进行删除,删除路径范围包括卡车路径、无人机路径。

(3) 群集破坏算子。从当前解中随机选择客户点视为移除焦点,移除该客户点,并从当前解中寻找与焦点客户距离最近两个节点,定义为最近节点集合(包含卡车路径节点和无人机客户点),从最近节点集合随机移除客户点,将随机移除客户点定义为新的移除焦点,多次迭代,直到移除客户点总量达到  $\beta$ ,产生移除客户点集合和部分解决方案。

#### 2.4.2 修复算子

修复算子将移除客户点集合中的客户重新插入卡车和无人机路径,为避免客户反复插入破坏位

置,选择三种修复算子:随机插入算子、贪婪插入算子和最近邻插入算子。

(1)随机插入算子。首先将移除客户节点随机插入卡车路径;然后判断该客户点由无人机服务时总成本是否更低,若存在可用无人机且无人机插入成本更低,则将客户点插入无人机路径。

(2)贪婪插入算子。首先通过最佳插入法将随机客户节点插入到卡车路径中,即总成本增加最小的位置;随后,判断是否存在可用的无人机,若存在,计算该客户点满足无人机续航里程约束的所有可能插入位置的总成本,在总成本增加最小的位置插入,重复该过程,直到所有移除客户插入路径中。

(3)最近邻插入算子。从移除客户点集合随机选择客户点,计算该客户点和所有卡车路径节点之间的距离,选择距离最近节点,计算两个插入位置的总成本,以总成本增加最小位置插入,判断该客户点无人机服务的可行性,若有可行无人机服务方案,计算各插入位置发射和回收无人机的路径之和,选择和最小的位置插入。

## 2.5 自适应过程

对于破坏和修复算子的选择概率,算法具有自适应调整过程,以不同破坏、修复算子使用次数和效率的统计信息作为算子权重  $\omega$  调整依据。本文算法的算子权重更新公式为:

$$\omega_{i,j+1} = \begin{cases} \omega_{i,j}, & u_d = 0 \\ \psi \cdot \omega_{i,j} + (1 - \psi) s_d / u_d, & u_d > 0 \end{cases} \quad (36)$$

其中,  $\omega_{i,j}$  为方法  $i$  在  $j$  次迭代时的权重;  $s_d$  为算子分数;  $u_d$  为算子使用次数;  $\psi$  为算子权重更新系数,用于控制算子权重变化的速度。算子得分设计标准见公式(37)。

$$s_d = \max(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4) \quad (37)$$

算子得分遵循  $\varphi_1 \geq \varphi_2 \geq \varphi_3 \geq \varphi_4 \geq 0$  原则,依次表示新解释全局最优解、新解优于当前解、新解被接受、新解被拒绝时的算子得分,自适应过程的基本思想是根据破坏、修复算子权重决定不同算子的使用概率,算子权重越高使用概率越高。初始状态

所有算子权重及轮盘赌选择概率相同,发生迭代后算子表现越好,算子的得分和权重越高,轮盘赌选择概率越高。

## 2.6 模拟退火接受准则

通常,当破坏、修复后的临时解比当前解或最优解更优时,接受临时解;否则不接受。为了增加空间多样性,避免陷入局部最优,ALNS 始终接受比当前解或最优解更优的解,同时,允许以一定概率  $p$  接受比当前解差的临时解,接受概率计算公式见式(38)。

$$p = e^{-\frac{f(S_{current}) - f(S_{temp})}{T}} \quad (38)$$

其中,  $f(S_{current})$  为当前最优解的目标值;  $f(S_{temp})$  为临时解的目标值;每次迭代模拟退火温度  $T$  线性变化,变化公式为  $T = T \cdot \text{coolingrate}$ ,  $\text{coolingrate}$  为降温系数。

## 3 算例分析

基于 BOUMAN 等<sup>[4]</sup>的算例,考虑不同地区农村居民点分布不同,选择均匀分布 uniform (s) 和簇状分布 single-center (sc) 2 种类型算例,设置算例和算法相关参数。算例试验在处理器为 AMD Ryzen 7 5800H 3.2GHz、16GB 内存、64 位 Windows10 操作系统的计算机上进行,采用 CPLEX 12.6.3 和 MATLAB 2017b 进行求解。

### 3.1 算例结果分析

据 CPLEX 求解不同节点算例所用时间,将小、中、大规模算例节点数分别设置为 10, 50 和 100。CPLEX 求解器运行时间限制为 1800 秒,根据算例规模分别设置 ALNS 迭代次数为 30, 100 和 200 次,各算例运行 10 次。小规模、中大规模算例求解结果分别见表 1 和表 2。表中算例名称以“-”分为三部分,分别为算例节点分布类型、算例编号、节点个数。如 u-51-10 表示节点分布类型为均匀分布,51 号算例,节点数量为 10 个。

表 1 小规模算例求解结果

算例	CPLEX			ALNS				
	$C^T$	$C^{mD}$	$T$	$A^A$	$O^A$	$T^A$	$\sigma$	$\gamma$
u-51-10	1573.16	1355.24	24.72	1356.74	1355.24	1.20	13.85	0.11
u-52-10	1519.37	1202.76	52.89	1202.76	1202.76	1.84	20.84	0.00
u-53-10	1423.28	961.51	38.43	961.51	961.51	1.58	32.47	0.00
sc-51-10	2195.17	2020.55	6.31	2020.55	2020.55	1.77	7.95	0.00
sc-52-10	1947.47	1584.28	12.11	1584.28	1584.28	1.32	18.65	0.00
sc-53-10	2552.27	2306.17	6.83	2306.17	2306.17	1.85	9.64	0.00
<b>Average</b>	1868.45	1571.70	23.55	1571.95	1571.70	1.59	17.23	0.02

注:  $C^{mD}$ ,  $T$  为 CPLEX 求解器求解结果和运行时间;  $A^A$  和  $O^A$  分别表示 ALNS 运行 10 次的平均解和最优解;  $T^A$  为 ALNS 运行 10 次的平均运行时间;  $C^T$  为纯卡车配送成本,  $\sigma$  为车辆和无人机联合配送模式相对于纯卡车配送模式改进成本比  $\sigma (\%) = \frac{(C^T - O^A)}{C^T} \times 100$ ;

$\gamma$  为平均偏差  $\gamma (\%) = \frac{(A^A - C^{mD})}{C^{mD}} \times 100$ 。

在小规模算例中,CPLEX 优化求解器和本文提出的 ALNS 算法均可求出最优解,但 ALNS 求解速度快一个数量级时间;与纯卡车配送模式相比,卡车和多无人机联合配送模式总成本节约比平均为 17.23%;在精度和稳定性方面,对比表 1 中 ALNS 的平均解和 CPLEX 最优解发现,平均偏差最大值为 0.11%,表明 ALNS 求解精度和稳定性较好。

表 2 中大规模算例求解结果

算例	ALNS					
	$C^T$	$A^4$	$O^4$	$T^4$	$\sigma$	$\Gamma$
u-76-50	2950.6	2313.1	2301.6	132.1	22.0	0.50
u-77-50	3152.0	2678.2	2642.1	104.5	16.2	1.36
u-78-50	3006.9	2575.3	2515.0	110.6	16.4	2.40
sc-76-50	4568.9	3457.0	3399.3	131.5	25.6	1.70
sc-77-50	3959.6	2613.9	2568.2	120.3	35.1	1.78
sc-78-50	4640.2	3334.2	3327.9	136.4	28.3	0.19
u-91-100	4163.3	3685.9	3518.8	1106.9	13.8	4.75
u-92-100	3909.7	3168.3	3022.2	1432.1	21.1	4.83
u-93-100	3952.1	3226.9	3087.1	1409.8	20.3	4.53
sc-91-100	6755.5	5399.9	5103.9	1699.0	23.5	5.80
sc-92-100	7344.8	5810.8	5603.8	905.1	22.9	3.70
sc-93-100	7012.8	5773.7	5566.5	1250.5	19.7	3.72
<b>Average</b>	3669.8	3554.7	711.6	22.1	2.94	

注:表 2 中  $\Gamma$  为平均偏差  $\Gamma(\%) = \frac{(A^4 - O^4)}{O^4} \times 100$ , 其他符号含义同表 1。

表 2 中,与纯卡车配送模式对比,联合配送模式总成本可节约 22.07%。中大规模算例的平均求解时间为 711.56 秒,算例目标函数最大偏差为 5.80%,平均偏差仅为 2.94%,表明算法在求解速度、精度和稳定性方面较好的性能。以大规模算例 u-91-100 为例,图 3 显示该算例的运行迭代图,求得最优解对应的配送路径如图 4 所示。

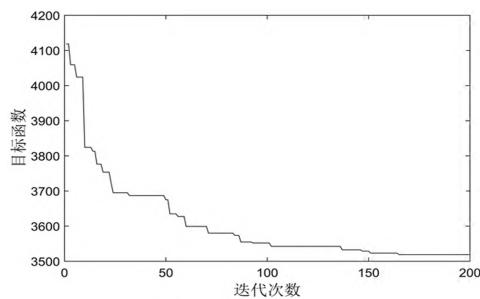


图 3 算法迭代图

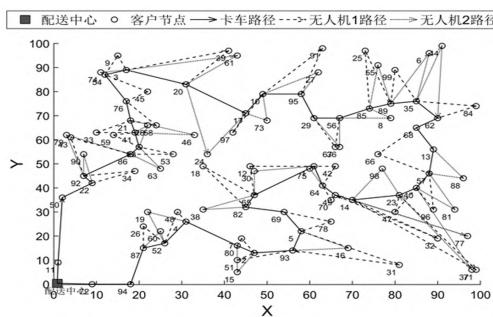


图 4 配送路径图

### 3.2 无人机数量对比分析

为进一步分析卡车携带无人机数量对 TSP-mD 方案的影响,设卡车携带无人机数量为 0~4 架,统计不同数量的无人机时联合配送方案对应的成本和无人机服务节点数变化情况,以节点数为 50 的 sc-78-50 算例为例,结果如图 5 所示。

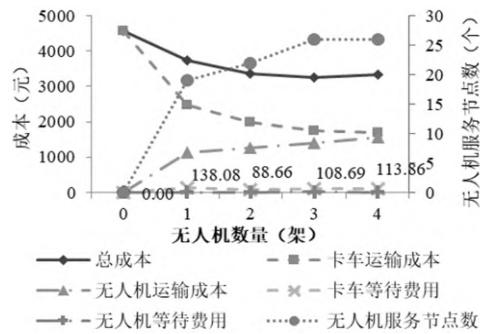


图 5 车载无人机数量变化的影响

由图 5 可知,相比于纯卡车配送(0 架无人机),使用车辆和无人机联合配送模式总成本明显降低,可节约 17.88%~28.94%;当无人机数量由 0 增至 2 架,TSP-mD 中卡车运输成本大幅下降,而无人机运输成本增幅较小,从而使总成本下降幅度较大;无人机数量由 2 架增至 3~4 架时,由于无人机受到续航里程及可用服务客户节点数目限制,总成本下降幅度逐渐变缓,即当潜在的无人机客户达到最大值时,无人机数量的增加对节点分配和路径分配产生的影响变小。此外,由图 5 可见,卡车和无人机的相互等待成本相对较小,尽管对总成本的影响较小,但仍具有一定趋势,即:无人机数量仅 1 架时,该无人机的配送任务多而导致卡车等待成本较高;无人机数量较多时,卡车需等待收回所有无人机,从而也会产生较多的卡车等待成本,因此需要车载恰当数量的无人机,合理分摊配送任务同时避免组织复杂,从而降低等待成本。

### 3.3 无人机续航里程敏感性分析

变无人机续航里程参数设定分析无人机续航里程对农村物流配送总成本及无人机服务节点数的影响,将无人机续航里程和节点间平均距离比例相关联,本文涉及中大规模算例中节点间平均距离范围为 46~63km,由于无人机发射和回收节点不一致,无人机续航里程要满足两个节点对距离之和要求,因此将无人机续航里程设置为平均距离的 160%、200%、300% 以及无限制(满足所有节点续航里程要求的比例)和固定距离 144km(241%)。仍以中规模算例 sc-78-50 为例,无人机续航里程对总成本和无人机服务节点数的影响如图 6 所示。

由图 6 可知,随着无人机续航里程的增加,卡车运输成本快速下降,无人机运输成本在续航里程

达144km(241%)之前增幅较小,续航里程超过144km后,其服务的节点数快速增加,使无人机运输成本大幅增加,因此,以无人机续航里程144km(241%)为分界点,配送总成本先明显下降,后下降速度变缓。同时,当无人机续航里程可以满足大部分节点要求时,无人机可以为距离更远的客户提供服务,但卡车和无人机到达回收节点的时间差增大,产生相互等待成本,因此图6可见,随着续航里程增加,卡车和无人机的等待成本明显增加。

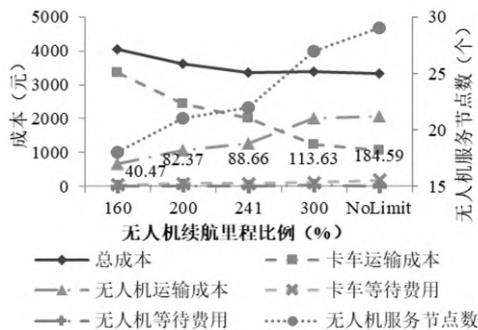


图6 无人机续航里程的影响

因此,单卡车多无人机联合配送模式下,提升无人机续航里程可以降低配送成本,但当无人机续航里程超过一定数值后,卡车运输成本降低成本与无人机运输增加成本基本抵消,并且受卡车无人机相互等待成本限制,总成本改善并不明显。

#### 4 结论

针对农村物流需求点分散、末端配送成本高等问题,本文提出单卡车和多无人机联合配送模式;考虑卡车和无人机未同时到达汇合点需相互等待,建立卡车和无人机配送成本、相互等待成本最小的数学模型,并设计自适应大邻域搜索算法进行求解。结果表明,相比于纯卡车配送,单卡车和多架无人机联合配送模式可以显著降低配送成本,小规模算例成本节约比平均值为17.23%,中、大规模算例成本节约比平均值为22.07%,本文设计的ALNS算法性能良好。在对无人机数量和持续里程敏感性分析后发现,针对本文目标函数而言,一辆卡车携带2架无人机、持续里程在144公里左右联合配送效果较好。未来可进一步添加客户点时间窗约束,考虑载重约束、地理条件、天气影响、载运工具固定成本及人员成本等因素的影响,并考虑

多辆卡车和多架无人机联合配送模式,进一步提高配送效率。

#### 参考文献:

- [1] MURRAY C C, CHU A G. The flying sidekick traveling salesman problem: Optimization of drone-assisted parcel delivery[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2015, 54: 86-109.
- [2] AGATZ N, BOUMAN P, SCHMIDT M. Optimization approaches for the traveling salesman problem with drone [J]. Transportation Science, 2018, 52(4): 965-981.
- [3] HA Q M, DEVILLE Y, PHAM Q D, et al. On the min-cost traveling salesman problem with drone [J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2018, 86: 597-621.
- [4] BOUMAN P, AGATZ N, SCHMIDT M. Dynamic programming approaches for the traveling salesman problem with drone[J]. Networks, 2018, 72(4): 528-542.
- [5] MURRAY C C, RAJ R. The multiple flying sidekicks traveling salesman problem: Parcel delivery with multiple drones[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2020, 110: 368-398.
- [6] 曹英英,陈淮莉.基于集群的卡车与无人机联合配送调度研究[J].计算机工程与应用,2022,58(11): 287-294.
- [7] MOSHREF-JAVADI M, HEMMATI A, WINKENBACH M. A truck and drones model for last-mile delivery: A mathematical model and heuristic approach[J]. Applied Mathematical Modelling, 2020, 80: 290-318.
- [8] 承琦,李磊.基于车辆和无人机联合运输下的末端配送算法研究[J].物流工程与管理,2020,42(3): 62-65.
- [9] 郭秀萍,胡运霞.卡车与无人机联合配送模式下物流调度的优化研究[J].工业工程与管理,2021,26(1): 1-8.
- [10] 胡小亮,胡小林,徐菱.“货车+无人机”配送模式下订单拣选与配送联合优化研究[J].综合运输,2019, 41(7): 107-113.
- [11] KUO R J, LU S H, LAI P Y, et al. Vehicle routing problem with drones considering time windows [J]. Expert Systems with Applications, 2022, 191: 116264.
- [12] SCHERMER D, MOEINI M, WENDT O. A matheuristic for the vehicle routing problem with drones and its variants[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2019, 106(9): 166-204.