

文章编号: 1007-5429(2024)03-0030-10

DOI: 10.19495/j.cnki.1007-5429.2024.03.004

# 考虑卡车无人机协同配送模式下的车辆路径问题研究

高娇娇<sup>1</sup>, 郭秀萍<sup>1,2\*</sup>

(1. 西南交通大学 经济管理学院, 四川 成都 610031;  
2. 北京邮电大学 网络与交换技术国家重点实验室, 北京 100876)

**摘要:** 卡车无人机协同配送模式下的两级车辆路径问题, 是随着无人机配送技术发展和应用出现的新问题。考虑载重、续航、时间同步性等约束, 建立了混合整数规划模型, 以成本最小为目标设计了基于扫描算法和改进的大规模邻域搜索的混合算法求解。仿真结果表明: 混合算法相比CPLEX在运行时间上有明显优势, 求解结果处于同一水平甚至更优; 卡车无人机协同配送模式相较于卡车单独配送模式可提高配送效率, 节约配送成本。

**关键词:** 卡车无人机协同配送; 车辆路径问题; 扫描算法; 大规模邻域搜索算法

中图分类号: F 252

文献标识码: A

## Research on Vehicle Routing Problem Considering Truck-UAV Cooperative Distribution Mode

GAO Jiaojiao<sup>1</sup>, GUO Xiuping<sup>1,2\*</sup>

(1. School of Economics and Management, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 610031, China; 2. Beijing University of Posts and Telecommunications, State Key Laboratory of Networking and Switching Technology, Beijing 100876, China)

**Abstract:** Two-level vehicle routing problem in truck-UAV (unmanned aerial vehicle) cooperative distribution mode is a new problem with the development and application of UAV distribution technology. Considering the constraints of load, battery life and time synchronization, a mixed integer programming model was established, and a hybrid algorithm based on scanning algorithm and improved large neighborhood search algorithm was designed to solve the problem with the goal of minimum cost. The results show that this method has obvious advantages in running time compared with CPLEX, and the solution results are the same or even better. Compared with the truck-independent distribution mode, the truck-UAV cooperative distribution mode can improve the distribution efficiency and save the distribution cost.

**Key words:** truck and UAV cooperative distribution; vehicle routing problem; scanning algorithm; large neighborhood search algorithm

## 1 引言

目前, 无人机配送技术在军事、医疗保健、物流、

农业和林业方面均有应用<sup>[1]</sup>。研究报告指出, 在最后一公里使用无人机配送快递, 能够降低80%运营成本<sup>[2]</sup>。然而, 无人机受续航及载重制约, 无法独立执行

收稿日期: 2021-06-23

基金项目: 国家自然科学基金项目(71471151); 网络与交换技术国家重点实验室(北京邮电大学)开放课题资助项目(SKLNST-2021-2-01)

作者简介: 高娇娇(1988—), 河北邯郸人, 博士研究生, 主要研究方向为物流供应链管理。E-mail:gaojiao529@163.com。

\*通信作者: 郭秀萍, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为物流供应链管理、调度优化、智能优化算法。E-mail:guoxiuping0029@sina.com。

大规模物流配送任务,与卡车协同配送可以实现配送互补、高效配送。该配送方式引起学术界的关注。

MURRY 和 CHU<sup>[3]</sup>考虑无人机续航与装载量约束,最早提出了卡车无人机协同配送旅行商问题(flying sidekick traveling salesman problem, FSTSP)。AGATZ 等<sup>[4]</sup>考虑无人机起飞和返回位置相同,提出了含有单无人机的旅行商问题(traveling salesman problem with Drone, TSP-D)模型。以上模型均是单辆卡车搭载单架无人机配送的情形。TU 等<sup>[5]</sup>将模型扩展到一辆卡车搭载多架无人机的情形,定义为TSP-MD (traveling salesman problem with multiple drones)。CAMPELL 等<sup>[6]</sup>发现了TSP-MD 配送模式更节约成本。MURRY 和 RAJ<sup>[7]</sup>考虑无人机在飞行速度、载重、服务时间等多方面的差异性,将其称为mFSTSP。随后,WANG 等<sup>[8]</sup>进一步将卡车无人机联合配送模型由一辆车扩展到多辆车,构建了VRP-D (vehicles routing problem with drones)模型,发现在最差的情况下,卡车无人机协同配送模式的配送效率依然高于单卡车配送模式。在卡车无人机协同配送模式中,卡车既可以选择配送顾客<sup>[9-10]</sup>,也可以选择不配送<sup>[11-12]</sup>,而是充当无人机的移动充电站和仓库<sup>[13]</sup>。这有利于发挥无人机配送速度快、成本低的优势。但无人机只能配送体积小、载重量轻的物品,无法独立执行大规模物流配送任务。因此,加入卡车协同配送模式可更节省成本,提升卡车无人机协同配送效率。

卡车无人机协同配送模式中,无人机使用量与配送效率呈线性相关。无人机配送方式分为单点配送<sup>[14]</sup>与多点配送<sup>[15]</sup>。单点配送造成无人机资源浪费,多点配送则可充分发挥无人机优势。多点配送对顾客需求量有一定限制,而卡车协同配送模式可解决大宗物资配送需求,因此选择卡车无人机多点协同配送方式更合理。卡车无人机协同配送模式下路径优化问题属于两级车辆路径问题(two-echelon vehicle routing problem, 2E-VRP)的扩展,此模式下的两级车辆路径问题最早由 LUO 等<sup>[16]</sup>提出,与 SCHERMER 等<sup>[17]</sup>提出的 VRP-D 相似,允许无人机在不同点发射和回收,但没有考虑到无人机可多点配送的情况。王新<sup>[18]</sup>研究了面向多无人机站点的无人机与卡车联合配送问题,无人机只能从无人机站点出发,且无人机只能单点配送。FERRANDE 等<sup>[13]</sup>假设所有顾客配送任务由无人机进行配送,卡车作为移动仓库,无人机只能配送体积较小、重量较轻的物品。CHANGE 和 LEE<sup>[19]</sup>以配送时间最小为目标函数,采用先聚类后优化的两阶段方法,求解了无人机配送路径。而采用聚类方

法会增加卡车等待无人机的时间,造成配送时间过长。彭勇和黎元钧<sup>[20]</sup>建立了无人机与卡车协同配送模型,并考虑客户需求的异质性问题,将客户进行分类后,采用卡车和无人机两种配送模式,但无人机只能完成单点配送,若要完成配送任务则需购置更多无人机。为此,本文考虑采用基于扫描算法的启发式算法,先构建卡车配送路线,在卡车配送路径内考虑无人机续航和载重约束,构建卡车无人机初始配送路径,提出模拟退火接受准则的改进大规模邻域搜索算法,优化卡车无人机初始路径。

综上,本文考虑卡车无人机协同配送模式下两级车辆路径优化问题(two echelon vehicle routing problem with drones, 2EVRPD)。在 2EVRPD 中,卡车无人机均参与配送,同时考虑卡车无人机配送时间协同,无人机可进行多点配送的要求,设计基于扫描算法和改进的大规模邻域搜索的混合算法求解,对两种配送工具进行合理科学分配,使配送路径更合理。求解结果表明,该算法能够降低配送成本,提高卡车无人机配送效率。

## 2 问题描述及模型建立

### 2.1 问题描述

传统两级车辆路径问题如图 1 所示。卡车携带所有客户包裹从仓库(一级配送中心)出发,配送至二级配送中心后返回仓库,由小型卡车从二级配送中心出发为每个顾客送货,配送完成后返回二级配送中心。但对于交通堵塞、地形复杂的情况,传统配送方式不能及时完成配送任务。若所有顾客点均采用无人机配送,则不能完成所有配送任务。加入卡车协同配送方式,考虑无人机卡车配送时间协同约束和无人机多点配送的情况,可减少卡车等待时间,发挥卡车无人机配送效率。因此,提出卡车无人机协同配送模式如图 2 所示。卡车携带多个无人机和包裹从仓库出发,按照预先规划路线配送。卡车到达配送点时,无人机携带包裹为其附近的客户配送,卡车则完成沿线配送任务,以此反复直到完成所有配送任务。其中,卡车配送路线为一级车辆路径,无人机配送路径为二级车辆路径。

相关假设如下:(1) 卡车无人机均有载重约束;(2) 无人机有续航约束;(3) 每一节点在特定的时间阈值内只能起落一架无人机;(4) 无人机与卡车在指定顾客点汇合时,较早到达的需等待;(5) 无人机必须在指定的节点起落,可进行电池和包裹更换等操作;(6) 无人机须起降于同辆车;(7) 卡车携带货物从配送中心出发,可访问无人机停靠点和配送

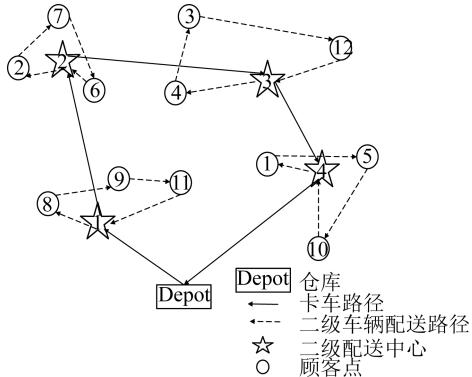


图1 传统2-EVRP配送模式

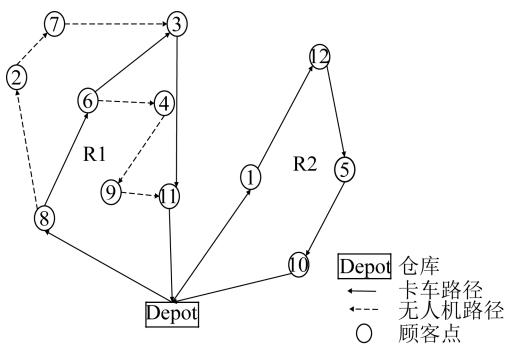


图2 2EVRPD配送模式

点;(8) 每个顾客的包裹只能由一架无人机或卡车来完成配送;(9) 一架无人机可配送多个包裹;(10) 无人机、卡车型号均一致;(11) 不考虑配送时间窗约束;(12) 无人机和卡车均保持匀速行驶,无人机飞行速度快于卡车;(13) 无人机和卡车均不出现子回路,不能回访任何顾客节点。

## 2.2 模型符号

表1给出模型中使用的符号及说明。

## 2.3 建立数学模型

本文所构建的混合整数线性规划模型主要包括目标函数、容量约束、续航约束和时间同步性约束,具体公式如下。

$$\min F = \sum_{i \in C} \sum_{j \in C} c_{ij} \sum_{k \in K} x_{ij}^k S t_{ij}^k + \sum_{i \in C} \sum_{r \in C} \sum_{k \in K} c'_{ir} \sum_{ud \in UD} y_{irk}^{ud} S u_{ir}^{ud} \\ + a C_{truck} + b C_{drone}$$

s.t.

$$\sum_{k \in K} \sum_{ud \in UD} y d_{ik}^{ud} + \sum_{k \in K} y t_i^k = 1; \quad \forall i \in C \quad (1)$$

$$\sum_{i \in C_+} x_{0(s),i}^k = 1; \quad \forall k \in K \quad (2)$$

$$\sum_{i \in C_0} x_{i,0(r)}^k = 1; \quad \forall k \in K \quad (3)$$

$$\sum_{j \in C} x_{ij}^k = \sum_{j \in C} x_{ji}^k = y t_i^k; \quad \forall i \in C, \forall k \in K \quad (4)$$

$$y d_{rk}^{ud} \left( \sum_{i \in C} y_{irk}^{ud} - 1 \right) = 0; \quad \forall r \in C, \forall k \in K, \forall ud \in UD \quad (5)$$

表1 模型中的符号及说明

符号	说明
$q, s, i, j, r \in C$	节点标号
$k \in K$	卡车标号
$ud \in UD$	无人机标号
$N$	所有点集合
$C = \{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$	顾客点集合
$0\{s\}$	出发点仓库
$0\{r\}$	终点仓库
$C_0 = C \cup \{0\{r\}\}$	包括出发点仓库在内的顾客点集合
$C_+ = C \cup \{0\{s\}\}$	包括终点仓库在内的顾客点集合
$K = \{1, 2, \dots, k\}$	卡车集合
$UD = \{1, 2, \dots, ud\}$	无人机集合
$Q$	卡车载重量/kg
$UQ$	无人机载重量/kg
$L$	卡车最大行驶距离/km
$B$	无人机电池容量
$\tau_{ir}^{UD}$	无人机从节点 <i>i</i> 到节点 <i>r</i> 的时间/min
$\tau_{ij}^t$	卡车从节点 <i>i</i> 到节点 <i>j</i> 的时间/min
$tt_i^k$	卡车 <i>k</i> 到达 <i>i</i> 点时间/min
$SR/SL$	无人机发射和收回时间/min
$tu_{ik}^{ud}$	卡车 <i>k</i> 上无人机 <i>ud</i> 到达 <i>i</i> 点时间/min
$a$	卡车使用数量/辆
$C_{truck}$	单辆卡车固定成本/元
$b$	无人机使用数量/架
$C_{drone}$	单架无人机使用成本/元
$M$	足够大的正整数
$c_{ij}$	卡车从节点 <i>j</i> 到节点 <i>i</i> 的路径成本/元
$St_{ij}^k$	卡车从 <i>i</i> 到 <i>j</i> 的行驶距离/km
$Su_{ir}^{ud}$	无人机从 <i>i</i> 到 <i>r</i> 飞行距离/km
$c_{ir}'$	无人机从节点 <i>i</i> 到节点 <i>r</i> 的路径成本/元
$f_i^k$	消除 <i>i</i> 点子回路约束
$zd1_i (= 1)$	无人机从 <i>i</i> 点进入
$zd2_i (= 1)$	无人机从 <i>i</i> 点飞出
$x_{ij}^k (= 1)$	卡车 <i>k</i> 从节点 <i>i</i> 行驶到节点 <i>j</i>
$y_{irk}^{ud} (= 1)$	卡车 <i>k</i> 上的无人机 <i>ud</i> 从节点 <i>i</i> 飞行到节点 <i>r</i>
$yd_{irk}^{ud} (= 1)$	顾客 <i>i</i> 的货物由卡车 <i>k</i> 搭载无人机 <i>ud</i> 配送
$yt_i^k (= 1)$	顾客 <i>i</i> 的货物由卡车 <i>k</i> 配送
$la_{ik}^{ud} (= 1)$	卡车 <i>k</i> 上的无人机 <i>ud</i> 在 <i>i</i> 点发射

$$yd_{rk}^{ud} \left( \sum_{i \in C} y_{irk}^{ud} - 1 \right) = 0; \quad \forall ud \in UD, \forall r \in C, \forall k \in K \quad (6)$$

$$\sum_{ud \in UD} \sum_{r \in C} y_{irk}^{ud} (zd1_i - 1) = 0; \quad \forall i \in C, \forall k \in K \quad (7)$$

$$\sum_{ud \in UD} \sum_{r \in C} y_{irk}^{ud} (zd2_i - 1) = 0; \quad \forall i \in C, \forall k \in K \quad (8)$$

$$\sum_{r \in C} \sum_{ud \in UD} y_{irk}^{ud} \geq 1 - M(2 - yt_i^k - zd1_i); \quad \forall i \in C, \forall k \in K \quad (9)$$

$$\sum_{r \in C} \sum_{ud \in UD} y_{rik}^{ud} \geq 1 - M(2 - yt_i^k - zd2_i); \quad \forall i \in C, \forall k \in K \quad (10)$$

$$y_{irk}^{ud} \leq 2 - (yt_i^k + yt_r^k); \quad \forall i, r \in C, \forall k \in K, \forall ud \in UD \quad (11)$$

$$x_{ij}^k \left( \sum_{\substack{s \in C \\ s \neq i}} y_{sjk}^{ud} \right) la_j^{ud} = 0; \quad \forall i, \forall j \in C, \forall k \in K, \forall ud \in UD \quad (12)$$

$$la_{ik}^{ud} \left( \sum_r y_{irk}^{ud} \right) = 0; \quad \forall i \in N, \forall ud \in UD, \forall k \in K \quad (13)$$

$$(x_{ij}^k) \left( \sum_{\substack{q \in C \\ q \neq j}} y_{iqk}^{ud} \right) \left( 1 - \sum_{\substack{s \in C \\ s \neq i}} y_{sjk}^{ud} \right) (1 - la_j^{ud}) = 0;$$

$$\forall i, \forall j \in C, \forall k \in K, \forall ud \in UD \quad (14)$$

$$(x_{ij}^k la_{ik}^{ud}) \left( 1 - \sum_{\substack{s \in C \\ s \neq i}} y_{sjk}^{ud} \right) (1 - la_j^{ud}) = 0;$$

$$\forall i, j \in C, \forall k \in K, \forall ud \in UD \quad (15)$$

$$\sum_{r \in C} D_r (yd_{rk}^{ud}) \leq UQ; \quad \forall j \in N, \forall ud \in UD, \forall k \in K \quad (16)$$

$$\sum_{i \in C} \sum_{r \in C} \tau_{ir}^{ud} (y_{irk}^{ud}) \leq B; \quad \forall ud \in UD, \forall k \in K \quad (17)$$

$$\sum_{i \in C} \sum_{j \in C} x_{ij}^k St_{ij}^k \leq L, \quad \forall k \in K \quad (18)$$

$$\sum_{i \in C} D_i yt_i^k + \sum_{i \in C} \sum_{ud \in UD} D_i yd_{ik}^{ud} \leq Q; \quad \forall k \in K \quad (19)$$

$$\sum_{r \in C} y_{irk}^{ud} (tt_i^k - tu_i^{ud}) = 0; \quad \forall i \in C, \forall ud \in UD, \forall k \in K \quad (20)$$

$$\sum_{r \in C} y_{irk}^{ud} (tt_i^k - tu_r^{ud}) = 0; \quad \forall i \in C, \forall ud \in UD, \forall k \in K \quad (21)$$

$$tt_j^k \geq tt_i^k + \tau_{ij}^T - M(1 - x_{ij}^k) + SL \left( \sum_{h \in C} \sum_{ud \in UD} y_{ihk}^{ud} \right) + SR \left( \sum_{p \in C} \sum_{ud \in UD} y_{phk}^{ud} \right); \quad \forall i, j \in C, \forall k \in K \quad (22)$$

$$tu_{jk}^{ud} \geq tu_{ik}^{ud} + \tau_{ir}^D - M(1 - y_{ijk}^{ud}) + SL \left( \sum_{h \in C} x_{ih}^k \right) + SR \left( \sum_{p \in C} x_{pj}^k \right); \quad \forall i, j \in C, \forall k \in K, \forall ud \in UD \quad (23)$$

$$f_i^k - f_j^k + Q(x_{ij}^k) \leq Q - D_j; \quad \forall i, j \in C, \forall k \in K \quad (24)$$

$$D_i \leq f_i^k \leq Q; \quad \forall i, j \in C, \forall k \in K \quad (25)$$

$$x_{ji}^k, y_{irk}^{ud}, yt_{ik}^{ud}, yd_{ik}^{ud}, la_{ik}^{ud}, zd1_i, zd2_i, \in \{0, 1\}, tu_{rk}^{ud} \geq 0, \\ \forall i, j, r \in C, \forall k \in K, \forall ud \in UD \quad (26)$$

目标函数为总成本最小,包括卡车、无人机固定成本和配送成本。约束式(1)表示每个顾客只能被卡车或无人机服务一次。约束式(2)和式(3)确保每辆卡车从配送中心出发,完成配送任务后返回配送中心。约束式(4)表示卡车对某个节点出入都相同。约束式(5)和式(6)确保卡车  $k$  上的无人机  $ud$  在为顾客点  $r$  配送时进出的流量平衡。约束式(7)~式(10)确保无人机从同一辆卡车起飞和降落。约束式(11)表示卡车服务的顾客点,无人机禁止服务。

约束式(12)~式(15)确保无人机发射和降落的正确顺序。约束式(16)为无人机载重约束。约束式(17)为无人机的续航约束。约束式(18)为卡车续航约束。约束式(19)为无人机载重约束。约束式(20)和式(21)表示若卡车路线合并,则将无人机和卡车的出发时间和达到时间调整为相同。约束式(22)为卡车到达每个节点的时间。约束式(23)为无人机配送完成后返回节点的时间约束。约束式(24)和式(25)为消除卡车路径中的子回路约束。约束式(26)为变量取值范围。

### 3 算法设计

因 2EVRPD 属于 NP-hard 问题,精确算法求解时间过长。因此根据问题特征,设计一种基于扫描算法的启发式方法和改进的大规模邻域搜索的混合算法进行求解。其中,采用基于扫描算法的启发式方法来求解卡车无人机初始路径,随后利用改进大规模邻域搜索算法优化该初始路径。

#### 3.1 卡车无人机初始路径构建

构造卡车无人机初始解的特殊性:因无人机载重续航限制,使无人机无法完成所有顾客的配送任务,导致部分顾客点必须由卡车进行配送。在实际配送中,不能按照 2E-VRP 问题分开解决,要考虑卡车无人机配送时间协同,因此采用启发式方法构建卡车无人机配送初始路径。算法分两步:第一步,使用扫描法生成卡车路径;第二步,在卡车路径内考虑无人机约束下构建无人机配送路径,伪代码为如表 2 所示。

##### 3.1.1 卡车路径构造

**步骤 1** 将仓库与顾客点的坐标转换为以配送中心为极点,以任一顾客点和仓库中心的连线建立极坐标系,将其他顾客节点转换为极坐标。

**步骤 2** 以最小角度的需求点为出发点,按顺时针或逆时针将顾客需求逐一扫入,并计算顾客累积需求量。若超过卡车载重量,则将最后一个需求点作为下一扫描起始点,生成新的扫描组,继续扫描剩余顾客点。

**步骤 3** 重复步骤 2,直至所有需求点被扫描分组完毕。

**步骤 4** 分别将各扫描组内的第一个顾客点、最后一个顾客点与仓库连接,第  $i$  个与第  $i+1$  个点连接,各扫描组内形成子路径,所有子路径共同构成初始解,如图 3(a)所示。

##### 3.1.2 无人机路径构造

**步骤 1** 在每条卡车路径内,选择离仓库距离

表2 算法1卡车-无人机初始解构建(SATC)

输入:卡车集合,无人机集合,所有点,需求量,卡车与无人机载重量限制,电池容量  
 输出:卡车-无人机路径初始解

1. 利用扫描算法生成卡车初始路径  $V^{CVRP}$
2. 循环  $route \in V^{CVRP}$
3.  $CN = \{ \text{路径内所有顾客点} \}$
4. 初始化第一个启动点=卡车路径内第一个点,启动点数= $\emptyset$
5. 当  $CN \in \emptyset$
6. 从无人机集合中挑选无人机
7. 如果 可用无人机数为0,则转到(17)行,否则
8. 更新可用无人机数
9. 重复
10. 选择无人机下一个配送点  $\leftarrow \min z$
11. 更新无人机载重、电池量、路径
12. 更新  $CN = CN - \{ \text{下一个无人机配送的点} \}$
13. 直到 无人机载重  $\geq$  无人机最大载重 | 无人机电池量  $\geq$  最大电池量
14. 更新启动点数 = 启动点数  $\cup$  无人机最后一个配送点
15. 结束如果
16. 选择下一个卡车配送点  $\leftarrow \min z(CN - \text{启动点数})$
17. 更新路径,启动点数 =  $CN - \text{配送点数}$
18. 如果 卡车下个配送点=总启动点
19. 则无人机载重量=0,无人机电池量=0,更新可用无人机数
20. 结束如果
21. 结束当
22. 结束循环
23. 输出卡车-无人机初始路径

近的顾客点作为无人机初始发射点。

**步骤2** 计算卡车配送路径内各配送点配送率  $z = \frac{\theta}{w}$ 。其中: $\theta$ 是当前无人机停靠点与其他顾客点距离, $w$ 为当前无人机装载量与卡车配送点需求量之和。对 $z$ 进行排序,选择最小的 $z$ 为无人机下个配送点。

**步骤3** 从卡车配送路径中移除无人机配送点,并加入无人机配送路径中,更新无人机电池消耗量和载重量,如图3(b)所示。

**步骤4** 重复步骤2和3直至超过无人机载重和电池约束,则无人机最后一个配送点为降落点。

**步骤5** 按照 $w$ 大小顺序,重新调整卡车配送路径。

**步骤6** 重复步骤2~步骤5,直到所有的无人机被安排完毕,剩下的顾客由卡车进行配送,如图3(c)所示。

### 3.2 改进大规模邻域算法

大规模邻域算法(large neighborhood search, LNS)最早由ROPKE 和 PISINGER<sup>[21]</sup>提出,在规定迭代次数内,通过删除算子操作来移除部分解,再利用修复算子重新插入,在此过程中反复使用邻域搜索。因此,本文根据问题特征设计新的删除算子、修复算子,利用轮盘赌方式进行选择,并加入模拟退火接受准则,防止陷入局部最优解。

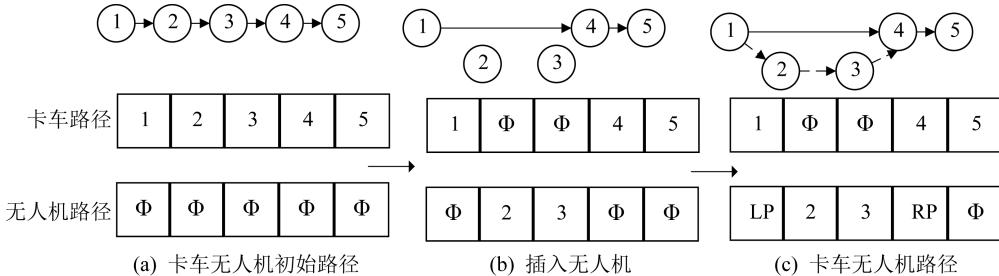


图3 卡车无人机路径构造示意图

#### 3.2.1 删除算子设计

在求得卡车无人机配送路径初始解  $S_{2EVROD}$  后,对初始解进行删除算子操作,删除算子的选择由轮盘赌产生,从现有卡车或无人机路径中删除  $d$  个顾客,得到一个缺少  $d$  个顾客的部分配送方案  $S_e$  和删除的  $d$  个顾客。

##### (1) 随机删除算子

为增加改进大规模邻域算法搜索的多样性,从当前解决方案中随机删除  $d$  个顾客点,直接将其从无人机和卡车路径中移除。

##### (2) 相似删除算子

相似删除算子根据顾客之间的相似匹配度  $R(i, j)$  来进行删除。 $R(i, j)$  的计算从距离来考虑,如式(27)和式(28)。 $R(i, j)$  的数值越小,表示顾客  $i$  和顾客  $j$  相似度越高,选择相似度高的顾客进行删除,在后续重新插入过程中,构造出新的更优的可行解。

$$R(i, j) = 1 / (d'_{ij} + V_{ij}) \quad (27)$$

$$d'_{ij} = \frac{d_{ij}}{\max d_{ij}} \quad (28)$$

其中: $d'_{ij}$ 是  $c_{ij}$  标准化的值; $d_{ij}$ 是点  $i$  到点  $j$  之间的距离; $V_{ij}$ 是表示点  $i$  与点  $j$  是否在一条路线上,即由一

辆车或一架无人机来服务。

### 3.2.2 修复算子

将被删除的顾客点再次插入到卡车和无人机路径中,修复算子的选择由轮盘赌产生,在修复算子的操作后,会得到一个新的完整的解决方案 $S'$ 。

#### (1) 最远插入修复算子

计算之前删除的 $d$ 个顾客点中每个顾客插入到剩下的部分配送方案 $S_e$ 卡车或无人机路径每一个位置中所增加的成本,选择成本最低的顾客点,将其插入到相应位置,得到新的部分配送方案 $S'_q$ 和剩余的 $d-1$ 个待插入点。因新的部分解决方案 $S'_q$ 不再适用 $d-1$ 个待插入点增加成本,需在每次进行顾客点插入操作后,更新剩余顾客插入成本,以确定插入顾客点和位置,直至将删除的 $d$ 个顾客点插入到剩余方案 $S_e$ 中。若待插入的顾客点无可插入位置,则生成新的卡车路径,按照 $w$ 大小顺序,重新调整卡车配送顺序。

#### (2) 后悔值插入算子

后悔值插入算子根据顾客点插入成本后悔值的大小来决定,后悔值是顾客点在卡车与无人机路径中最佳插入位置与第二插入位置之间的成本差异,计算公式:

$$\max_{r \in R} c_r^* = \sum_{h=2} \Delta f_r^h - \Delta f_r^1 \quad (29)$$

其中: $\Delta f_r^h$ 指顾客点 $r$ 在第 $h$ 个插入位置后增加的成本, $c_r^*$ 表示顾客 $r$ 在不同位置的后悔值, $R$ 表示之前删除顾客的集合。计算顾客点插入到卡车和无人机两种路径中的后悔值,并将每个顾客点在两种路径中所有不同插入点的后悔值进行对比,得到每个顾客点后悔值的最大值。选出其中最大的后悔值,确定本次操作需要插入的顾客点及插入位置,并对剩余的顾客点重新计算后悔值并进行插入操作,直到所有顾客点插入到路径中。

## 3.3 算法准则

#### (1) 新解接受准则

采用模拟退火准则来控制是否接受某次迭代得到的新解。在第 $n$ 次迭代中,若新解优于当前解,则接受新解,即 $S_{current} = S_{temp}$ ;否则新解 $S_{current}$ 被接受的概率为:

$$P(S_{temp}, S_{current}) = \min \left\{ \exp \frac{S_{temp} - S_{current}}{T_n}, 1 \right\} \quad (30)$$

其中: $T_n = T_0 e^{-n}$ 表示随迭代逐渐下降的当前温度, $T_0$ 表示初始温度, $e^n$ 表示第 $n$ 次迭代时的冷却速度。设 $T_0 = -\varphi |S_{cur}| \ln 0.5$ ,表示在初始温度的条件下若新解比当前解差,仍然有50%概率被接受, $\varphi$ 为初始

温度控制参数。

#### (2) 算法终止准则

改进的大规模邻域算法的终止准则为迭代达到预定次数。

## 4 数值实验

算法采用MATLAB R2016b编程实现,在AMD R5 3550H@3.7G Hz、16 GB RAM、Windows10操作系统的计算机上运行。设置改进大规模邻域算法参数为:最大迭代次数为1 000,移除算子中移除顾客点个数的控制参数为 $\epsilon = 0.3$ ,模拟退火初始温度为 $\Phi = 0.05$ ,冷却控制参数为 $\mu = 0.95$ 。

目前,没有针对2EVRPD的标准测试数据。本文以Solomon的A、B、P类算例集为基础构建2EVRPD测试集<sup>[22]</sup>,原算例中均已设定卡车最大载重量,没有卡车最大行驶距离和无人机的相关参数。为方便对比,将卡车最远行驶距离设置为足够大正整数。在实验中设置:无人机飞行速度为卡车速度1.5倍,无人机电池容量续航时间为30分钟,卡车固定成本为200元/辆,配送单价为1.5元/公里,无人机配送成本为45元/架,配送单价为0.3元/公里,卡车载重量为100千克,无人机载重量为35千克。基于扫描算法的启发式方法用SATC表示,改进大规模邻域算法用GLNS表示。

## 4.1 模型与算法验证分析

为评估模型的准确性和算法的精确性,选择能被CPLEX商业软件求解的大、中、小规模算例进行计算,然后与SATC算法、GLNS算法的计算结果进行比较。测试结果如表3~表5所示,各算法为分别运行10次得到最好解的平均值。

表3算例规模均为8个,其中算例A1-n8-k2和A3-n8-k2中GLNS与CPLEX求解得到的目标值一样,求解时间为32.1秒、30.6秒,均小于CPLEX求解时间。从计算时间来看,CPLEX求解平均时间为5 277.8秒,GLNS处理时间为33.31秒,SATC处理时间为12.3秒。而GLNS是在SATC的基础上进行优化,求解时间要劣于SATC。从求解质量上来看,GLNS的Gap1平均值为0.36%,SATC的Gap为10.00%,证明GLNS算法的有效性。GLNS与SATC求解的Gap2平均值为-5.98%,表明GLNS将成本降低5.98%。

因超过15个顾客点时CPLEX运行时间很长,所以将CPLEX最长运行时间设为3 600秒,对比结果如表4所示。Gap、Gap1、Gap2为负表示计算结果更

表3 小规模算例结果比较

算例	CPLEX		SATC			GLNS			
	Obj/元	T/秒	Obj/元	T/秒	Gap/%	Obj/元	T/秒	Gap1/%	Gap2/%
A1-n8-k2	688.7	4 629.6	793.4	13.3	15.20	688.7	32.1	0	-13.10
A2-n8-k2	598.9	5 308.7	637.4	16.5	6.42	599.6	33.0	0.11	-5.93
A3-n8-k2	539.8	7 832.1	563.3	12.8	4.35	539.8	30.6	0	-4.35
B1-n8-k2	737.7	5 309.2	791.6	13.9	7.29	739.4	31.1	0.22	-6.59
B2-k8-k2	530.6	6 302.9	548.9	11.4	5.34	534.8	33.0	0.79	-2.56
P1-n8-k2	451.4	8 671.8	484.4	7.3	16.30	457.7	35.1	0.73	-5.51
P2-n8-k2	475.1	2 390.3	497.6	10.7	15.10	478.4	38.3	0.69	-3.85
均值		5 777.8		12.3	<b>10.00</b>		33.3	<b>0.36</b>	<b>-5.98</b>

注:Obj表示总成本,Gap表示SATC与CPLEX最优解之间Obj的差距,Gap1为GLNS算法与CPLEX最优解之间的Obj的差距,Gap2表示GLNS算法与SATC算法最优解之间的Obj的差距,T表示运行时间。

表4 中等规模算例结果比

算例	参数	CPLEX			SATC			GLNS		
		n × k × UD	Obj/元	T/秒	Obj/元	T/秒	Gap/%	Obj/元	T/秒	Gap1/%
P-16	15 × 8 × 2	194.0*	3 600.0	1 232.9	10.4	0.19	187.7	63.1	0.52	-3.66
P-19	18 × 2 × 2	614.9*	3 600.0	613.7	15.0	-0.19	502.0	67.9	-18.35	-18.20
P-20	19 × 2 × 2	626.2*	3 600.0	568.4	14.0	-9.23	539.6	62.2	-13.83	-5.50
P-21	20 × 2 × 2	606.5*	3 600.0	609.7	22.1	-0.51	556.5	73.7	-8.22	-8.72
P-22	21 × 2 × 2	655.1*	3 600.0	592.4	21.6	-9.57	574.8	73.7	-12.25	-2.97
P-23	22 × 8 × 2	1307.1*	3 600.0	1 287.0	18.9	-1.53	1 271.4	78.9	-2.73	-1.21
均值					17.0	<b>-3.36</b>		69.6	<b>-9.31</b>	<b>-6.71</b>

注:\*表示并非最优解,n表示顾客数量,k表示卡车数量,UD表示无人机数量,Gap、Gap1、Gap2意义同表3一致。

表5 大规模算例结果比较

算例	参数	CPLEX			SATC			GLNS		
		n × k × UD	Obj/元	T/秒	Obj/元	T/秒	Gap/%	Obj/元	T/秒	Gap1/%
A-32	31 × 5 × 2	3 179.9*	3 600.0	1 833.8	20.3	-42.33	1 687.1	80.2	-46.90	-8.00
A-33	32 × 5 × 2	2 677.8*	3 600.0	1 617.3	18.1	-39.60	1 475.3	81.1	-44.90	-8.89
A-36	35 × 5 × 2	3 362.6*	3 600.0	1 917.5	16.4	-42.97	1 754.3	78.4	-47.80	-8.51
B-31	30 × 5 × 2	2 543.3*	3 600.0	1 683.2	15.6	-33.50	1 590.4	70.8	-37.20	-5.51
B-34	33 × 5 × 2	2 863.4*	3 600.0	1 842.5	22.0	-35.66	1 705.6	82.5	-40.40	-7.43
B-35	34 × 5 × 2	3 246.2*	3 600.0	1 965.1	18.6	-39.46	1 898.5	93.9	-41.51	-3.38
均值					18.5	<b>-38.92</b>		<b>81.1</b>	<b>-43.12</b>	<b>-6.95</b>

注:\*表示并非最优解。

优,GLNS和SATC的Gap值均优于CPLEX,其中GLNS的平均Gap为9.31%,优于SATC的3.36%。GLNS与SATC的Gap2显示,GLNS的平均Gap为6.71%,证明GLNS对SATC优化的有效性。以P-19为例,设定卡车的载重为160千克,GLNS的求解与CPLEX对比提高18.35%。而P-16中,卡车的载重为40千克,无人机的载重为20千克,GLNS的求解仅高于CPLEX求解的0.52%。以上表明卡车载重和无人机载重都将影响总成本。

较大规模的算例中,规模均在30以上,结果如

表5所示。从求解时间分析,GLNS的平均时间为81.1秒,SATC为18.5秒,均优于CPLEX求解时间。求解质量对比,GLNS平均Gap值为43.12%,SATC为38.92%,表明随着数据规模扩大,CPLEX求解质量与时间要劣于本文提出的算法。GLNS与SATC的Gap2显示,GLNS为6.95%,表明GLNS使目标降低6.95%。以A-n36为例,GLNS求解与CPLEX相对比提高47.80%,表明随着顾客数量的增多,GLNS能够在短时间内求出较大规模问题,给出优化问题的近似解,具有较强的实用性。

## 4.2 不同配送方式对比

### 4.2.1 单卡车配送方式对比

为验证配送模式的有效性,将基于扫描算法启发式方法(SATC)、改进大规模邻域算法(GLNS)算法与卡车单独配送方式(CVRP)最优解进行对比。采用A类中18个算例,每个算例独立运行10次后求其均值,求解结果如表6所示。在求解质量方面,GLNS的Gap2值为12.38%,表明将SATC的目标值降低12.38,但SATC的求解时间要优于GLNS。与

CVRP最优解对比,GLNS算法将目标值降低10.8%,SATC的Gap值随着顾客数量的增多,求解质量不如卡车配送方式,而GLNS的GAP值均为负,证明GLNS在处理大规模案例中有效性。其中以A-37为例,GLNS算法将目标值降低17.92%,SATC将目标值降低5.89%。随着顾客数量的增多,GLNS求解质量的要优于SATC。这表明采用卡车无人机协同配送方式可减少配送距离,提高配送效率,而基于SATC改进的GLNS可以有效解决2EVRPD问题。

表6 单卡车方式对比

算例	参数 $n \times k \times UD$	CVRP		SATC			GLNS		
		Opt/公里	D/公里	T/秒	Gap/%	D/公里	T/秒	Gap1/%	Gap2/%
A-34	33×5×2	778	729.5	17.08	-6.23	645.8	73.37	-16.99	-11.47
A-36	35×5×2	799	763.9	22.03	-4.38	667.5	71.66	-16.40	-12.62
A-37a	36×5×2	669	629.5	18.65	-5.89	549.0	72.52	-17.92	-12.79
A-37b	36×6×2	949	918.2	17.04	-3.24	845.6	68.91	-10.89	-7.91
A-38	37×5×2	730	742.4	21.93	1.69	630.9	83.05	-13.50	-15.59
A-39	38×5×2	822	819.0	17.89	-0.36	708.3	79.07	-13.80	-13.51
A-39	38×6×2	831	837.9	18.16	0.83	639.5	93.29	-6.54	-23.67
A-44	43×6×2	937	927.6	22.19	-1.01	829.8	94.07	-11.40	-10.54
A-45	44×6×2	944	943.0	19.24	-0.10	857.2	95.53	-9.19	-9.09
A-46	45×7×2	914	903.9	23.94	-1.09	827.7	79.62	-9.44	-8.43
A-48	46×7×2	1 073	1 167.1	24.55	8.76	969.5	100.72	-9.64	-16.93
A-53	52×7×2	1 010	1 089.7	25.04	7.89	946.8	97.89	-6.25	-13.11
A-54	53×7×2	1 167	1 275.7	25.93	9.31	1 048.8	116.54	-10.10	-17.78
A-55	54×9×2	1 073	1 070.9	26.72	-0.91	997.8	123.05	-7.00	-6.82
A-62	61×8×2	1 288	1 392.0	30.21	8.01	1 230.9	164.70	-4.43	-11.57
A-63	62×10×2	1 314	1 421.3	26.33	8.16	1 254.6	167.49	-4.52	-11.72
A-65	64×9×2	1 174	1 219.8	30.94	3.90	1 098.7	139.63	-6.41	-9.92
A-69	68×9×2	1 159	1 147.6	32.73	-0.98	1 039.6	149.38	-10.30	-9.41
均值			23.37	<b>1.35</b>		103.74	<b>-10.80</b>	<b>-12.38</b>	

注:Opt表示距离最优解,D表示距离,n表示顾客数量,k表示卡车数量,UD表示无人机数量,Gap2表示GLNS算法与SATC算法最优解之间D的差距。

### 4.2.2 与两级车辆联合配送模式对比

为验证2EVRPD配送模式的有效性,将卡车无人机协同配送模式与两级车辆联合配送模式(2EVRP)进行对比,分析其有效性。因两级车辆配送模式中涉及两种车型,故设:一级车辆路径中,卡车数量为3辆,配送单价为2元/公里,卡车载重量为400千克,固定成本为300元/辆,最大行驶距离为400公里;二级车辆路径中,卡车数量为5辆,最大载重量为160公斤,配送路径为1.5元/公里,最大行驶距离为300公里,固定成本200元/辆。卡车无人机协同配送模式采用一级车辆中的成本设置,不考虑两级配送中心的建设成本,采用PERBOLI

等<sup>[23]</sup>公布的2E-VRP测试集中的set2中的10个算例进行测试,共有两个二级配送中心,每个算例测试10次后求其均值,对比结果如表7所示。卡车无人机协同配送方式GLNS<sub>协同</sub>与两级车辆配送方式GLNS<sub>两</sub>均采用GLNS算法实现,其中GLNS<sub>两</sub>中求解均能达到最优解,表明GLNS算法的有效性。

卡车无人机协同配送方式的配送路径均高于两级车辆配送模式,表明建立两级配送中心可减少卡车配送路径。但从成本分析,卡车无人机协同配送模式的成本均小于两级车辆配送模式,Gap为负表示更优,其均值为12.65,表明协同配送模式可有效降低配送成本。以E51-s27-47为例,协同配送

模式的成本比两级车辆联合配送成本下降18.12%,证明协同配送模式减少了两级配送中心,

减少了卡车使用数量,降低了配送成本,提高了配送效率。

表7 两级车辆配送方式对比

算例	S/个	BKS(D)/公里	GLNS <sub>两</sub>				GLNS <sub>协同</sub>				
			D/公里	F/元	K1/辆	K2/辆	D/公里	F/元	K1/辆	U/架	Gap/%
E51-s2-17	2	579.49	579.49	2 549.67	2	5	763.54	2 549.67	3	4	-17.18
E51-s4-46	2	530.76	530.76	2 400.61	2	5	683.23	2 276.73	3	4	-5.16
E51-s6-12	2	554.81	554.81	2 459.02	2	5	716.31	2 032.13	3	4	-17.35
E51-s11-19	2	581.66	581.66	2 496.52	2	5	809.85	2 191.43	3	4	-12.22
E51-s27-47	2	538.22	538.22	2 432.42	2	5	671.22	1 991.55	3	4	-18.12
E51-s32-37	2	552.28	552.28	2 464.82	2	5	736.98	2 043.36	3	4	-17.09
E51-s12-18	2	690.59	690.59	2 719.86	2	5	924.55	2 377.68	3	4	-12.58
E51-s12-41	2	683.05	683.05	2 689.30	2	5	893.47	2 400.74	3	4	-10.72
E51-s12-43	2	710.41	710.41	2 754.70	2	5	1 016.3	2 577.74	3	4	-6.42
E51-s12-3	2	560.72	560.72	2 467.57			797.52	2 229.07	3	4	-9.66
均值											-12.65

注:S表示二级配送中心,BKS(D)为当前最优解,D表示距离,F表示成本,K1为一级车辆数,K2为二级车辆数,U为无人机,Gap表示F之间的差距。

### 4.3 续航时间与载重不同取值敏感性分析

因无人机最大续航时间B和最大载重UQ对求解结果具有一定的影响,所以对其进行敏感性分析。基于前文案例,在其他参数不变的情况下,将无人机的最大飞行时间D<sub>max</sub>分别设置为20分钟、25分钟、30分钟、35分钟。无人机最大载重UQ设置为20千克、25千克、30千克、35千克。分析其在不同取值情况下,对成本的影响,其结果如图4和图5所示。

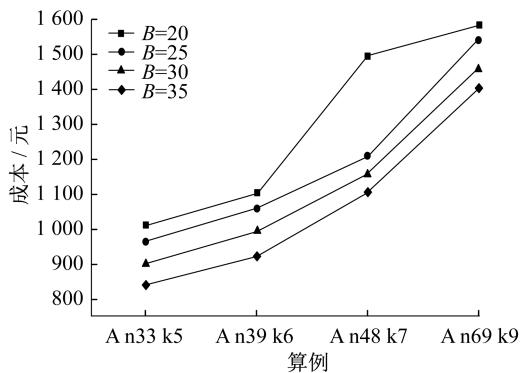


图4 无人机续航里程对成本(元)影响

图4为不同续航时间B取值,对成本的影响。无人机载重均设置为UQ=35千克时,随着B取值增大,成本在降低。因无人机飞行里程的提升,使无人机能够服务更多的顾客,使总成本在降低。以A-n69-k9为例,B=35分钟情况下,比B=20分钟成本降低13.42%。表明无人机续航影响其成本的大小,B取值越大,无人机服务顾客点越多,可减少卡车路径成本,降低总成本。

- 38 -

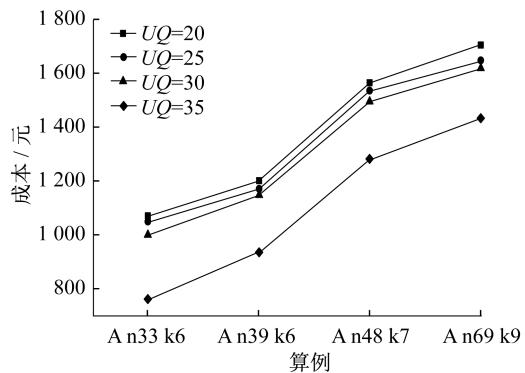


图5 无人机载重对成本(元)影响

图5为不同载重UQ取值,对成本的影响。其中无人机续航里程均设置为B=30分钟,对不同规模的算例进行测试。当载重为25千克、30千克的时候,成本相差不大,因无人机服务顾客点有限,在服务某些顾客点时只能完成单点配送,对于远距离顾客,则只能由卡车完成配送任务。当UQ=35千克时,成本明显降低。以A-n48-k7为例,UQ=35千克时比UQ=20千克时成本降低18%。相对比续航对其成本的影响,载重对其成本更敏感。适当的UQ取值可以增加无人机服务顾客点,发挥无人机配送优势。

## 5 结论

本文研究卡车无人机协同配送模式下的两级车辆路径问题(2EVRPD),该问题是随着无人机配送技术发展和应用出现的新问题。首次针对

2EVRPD问题进行定义，并建立2EVRPD问题的混合整数规划模型。结合问题特点，设计了一种结合扫描算法和大规模邻域搜索的混合算法，并将其和CPLEX的结果进行对比，结果证明混合算法的有效性。并对卡车无人机协同配送模式进行对比和分析，证明该模式的有效性。将来可根据物流配送实际条件，放松或增加约束条件，或建立新的目标函数，形成2EVRPD问题的扩展。

## 参考文献：

- [1] LIN C A, SHAH K, MAUNTEL L C C, et al. Drone delivery of medications: Review of the landscape and legal considerations[J]. American Journal of Health-System Pharmacy: AJHP: Official Journal of the American Society of Health-System Pharmacists, 2018, 75(3): 153-158.
- [2] SHAVARANI S M, NEJAD M G, RISMANCHIAN F, et al. Application of hierarchical facility location problem for optimization of a drone delivery system: A case study of Amazon prime air in the city of San Francisco[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2018, 95(9): 3141-3153.
- [3] MURRAY C C, CHU A G. The flying sidekick traveling salesman problem: Optimization of drone-assisted parcel delivery [J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2015, 54: 86-109.
- [4] AGATZ N, BOUMAN P, SCHMIDT M. Optimization approaches for the traveling salesman problem with drone[J]. Transportation Science, 2018, 52(4): 965-981.
- [5] TUP A, DAT N T, DUNG P Q, et al. Traveling salesman problem with multiple drones[C]//the 9th International Symposium on Information and Communication Technology. New York: Association for Computing Machinery, 2018; 46-53.
- [6] CAMPBELL J F, SWEENEY D, ZHANG J. Strategic design for delivery with trucks and drones[J]. Supply Chain Analytics Report SCMA, 2017, 4: 47-55.
- [7] MURRAY C C, RAJ R. The multiple flying sidekicks traveling salesman problem: Parcel delivery with multiple drones [J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2020, 110: 368-398.
- [8] WANG X Y, POIKONEN S, GOLDEN B. The vehicle routing problem with drones: Several worst-case results[J]. Optimization Letters, 2017, 11(4): 679-697.
- [9] WANG D, HU P, DU J, et al. Routing and scheduling for hybrid truck-drone collaborative parcel delivery with independent and truck-carried drones[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2019, 6(6): 10483-10495.
- [10] MOHAMED S, SHARAN S. Joint optimization of customer location clustering and drone-based routing for last-mile deliveries [J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2020, 114: 620-642.
- [11] MATHEW N, SMITH S L, WASLANDER S L. Planning paths for package delivery in heterogeneous multirobot teams[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2015, 12(4): 1298-1308.
- [12] BIN OTHMAN M S, SHURBEVSKI A, KARUNO Y, et al. Routing of carrier-vehicle systems with dedicated last-stretch delivery vehicle and fixed carrier route[J]. Journal of Information Processing, 2017, 25: 655-666.
- [13] FERRANDEZ S M, HARBISON T, WEBER T, et al. Optimization of a truck-drone in tandem delivery network using k-means and genetic algorithm[J]. Journal of Industrial Engineering and Management, 2016, 9(2).
- [14] HA Q M, DEVILLE Y, PHAM Q D, et al. On the min-cost traveling salesman problem with drone[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2018, 86: 597-621.
- [15] HU M, LIU W, LU J, et al. On the joint design of routing and scheduling for vehicle-assisted multi-UAV inspection[J]. Future Generation Computer Systems, 2019, 94: 214-223.
- [16] LUO Z, LIU Z, SHI J. A two-echelon cooperated routing problem for a ground vehicle and its carried unmanned aerial vehicle[J]. Sensors, 2017, 17(5): 1144.
- [17] SCHERMER D, MOEINI M, WENDT O. A variable neighborhood search algorithm for solving the vehicle routing problem with drones[R]. Washington DC: TU Kaiserslautern, 2018.
- [18] 王新. 车辆和无人机联合配送路径问题研究[D]. 大连: 大连海事大学, 2020.
- [19] CHANG Y S, LEE H J. Optimal delivery routing with wider drone-delivery areas along a shorter truck-route[J]. Expert Systems with Applications, 2018, 104: 307-317.
- [20] 彭勇, 黎元钧. 考虑疫情影响的卡车无人机协同配送路径优化[J]. 中国公路学报, 2020, 33(11): 73-82.
- [21] ROPKE S, PISINGER D. An adaptive large neighborhood search heuristic for the pickup and delivery problem with time windows[J]. Transportation Science, 2006, 40(4): 455-472.
- [22] IORI M, SALAZAR-GONZÁLEZ J J, VIGO D. An exact approach for the vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints[J]. Transportation Science, 2007, 41(2): 253-264.
- [23] PERBOLI G, TADEI R, VIGO D. The two-echelon capacitated vehicle routing problem: models and math-based heuristics[J]. Transportation Science, 2011, 45(3): 364-380.