

文章编号: 1007-5429(2023)02-0031-09

DOI: 10.19495/j.cnki.1007-5429.2023.02.004

## 考虑无人机辅助的卡车配送路径优化

彭 勇, 张永辉, 黎元钧  
(重庆交通大学 交通运输学院, 重庆 400074)

**摘要:** 无人机具有飞行不受地形限制等优点而被应用于提升城市物流配送“最后一公里”的效率实践,但无人机配送受到最大飞行时间及最大载重等限制。结合卡车与无人机配送特点,研究了一类考虑无人机辅助的卡车配送路径优化问题。考虑无人机最大飞行时间、最大载重和飞行速度等因素,以配送完成时间最短为目标建立混合整数规划模型;采用结合自适应K-means聚类搜索的混合变邻域搜索算法进行求解。基于Solomon Benchmark C101、R101、RC101构建算例,分析结果表明:嵌入简单启发式算法的混合变邻域搜索算法能够较好求解所提出的路径优化问题,并能提高物流配送服务时效性;无人机飞行速度受载重影响越小,飞行持续时间越长,越有利于缩短配送时间。

**关键词:** 无人机辅助; 路径优化; K-means聚类搜索算法; 变邻域搜索算法

**中图分类号:** U 492.3

**文献标识码:** A

## Optimization of Truck Distribution Route Considering Drone-assisted

PENG Yong, ZHANG Yonghui, LI Yuanjun

(School of Traffic & Transportation, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China)

**Abstract:** Drones have been used to improve the efficiency of urban logistics and distribution "last mile" because they are not restricted by terrain. However, they were limited by the maximum flight time and maximum load. Combining with the characteristics of truck and drone delivery, a class of truck distribution route optimization problem with drone assistance was studied. Considering the factors such as the maximum flight time, maximum load and flight speed of drone, a mixed integer programming model was established to minimize the delivery completion time. A hybrid variable neighborhood search algorithm combined with adaptive K-means clustering search was designed. A calculation example was constructed based on Solomon Benchmark C101, R101, and RC101. The analysis results show that the hybrid variable neighborhood search algorithm embedded with a simple heuristic algorithm can solve the proposed routing optimization problem and improve the timeliness of logistics and distribution services. The less the flight speed is affected by the load and the longer the flight duration, the more conducive to shortening the delivery time.

**Key words:** drone-assisted; route optimization; K-means clustering search algorithm; variable neighbourhood search algorithm

收稿日期: 2021-06-09

基金项目: 重庆市社会科学规划项目(2019YBGL049); 教育部人文社会科学研究规划基金项目(17YJA630079)

作者简介: 彭勇(1973—), 重庆巴南人, 教授, 博士, 主要研究方向为交通运输规划与管理。E-mail: pyepeng@163.com。

## 1 引言

电子商务迅猛发展对城市物流配送“最后一公里”的效率提出了更高的要求。无人机与传统配送车辆相比,具有不受道路中断、操作灵活、飞行速度快等优势,但由于飞行里程、飞行时间和最大载重量受限制,无法适应不同类型的客户需求。故在传统配送模式中引入无人机配送有利于充分发挥两者的优势,提高配送效率。因此,研究无人机辅助的“最后一公里”配送问题更具有现实应用意义。

无人机辅助车辆配送问题<sup>[1]</sup>可看作传统的旅行商问题(traveling salesman problem, TSP)和车辆路径问题(vehicle routing problem, VRP)的扩展,目前根据卡车及无人机数量主要分为无人机旅行商问题(traveling salesman problem with a drone, TSP-D)和多无人机多车辆路径优化问题(vehicle routing problem with drones, VRP-D)。文献[2-5]主要研究了卡车携带单架无人机配送路径问题,且无人机单次服务一个客户点。MURRAY和CHU<sup>[2]</sup>研究了飞行助手旅行商问题(flying sidekick traveling salesman problem, FSTSP),即卡车携带无人机从配送中心出发服务客户点,在这些客户点处,无人机从卡车起飞为其附近的其他客户配送包裹,与此同时,卡车继续前往下一个客户点,无人机也返回至该客户点继续送货。FERRANDEZ等<sup>[3]</sup>研究了卡车无人机协同的TSP-D问题,首先构造卡车的TSP路径,然后优化无人机在卡车路径中的发射和回收点。AGATZ等<sup>[4]</sup>在FSTSP基础上,考虑了无人机可以在同一个卡车服务节点被发送和回收的TSP-D问题。郭秀萍等<sup>[5-6]</sup>提出一种卡车-无人机联合配送模式,首先确定卡车配送点,其次优化经过所有配送点的卡车路径,最后解决无人机路径优化问题。目前有学者也考虑卡车携带多架无人机配送问题。LUO等<sup>[7]</sup>研究了无人机一次可服务多个客户点的TSP-D问题,即卡车与无人机协同进行配送,无人机的发射和回收都需要在卡车停在客户点才能够进行。胡觉亮等<sup>[8]</sup>考虑了由一辆卡车搭载多架无人机为客户进行运输的配送模式。上述研究<sup>[2-4,7-8]</sup>主要考虑卡车无人机同步运行的TSP-D问题,但实际配送中存在服务客户多、客户点需求量超过一辆卡车最大装载量的现象,因此有学者研究

了VRP-D问题。

WANG等<sup>[9]</sup>研究了无人机辅助卡车配送的VRP-D问题,即从单一卡车扩展到多辆卡车携带无人机完成配送服务,卡车可以在配送中心或客户点实现无人机的起飞和降落,且无人机保证由同一卡车完成收回操作。SCHERMER等<sup>[10]</sup>研究了无人机不在同一点起飞和降落,而且无人机起飞后电池确保瞬时达到满电状态的问题。目前在数学模型研究中,较多学者建立了以时间最短或以成本最低为目标数学模型,如KITJACHAROENCHAI等<sup>[11]</sup>忽略卡车最大容量和客户需求约束,建立了交货时间最少的目标函数。POIKONEN等<sup>[12]</sup>考虑无人机电量约束,建立了以时间最小化为主、成本节约为辅的目标函数。TAMKE等<sup>[13]</sup>针对无人机飞行距离和速度约束,建立了以不同时间导向为目标数学模型。然而,在配送实践中,配送方案的制定应综合考虑这些因素,且应考虑无人机的最大飞行时间及电池损耗受无人机载重的影响。同时,也应考虑无人机载重量限制对无人机配送的制约及道路限制等情况对卡车配送的制约。

综上所述,本文充分考虑无人机最大飞行时间、载重量、载重因子等对方案的影响,提出了无人机辅助卡车配送模式,针对不同客户类型以配送服务完成时间最短为目标,建立了无人机辅助的卡车配送优化模型,基于问题的NP-hard特性,设计了一种混合变邻域搜索算法进行分析求解。

## 2 问题描述与建模

### 2.1 问题描述

本文研究的问题具体可描述为:卡车在无人机辅助下从配送中心出发为多个客户点提供配送服务,完成所有客户点的配送后返回配送中心,并且卡车和无人机在配送过程中属于一一对应关系。由于不同因素影响,客户点被分为三类:一类是由于需求量超过了无人机的最大载重量,只能由卡车进行服务(TC);一类是道路通行受限,只能由无人机提供服务(UC);一类是客户点卡车和无人机都可以提供服务(FC),卡车最多搭载一架无人机完成配送,并且配送过程在确保两者时间约束一致性的

前提下,允许在卡车配送路径上的客户点处完成无人机发射和回收。图1是无人机辅助的卡车配送过程示意图。

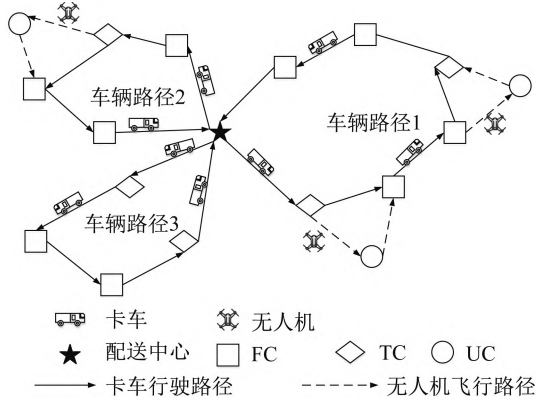


图1 考虑无人机辅助的卡车配送问题示意图

问题假设如下:

- (1) 客户点的坐标和需求已知;
- (2) 无人机一次只服务一个客户点;
- (3) 无人机在某个客户点发射后,卡车必须在客户点原位置或者服务路径后续客户点(配送中心)对无人机进行回收;
- (4) 无人机只能当卡车在客户点(配送中心)处于停留状态时才会发射;
- (5) 无人机有最大飞行时间限制;
- (6) 当卡车在某个客户点回收无人机时,存在无人机等待卡车或者卡车等待无人机或者同时到达客户点的情况;
- (7) 无人机不考虑货物装卸时间和电量不足时的换电池时间;
- (8) 每个客户点都可以通过卡车或无人机进行配送,但有且只能服务一次。

## 2.2 数学模型

模型符号定义如表1所示。

根据假设条件,建立如下无人机辅助的卡车配送路径优化问题的数学模型:

$$\text{Min } Z = \left( \sum_{l \in L} t_{0'}^l \right) \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j \in C_-} x_{ij}^l = \sum_{i \in C_+} x_{i0'}^l \leq 1, \quad \forall l \in L \quad (2)$$

$$x_{0,0'}^l = 0, \quad \forall l \in L \quad (3)$$

$$\sum_{i \in C_+} x_{ij}^l = 0, \quad \forall l \in L, j \in \{C_3: i \neq j\} \quad (4)$$

表1 模型符号定义

名称	符号	定义
参数	$d_{ij}$	客户点 <i>i</i> 到客户点 <i>j</i> 的车行距离
	$\hat{d}_{ij}$	客户点 <i>i</i> 到客户点 <i>j</i> 的无人机行驶距离
	$v$	卡车行驶速度
	$\hat{v}$	无人机最大行驶速度
	$\theta$	无人机最大飞行时间
	$\beta$	无人机飞行速度载重影响因子
	$q_i$	客户点 <i>i</i> 的需求量
	$M$	一个无穷大数
	$C_1$	卡车无人机均可服务客户点集合, $C_1 = \{1, 2, \dots, c_1\}$
	$C_2$	仅卡车服务客户点集合, $C_2 = \{c_1 + 1, c_1 + 2, \dots, c_1 + c_2\}$
	$C_3$	仅无人机服务客户点集合, $C_3 = \{c_1 + c_2 + 1, c_1 + c_2 + 2, \dots, c_1 + c_2 + c_3\}$
	$C$	客户点集合, $C = C_1 \cup C_2 \cup C_3$
	$L$	卡车(无人机)的集合, $L = \{1, 2, \dots, l\}$
	$D$	配送中心节点, $D = \{0, 0'\}$
	$C_+$	包含起点的所有客户点集合, $C_+ = \{0\} \cup C$
连续变量	$N$	网络中所有的节点, $N = C \cup D$
	$C_-$	包含终点的所有客户点集合, $C_- = \{0'\} \cup C$
	$\delta_i$	卡车在客户点 <i>i</i> 的服务时间
	$A$	卡车可行弧集合, $A = \{(i, j): i \in C_+, j \in C_-, i \neq j\}$
	$\delta'_i$	无人机在客户点 <i>i</i> 的服务时间
	$C_{truck}$	卡车的最大容量
	$e_i^l$	客户点 <i>i</i> 在卡车 <i>l</i> 路径中的序号
	$\tau_L$	无人机的发射时间
	$\tau_R$	无人机的回收时间
	$t_i^l$	卡车 <i>l</i> 到达客户点 <i>i</i> 的时间
决策变量	$t_i^{l'}$	无人机 <i>l'</i> 到达客户点 <i>i</i> 的时间
	$x_{ij}^l$	卡车 <i>l</i> 经过可行弧 $(i, j) \in A, x_{ij}^l = 1$ ; 否则为0
	$y_{ijk}^l$	无人机 <i>l</i> 从节点 <i>i</i> 起飞服务节点 <i>j</i> 之后返回到节点 <i>k</i> , $y_{ijk}^l = 1$ ; 否则为0
	$z_{ij}^l$	卡车 <i>l</i> 的行驶路径中客户节点 <i>i</i> 在客户节点 <i>j</i> 之前被访问, $z_{ij}^l = 1$ ; 否则为0

$$\sum_{\substack{i \in C_+ \\ i \neq j}} x_{ij}^l = \sum_{\substack{k \in C_- \\ j \neq k}} x_{jk}^l, \quad \forall l \in L, j \in C \quad (5)$$

$$\sum_{l \in L} \sum_{i \in C_+} x_{ij}^l + \sum_{l \in L} \sum_{i \in C_+} \sum_{\substack{j \in C_- \\ i \neq j}} y_{ijk}^l = 1, \quad \forall j \in C \quad (6)$$

$$e_i^l - e_j^l + 1 \leq M(1 - x_{ij}^l), \quad \forall l \in L, (i, j) \in A \quad (7)$$

$$e_j^l \leq M \sum_{\substack{i \in C_+ \\ i \neq j}} x_{ij}^l, \quad \forall l \in L \forall j \in C_- \quad (8)$$

$$\sum_{j \in C} \sum_{k \in C_-} y_{ijk}^l \leq 1, \quad \forall l \in L, i \in \{C_+: i \neq k\} \quad (9)$$

$$\sum_{i \in C_+} \sum_{\substack{j \in C \\ i \neq j}} y_{ijk}^l \leq 1, \quad \forall l \in L, k \in \{C_-: i \neq k\} \quad (10)$$

$$\sum_{i \in C_+, k \in C_-} \sum_{j \neq i, k \neq j} y_{ijk}^l = 0, \quad \forall l \in L, j \in \{C_2: i \neq k\} \quad (11)$$

$$2y_{ijk}^l \leq \sum_{h \in C_+, h \neq i} x_{hi}^l + \sum_{m \in C, m \neq k} x_{mk}^l, \quad \forall l \in L, \quad (12)$$

$$i, j \in \{C: i \neq j\}, k \in \{C_-: i \neq k\}$$

$$\sum_{j \in C} q_j \left( \sum_{k \in C_-} x_{jk}^l + \sum_{i \in C_+, k \in C_-} \sum_{i \neq j, j \neq k} y_{ijk}^l \right) \leq C_{truck}, \quad \forall l \in L \quad (13)$$

$$e_j^l - e_i^l \leq M z_{ij}^l, \quad \forall l \in L, (i, j) \in A \quad (14)$$

$$e_j^l - e_i^l \geq M(z_{ij}^l - 1) + 1, \quad \forall l \in L, (i, j) \in A \quad (15)$$

$$t_h^l + d_{hk}/v + \delta_h + \tau_L \sum_{j \in C, m \in C_-} \sum_{k \neq j} y_{jkm}^l + \tau_R \sum_{n \in C_+, q \in C} \sum_{n \neq k} y_{nqk}^l \leq t_k^l + M(1 - x_{hk}^l), \quad \forall l \in L, (h, k) \in A \quad (16)$$

$$t_i^l + \hat{d}_{ij}/(\hat{v} - \beta q_j) + \tau_L - M \left( 1 - \sum_{k \in C_-} \sum_{k \neq j} y_{ijk}^l \right) \leq t_j^l, \quad \forall l \in L, (i, j) \in A \quad (17)$$

$$t_j^l + \hat{d}_{jk}/\hat{v} + \delta_j + \tau_R - M \left( 1 - \sum_{i \in C_+, i \neq j} y_{ijk}^l \right) \leq t_k^l, \quad \forall l \in L, j \in C, k \in \{C_-: k \neq j\} \quad (18)$$

$$t_i^l - M \left( 1 - \sum_{j \in C, k \in C_-} \sum_{j \neq i, k \neq j} y_{ijk}^l \right) \leq t_i^l, \quad \forall l \in L, i \in \{C_+: i \neq k\} \quad (19)$$

$$t_i^l + M \left( 1 - \sum_{j \in C, k \in C_-} \sum_{j \neq i, k \neq j} y_{ijk}^l \right) \geq t_i^l, \quad \forall l \in L, i \in \{C_+: i \neq k\} \quad (20)$$

$$t_k^l - M \left( 1 - \sum_{i \in C_+, j \in C} \sum_{i \neq j, k \neq j} y_{ijk}^l \right) \leq t_k^l, \quad \forall l \in L, k \in \{C_-: i \neq k\} \quad (21)$$

$$t_k^l + M \left( 1 - \sum_{i \in C_+, j \in C} \sum_{i \neq j, j \neq k} y_{ijk}^l \right) \geq t_k^l, \quad \forall l \in L, k \in \{C_-: k \neq i\} \quad (22)$$

$$t_k^l - t_i^l \leq \theta + M \left( 1 - \sum_{j \in C} \sum_{j \neq k} y_{ijk}^l \right), \quad \forall l \in L, i \in \{C_+: i \neq j\}, k \in \{C_-: k \neq i\} \quad (23)$$

$$t_m^l \geq t_k^l - M \left( 3 - z_{im}^l - \sum_{j \in C} \sum_{j \neq m} y_{ijk}^l - \sum_{n \in C, p \in C_-} \sum_{n \neq i, p \neq i} \sum_{n \neq k, p \neq k} y_{mnp}^l \right), \quad \forall l \in L, (i, k) \in A, m \in \{C: m \neq i, g \neq k\} \quad (24)$$

$$t_0^l, t_0^l = 0, \quad \forall l \in L \quad (25)$$

$$e_i^l, t_i^l, t_i^l \geq 0, \quad \forall l \in L, i \in N \quad (26)$$

目标函数式(1)表示所有卡车完成配送服务总时间最短。式(2)表示卡车 $l$ 至多提供一次配送服务,从配送中心离开一次。式(3)表示卡车 $l$ 不允许从配送中心出发直接返回配送中心。式(4)表示卡车 $l$ 不允许配送仅由无人机服务的客户。式(5)表示卡车配送过程中的出入流量平衡。式(6)表示每个客户点会由卡车或无人机服务。式(7)和式(8)表示卡车路径消除子回路。式(9)表示无人机 $l$ 若从 $i$ 点发射,有且只能服务一个客户点后回到卡车上。式(10)表示无人机 $l$ 若从 $k$ 点回收,回收前有且只能服务一个客户点。式(11)表示无人机 $l$ 不允许配送仅由卡车服务的客户。式(12)表示无人机 $l$ 在客户点 $i$ 发射服务客户点 $j$ 后在客户点 $k$ 回收,发射点 $i$ 和回收点 $k$ 必须在卡车路径上。式(13)表示卡车的额定载重容量约束。式(14)和式(15)假设卡车 $l$ 服务客户点 $i$ 后再服务客户点 $j$ ,则 $z_{ij}^l=1$ ,否则为0。式(16)表示卡车到达客户点 $k$ 的时刻不晚于到达客户点 $h$ 完成服务及无人机发射回收操作后的时刻。式(17)表示卡车 $l$ 到达客户点 $i$ 完成服务及发射的时刻不晚于无人机 $l$ 到达客户点 $j$ 的时刻。式(18)表示无人机 $l$ 在客户点 $j$ 服务完返回卡车完成回收操作的时刻不晚于无人机 $l$ 到达客户点 $k$ 的时刻。式(19)和式(22)表示卡车和无人机到达发射点和返回回收点的时刻一致性。式(23)表示无人机 $l$ 的最大飞行时间约束。式(24)表示无人机 $l$ 正在配送过程中,卡车上不会出现再次发射无人机的情形。式(25)初始化卡车和无人机 $l$ 的出发时刻。式(26)表示变量的取值范围。

### 3 变邻域搜索算法设计

变邻域搜索算法(variable neighborhood search, VNS)在1997年由MLADENOVIĆ和HANSEN<sup>[14]</sup>提出,目前被广泛应用于求解车辆路径问题的各种变形问题中<sup>[15]</sup>。本文针对无人机辅助的卡车配送路径优化问题,提出了一种混合变邻域搜索算法对其进行求解。算法流程如图2所示。其中,rand代表随机产生在(0,1)的数。首先,生成完整的卡车-无人机路径;其次,对生成的路径进行邻域操作和抖动操作;最后,采用局部搜索机制,进一步扩大搜索空间,对路径方案不断优化。



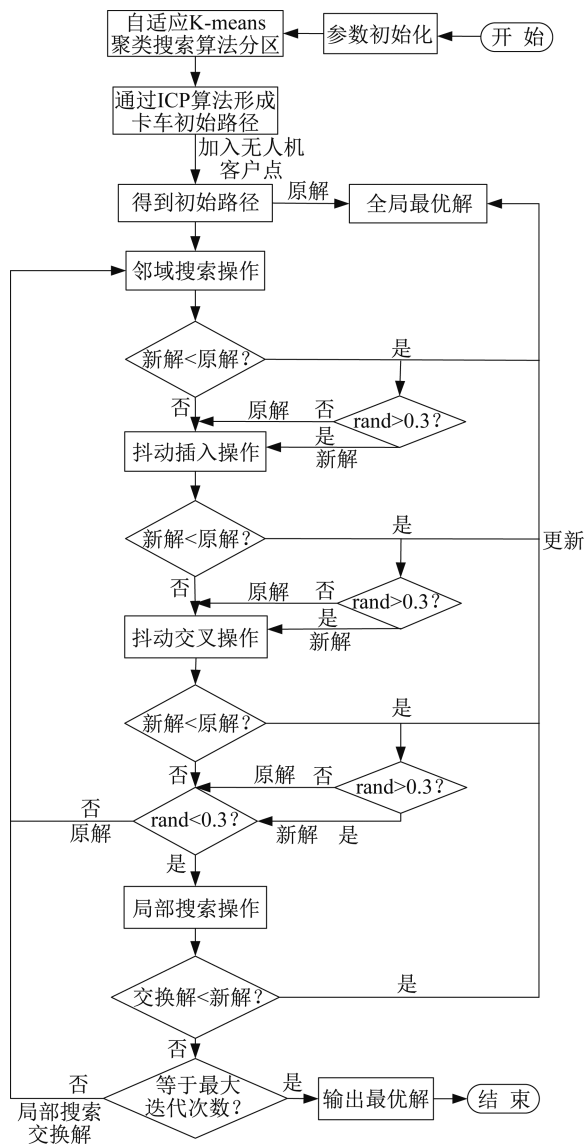


图2 混合变邻域搜索算法基本流程

### 3.1 构造初始解

本文研究的是在卡车容量限制下有无无人机辅助的卡车配送路径优化问题,为加快算法寻优速度,采取自适应K-means聚类算法聚类,降维生成较好的初始方案。在K-means聚类算法基础上增加一个最大化判断因子(maximum, MAX),主要通过相同数据类型下改变不同的车辆容量和初始分区聚类数,多次对比得到不同目标值的设定,MAX的值不超过卡车容量。通过判断因子MAX的值改进K-means聚类算法,进一步得到比较合适的聚类数。自适应K-means聚类搜索算法的流程参见文献[5]。

根据聚类算法的结果,首先采用启发式方法得到卡车路径方案,其次选择距离无人机最近点和次

最近点作为无人机可以发射和回收的节点,从而得到初始解。

### 3.2 抖动操作与局部搜索

抖动操作包括插入操作和交换操作。插入操作是将某条子路径的一个客户点移至另一条子路径上,如图3所示。在选取客户点时,若被选择的客户点为无人机的起降点,则将无人机的起降点移至该子路径上与该客户点相邻的客户点上。交换操作是将两条不同的子路径上符合条件(交换后满足需求不大于卡车最大载重)的路径段进行交换,如图4所示。如遇到路径段上存在无人机起降点,则将起降点移至该路径上与该客户点相邻的客户点上。

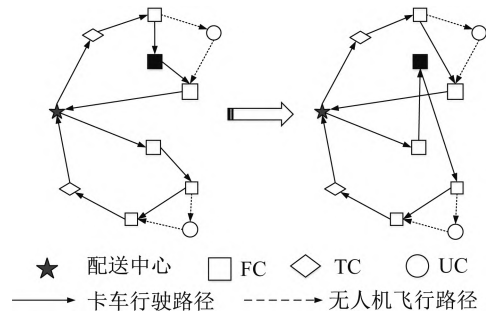


图3 插入操作

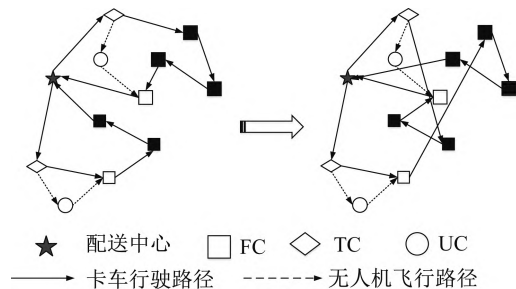


图4 交换操作

局部搜索是在子路径上的局部寻优过程,可描述为随机选取某条子路径中的两个客户点进行交换,如图5所示。若交换客户点为无人机起降点,则无人机起降点随之移动。若发生无人机起降方向与卡车行驶方向不一致,则调整无人机起降顺序。若新方案目标值大于原方案目标值,则更新方案。

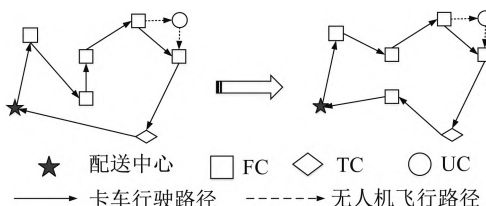


图5 子路径局部搜索

4 算例分析

设卡车最大容量为 500,车速为 40,无人机最大飞行速度为 30,发射与回收耗时均为 2,最大持续飞行时间为 50,飞行速度载重影响因子为 0.06。上述参数都为相对数据,量纲为 1。自适应 K-means 聚类算法中初始聚类数量为 4,局部搜索次数为 50,每次操作都以 0.3 的概率接受原来的劣解,迭代次数为 500。测试环境为 MATLAB 2016a,CPLEX12.63, Intel(R)Core(TM)i5-1035G1 CPU @1.00GHz 1.19 GHz 处理器、4G 内存和 Windows 10 操作系统。

4.1 算法与优化求解器对比

为验证不同规模算例采用 CPLEX 求解器与混

合变邻域搜索算法的有效性,选取 Solomon Benchmark 标准实例中的 R101 数据随机生成了 7 组不同规模的算例,每一组算例运行时间均不超过 1 800 s,求解结果如表 2 所示。其中,C 代表总客户点数量,D 代表配送中心数量,——代表没有在给定的时间内找到最优目标值,Gap 代表启发式算法与精确算法求解的偏差。

由表 2 可知,混合变邻域搜索算法能得到比较接近精确解的目标值。但当算例规模适当增大时,CPLEX 优化求解器已经不能在规定的时间内给出精确解,而混合变邻域搜索算法仍能在较短时间里给出全局近似最优解。

表 2 CPLEX 与混合变邻域算法结果对比

算例规模 C+D	CPLEX 优化求解器		混合变邻域搜索算法		Gap/%
	目标值/min	运行时间/s	目标值/min	运行时间/s	
5+1	40.62	7.22	46.00	9.35	13.23
6+1	44.90	47.96	51.00	11.95	13.59
8+1	54.55	262.44	62.00	12.96	13.66
18+1	——	1 800.00	169.00	32.16	—
28+1	——	1 800.00	281.00	67.52	—

4.2 大规模案例算法有效性分析

为进一步说明混合变邻域搜索算法的有效性,选取 Solomon Benchmark 标准实例的 C101、R101、

RC101 三类数据并适当调整,构建含有 1 个配送中心、60 个 FC、20 个 TC、20 个 UC 的大规模案例。图 6 为三类测试数据节点分布图。

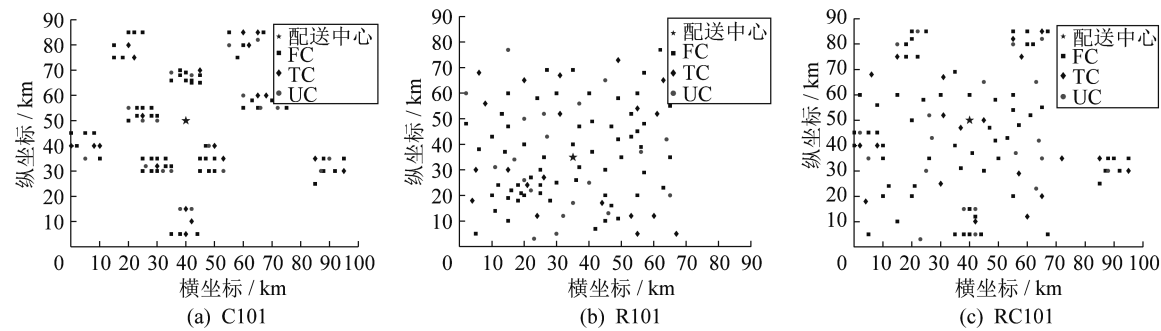


图 6 三类数据类型分布

4.2.1 自适应 K-means 聚类算法分析

在三种数据类型下,给定初始分区聚类数量与车辆容量,分析其对自适应 K-means 聚类算法的影响。表 3 为不同参数组合下,算法独立重复运行 10 次得到的目标函数均值。

由表 3 可知,在 R101、C101 和 RC101 三组实验中,目标函数均值波动主要受卡车容量和初始分区聚类数量的影响。在 R101 实验中,卡车容量和初始分区聚类数量对目标函数均值波动有

较大影响,而在 C101 和 RC101 实验中则影响较小。进一步分析,在 RC101 实验中,当卡车容量、初始分区聚类数量较大时,目标函数值更优。

4.2.2 混合变邻域搜索算法分析

为分析抖动操作对混合变邻域搜索算法求解得到的目标函数最优值的影响,针对三类数据类型,分别移除不同操作模块,取 10 次运算结果如表 4 所示,其中最后一行加粗数字为均值。

由表 4 可知,对于不同数据类型,抖动操作算法

表3 不同车辆容量与初始分区聚类数量的目标函数均值

车辆容量	数据类型	初始分区聚类数量				
		3	4	5	6	7
500	C101	761.4	737.2	796.8	803.0	744.6
	R101	816.8	772.6	785.2	784.6	812.8
	RC101	872.6	849.4	851.6	839.0	750.6
600	C101	862.6	839.4	743.8	796.6	781.6
	R101	865.8	782.4	792.6	847.6	805.4
	RC101	842.6	889.0	801.5	759.6	769.2
700	C101	805.8	738.4	754.6	748.0	791.2
	R101	842.2	809.4	769.0	792.4	822.8
	RC101	791.0	839.2	811.4	776.8	741.6
800	C101	809.8	774.6	786.2	752.4	785.2
	R101	823.2	834.8	736.4	816.0	806.5
	RC101	863.4	871.8	821.5	763.4	744.5
900	C101	816.4	738.2	773.4	720.8	747.2
	R101	815.4	776.5	816.4	830.2	813.6
	RC101	825.6	845.4	801.8	755.4	734.6

优化性能影响很大,抖动操作和抖动插入操作对算法求解稳定性产生较大影响。

表4 三种数据类型分布下不同模块的目标函数最优值

正常			缺抖动操作			缺抖动插入操作			缺抖动交叉操作		
C101	R101	RC101	C101	R101	RC101	C101	R101	RC101	C101	R101	RC101
758	885	911	983	1 047	1 056	945	1 112	999	920	1 032	1 025
744	863	946	1 006	1 065	1 124	865	1 023	1 025	835	1 035	1 002
773	921	831	998	1 039	1 156	978	1 056	1 026	906	1 021	1 009
755	765	887	983	1 101	1 001	932	1 089	1 111	967	1 002	1 102
741	751	845	1 023	1 123	978	888	1 001	1 078	821	942	1 036
752	866	932	1 101	1 014	899	904	1 022	986	852	1 056	1 069
769	855	849	1 047	1 044	1 025	931	998	978	832	1 142	1 045
786	937	826	976	998	1 109	962	987	1 023	799	1 089	1 024
763	906	855	980	1 036	1 042	911	1 056	1 025	815	1 014	1 052
772	876	834	1 006	1 047	1 063	863	1 085	1 001	917	1 009	1 053
<b>761.3</b>	<b>862.5</b>	<b>871.6</b>	<b>1 010.3</b>	<b>1 051.4</b>	<b>1 045.3</b>	<b>917.9</b>	<b>1 042.9</b>	<b>1 025.2</b>	<b>866.4</b>	<b>1 034.2</b>	<b>1 041.7</b>

图7为不同数据类型下最优目标的收敛情况。由图7可知,C101、R101、RC101三种数据类型分别在迭代150次、250次、200次左右收敛。结果表明,不同数据类型对算法迭代收敛次数有一定的影响,但算法均在较少迭代次数下收敛。

图8为三种类型测试数据最优配送路径方案。由图8可知,不同类型的数据都有7条最优配送路径。由于其分布的随机性导致配送路径呈现出不同特点,根据最优路径图可以看出,结合自适应K-means聚类搜索的混合邻域搜索算法有较好的不同

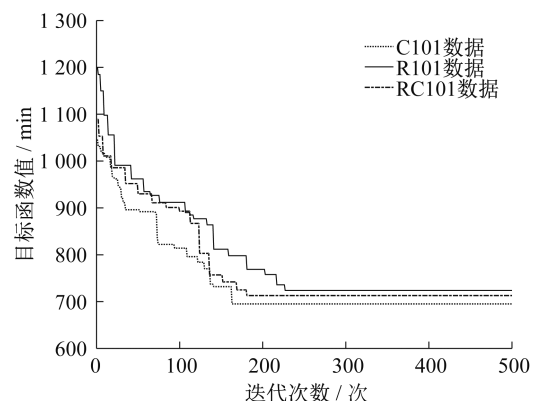


图7 三类数据分布下算法求解迭代过程

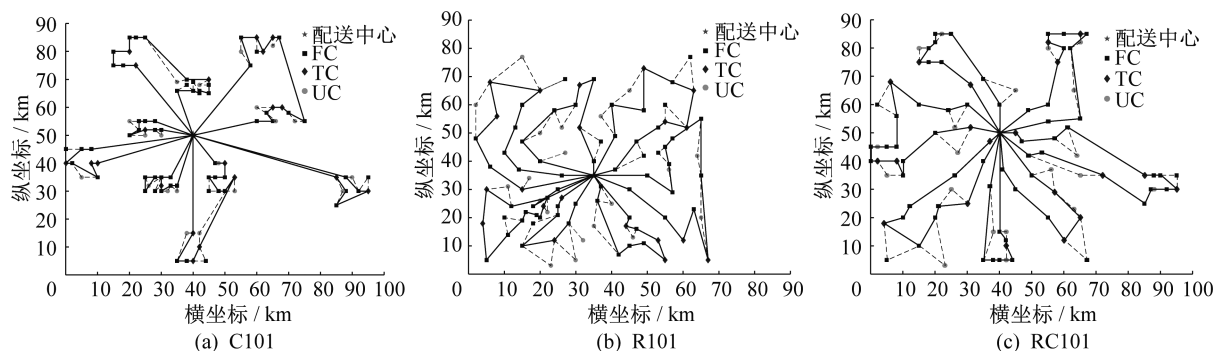


图 8 三类数据分布下算法最优路径图

数据类型的适用性。

### 4.3 无人机性能参数对方案的影响分析

性能参数设置:飞行速度载重影响因子分别取

0.06、0.08、0.10、0.12、0.14,最大飞行时间为20、30、40、50、60,并将参数两两组合,进行25组实验,每种实验算法运行10次并取均值,结果如图9所示。

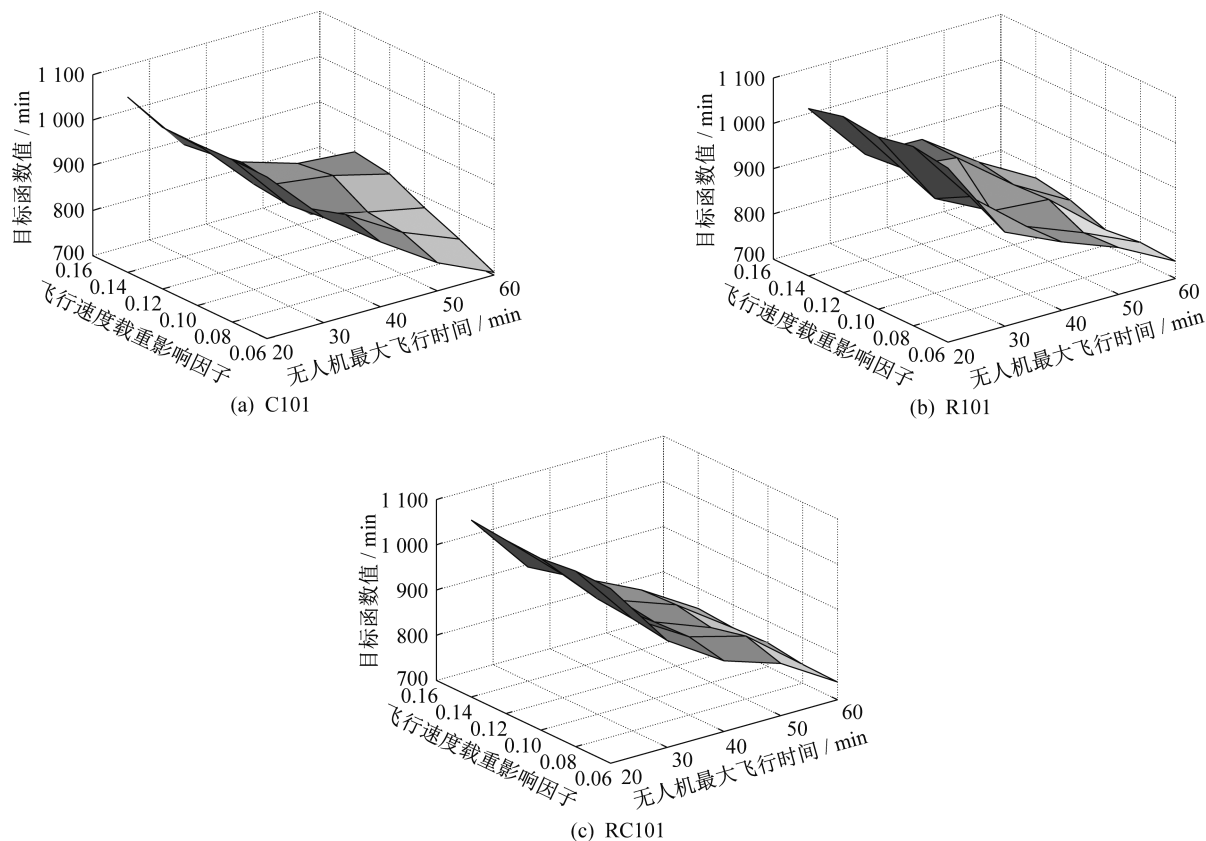


图 9 载重影响因子和最大飞行时间变化对优化目标的影响

由图9可知,无人机飞行速度载重影响因子和无人机最大飞行时间均对目标函数值有影响。纵向分析,其目标函数值随无人机飞行速度载重影响因子的增加而不断增大,随无人机最大飞行时间的增加而不断减小。横向对比,无人机飞行速度载重影响因子对目标函数值影响程度低于无人机最大飞行时间。

## 5 结论

本文研究了考虑无人机辅助的卡车配送路径优化问题,以配送完成总时间最短为目标建立数学模型,并设计了混合变邻域搜索算法。算法流程为:首先,采取自适应K-means聚类算法聚类;其次,



运用迭代最近点算法给出初始路径;最后,采用变邻域搜索算法优化初始路径,最终获得配送总时间最短的路径方案。算法有效性分析证明本文所设计算法能有效求解所提问题,案例分析还发现无人机性能对最优方案产生影响。

考虑无人机辅助的卡车配送新模式在面临城市配送实际问题时可给决策者提供可行的解决方法,未来可从构建更有效的启发式算法、增加与benchmark方法或结果的对比实验等角度进行研究,进一步提高求解的精度。

## 参考文献:

- [1] 彭勇,黎元钧. 考虑疫情影响的卡车无人机协同配送路径优化[J]. 中国公路学报,2020,33(11):73-82.
- [2] MURRAY C C, CHU A G. The flying sidekick traveling salesman problem: Optimization of drone-assisted parcel delivery [J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2015, 54: 86-109.
- [3] FERRANDEZ S M, HARBISON T, WEBER T, et al. Optimization of a truck-drone in tandem delivery network using k-means and genetic algorithm [J]. Journal of Industrial Engineering and Management, 2016, 9(2): 374-388.
- [4] AGATZ N, BOUMAN P, SCHMIDT M. Optimization approaches for the traveling salesman problem with drone [J]. Transportation Science, 2018, 52(4): 965-981.
- [5] 郭秀萍,胡运霞. 卡车与无人机联合配送模式下物流调度的优化研究[J]. 工业工程与管理, 2021, 26(1): 1-8.
- [6] 杨双鹏,郭秀萍,高娇娇. 无接触式“卡车+无人机”联合配送问题研究[J]. 工业工程与管理, 2022, 27(1): 184-194.
- [7] LUO Z, LIU Z, SHI J. A two-echelon cooperated routing problem for a ground vehicle and its carried unmanned aerial vehicle [J]. Sensors, 2017, 17(5): 1144.
- [8] 胡觉亮,杨航,张田会,等. 无人机与卡车协同配送优化研究 [J]. 浙江理工大学学报(社会科学版), 2020, 44(5): 489-497.
- [9] WANG X, POIKONEN S, GOLDEN B. The vehicle routing problem with drones: Several worst-case results [J]. Optimization Letters, 2017, 11(4): 679-697.
- [10] SCHERMER D, MOEINI M, WENDT O. A hybrid VNS/Tabu search algorithm for solving the vehicle routing problem with drones and en route operations [J]. Computers & Operations Research, 2019, 109: 134-158.
- [11] KITJACHAROENCHAI P, VENTRESCA M, MOSHREF-JAVADI M, et al. Multiple traveling salesman problem with drones: Mathematical model and heuristic approach [J]. Computers & Industrial Engineering, 2019, 129: 14-30.
- [12] POIKONEN S, WANG X, GOLDEN B. The vehicle routing problem with drones: Extended models and connections [J]. Networks, 2017, 70(1): 34-43.
- [13] TAMKE F, BUSCHER U. A branch-and-cut algorithm for the vehicle routing problem with drones [J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2021, 144: 174-203.
- [14] MLADENOVIC N, HANSEN P. Variable neighborhood search [J]. Computers & Operations Research, 1997, 24(11): 1097-1100.
- [15] REZGUI D, SIALA J C, AGGOUNE-MTALAA W, et al. Application of a variable neighborhood search algorithm to a fleet size and mix vehicle routing problem with electric modular vehicles [J]. Computers & Industrial Engineering, 2019, 130: 537-550.