

文章编号:1001-7372(2024)03-0395-12

考虑超重超远客户的卡车无人机协同配送研究

宋 瑞*,边 疆,何世伟,迟居尚

(北京交通大学 综合交通运输大数据应用技术交通运输行业重点实验室,北京 100044)

摘要:卡车与无人机配送的母船模式是指卡车搭载无人机至离客户较近的地点后,由无人机起飞配送多个客户点,再与卡车汇合的协同配送方法,是交通工程领域中具有潜力的重要发展方向之一。考虑到现实中存在部分客户点需求量超出无人机最大载重,或所处位置超过无人机最大航程覆盖范围的情况,在母船模式基础上,提出考虑超重超远客户的卡车与无人机协同配送模式(Truck-Drone Joint Delivery with Consideration of Customers with Great Demands and at Great Distances, TDJD-CGDGD)。该模式允许卡车服务超重超远客户,并允许无人机起降于不同地点。该模式下待求解的问题为含无人机的旅行商问题。以最小化总配送成本为目标,构建了混合整数线性规划模型。为高效求解大规模算例,提出了一种融合贪婪随机自适应搜索(GRASP)与自适应大邻域搜索(ALNS)的混合算法。算法首先在附加约束条件下,生成车机共同配送路径,该约束可简化车机路径优化过程。随后放松附加约束,针对性地调整一部分无人机路径,进一步降低总成本。试验结果表明:所提算法具有较好的计算性能;本协同配送模式与仅由卡车配送的传统模式相比可平均节约成本 19%;允许无人机在超重客户点处起降与不允许情况相比可平均节约成本 5%。

关键词:交通工程;协同配送;自适应大邻域搜索;无人机;路径规划

中图分类号:U492.3 文献标志码:A

Truck-drone Joint Delivery with Consideration Given to Customers with Great Demands and at Great Distances

SONG Rui*, BIAN Jiang, HE Shi-wei, CHI Ju-shang

(Key Laboratory of Transport Industry of Big Data Application Technologies for Comprehensive Transport, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: The truck-drone delivery mothership system refers to a joint delivery pattern in which a truck carries drones to locations close to customers, launches these drones to serve multiple customers, and then retrieves the drones. This is an important development direction with potential in the field of traffic engineering. Owing to the demands of some customers related to the load capacity of a drone and locations outside the flight range of a drone, a truck-drone joint delivery system that considers customers with greater demands and at greater distances (TDJD-CGDGD) based on the mothership system is proposed, where the truck is allowed to serve customers in question and drones can be retrieved at different locations from where they are launched. This delivery pattern can be viewed as a traveling salesman problem for drones. An MILP model aimed at minimizing the total delivery cost was formulated. To solve large-scale

收稿日期:2023-04-04

基金项目:国家自然科学基金项目(62076023);中国国家铁路集团有限公司科技研究开发计划课题项目(N2023X028)

*作者简介:宋 瑞(1971-),女,河北景县人,教授,博士研究生导师,工学博士,E-mail:rsong@bjtu.edu.cn。

instances efficiently, an algorithm hybridizing the greedy randomized adaptive search procedure (GRASP) and adaptive large neighborhood search (ALNS) was developed. This algorithm first routes trucks and drones with an additional constraint that can simplify truck-drone simultaneous routing. This additional constraint is then relaxed, and the algorithm focuses on adjusting the drone routes to further reduce the total cost. It was found that our algorithm had good performance; TDJD-CGDGD achieved an average cost saving of 19% compared to truck-only delivery, allowing drones to be launched and retrieved to service customers with high demands, resulting in an average cost saving of 5% compared to not allowing this function.

Keywords: traffic engineering; joint delivery; adaptive large neighborhood search; drone; routing problem

Received 04 Apr. 2023

Funding: National Natural Science Foundation of China(62076023); Science and Technology Research and Development Program of China Railway Corporation (N2023X028)

*Corresponding author. *E-mail address*: rsong@bjtu.edu.cn.

<https://doi.org/10.19721/j.cnki.1001-7372.2024.03.026>

0 引言

快速增长的物流需求与发展迅速的无人机技术推动了物流企业与互联网企业对无人机配送的探索。国际上,谷歌目前正在开展无人机配送网络测试^[1]。在中国,美团已获批开展商业化无人机配送服务^[2],顺丰也开始试点无人机急送服务^[3]。但受限于最大载重与最大航程,无人机目前无法独立执行远程、重载、规模较大的配送任务。针对这一问题,卡车-无人机配送模式应运而生。

当前卡车与无人机配送模式可分为2类。飞行助手模式(Flying Sidekick System)最早由Murray等^[4]提出。在该模式下,无人机由卡车搭载,必要时起飞服务客户点。Es Yurek等^[5]和Ha等^[6]针对同一问题以不同的目标函数开展研究。彭勇等^[7]则以新冠疫情为背景,在减少人与人面对面接触的条件下,研究了卡车无人机协同配送方法。上述文章均以一辆卡车与一架无人机为前提展开研究。随着研究深入,Murray等^[8]将无人机数量拓展至多台,设计了一个分三阶段进行的启发式算法求解。Sacramento等^[9]将卡车数量拓展至多台,使用自适应大邻域搜索算法求解。Schermer等^[10]则进一步探讨了允许无人机在卡车运行弧段上特定点起降的情况,采用变邻域搜索与禁忌搜索结合的混合算法求解。上述文章均假设无人机单次起飞后仅服务一个顾客。Wu等^[11]与Luo等^[12]在该模式下允许无人机单次起飞后配送多个客户,前者采用一种改进的变邻域下降算法求解,后者基于问题特征提出了一种迭代的局部搜索算法求解。

母船模式(Mothership System)引入无人机站(无配送需求,专供卡车停靠以起降无人机的特殊节点),丰富了卡车与无人机协同配送方法。在该模式下,卡车停靠无人机站时,无人机起飞服务客户点,随后再与卡车在无人机站汇合。Karak等^[13]以最小化总配送成本为优化目标对该模式展开了研究,并通过拓展Clarke-Wright算法求解大规模算例。该模式的优势体现在,卡车在一次停靠时,可利用无人机服务附近区域的多个客户节点,减少卡车直接服务客户点的次数,从而降低最后一公里成本。Salama等^[14]除了卡车与无人机的路径规划问题外,还同时优化无人机站的选址问题,并探讨了无人机站选址可否选为客户点对协同配送结果的影响。Salama等^[15]则进一步允许无人机在客户点处起降,以探索该模式的灵活性,并且融合变邻域搜索和模拟退火算法设计了一种两阶段的混合算法求解大规模问题。上述2篇文献均假设无人机单次起飞后仅能服务一个客户点,且前者假设无人机必须回到起飞点处与卡车汇合,而后者则假设无人机必须前往下一个地点与卡车汇合,没有同时考虑2种无人机起降情况。母船模式与飞行助手模式相比提出时间较晚,研究数目相对较少。

由于在Karak等^[13]、Poikonen等^[16]提出的母船模式中,所有客户点必须由无人机访问。但实际情况中,会出现需求量超过无人机最大载重的超重客户点或所处位置超出无人机最大航程的超远客户点,这些客户点仅能由卡车服务。柳伍生等^[17]针对这一情况,研究了一辆卡车与一架无人机的协同配送。本文在Karak等^[13]与柳伍生等^[17]的基础上,

针对与实际配送情况更贴近的场景,即考虑超重超远客户的卡车无人机协同配送模式(Truck-drone Joint Delivery with Consideration of Customers with Great Demands and at Great Distances, TD-JD-CGDGD)开展研究。本文贡献如下:

(1)研究了考虑超重超远客户点的母船模式变体,将其视为含无人机的旅行商问题,采用 MILP 模型描述了这种配送模式;

(2)设计了一种融合贪婪随机自适应搜索(GRASP)与自适应大邻域搜索(ALNS)的混合算法,验证了算法的有效性;

(3)评估了该配送方法在不同配送场景中的灵活性,说明了其对各种场景的适应能力,以此验证了其合理性。

1 问题描述及数学模型

1.1 问题描述

图 1 为 TDJD-CGDGD 车机共同配送场景。考虑配送网络 $G=(N, A)$, 其中 N 为节点集合, A 为弧段集合。节点集合 N 包含 3 类节点, 即 $N=O \cup K \cup C$, 其中 $O=\{o_s, o_e\}$ 表示中心仓库节点集合, o_s 与 o_e 分别表示卡车路径起点处和终点处的中心仓库; K 表示无人机站集合, 无实际配送需求, 卡车可在此处放出或收回无人机; 集合 C 表示所有客户点。受限于无人机最大载重, 客户点集合 C 根据需求量是否超过无人机最大载重 v , 分为超重客户点集合 $C^{(T)}$ 与常规需求量客户点集合 $C^{(D)}$ 。对应于现实生活场景, 超重客户点可视为快递代收点, 这些地点由于为附近多个客户代收快递, 因此单个快递代收点的配送需求量远超其他常规需求量客户, 只能由卡车进行配送。且由于超重客户点处可能卸货时间较长, 如卡车司机与快递代收点工作人员进行扫码、签收等工作, 允许无人机在卡车停靠超重客户点时起降服务附近客户。出于对噪音、安全等因素的考量^[13], 本文模型暂不允许无人机在常规需求量客户点起降。为方便描述, 将所有允许无人机起降的节点记为车机汇合点 F , 即 $F=K \cup C^{(T)}$ 。超远客户点也仅由卡车服务, 在建模时不对其与其他客户点做单独区分。符号详细定义见表 1。

模型假设如下:

(1)模型考虑一辆卡车及多架无人机的共同配送;

(2)无人机可在同一车机汇合点多次起降,也可起飞后于卡车尚未访问的车机汇合点降落;

(3)无人机起飞后可服务多个客户点;

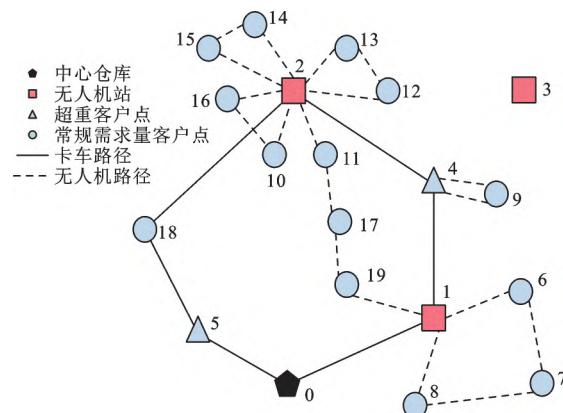


图 1 TDJD-CGDGD 示意

Fig. 1 Illustration of TDJD-CGDGD

表 1 符号定义

Table 1 Notations

符号	定义
N	节点集合
A	弧段集合
O	中心仓库集合, $O=\{o_s, o_e\}$
K	无人机站集合
C	客户点集合, 其中 $C=C^{(T)} \cup C^{(D)}$ 且 $C^{(T)} \cap C^{(D)} = \emptyset$
$C^{(D)}$	常规需求量客户点集合
$C^{(T)}$	超重客户点集合
F	车机汇合点集合, $F=K \cup C^{(T)}$
P	除去中心仓库的所有点集合, $P=K \cup C$
D	无人机集合
s_{ij}	弧段 $(i, j) \in A$ 的长度
q_i	客户点 $i \in P$ 的需求量
r	无人机最大航程
v	无人机最大载重
c_d	无人机单位距离成本
c_t	卡车单位距离成本
M	大数
x_{ij}	0~1 变量, 当弧段 $(i, j) \in A$ 位于卡车路径中时值为 1, 否则为 0
y_{dij}	0~1 变量, 当卡车搭载无人机 d 通过弧段 $(i, j) \in A$ 时值为 1, 否则为 0
z_{fdij}	0~1 变量, 当无人机 d 从车机汇合点 f 起飞后独自通过弧段 $(i, j) \in A$ 时值为 1, 否则为 0
$p_{dff'}$	0~1 变量, 当无人机 d 分别于车机汇合点 f 和 f' 起降时值为 1, 否则为 0
w_{di}	连续变量, 表示无人机 d 在访问节点 $i \in C^{(D)} \cup F$ 后的累计配送量
l_{di}	连续变量, 表示无人机 d 到达节点 $i \in C^{(D)} \cup F$ 时的累计飞行距离
u_i	整数变量, 表示卡车路径中各节点 i 的访问顺序

(4)所有客户点仅能被卡车或无人机服务 1 次;

(5)无人机起飞前均已充满电量,具有最大载重和续航能力;

(6)与无人机载重和航程限制相比,卡车最大行驶距离与最大载重限制可以忽略。

1.2 数学模型

(1)目标函数

$$\min c_t \sum_{i \in P \cup \{o_s\}} \sum_{j \in P \cup \{o_e\}} x_{ij} s_{ij} + \\ c_d \sum_{i \in F \cup C^{(D)}} \sum_{j \in F \cup C^{(D)}} \sum_{f \in F} \sum_{d \in D} z_{fdij} s_{ij} \quad (1)$$

TDJD-CGDGD 的目标是最小化配送总成本。

式(1)中第 1 项表示卡车配送成本,第 2 项表示无人机配送成本。2 项成本均与各自的运输距离成正比。

(2)卡车路径相关约束

$$\sum_{\substack{j \in P, \\ i \neq j}} x_{ij} = \sum_{\substack{j \in P, \\ j \neq m}} x_{jm} \quad i = o_s, m = o_e \quad (2)$$

$$\sum_{\substack{i \in P \cup \{o_s\}, \\ i \neq j}} x_{ij} = \sum_{\substack{m \in P \cup \{o_e\}, \\ m \neq j}} x_{jm} \quad \forall j \in P \quad (3)$$

$$\sum_{\substack{i \in \{o_s\} \cup P, \\ i \neq j}} x_{ij} \leq 1 \quad \forall j \in K \quad (4)$$

$$\sum_{\substack{i \in \{o_s\} \cup P \\ i \neq j}} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in C^{(T)} \quad (5)$$

$$M(x_{ij} - 1) + u_i + 1 \leq u_j \quad \forall i \in P \cup \{o_s\}, \\ \forall j \in P \cup \{o_e\} \quad (6)$$

$$1 \leq u_i \leq |P| + 2 \quad \forall i \in P \cup O \quad (7)$$

式(2)表示卡车离开中心仓库后必会返回中心仓库;式(3)表示卡车在各个节点处的流量平衡约束;式(4)表示卡车访问每一个无人机站至多 1 次;式(5)表示所有超重客户点仅能由卡车配送,且仅能配送 1 次;式(6)、(7)为卡车路径的子回路消除约束。

(3)无人机路径相关约束

$$\sum_{\substack{i \in F \cup C^{(D)}, \\ i \neq j}} z_{fdij} = \sum_{\substack{m \in F \cup C^{(D)}, \\ j \neq m}} z_{fdjm} \quad \forall d \in D, \forall j \in C^{(D)}, \\ \forall f \in F \quad (8)$$

$$\sum_{i \in P \cup \{o_s\}} y_{dij} = \sum_{m \in P \cup \{o_e\}} y_{djm} \quad \forall d \in D, \forall j \in C^{(D)} \quad (9)$$

$$\sum_{f' \in F} \sum_{j \in C^{(D)}} z_{f'djf'} + \sum_{j \in P \cup \{o_s\}} y_{djf} = \sum_{m \in C^{(D)}} z_{fdfm} + \\ \sum_{m \in P \cup \{o_e\}} y_{dfm} \quad \forall d \in D, \forall f \in F \quad (10)$$

$$\sum_{j \in C^{(D)}} z_{fdjf} \leq M \left(\sum_{f' \in F, f' \neq f} \sum_{j \in C^{(D)}} z_{f'djf'} + \sum_{j \in P \cup \{o_s\}} y_{djf} \right) \\ \forall f \in F, \forall d \in D \quad (11)$$

$$z_{fdij} \leq \sum_{m \in C^{(D)}} z_{fdjm} \quad \forall d \in D, \forall i, j \in C^{(D)}, i \neq j, \\ \forall f \in F \quad (12)$$

$$z_{fdjf} = 0 \quad \forall d \in D \quad \forall j \in F \cup C^{(D)}, \forall f \in F, \\ \forall f' \in \{F : f \neq f'\} \quad (13)$$

$$z_{fdff'} = 0 \quad \forall d \in D, \forall f, f' \in F \quad (14)$$

式(8)~(10)为无人机在各类节点的流量平衡约束;式(11)表示无人机在车机汇合点的起飞条件,即只有当无人机 d 降落在车机汇合点 f 或由卡车搭载至车机汇合点 f 才有可能从该点起飞;式(12)~(14)为变量 z 的逻辑约束。

(4)无人机载重与航程约束

$$s_{fj} \leq l_{dj} + M(1 - z_{fdff}) \quad \forall f \in F, \forall j \in C^{(D)}, \\ \forall d \in D \quad (15)$$

$$l_{di} + s_{ij} \leq l_{dj} + M(1 - z_{fdij}), \forall j \in C^{(D)} \cup F, \\ \forall i \in \{C^{(D)} : i \neq j\}, \forall f \in F, \forall d \in D \quad (16)$$

$$l_{df} \leq r \quad \forall f \in F, \forall d \in D \quad (17)$$

$$w_{df} = 0 \quad \forall f \in F, \forall d \in D \quad (18)$$

$$w_{di} + q_j \leq w_{dj} + M(1 - z_{fdij}) \quad \forall i \in C^{(D)} \cup F, \\ \forall j \in \{C^{(D)} : i \neq j\}, \forall f \in F, \forall d \in D \quad (19)$$

$$w_{di} \leq v \quad \forall i \in C^{(D)}, \forall d \in D \quad (20)$$

式(15)、(16)记录无人机在经过各常规需求量客户点时的累计飞行距离,式(17)表示无人机无论何时其飞行距离都不得超过最大航程;同理,式(18)、(19)记录无人机经过各常规需求量客户点时的累计配送量,式(20)表示无人机无论何时其累计配送量都不得超过最大载重。

(5)车机协同约束

$$\sum_{f \in F} \sum_{d \in D} \sum_{j \in P \cup C^{(D)}} z_{fdij} + \sum_{\substack{j \in \{o_e\} \cup P, \\ i \neq j}} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in C^{(D)} \quad (21)$$

$$z_{fdff'} \leq p_{dff'} \quad \forall f, f' \in F, \forall j \in C^{(D)}, \forall d \in D \quad (22)$$

$$p_{dff'} \leq M \sum_{j \in C^{(D)}} z_{fdjf'} \quad \forall f, f' \in F, \forall d \in D \quad (23)$$

$$2p_{dff'} \leq \sum_{j \in \{o_e\} \cup P} x_{fj} + \sum_{j \in \{o_e\} \cup P} x_{f'j} \quad \forall d \in D, \forall f, \\ f' \in F \quad (24)$$

$$u_f \leq u_{f'} + M(1 - p_{dff'}) \quad \forall f, f' \in F, \forall d \in D \quad (25)$$

$$y_{dij} \leq x_{ij} \quad \forall d \in D, \forall i \in \{o_s\} \cup P, j \in \{o_e\} \cup P, \\ i \neq j \quad (26)$$

式(21)表示常规需求量客户点由卡车或无人机服务,且仅能被服务 1 次;式(22)、(23)用于记录无人机 d 的所有起降点对;式(24)表示无人机的起降点必须出现在卡车路径中;式(25)表示卡车必须先访问无人机的起飞点,再访问无人机的降落点;式(26)表示无人机由卡车搭载通过的弧段必须出现在

卡车路径中。

2 算法设计

基于母船模式的 TDJD-CGDGD 是 NP 难问题,而由于模型结构差异,当前母船模式相关文献提出的算法难以直接用于求解本文模型。文献[13]与文献[16]所提算法不便探索客户点既可以被卡车访问又可以被无人机访问的情况;文献[14]与文献[15]的算法虽将卡车访问客户点的可能性考虑其中,但其构造备选路径集合并使用求解器求解的方法在求解本文模型时会造成求解速度过慢甚至内存溢出的情况。本文模型复杂之处体现在无人机与卡车对于某些客户点的服务存在竞争关系、无人机路径的起点与终点可以为不同的车机汇合点以及无人机路径中包含多个客户点。

相关文献总结如表 2 所示。表中,卡车权限指卡车是否可以直接访问客户点,配送量指无人机单次起飞可访问的客户点数目,相同起降点表示无人机起飞点与降落点为相同地点,不同起降点表示无人机起飞点与降落点为不同地点。根据模型特点,本文设计了一种融合 GRASP 与 ALNS 的混合算法。算法流程如图 2 所示。

表 2 母船模式相关模型与算法总结

Table 2 Literature Related to Mothership System

文献	模型					算法
	卡车权限	配送量	相同起降点	不同起降点	目标函数	
Karak 等 ^[13]		≥ 1	√	√	最小成本	拓展 Clarke-Wright 算法
Poikonen 等 ^[16]		≥ 1		√	最小成本	3 阶段的启发式算法
Salama 等 ^[14]	√	= 1	√		最小成本	MILP+启发式算法
Salama 等 ^[15]	√	= 1		√	最短时间	2 阶段搜索算法
本文	√	≥ 1	√	√	最小成本	GRASP+ALNS

2.1 路径编码

卡车路径编码如图 3 所示。第 1 行表示卡车所经过的所有点;第 2 行表示卡车在对应点执行的无人机起飞次数 π_l ;第 3 行表示卡车在对应点执行的无人机降落次数 π_r ;第 4 行表示在对应点卡车可以使用的无人机数 π_d 。对于任意一个可行解的卡车路径,在同一节点,若可用无人机数为 0,则起飞次数与降落次数也必须为 0,否则,必须满足式(27)。

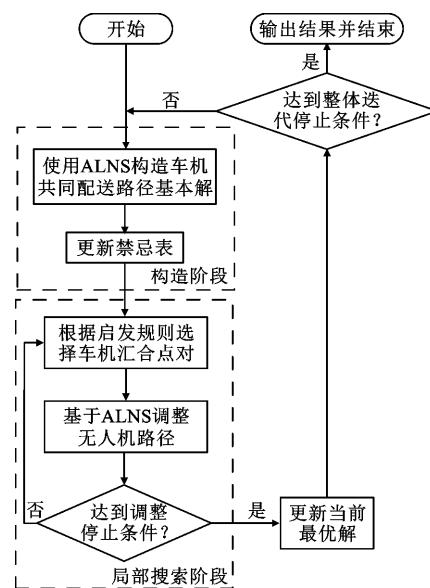


图 2 算法总体流程

Fig. 2 Overview of the Algorithm

$$|\pi_l - \pi_r| \leq \pi_d \quad (27)$$

无人机路径采用实数编码,每条路径形如一维数组。对于卡车路径中的每一个节点而言,只有当其对应的“无人机数”大于 0 时,才有可能有无人机路径与该节点相连,否则没有无人机路径以该节点为起点或终点。此外,由于模型不允许无人机在卡车未经过的节点起降,无人机路径的起终点一定出现在卡车路径中。

2.2 构造阶段

ALNS 的破坏算子可以更大程度地破坏当前解,适合求解约束较多的问题^[18]。因此,构造阶段使用 ALNS 优化车机共同配送路径,将该阶段的解称作基本解。基本解要求每条无人机路径起止于同一车机汇合点。这条附加约束使构造阶段车机路径共同优化类似于卡车-拖车路径问题(Truck and Trailer Routing Problem, TTRP),简化了求解过程。为防止陷入局部最优,ALNS 采用 Metropolis 接受准则。

2.2.1 初始解

为生成基本解的初始解,采用一种先排序后拆分的启发式算法。具体步骤如下:

步骤 1:分配常规需求量客户点。针对每一个常规需求量客户点 $i \in C^{(D)}$,找到距离其最近的车机

卡车路径	0	1	4	2	18	5	0
起飞次数	0	2	1	3	0	0	0
降落次数	0	1	1	4	0	0	0
无人机数	2	2	1	2	2	2	2

图 3 卡车路径编码

Fig. 3 Representation of Truck Routes

汇合点 $f \in F$, 将客户点 i 分配给 f , 即服务客户点 i 的无人机由车机汇合点 f 起飞。若某一常规需求量客户点属于超远客户点, 则直接分配给卡车路径。按照此规则, 分配所有常规需求量客户点。

步骤 2: 构造无人机“大回路”。对于每一个车机汇合点 f , 将所有分配至 f 的常规需求量客户点连接起来, 构建一个如同旅行商问题解的无人机“大回路”。本算法选用最近邻算法构建无人机“大回路”。

步骤 3: 分割无人机“大回路”。构造无人机“大回路”时并未考虑无人机最大航程 r 和最大载重 v , 部分车机汇合点的“大回路”可能为不可行路径。因此, 将所有不可行的无人机“大回路”拆分成可行的小回路, 保证初始解中任一无人机路径 ω , 都有

$$\sum_{(i,j) \in \omega} s_{ij} \leq r, \quad \sum_{i \in \omega, i \notin F} q_i \leq v.$$

步骤 4: 构造初始卡车路径。将全部有无人机路径相连的车机汇合点和超远客户点相连, 形成初始卡车路径。

2.2.2 破坏算子

常规需求量客户点是本算法破坏算子主要破坏对象。因为本阶段需探索常规需求量客户点的分配, 其被破坏次数越多, 找到更优分配的机率更大。

(1) 随机破坏

该算子最早由 Ropke 等^[19] 提出。本文采用该算子针对常规需求量客户点进行破坏, 即随机选取 θ 个位于无人机路径或卡车路径中的常规需求量客户点, 加入破坏节点池中。

(2) 最坏破坏

该算子同样借鉴于 Ropke 等^[19] 并将其改编为仅对 θ 个具有最高破坏收益的常规需求量客户点进行破坏。破坏收益定义如下: 假设节点 i 与节点 k 为节点 j 的前序和后序节点, 如果节点 j 位于无人机路径中, 破坏收益计算方式为 $c_d(s_{ij} + s_{jk} - s_{ik})$; 如果节点 j 位于卡车路径, 则破坏收益计算方式为 $c_t(s_{ij} + s_{jk} - s_{ik})$ 。

(3) 相关破坏

通过采用 Hemmelmayr 等^[20] 提出的相关破坏算子, 破坏某区域的常规需求量客户点。首先随机选择一个常规需求量客户点删除, 然后选择 $\theta-1$ 个距离该节点最近的常规需求量客户点删除。

(4) 无人机路径整体删除

与 Demir 等^[21] 类似, 该算子删除一整条无人机路径。与该无人机路径相连的车机汇合点仍保留在

卡车路径中。若该车机汇合点为无人机站, 且在修复算子修复路径之后没有无人机路径与之相连, 则将其从卡车路径中删除。

(5) 无人机站开放破坏

与 Hemmelmayr 等^[20] 类似, 算子选择一个当前未处于卡车路径中的无人机站。然后, 选择 θ 个距离其最近的常规需求量客户点, 将它们从原路径中移除。

破坏算子 $\rho \in P$ 权重记为 δ_ρ , 被选中概率 η_ρ 按式(28)计算。各算子初始权重均设置为 10。根据基本解求解结果, δ_ρ 会在每轮迭代结束前按式(29)更新, 其中 λ 为反应系数, φ 为奖励分数, 分数取值根据当前迭代得到的解是否被接受以及是否更新当前最优解确定。经参考 Sacramento 等^[9]、伍国华等^[22], λ 取值为 0.9; φ 取值参考自伍国华等^[22], 并经过测试后根据本文研究问题作适当调整, 最终取值如表 3 所示。

$$\eta_\rho = \delta_\rho / \sum_{\rho \in P} \delta_\rho \quad (28)$$

$$\delta_\rho = \lambda \delta_\rho + (1-\lambda) \varphi \quad (29)$$

表 3 φ 不同取值及对应情况

Table 3 Values of φ Under Different Conditions

φ 取值	情况描述
50	当新基本解以当前最优基本解被接受
30	当新基本解成本低于当前基本解
15	当新基本解尽管成本不低于当前基本解仍被接受
5	当新基本解被拒绝接受

2.2.3 修复算子

多样的修复算子会一定程度上加大求解复杂程度, 减缓求解速度, 且构造阶段的解须具有一定随机性。因此采用贪婪插入一种修复算子。该算子每次将一个被破坏节点插入可行且插入成本最低位置, 直到插入完所有被破坏节点。插入成本计算方式与破坏收益计算方式相同, 但为避免总是得到相同的卡车路径与常规需求量客户点分配结果, 计算插入成本时需加入随机项干扰 $\epsilon \in [0.8, 1.2]$ ^[20]。即插入节点 j , 其前序与后序节点分别为 i 与 k , 当节点 j 插入卡车路径时带干扰项的插入成本为 $c_t(s_{ij} + s_{jk} - s_{ik})\epsilon$ 。

2.2.4 卡车路径禁忌表

在数据规模较小或客户点集群分布特征明显时, 构造阶段易产生相同的卡车路径。为防止本阶段输出的卡车路径总是相同, 加入禁忌表, 即 ALNS 更新当前最优基本解时, 若某基本解的卡车路径已存在于禁忌表中, 则该解不更新为当前最优基本解。

2.3 局部搜索阶段

本阶段放松本文第2.2节的附加条件,调整一部分无人机路径,进一步降低无人机配送成本。无人机路径调整每次针对一对车机汇合点 f_l, f_r 展开,且 f_l 比 f_r 先被卡车访问,对应图2“基于ALNS调整无人机路径”。如图4(a)所示,本节以 $f_l=1, f_r=2$ 为例,介绍无人机路径调整过程。该过程拟构建一条以点1、2分别为起飞点与降落点的无人机路径。具体步骤如下。

步骤1: 初始化。令当前最大成本节省 sav^* 为0,无人机优化路径集合 $\Omega_{opt}=\emptyset$ 。令 Ω_l 为所有与 f_l 相连的无人机路径集合,即 $\Omega_l=\{\omega|\omega[0]=f_l\}\cup\{\omega|\omega[-1]=f_l\}$, Ω_r 为所有与 f_r 相连的无人机路径集合,即 $\Omega_r=\{\omega|\omega[0]=f_r\}\cup\{\omega|\omega[-1]=f_r\}$ 。

步骤2: 从 Ω_l 中选择一条路径 ω_l ,从 Ω_r 中选择一条路径 ω_r ,令 $\omega_m=\omega_l[:-1]+\omega_r[1:]$ 。如图4(b)所示, ω_l 为路径[1,8,19,17,1], ω_r 为路径[2,11,10,2], ω_m 路径为[1,8,19,17,11,10,2]。该步骤通过采用现有路径融合成为新无人机路径,便于在卡车路径信息记录无人机路径变化情况,以判断是否产生不可行解。为探索更多可能性,可令 ω_l 为空,仅将 ω_r 的起始点更改为 f_l ,反之亦可,这种情况可视为一条无人机路径与一个空列表融合形成新路径。

步骤3: 判断 ω_m 在卡车路径层面是否可行,若不可行,则返回步骤2;若可行,则至步骤4。图4(b)中,根据路径[1,8,19,17,11,10,2]调整卡车路径信

息,即节点1的降落次数更改为1,节点2的起飞次数更改为2,节点4的可用无人机数更改为1。经调整的3个节点仍满足式(27),因此卡车路径层面可行。

步骤4: 根据无人机最大载重 v 与最大航程 r 限制,剔除 ω_m 中的多余节点。优先剔除 ω_m 距离车机汇合点较近的客户点,直到 $\sum_{(i,j)\in\omega_m} s_{ij} \leq r$,

$\sum_{i\in\omega_m, i\notin F} q_i \leq v$ 。被剔除的节点归还给距离其最近的车机汇合点,形成一个只包含该点的环形无人机路径,待后续进一步优化。剔除之后,若 $\omega_m=\emptyset$,则返回步骤2;否则,至步骤5。

步骤5: 整体优化此次调整所涉及的所有车机汇合点连接的无人机路径。该过程可视为优化一个带有最大距离和最大载重限制的车辆路径问题,由于ALNS是求解这类问题的有效算法^[18],因此继续采用ALNS,在不改变每条无人机路径起终点的条件下,优化所有与此次调整相关的无人机路径 $\Omega=\{\omega|\omega[0]\in\hat{F}\}\cup\{\omega|\omega[-1]\in\hat{F}\}$ (集合 \hat{F} 包含 f_l, f_r 及其他在剔除多余节点并归还的过程中涉及到的车机汇合点)。将节点8、10剔除后,形成新的 ω_m ,即[1,19,17,11,2]。由于节点8、10剔除之后归还给了车机汇合点1、2,因此参与整体优化的路径除新的 ω_m 外,还有[1,8,1]、[1,6,7,1]、[2,10,2]、[2,16,15,14,2]、[2,13,12,2]。优化结果最终如图4(c)所示。

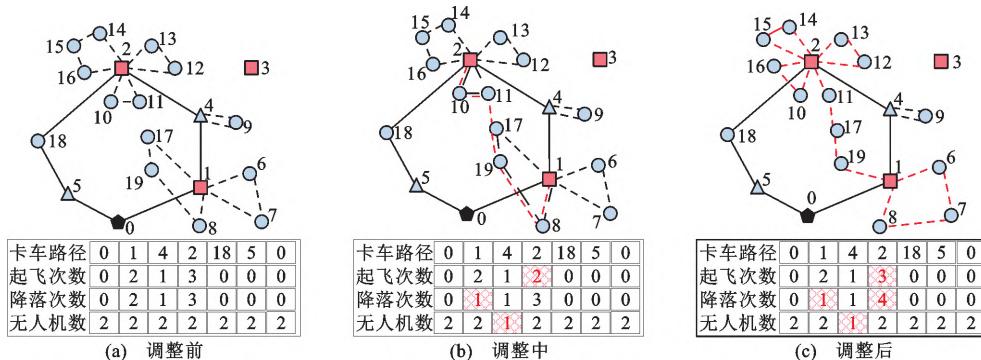


图4 无人机路径调整示意

Fig. 4 Demonstration of Drone Route Adjustment

步骤6: 更新当前最优结果。若此次调整带来成本节省 sav 比当前最大成本节省 sav^* 更多,即 $sav \geq sav^*$,则令 $sav^* = sav, \Omega_{opt} = \Omega$ 。若已探索完 Ω_l 与 Ω_r 的路径组合,则根据 Ω_{opt} 调整无人机路径和卡车路径信息并结束,否则返回步骤2。

为避免造成计算资源浪费和过长的求解时间,

该阶段根据无人机最大航程约束,限制每个 f_l 对应的 f_r 数量,以此达到在不遗漏潜在更优解的条件下,限制执行上述步骤次数,提高求解效率的目的。

3 试验分析

本文所有试验在一台CPU配置为Ryzen 7

4800H with Radeon Graphics 的计算机上进行。所有程序使用 Python 3.8 编写, TDJD-CGDGD 数学模型使用 GUROBI 9.1 求解。

3.1 算例设计

本文采用与 Karak 等^[13]相同方法生成小规模算例。其中,车机汇合点间隔距离为 3 个单位距离,常规需求量客户点的需求量为 1 至 5 间任意整数个单位需求。小规模算例信息如表 4 所示,每个算例包含 $|C|$ 个客户点,其中 $|C^{(T)}|$ 个超重客户点,以及 $|K|$ 个无人机站点。

表 4 小规模算例信息

Table 4 Summary of Small-scale

Instance Configurations

小规模算例类型	$ C $	$ C^{(T)} $	$ K $
I	8	1	3
II	12	1	3
III	16	2	8

基于 Gehring & Homberger 数据集生成大规模算例试验所需算例。首先,从原始数据集中选择 $|C|$ 个客户点。然后,从 $|C|$ 个客户点中随机选择 $|C^{(T)}|$ 个超重客户点,其余未选择的客户点即归为常规需求量客户点。最终,再从数据集中选择 $|K|$ 个点作为无人机站点。无人机站点应尽量两两间隔较远,且周围客户点分布较集中,以模拟物流公司的无人机站布设倾向。Gehring & Homberger 数据集有随机分布(R)、集群分布(C)以及随机十集群分布(RC)三类算例。测试算例按“类型_编号”的方式命名。大规模算例信息如表 5 所示。

表 5 大规模算例信息

Table 5 Summary of Large-scale Instance Configurations

算例名	$ C $	$ C^{(T)} $	$ K $
C_1,R_1,RC_1	30,30,30	3,3,3	3,3,1
C_2,R_2,RC_2	40,40,40	4,4,4	4,4,2
C_3,R_3,RC_3	50,50,50	5,5,5	5,5,3
C_4,R_4,RC_4	60,60,60	6,6,6	6,6,4
C_5,R_5,RC_5	70,70,70	7,7,7	7,7,8
C_6,R_6,RC_6	80,80,80	8,8,8	8,8,6
C_7,R_7,RC_7	90,90,90	9,9,9	9,9,7
C_8,R_8,RC_8	100,100,100	10,10,10	10,10,8

3.2 小规模算例求解结果对比

由于 TDJD-CGDGD 属于 NP-hard 问题,当前主流的商业求解器对于较大规模的算例,无法在合理时间内找到最优解。因此本文仅使用小规模算例对比 GUROBI 与本文算法求解结果,验证算法有效性。小规模算例测试时,令 $r=5, v=10, c_d=1, c_t=5, |D|=2(r, v, c_d, c_t)$ 量纲均为 1)。GUROBI 最大求解时长设为 7 200 s, 算法构造阶段 ALNS 迭代次数为 6 000, 局部搜索阶段 ALNS 迭代次数为 300, 算法主体循环次数设为 5。对算法进行重复试验 5 次,并将最优结果统计于表 6 中。为清晰呈现比较结果,引入 Gap 值,计算方法如式(30)所示, c_{algo} 与 c_{gurobi} 分别为本文算法与 GUROBI 求解得到的配送总成本。

$$G_{\text{ap}} = \frac{c_{\text{algo}} - c_{\text{gurobi}}}{c_{\text{gurobi}}} \times 100\% \quad (30)$$

式中: G_{ap} 为 Gap 的计算参数。

表 6 GUROBI 与本文算法求解结果对比

Table 6 Result Comparison Between GUROBI and the Developed Algorithm

小规模 算例	GUROBI		本文算法		$G_{\text{ap}}/\%$
	总成本	求解时 间/s	总成本	求解时 间/s	
I_1	75.73	41.01	75.73	7.37	0.00
I_2	74.89	439.19	74.89	8.05	0.00
I_3	75.85	895.37	75.85	7.97	0.00
I_4	78.51	62.82	78.51	7.89	0.00
I_5	65.47	104.95	65.47	7.91	0.00
II_1	83.11	7 200.00*	83.11	7.10	0.00
II_2	74.22	7 200.00*	74.22	7.06	0.00
II_3	80.10	7 200.00*	80.51	8.97	0.45
II_4	77.26	7 200.00*	77.34	9.34	0.10
II_5	68.85	7 200.00*	68.85	8.77	0.00
III_1	148.14	7 200.00*	148.97	9.03	0.56
III_2	141.87	7 200.00*	142.29	7.72	0.29
III_3	156.68	7 200.00*	157.80	8.43	0.71
III_4	118.36	7 200.00*	118.36	8.70	0.00
III_5	121.52	7 200.00*	122.17	12.09	0.53

注:带 * 标表示达到最大运行时限仍不能证明当前解为最优解。

由表 6 可知,对于 GUROBI 可以求得最优解的算例,本文算法也均可以得到最优解;而对于 GUROBI 无法在合理时间内求得最优解的算例,本文算法结果与 GUROBI 求解结果 Gap 值均低于 1%。

3.3 大规模算例求解结果分析

大规模算例测试时,若使用 GUROBI 求解,会出现内存溢出报错(Out of Memory),因此本节仅采用本文算法进行求解。算法构造阶段 ALNS 迭代次数为 10 000,局部搜索阶段 ALNS 迭代次数为 300,算法主体循环次数设为 10,令 $r=45, v=60, c_d=1, c_t=8, |D|=2(r, v, c_d, c_t)$ 量纲均为 1)。对算法进行重复试验 10 次。重复试验结果表明本文算

法具有较好的稳定性,表7所示结果为重复试验的最优结果。无人机服务率为由无人机服务的客户点数目与常规需求量客户点数目之比,成本节省率为 $(1 - c_{T\&D}/c_T) \times 100\%$,其中 $c_{T\&D}$ 表示车机协同配送成本(表6第2列), c_T 表示仅由卡车配送的成本。令允许无人机在超重客户点处起降带来的成本节省率 φ 为 $(1 - c_{T\&D}/c'_{T\&D}) \times 100\%$,其中 $c'_{T\&D}$ 表示不允许超重客户点处无人机起降时的车机共同配送成本。

表7 大规模算例求解结果

Table 7 Results of Large-scale Instances

算例	本文算法				遗传算法		
	总成本	无人机服务率/%	求解时长/s	成本节省率/%	$\varphi/\%$	总成本	Gap/%
C_1	1 331.42	63	41.61	23	1	1 341.16	0.73
C_2	1 601.75	60	67.06	26	5	1 608.40	0.41
C_3	1 827.26	58	88.86	32	6	1 843.21	0.87
C_4	2 266.26	73	140.12	31	5	2 295.14	1.26
C_5	2 887.46	69	173.52	25	4	2 887.46	1.73
C_6	3 416.43	71	265.82	24	4	3 416.43	2.25
C_7	3 935.98	71	290.99	22	3	4 014.99	1.97
C_8	4 693.88	70	344.26	21	3	4 885.36	3.92
C类平均值	-	67	-	25	4	-	-
R_1	5 190.66	37	33.58	11	4	5 576.03	6.91
R_2	5 143.60	44	49.08	16	5	5 461.48	5.82
R_3	5 909.14	46	76.31	13	6	6 341.64	6.82
R_4	5 974.54	45	106.81	15	9	6 464.33	7.58
R_5	5 971.51	43	108.21	18	12	6 564.76	8.23
R_6	6 733.51	56	222.95	17	5	7 329.09	8.13
R_7	6 423.88	58	211.81	21	11	7 226.93	10.29
R_8	6 792.75	47	297.76	24	5	7 547.44	10.00
R类平均值	-	47	-	17	7	-	-
RC_1	4 065.81	37	31.92	8	5	4 160.19	2.27
RC_2	4 521.66	50	51.93	8	2	4 765.89	5.12
RC_3	3 592.98	66	68.28	18	7	3 853.50	6.76
RC_4	4 139.21	65	133.18	18	8	4 405.13	6.04
RC_5	4 391.56	67	182.64	17	3	4 579.44	4.10
RC_6	5 122.78	68	270.75	17	4	5 231.83	5.09
RC_7	3 796.76	76	482.35	32	9	3 802.06	1.02
RC_8	4 151.85	69	413.24	23	3	4 407.11	5.79
RC类平均值	-	62	-	17	5	-	-

通过观察结果,可得出以下结论。随着算例规模增大,求解时间增加。对比发现,C类算例求解普遍比同等规模的R类算例所需求解时间更长;而在规模较小时,RC类算例求解时长与R类接近,当规

模较大时,RC类算例求解时长与C类接近。

C类算例的平均无人机服务率最高,RC类次之,R类最低。其中,对于RC类算例,最大无人机服务率与最小无人机服务率之差达39%,而该差值对于R类与C类而言分别为21%和15%。

C类算例下成本节省率最高。该场景中,客户点呈集群分布,且主要分布在无人机站周边,在没有无人机站的区域,超重客户点也可以充当无人机起降点的作用。因此,大部分客户点可以被无人机覆盖,从而减少成本更高的卡车运输费用。这一点可以通过C类算例的无人机服务率佐证说明。R类算例与RC类算例虽平均成本节省率相似,但可以看出随着规模增大,RC类算例的成本节省率有显著提升,最大成本节省率与最小成本节省率差值为24%,而该差值对于R类与C类而言分别为13%与11%。

RC类算例呈现出在小规模时,成本节省率和无人机服务率与R类接近,在大规模时,与C类接近的特征。这是由于当客户点较少时,RC类算例客户点集群分布特征不明显,更倾向于R类算例的客户点分布特征。而随着规模扩大,RC类在保留部分客户点随机分布特点同时,部分客户点的集群分布特征显现出来,因此其成本节省率随着无人机服务率一起有明显升高。

此外,允许超重客户点处无人机起降可以节省更多成本。从表7可看出,R类算例平均 φ 值最高,为7%,RC类与C类以算例 φ 值分别为5%与4%。

为证明本文算法在大规模、客户点分布特征不同的算例中具有更好的适应性,将本文算法与遗传算法^[23]进行对比。遗传算法种群规模设置为10,变异概率为0.2。为更好地对比2种算法,将遗传算法的迭代停止条件设置为求解相同算例时本文算法的运行时间。本文算法与遗传算法求解结果Gap值计算方法同式(30),将其中的 c_{gurobi} 更换为 c_{ga} (遗传算法求解得到的配送总成本)即可。

通过观察表7可知,对于C类算例,本文算法与遗传算法求解结果接近。然而仔细观察两者求解得到的卡车与无人机协同配送路径可以发现,本文算法求解得到的无人机路径总是会优于遗传算法,这是由于遗传算法的迭代过程更依赖于随机性,而本文算法由于加入了邻域搜索过程(如修复算子),可以对于某一个客户点的最优访问顺序进行更加细致,有策略性地探索(贪婪插入)。对于R类算例,本文算法相对于遗传算法的优越性更加明显,求

解质量最多可以提升 10.29%。这是由于在 C 类算例中,客户点集群分布的特征使得常规需求量客户点与车机汇合点的匹配关系清晰简单。而在 R 类算例中,客户点分布分散,常规需求量客户点分配给无人机访问还是卡车访问,抑或是分配给由何处车机汇合点起飞的无人机访问,都需要更加深入的探索。在部分 RC 类算例中,两算法求解结果接近,其他 RC 算例中,本文算法优越性更明显。然而在实际应用中,由于每天的配送需求不同,客户点分布特征也会随之变化,为适应不同的客户点分布特征且总是能求得更优的卡车与无人机协同配送路径,本文算法相比遗传算法更具优势。

3.4 灵敏度分析

本节通过改变无人机性能(最大载重与最大航程)及车机单位距离成本比,使用 3 种客户点分布类型算例,测试 TDJD-CGDGD 在不同配送场景的适用性。

3.4.1 无人机性能

本节将探索不同的无人机最大载重限制与无人机最大航程限制组合对于总成本的影响。无人机最大载重变化范围为 40~80,无人机最大航程变化范围为 25~65,测试算例为 C_4、R_4 以及 RC_4。超远客户点率定义为超远常规需求量客户点数与常规需求量客户点总数之比,如图 5 所示。由图 5 可看出,除 C_4 算例,即使无人机最大航程增加,总是存在超远客户点需要卡车访问,体现了考虑超远客户点的必要性。使用与本文 3.3 节相同参数,开展测试结果如图 6 所示。

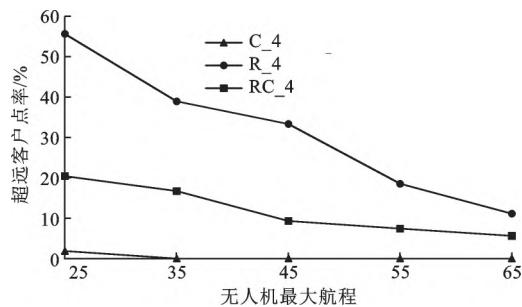


图 5 超远客户点率

Fig. 5 Ratio of Customers at Great Distances

图 6 表明 TDJD-CGDGD 适用于各种客户点分布场景,配送方案均比仅有卡车配送的方案具有低成本。对比 3 种不同客户点分布场景结果,C_4 成本节省最显著,但随着无人机最大载重与无人机最大航程的增加,其成本节省率变化不明显,最大与最小成本节省率相差 10%。这是由于客户点按集

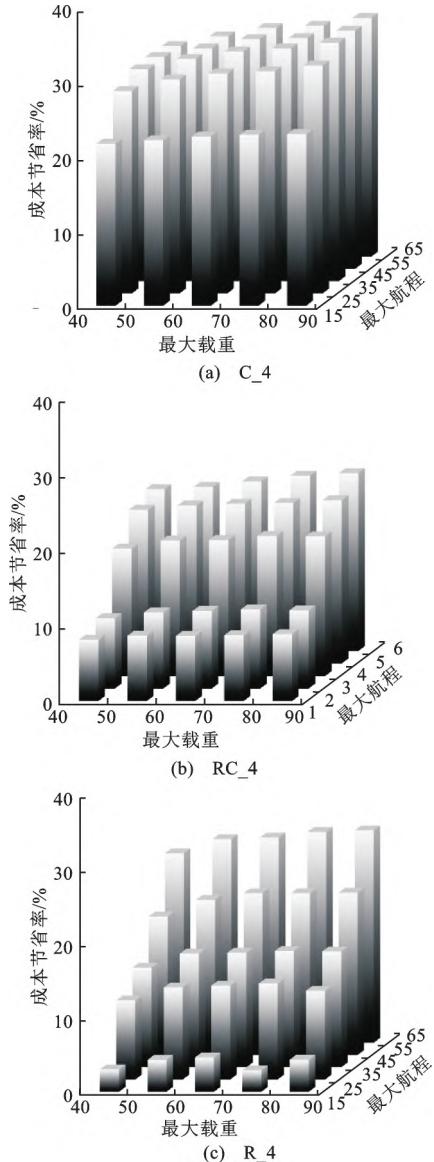


图 6 无人机性能灵敏度测试结果

Fig. 6 Results of Sensitivity Test on Drone Features

群分布,且集群间相对相隔较远,无人机服务范围主要集中在某一集群内部。相反,对于 R_4 而言,无人机最大载重与无人机最大航程显著影响其成本节省率。由于客户点并非集中分布在某指定区域,因此当无人机最大载重与最大航程增加导致无人机覆盖范围扩大时,其所能覆盖到的客户点数目也显著增加,由此带来更多成本节省,最大与最小成本节省率相差 25%。RC_4 的结果兼具 R_4 与 C_4 结果的特性。当无人机最大航程由 35 变为 45 时,成本节省率增加明显,而在此前后,成本节省变化较小。

3.4.2 车机单位距离成本比

为探索不同车机单位距离成本比的影响,本节继续针对 C_4、R_4 以及 RC_4 三个算例开展测试。测试的车机单位距离成本比为 4/1、8/1、16/1 与

32/1,其他参数与本文第3.3节相同。结果如图7所示。随着车机单位距离成本比升高,3个算例的成本节省率都显著提升。对于C_4与RC_4,无人机服务率随车机单位距离成本比升高分别增加21%和18%,而R_4中无人机服务率仅在由4/1变为8/1时增加3%,其后无人机服务率则基本保持不变。这是由于C_4与RC_4具有集群分布的客户点,因此当车机单位距离成本比增加时,更倾向于将客户点分配给无人机服务。而在R_4中,虽然客户点也具有分配给无人机的倾向,但由于客户点相较前两者分布较为分散,且无人机最大航程与最大载重固定不变,限制了无人机服务更多客户点。

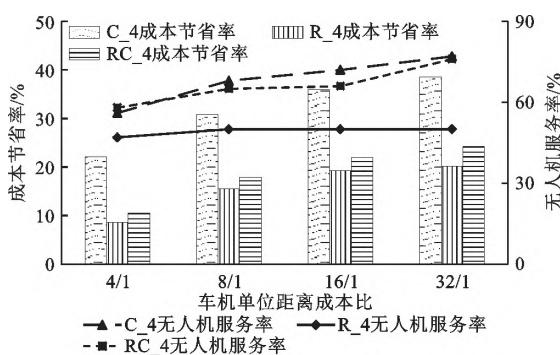


图7 车机单位距离成本比灵敏度测试结果

Fig. 7 Results of Sensitivity Test on Ratio of Truck-drone Unit Distance Cost

4 结语

本文针对考虑超重超远客户的卡车与无人机协同配送模式开展研究。设计了融合GRASP与ALNS的混合算法有效求解大规模算例。在3类不同客户点分布特征算例中开展试验。主要结论如下:

(1)该模型与仅由卡车配送模式相比,可平均节约成本19%,且在客户点集群分布时最为显著,与仅由卡车配送的传统模式相比可节约成本25%。

(2)考虑超重客户点并允许该处无人机起降与不允许情况相比可平均节约成本5%,对于部分客户点随机分布和随机+集群分布的算例可节约成本10%以上。

(3)本文算法在各客户点分布类型算例中均可以求得满意解,且与遗传算法相比,最多可以进一步降低配送成本10.29%。

(4)当无人机最大航程增加时,超远客户点依然存在,因此有必要考虑对其使用卡车配送。随着无人机最大载重与最大航程增加,该模型在客户点随

机分布情况下,成本节省率可增加8倍,而在客户点集群分布情境中,成本节省率增加不到1倍。

(5)车机单位距离成本对成本节省率的影响一定程度取决于客户点分布类型,在客户点具有聚类分布特征的情境下,随着无人机单位距离运输成本降低,更多客户点分配给无人机服务,而在客户点随机分布情境下,由无人机服务的客户点数量变化不明显。

本文仅考虑了一辆卡车参与配送,在未来研究可考虑多辆卡车与多架无人机在母船模式下的协同配合。随着快递代收点在城市物流中起着越来越重要的作用,进一步考虑客户的配送服务选择,即送货上门或代收点自提,对物流公司具有更多参考意义。此外,本文及大多文章目前假设卡车在两点之间走直线距离,而将实际路网纳入卡车无人机协同配送考量具有更多现实意义。

参考文献:

References:

- [1] BBC News. Google company unveils drone delivery-network ambition [N/OL]. (2023-03-09) [2023-03-15]. <https://www.bbc.com/news/technology-64891005>.
- [2] 新京报. 美团无人机获批在深圳送外卖,平均时长约12分钟 [EB/OL]. (2023-02-24) [2023-03-22]. <https://baijiahao.baidu.com/s?id=1758716087694561209>.
- [3] The Beijing News. Meituan drones approved to deliver food in Shenzhen, with an average duration of about 12 minutes [EB/OL]. (2023-02-24) [2023-03-22]. <https://baijiahao.baidu.com/s?id=1758716087694561209>
- [4] 证券日报网. 情人节顺丰同城无人机送花“天地人”物流生态无惧高峰期 [EB/OL]. (2023-02-16) [2023-03-22]. <http://www.zqrb.cn/gscy/gongsi/2023-02-16/A1676528235041.html>.
- [5] Securities Daily. SF Express drones delivering flowers on Valentine's Day, “air, land, people” facing peak with no fear [EB/OL]. (2023-02-16) [2023-03-22]. <http://www.zqrb.cn/gscy/gongsi/2023-02-16/A1676528235041.html>.
- [6] MURRAY C C, CHU A G. The flying sidekick traveling salesman problem: Optimization of drone-assisted parcel delivery [J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2015, 54: 86-109.
- [7] ES YUREK E, OZMUTLU H C. A decomposition-based iterative optimization algorithm for traveling salesman problem with drone [J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2018, 91: 249-262.
- [8] HA Q M, DEVILLE Y, PHAM Q D, et al. On the min-cost traveling salesman problem with drone [J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2018, 86: 597-621.
- [9] 彭 勇,黎元钧. 考虑疫情影响的卡车无人机协同配送路径优

- 化[J]. 中国公路学报, 2020, 33(11): 73-82.
- PENG Yong, LI Yuan-jun. Optimization of truck-drone collaborative distribution route considering impact of epidemic [J]. China Journal of Highway and Transport, 2020, 33(11): 73-82.
- [8] MURRAY C C, RAJ R. The multiple flying sidekicks traveling salesman problem: Parcel delivery with multiple drones [J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2020, 110: 368-398.
- [9] SACRAMENTO D, PISINGER D, ROPKE S. An adaptive large neighborhood search metaheuristic for the vehicle routing problem with drones [J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2019, 102: 289-315.
- [10] SCHERMER D, MOEINI M, WENDT O. A hybrid VNS/Tabu search algorithm for solving the vehicle routing problem with drones and en route operations [J]. Computers & Operations Research, 2019, 109: 134-158.
- [11] WU G H, MAO N, LUO Q Z, et al. Collaborative truck-drone routing for contactless parcel delivery during the epidemic [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2022, 23 (12): 25077-25091.
- [12] LUO Z H, GU R X, POON M, et al. A last-mile drone-assisted one-to-one pickup and delivery problem with multi-visit drone trips [J]. Computers & Operations Research, 2022, 148: 106015.
- [13] KARAK A, ABDELGHANY K. The hybrid vehicle-drone routing problem for pick-up and delivery services [J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2019, 102: 427-449.
- [14] SALAMA M, SRINIVAS S. Joint optimization of customer location clustering and drone-based routing for last-mile deliveries [J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2020, 114: 620-642.
- [15] SALAMA M R, SRINIVAS S. Collaborative truck multi-drone routing and scheduling problem: Package delivery with flexible launch and recovery sites [J]. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 2022, 164: 102788.
- [16] POIKONEN S, GOLDEN B. Multi-visit drone routing problem [J]. Computers & Operations Research, 2020, 113: 104802.
- [17] 柳伍生, 李旺, 周清, 等. “无人机-车辆”配送路径优化模型与算法[J]. 交通运输系统工程与信息, 2021, 21(6): 176-186.
- LIU Wu-sheng, LI Wang, ZHOU Qing, et al. “Drone-vehicle” distribution routing optimization model [J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2021, 21 (6): 176-186.
- [18] PISINGER D, ROPKE S. Large neighborhood search [C]// GENDREAU M, POTVIN J Y. International Series in Operations Research & Management Science. Boston: Springer US, 2010: 399-419.
- [19] ROPKE S, PISINGER D. An adaptive large neighborhood search heuristic for the pickup and delivery problem with time windows and scheduled lines [J]. Computers and Operations Research, 2016, 72 (C): 12-30.
- [20] HEMMELMAYR V C, CORDEAU J F, CRAINIC T G. An adaptive large neighborhood search heuristic for Two-Echelon Vehicle Routing Problems arising in city logistics [J]. Computers & Operations Research, 2012, 39 (12): 3215-3228.
- [21] DEMIR E, BEKTAŞ T, LAPORTE G. An adaptive large neighborhood search heuristic for the Pollution-Routing Problem [J]. European Journal of Operational Research, 2012, 223 (2): 346-359.
- [22] 伍国华, 毛妮, 徐彬杰, 等. 基于自适应大规模邻域搜索算法的多车辆与多无人机协同配送方法[J]. 控制与决策, 2023, 38 (1): 201-210.
- WU Guo-hua, MAO Ni, XU Bin-jie, et al. The cooperative delivery of multiple vehicles and multiple drones based on adaptive large neighborhood search [J]. Control and Decision, 2023, 38 (1): 201-210.
- [23] 曹英英, 陈淮莉. 基于集群的卡车与无人机联合配送调度研究 [J]. 计算机工程与应用, 2022, 58(11): 287-294.
- CAO Ying-ying, CHEN Huai-li. Research on truck and drone joint distribution scheduling based on cluster [J]. Computer Engineering and Applications, 2022, 58 (11): 287-294.