

Q1. 习题 4 第 17 题(写出 MATLAB 源代码与运行结果)

已知有理分式 $R(x) = \frac{N(x)}{D(x)}$, 其中 $N(x) = (3x^3 + x)(x^3 + 0.5)$, $D(x) = (x^2 + 2x - 2)(5x^3 + 2x^2 + 1)$ 。(1)求该分式的商多项式 $Q(x)$ 和余多项式 $r(x)$ 。(2)用程序验算 $D(x)Q(x) + r(x) = N(x)$ 是否成立。(提示:采用范数指令 `norm` 验算。)

答: (1) 求商多项式与余式

```
clear
N=conv([3 0 1 0],[1 0 0 0.5])
D=conv([1 2 -2],[5 2 0 1])
[Q,r]=deconv(N,D)
N =
    3.0000         0    1.0000    1.5000         0    0.5000         0
D =
     5     12     -6     -3      2     -2
Q =
    0.6000   -1.4400
r =
   -0.0000    0.0000   21.8800   -5.3400   -5.5200    4.5800   -2.8800
```

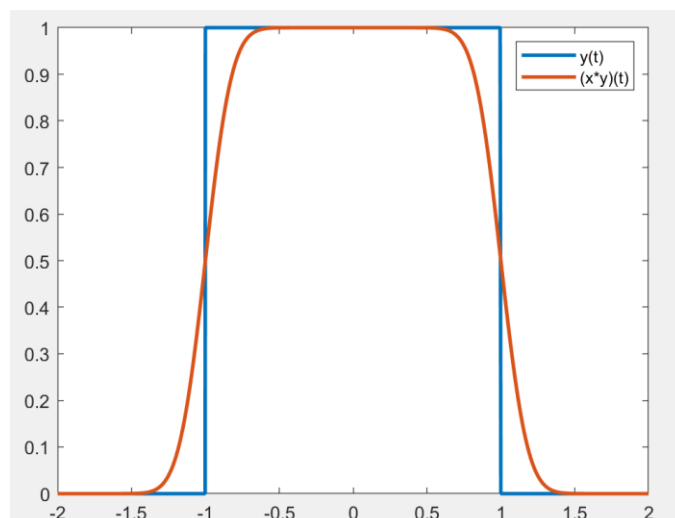
(2) 验算, 发现两向量之间的误差范数足够小即可

```
NN1=conv(Q,D);
m=length(r);
NN1(end-m+1:end)=NN1(end-m+1:end)+r
%这一句用 NN1=NN1+r 也对
err=norm(N-NN1)/norm(N) %多项式系数向量的相对范数误差
NN1 =
    3.0000         0    1.0000    1.5000         0    0.5000         0
err =
     0
```

Q2. 设信号 $x(t) = \frac{\sigma}{\sqrt{\pi}} e^{-\sigma^2 t^2}$, $-2 \leq t \leq 2$, $y(t) = \begin{cases} 1, & |t| \leq 1 \\ 0, & |t| > 1 \end{cases}$ 为矩形脉冲函数, 现用数值方法模拟两个具有紧支集函数的卷积结果, 采样步长设置 1×10^{-4} , 而参数 $\sigma = 5$ 。写出你定义“离散化”的数字信号以及计算离散卷积 $x(t) * y(t)$ 的代码。(仅提供代码和必要注释, 无需写出绘图结果) 根据你的计算结果, 一个光滑信号 $x(t)$ 与粗糙信号 $y(t)$ 的卷积结果 $x(t) * y(t)$ 是光滑的还是粗糙的? $\sigma \rightarrow +\infty$ 时, $x(t) * y(t)$ 会有什么变化, 请尝试解释之。

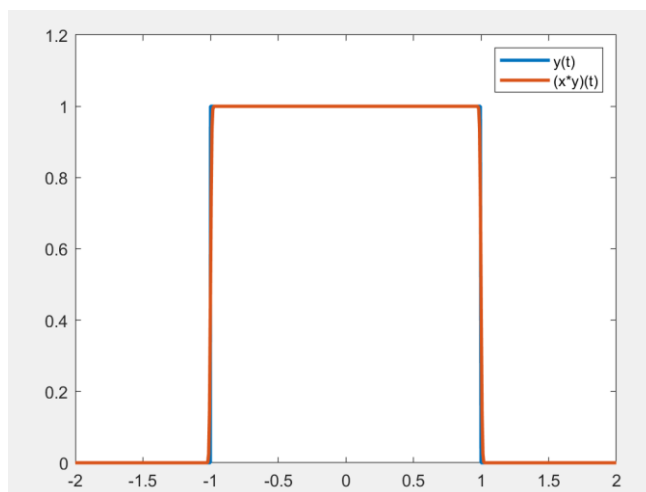
答: 这个题需要计算的离散卷积可以直接使用 MATLAB 函数 `conv` 完成, 关键在于离散化的定义, 根据题目的要求, 可以将 $x(t), y(t)$ 均定义成 $-2 \leq t \leq 2$ 的函数, 采样间距 1×10^{-4}

```
t=-2:1e-4:2;
sigma = 5;
x = sigma/sqrt(pi).*exp(-(sigma^2)*t.^2); %对x(t)的离散化代入定义
y = zeros(size(t)); y(abs(t)<=1) = 1; %对y(t)的离散化代入定义
z = 1e-4*conv(x,y,'same'); %使用same参数确保卷积结果与y(t)可比对
plot(t,y,t,z,'LineWidth',2);
legend('y(t)', '(x*y)(t)');
```



从结果可见,红色的卷积结果与蓝色卷积前的 $y(t)$ 很相似,但原本的越阶变成了光滑的变化。因此,此问题询问的“**高斯核卷积**”是一种常见的**光滑化并且尽量减小对原函数的变化**的操作。

将 σ 改而设置为 100 后,可以发现卷积结果与 $y(t)$ 已经几乎没有区别了。这是因为从函数空间的意义上, $x(t) \rightarrow \delta(t)$,而 $\delta(t) * y(t) = y(t)$ 。但 $x(t) * y(t)$ 仍具有无穷阶可导的光滑性。



Q3.若要使用 MATLAB 绘制二维散点图,需要调用哪个函数?

(1) 尝试搜索得到这个答案。并简单的解释对应函数的用法。

(2) 读取“W15Q3.mat”文件,矩阵 score 里面包含两列信息,分别代表 16 级部分同学的平时成绩与期末成绩,每一行对应一名学生,尝试对平时成绩和期末成绩作为两个维度来绘制二维散点图,然后**根据总评成绩** $=0.4 \times \text{平时成绩} + 0.6 \times \text{期末成绩}$ **来调整散点的颜色变化**。并给这个散点图加上合适的横纵坐标标签以及绘图标题。也可用自己的方式美化绘图效果

答:(1) 解决二维散点图绘图的 MATLAB 函数是 **scatter**,其函数引用页简要重述如下:

`scatter(x,y,sz,c)` x 为横坐标列表, y 为纵坐标列表, sz 为圆圈大小(可用向量指定不同大小), c 指定圆颜色。要以相同的颜色绘制所有圆圈,请将 c 指定为颜色名称或 RGB 三元组。

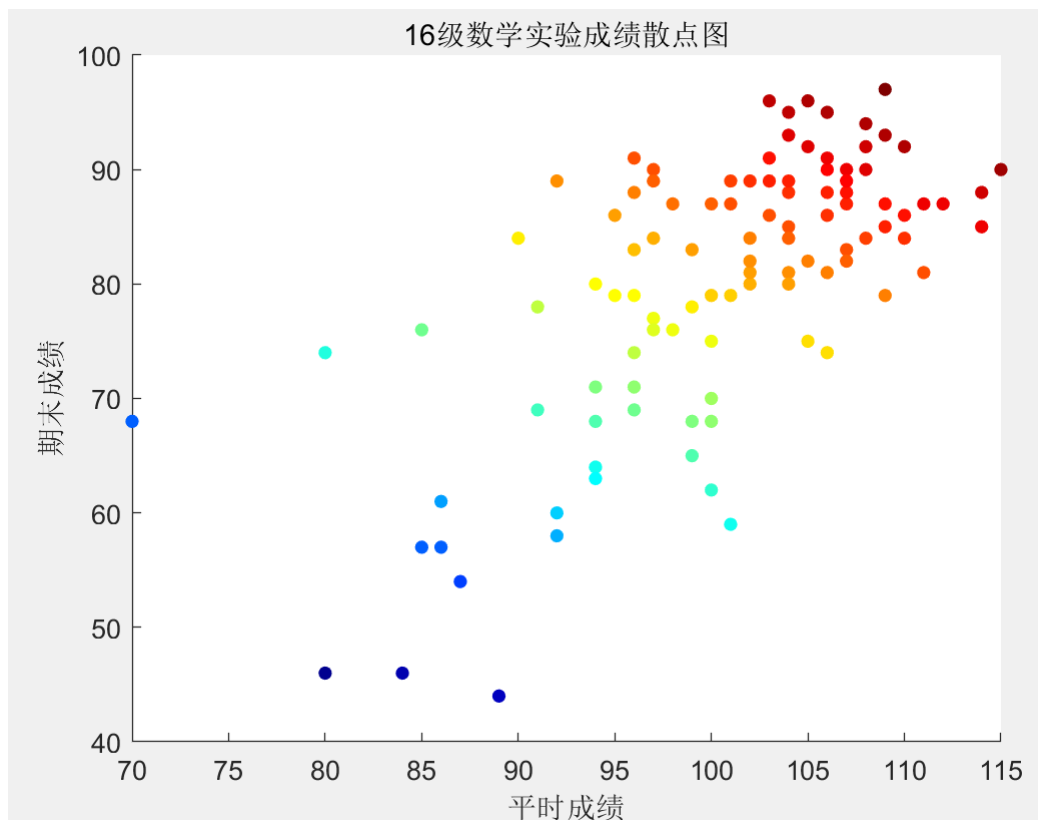
要以相同的颜色绘制所有圆圈,请将 c 指定为颜色名称或 RGB 三元组。

要使用不同的颜色,请将 c 指定为向量或由 RGB 三元组组成的三列矩阵。后面可以

加入参数'**filled**'使绘图结果能够绘图结果成为实心点图。

(2) 相应的读取与绘图代码如下：

```
load W15Q3
C = score(:,1)*0.4+score(:,2)*0.6;
%设置颜色，采用折算总评成绩来控制颜色
scatter(score(:,1),score(:,2),25,C,'filled')
colormap jet %经典红蓝色对比
xlabel('平时成绩'),ylabel('期末成绩')
title('16级数学实验成绩散点图');
```



本题还可以利用其它参数控制散点的大小，如每一对“平时成绩+期末成绩”重复出现的次数，这个需要进行必要的判断与计数来完成，相对来说在编码上会更加复杂。这里就不详述了。