■ Q1. 设 a = -8，运行以下三条指令，问运行结果相同吗？为什么？

```
w1=a^(2/3)
w2=(a^2)^(1/3)
w3=(a^(1/3))^2
```

答：

（1）不同。具体如下

```
w1=a^(2/3)                    %仅求出三个复根中的主根（幅角 120 度）
%事实上，MATLAB 在处理实数次方（非正实数）的单根计算时，会将底数按照复数域进行处理，即正数（绝对值）按照分数次方获得新的绝对值。复平面旋转部分（幅角、-1 被认定为 180 度)则按照 180 度代入计算结果的幅角。这个理由可以完美解释三个答案。
w2=(a^2)^(1/3)                %求出(-8)^2=64 的主根（幅角 0 度）
w3=(a^(1/3))^2                %求出(-8)主根后再平方（幅角 120 度）
w1 =
  -2.0000 + 3.4641i
w2 =
    4.0000
w3 =
  -2.0000 + 3.4641i
```

（2）复数的多方根的，下面是求取全部方根的两种方法：(来自标准答案，本题不需要写下面的内容)

（A）根据复数方根定义

```
a=-8;n=2;m=3;
ma=abs(a);aa=angle(a);
for k=1:m                          %m 决定循环次数
  sa(k)=(aa+2*pi*(k-1))*n/m;       %计算各根的相角
end
result=(ma^(2/3)).*exp(j*sa)       %计算各根
result =
  -2.0000 + 3.4641i   4.0000 - 0.0000i  -2.0000 - 3.4641i
```

（B）利用多项式 $r^3 - a^2 = 0$ 求根

```
p=[1,0,0,-a^2];
r=roots(p)
r =
  -2.0000 + 3.4641i
  -2.0000 - 3.4641i
   4.0000
```

Q2. 定义矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$，以下代码运行结果是什么？并说明得出相应结果的理由

```
A+B
```

```
A*B
A*B'    %提示:B'为 B 的共轭转置
A.*B
```

答：如此定义 A 和 B 后 `A=[1 1 1;2 3 4];B=[3 2 1;1 1 1];`

`A+B`

```
ans =

     2     2     5
     3     4     2
```

理由：矩阵加法只需元素对应相加即可。

`A*B`

Error using *
Incorrect dimensions for matrix multiplication. Check that the number of columns in the first matrix matches the number of rows in
the second matrix. To perform elementwise multiplication, use '.*'.

理由：A 的列数与 B 的行数不同，矩阵乘法定义不合理。

`A*B'`

```
ans =

     7     7
     5     5
```

理由：A 乘以B^*(B 的共轭转置)的乘法是合理的，答案是 2X2 的矩阵

`A.*B`

```
ans =

     1     0     6
     0     4     1
```

理由：此结果为矩阵 A 与矩阵 B 对应元素相乘。

Q3. 使用 MATLAB 帮助系统了解函数 `jordan` 的功能和使用方法。并利用该函数分析矩阵$A=\begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$与$B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$能否对角化。

答：首先利用帮助菜单或命令行键入 `doc jordan` 来查看函数 `jordan` 的引用页：即若尔当标准型的转化：（以下内容只要根据自己理解转述即可）

jordan

Jordan normal form (Jordan canonical form)

Syntax

```
J = jordan(A)
[V,J] = jordan(A)
```

Description

`J = jordan(A)` computes the Jordan normal form of the matrix A. Because the Jordan form of a numeric matrix is sensitive to numerical errors, prefer converting numeric input to exact symbolic form.

`[V,J] = jordan(A)` computes the Jordan form J and the similarity transform V. The matrix V contains the generalized eigenvectors of A as columns, such that `V\A*V = J`.

可见，函数 jordan 的两个返回值V与J满足$J=V^{-1}AV$或$A=VJV^{-1}$。当J为对角矩阵时，每个特征子空间的维数为 1，方阵可对角化。否则不可对角化。

对于矩阵$A=\begin{pmatrix}3 & 4 & 0\\ -1 & -1 & 0\\ 0 & -1 & 2\end{pmatrix}$，键入下列代码：

```
A=[3 4 0;-1 -1 0;0 -1 2];
[V J] = jordan(A)
      V =
           0      2      1
           0     -1      0
           1     -1     -1
      J =
           2      0      0
           0      1      1
           0      0      1
```

注意到矩阵J不是对角阵，有若当块$\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$，因此矩阵$A$不能对角化。

对于矩阵$B=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 1 & 2\end{pmatrix}$，键入下列代码：

```
B=[ 1 0 0 ;0 1 0; 1 1 2];
[V J] = jordan(B)
V =
     0     -1     -1
     0      1      0
     1      0      1
J =
     2      0      0
     0      1      0
     0      0      1
```

此时矩阵J是对角阵，因此矩阵B可以对角化为$V^{-1}BV=J$。