第三周作业问题：

题目2.2.1：

第一问：细节决定成败。

注意是

$$p_{ij}^{(n+m)} \geq p_{ik}^{(n)} p_{kj}^{(m)}$$

而不是

$$p_{ij}^{(n+m)} > p_{ik}^{(n)} p_{kj}^{(m)}$$

第三问：要敢于质问。

这个是齐次性的定义，不用证明。

题目2.3.1：

求$f_{ij}^{(n)}, n \geq 2$的方法：

以$f_{12}^{(n)}, n \geq 2$为例：

将第i（一）行除去p_{ij}（p_{12}）记为X【蓝色部分】

$$\begin{array}{cc} \begin{bmatrix} p_{11} & \cancel{p_{12}} & p_{13} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & p_{n3} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix} & \begin{array}{c} X \\ \\ \\ \\ \end{array} \end{array}$$

将第j（二）列除去p_{jj}（p_{22}）记为Y^T【绿色部分】

$$\begin{array}{c} \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & \cancel{p_{22}} & p_{23} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & p_{n3} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix} \\ \begin{array}{ccccc} \phantom{p_{11}} & Y^T & \phantom{p_{13}} & & \phantom{p_{1n}} \end{array} \end{array}$$

去除第j（二）行和第j（二）列的子矩阵为P'【黄色部分】

$$\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & p_{n3} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix} \text{P}'$$

$f_{ij}^{(n)} = X(P^{'})^{n-2}Y^{T}, n \geq 2$

至于$(P^{'})^{n-2}$的计算，可以参考线性代数的一些方法。

实践：第(2)问中$T=3$这种情况

$$P(T=3|X_0=3) = f_{31}^{(3)} = \begin{pmatrix} 1/3 & 2/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2/3 \\ 1/3 & 2/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/3 \\ 0 \end{pmatrix} = 2/27$$

题目2.3.4：

相信自己的直觉。直接利用吸收态的定义就可以求出$p_{ij}^{(n)}$。