

第八周作业问题：

题目2.4.2

问题一： πP 与 $P\pi$ 分不清楚！

对于平稳分布 π ，根据定义是 $\pi = \pi P$ 而不是 $\pi^T = P\pi^T$ ！

对于状态空间 $\{1, 2, \dots, n\}$ 上的齐次马氏链，

$\pi^T = P\pi^T$ 的解必有 $\pi = (1/n, 1/n, \dots, 1/n)$ ，而这个不是平稳分布！

正确的做法：

$$\begin{aligned}\pi &= \pi P \\ \pi^T &= P^T \pi^T \\ (P^T - I)\pi^T &= 0\end{aligned}$$

再结合 $(1 \ 1 \cdots 1)\pi^T = 1$ ，利用线性代数的知识求解。

问题二： 什么都不写直接就求平稳分布，求完之后就算了

注意问题是求极限分布而不是平稳分布，把平稳分布与极限分布结合起来，需要用到定理2.4.1，而这个定理是有条件的！

【备注】

如果已经证明该马氏链非周期不可约，并已经求出平稳分布 π ，那么不需要证明该链正常返，可以直接利用定理2.4.1证明极限分布与平稳分布 π 等价。

原因是，平稳分布 π 是直接可以通过转移概率矩阵 P 来计算的，是可以直接通过 P 判断 π 存在与否。在非周期不可约的情况下，根据定理2.4.1，如果平稳分布 π 存在，那么该链就一定是正常返，而且 $\lim_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^{(n)} = \pi_j$ ，不需要做额外的证明。