



图像处理能量泛函优化——L1范数正则化项，软阈值公式

2018年12月01日 17:03:04 my_chen_hust 阅读数 537 更多

版权声明：本文为博主原创文章，遵循 CC 4.0 BY-SA 版权协议，转载请附上原文出处链接和本声明。

本文链接：https://blog.csdn.net/zseqsc_asd/article/details/84674025

接上篇更新的L2范数求解的问题，接着讲L1范数更新的问题

L1范数正则化项又称为拉布拉斯先验。带有L1正则化项的问题是图问题，求解相对简单，具有闭式解。其求解就是著名的

问题

$$\mathbf{x} = \arg \min_{\mathbf{x}} \frac{\rho}{2} \|\mathbf{x} - \mathbf{b}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{x}\|_1$$

其中， \mathbf{x} ， \mathbf{b} 均为向量。

推倒与求解

原问题是对向量进行求解，难以解决。但是如果 \mathbf{x} ， \mathbf{b} 都是标量，那么问题就简单了。

1. 问题分解

问题分解

在图像处理中，我们通常将向量 \mathbf{x} ， \mathbf{b} 的元素都看成独立的，则原问题的求解可以转换为对单个元素的求解，抽取原问

$$x = \arg \min_x \frac{\rho}{2} (x - b)^2 + \lambda |x|$$

其中， x, b （没有加粗），表示标量，为向量 \mathbf{x} ， \mathbf{b} 中的第 i 个元素，省略下标 i 。

2. 分解问题求解

分解的问题就是一个一元二次问题求解最小值，由于图像处理中，存在某些先验知识，一般 ρ, λ 都为非负数。将上述问题

$$x = \arg \min_x \frac{\rho}{2} (x - b)^2 + \lambda |x|, \quad s.t. \rho \geq 0, \lambda \geq 0$$

求解这个问题初中知识就够了。下面简单的给出结论

当 $x \geq 0$:

$$x = \begin{cases} b - \frac{\lambda}{\rho} & b - \frac{\lambda}{\rho} > 0 \\ 0 & b - \frac{\lambda}{\rho} \leq 0 \end{cases}$$

当 $x \leq 0$:

$$x = \begin{cases} 0 & b + \frac{\lambda}{\rho} > 0 \\ b + \frac{\lambda}{\rho} & b + \frac{\lambda}{\rho} \leq 0 \end{cases}$$

求解还是简单的，但是使用分段函数的形式写出来太不美观，如何写成一个式子，当初还是难到了我，读者可以自己想想

$$x = \text{sign}(b) \max \left(|b| - \frac{\lambda}{\rho}, 0 \right)$$



这样写的目的当然不只是为了好看，更是为了编写代码。MATLAB不几行就搞定了。

3. 原问题求解

分解的每隔问题求解了，其实原问题就解出来了，但是我们通常看到的求解这种问题，可不是一个一个子问题这样写出来

$$x = shrink_{\frac{\lambda}{\rho}}(b)$$

注意这里的元素依然是标量。*shrink*称为软阈值算子。其含义为

$$S_k(a) = \begin{cases} a - k & a > k \\ 0 & a \leq k \\ a + k & a < -k \end{cases}$$

软阈值公式，我们也叫作软阈值收缩公式，只是因为他求解的过程可以看出收缩的过程。就以上式为例，当a较大的时候，a越小，就在a的基础上加上k，一直在像0值附近收缩。简单的公式还是特别有意思的，这种求解的思路也是特别受值、TV正则化项等都可以使用这种思路求解。

MATLAB实现

matlab实现的代码特别简单。

```
1 % define the soft threshold function, which is used above.
2 function y = soft(x,tau)
3
4 y = sign(x).*(max(abs(x)-tau,0));
5
```

能量泛函优化方法——L2范数（应用于图像处理）

阅读数 946

在深度学习大火的今天，熟不知以前的图像处理方法大都还是使用能量泛函优化的方... 博文 来自: zseqsc_a...



想对作者说点什么

L1范数正则化

阅读数 1307

L1范数正则化（L1regularization或lasso）是机器学习（machinelearning）中重要... 博文 来自: cynthiab...

L1正则化求导问题

阅读数 6520

L1正则化求导问题在实现机器学习算法时，最常用的是L2正则化，因为L2正则化有连... 博文 来自: 学习笔记

L1范数最小化快速算法【文献阅读】

阅读数 2544

1：解决的问题模型如下：或者约束条件可以适当的松弛，即为如下模型：当然约束... 博文 来自: Weisong...



配一台主机大概多少钱，现在还有优惠！

软阈值(Soft Thresholding)函数解读

阅读数 3万+

题目：软阈值(SoftThresholding)函数解读1、软阈值(SoftThresholding)函数的符号 ... 博文 来自: 彬彬有礼...

图像处理中的L1-normalize 和L2-normalize

阅读数 1万+

当一幅图像用某种特征表示出来，一般要进行L1-normalize或者是L2-normalize。假... 博文 来自: a200800...

TV模型图像修复的matlab实现

阅读数 2742

曾经想要实现过Bertalmio图像修复算法，无奈自身实力不够，耗费两天时间也没能实... 博文 来自: 动次打次...

1

分享

评论

目录

<

>

VIP

QR

头像

警告