

## 20240422作业

1. 求函数列 $\{f_n(x)\}$ 在给定的区间上的极限函数, 并讨论是否一致收敛:

$$f_n(x) = \sin \frac{x}{n^n}, \quad (1) \ x \in [a, b], \quad (2) \ x \in (-\infty, +\infty).$$

2. 求函数列 $\{f_n(x)\}$ 在给定的区间上的极限函数, 并讨论是否一致收敛:

$$f_n(x) = (\sin x)^{n^\alpha}, \quad (\alpha > 0), \quad x \in [0, \pi].$$

3. 设 $f_1(x) \in R[a, b]$ , 定义 $f_{n+1}(x) = \int_a^x f_n(t) dt$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ . 证明:  $f_n(x) \rightrightarrows 0$ ,  $x \in [a, b]$ .

4. 讨论函数列在指定区间的一致收敛性:  $f_n(x) = n^\alpha x(1-x)^n$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,  $x \in [0, 1]$ .

5. 设连续函数列 $\{f_n(x)\}$ 在区间 $[0, 1]$ 上一致收敛, 证明 $\{e^{f_n(x)}\}$ 在 $[0, 1]$ 上也一致收敛.