

20240417作业

1. 求函数项级数的收敛区域: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{x}{2x+1} \right)^n$.
2. 求函数列 $\{f_n(x)\}$ 在给定的区间上的极限函数, 并讨论是否一致收敛: $f_n(x) = x(1-x)^n$, $x \in [0, 1]$.
3. 求函数列 $\{f_n(x)\}$ 在给定的区间上的极限函数, 并讨论是否一致收敛: $f_n(x) = nxe^{-nx^2}$, $x \in (-\infty, +\infty)$.
4. 求函数列 $\{f_n(x)\}$ 在给定的区间上的极限函数, 并讨论是否一致收敛: $f_n(x) = n^2e^{-nx^2}$, $x \in [a, +\infty)$, 这里 $a > 0$.
5. 设 $u_n(x) \geq 0$, $\forall x \in [a, b]$; $u_n(x) \in C[a, b]$, $\forall n \in \mathbb{N}$, $S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$, $x \in [a, b]$. 证明: $S(x)$ 在 $[a, b]$ 上取到最小值.