20240506作业

1. 设数项级数
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{n^{x_0}} \ (x_0 \in \mathbb{R})$$
 收敛, 证明 $\lim_{x \to x_0 + 0} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{n^x} = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{n^{x_0}}$.

2. 证明
$$f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n \sin(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{n})}{\sqrt{n}} \in C(-\infty, +\infty).$$

3. 求极限
$$\lim_{x\to 3} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2^n} \left(\frac{x-4}{x-2}\right)^n$$
.

4. 求极限
$$\lim_{x \to +\infty} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{1-x}{x}\right)^n$$
.