2300012929 于锦润

1. 1) 比如

北	100	50
上	50	100

贪心则 北 → 上 → 北

$100+100-500-500=-800$

而最佳 北.. $100+50=150$.

2) 设 $f(x,0/1)$ 表第 x week 在 北/上 的最优收益

$$\begin{cases} f(0,0)=0 \\ f(0,1)=-10 \end{cases} \qquad f(x,y)=\min\{f(x-1,y),\ f(x-1,y-1)-500\}+\begin{cases} a_x, & y=0 \\ b_x, & y=1 \end{cases} \qquad (x>0).$$

$ans=\min\{f(n,0),\ f(n,1)-500\}$. [子问题 $f(x,y)=f(x-1,y)+f(x-1,y-1)$, 由归纳可得正确性]

复杂度 $O(n)$.

2. 记 $f(n,m)$ 为前 n 天, 共交易 m 次的最佳收益

$f(n,0)=0$

$$f(n,m)=\max\left\{\max_{n'<n}\{f(n',m-1)+1000(p(n)-p(n'))\},\ f(n-1,m)\right\} \qquad m>0$$

. $ans=f(n,k)$

时间复杂度 $O(nk)$.

$f(n,m)$ 为最优子结构. 边界 $f(n,0)=0$. 且 $f(n,m)$ 子问题 $=f(n',m-1), f(n',m)$, $n'<n$ 由归纳可得正确性.

3. 记 $f(i,j)$ 为从 s 出发到 i 走 j 条边的最短距离.

$g(i,j)$ 为从 s 出发到 i 走 j 条边的最短路数量.

$$\begin{cases} f(s,0)=0,\ g(s,0)=1 \\ f(x,0)=\infty,\ g(x,0)=0, \quad \forall x\neq s. \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x,i)=\min\limits_{(y,x)\in E} f(y,i-1)+w_{(y,x)}. \\ g(x,i)=\sum\limits_{\substack{(y,x)\in E \\ f(y,i-1)+w_{(y,x)}=f(x,i)}} g(y,i-1) \end{cases}$$

$$ans=\sum_{\substack{i \\ f(t,i)==f(t,m)}} g(t,i)$$

4. 记 $f(i,j)$ 为 i 月末剩余 j 件的最小 cost.

$g(i,j)$ 为 i 月初剩余至少 j 件的最小 cost

初: $\begin{cases} g(0,0) = 0 \\ g(0, \text{ins}) = k. \end{cases}$

转移: $f(i,j) \leftarrow g(i, j+d_i)$

$$g(i,j) = \min\{ f(i-1,j) + jc,\ g(i,j+1),\ \text{minf}_{i-1} + k \}.$$

其中 $\text{minf}_i \leftarrow \min\limits_j f(i,j)$

$$\text{ans} \leftarrow \min_j f(n-1, j)$$