

## 20240320作业

- 讨论积分的收敛性与绝对收敛性:  $\int_1^{+\infty} \frac{\sin x}{x^\alpha + \sin x} dx, (\alpha > 0)$ .
- (1) 讨论积分  $I_1 = \int_0^{+\infty} \frac{\cos x}{1+x} dx$  与  $I_2 = \int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{(1+x)^2} dx$  的收敛性和绝对收敛性;  
 (2) 证明  $\int_0^{+\infty} \frac{\cos x}{1+x} dx = \int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{(1+x)^2} dx$ .
- 设两个单调下降的正函数  $f(x), g(x) \in C[0, +\infty)$ ,  $\int_0^{+\infty} f(x) dx, \int_0^{+\infty} g(x) dx$  都发散. 记  $h(x) = \min\{f(x), g(x)\}, x \in [0, +\infty)$ . 问  $\int_0^{+\infty} h(x) dx$  是否必定也发散.
- 设  $f(x)$  在区间  $[a, +\infty)$  上单调, 并且  $\int_a^{+\infty} f(x) dx$  收敛.  
 证明:  $\lim_{p \rightarrow \infty} \int_a^{+\infty} f(x) \sin px dx = 0$ .
- 讨论  $\int_1^{+\infty} \frac{\sin^2 \frac{x}{2}}{(x + \sin x)^\alpha} dx, \alpha > 0$  的敛散性.