

习题课

关于增透膜的讨论

正入射的反射率和折射率（1）

- 入射角等于0度时，入射光垂直介质表面，称**正入射**。易知反射角和折射角均为0度，代入菲涅耳公式得振幅反射率、振幅折射率：

$$r_s = -r_p = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \qquad t_s = t_p = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$$

- 一般任意偏振方向的入射光，从光疏向光密介质($n_1 < n_2$)，在(近似)正入射，反射光（s和p光）与入射光之间存在半波光程差。

正入射时的反射率和折射率（2）

- 反射光、折射光与入射光的光强之比分别称为**光强反射率**，**光强折射率**。

$$I = \bar{S} = \frac{E_0 H_0}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\mu_0 \mu_r}} E_0^2 \approx \frac{1}{2} \epsilon_0 c n E_0^2 \quad \begin{array}{l} E_0 \text{是电场} \\ \text{振幅} \end{array}$$

代入正入射的振幅反射和折射率，考虑入射光和反射光在介质 n_1 中，折射光在介质 n_2 中，有：

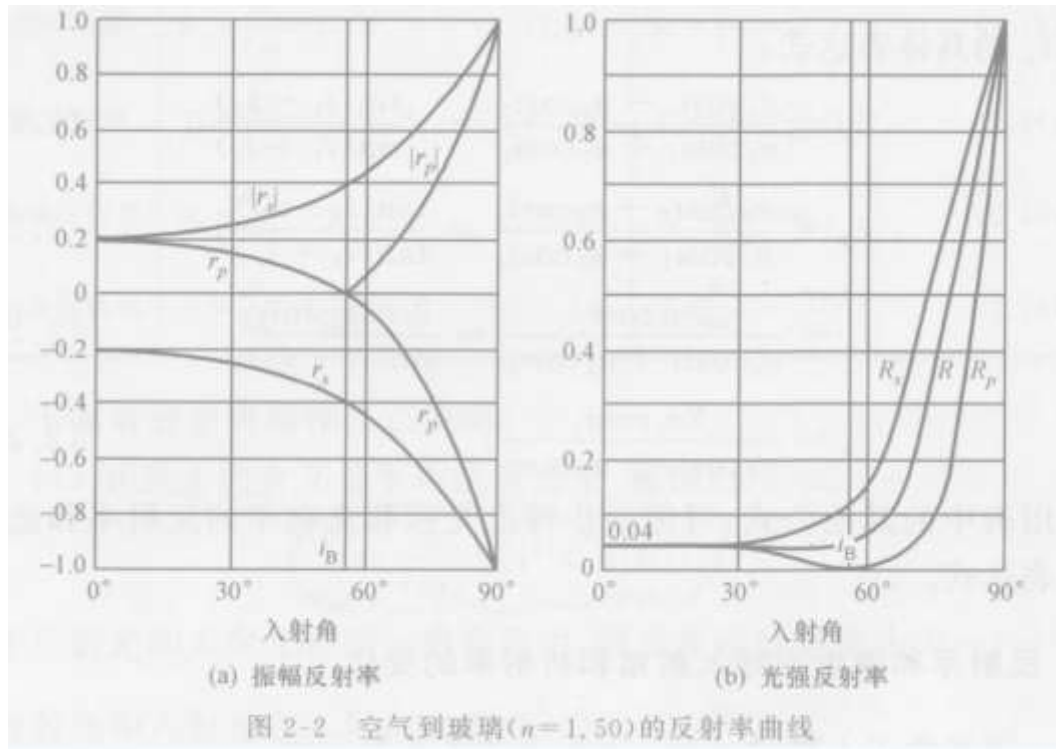
正入射情况下光强反射率和光强折射率：

$$R_s = R_p = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2$$

$$T_s = T_p = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}$$

对于**正入射**： $R_s + T_s = 1$ $R_p + T_p = 1$ 符合能量守恒定律

光从空气到玻璃的反射



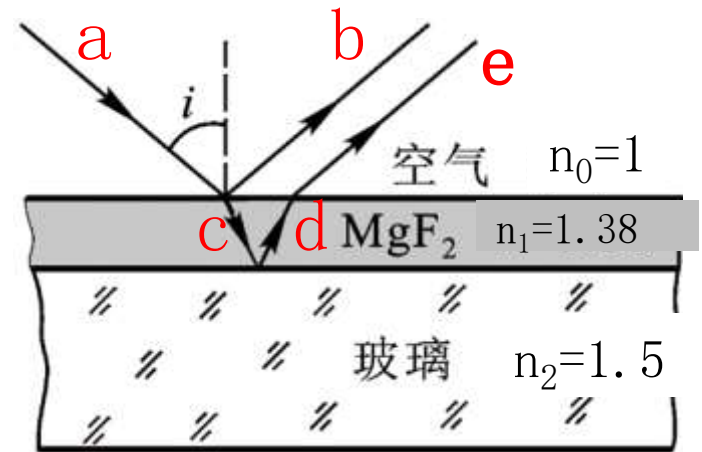
- 可以看到在0度角正入射情况下光从空气到玻璃:

$$|r_s| = |r_p| = 20\%$$

$$R_s = R_p = 4\%$$

*增透膜的折射率选择（1）

- 如图，如果要使b和e光完全相消，不仅要相位差为 π ，而且要振幅完全相消。



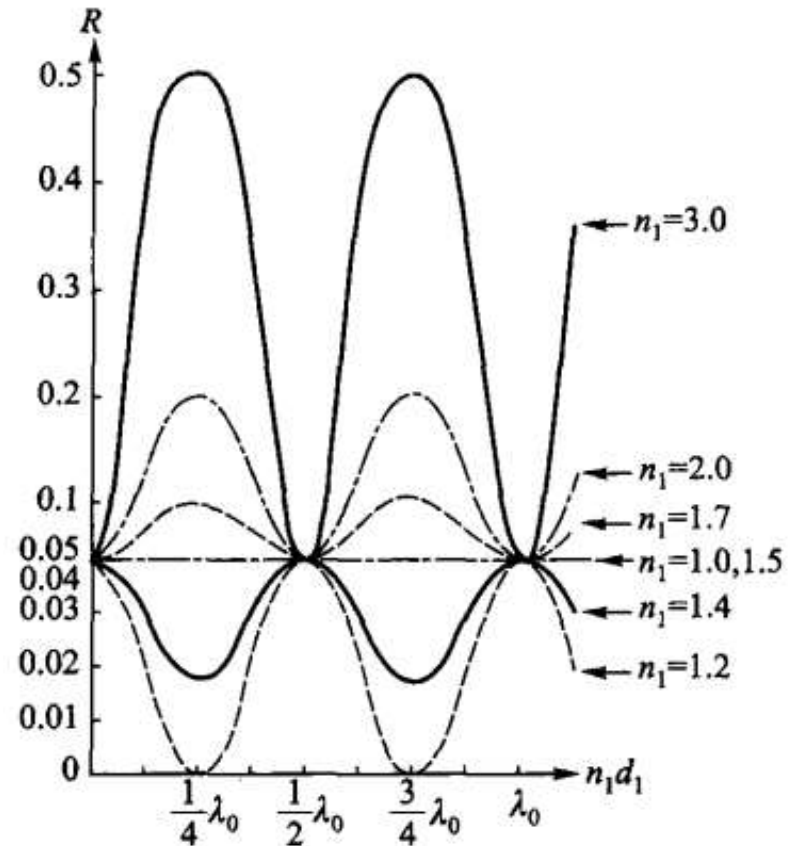
分析可得理想减反射条件： $n_1 \approx \sqrt{n_0 n_2} \approx \sqrt{1.5} \approx 1.22$

详细分析参考：母国光《光学》P315

但现在没有折射率为的1.22材料；一般用 $n=1.37$ 的 MgF_2 作为增透膜材料，光强反射率约1.22%

*增透膜的折射率选择 (3)

- 当采用不同折射率 n 的增透膜材料时，光强反射率与增透膜光学厚度 nd 的关系曲线如图所示（空气折射率 $n_0=1$ ，玻璃折射率 $n_2=1.5$ ，正入射）
- 对比可见高折射率材料主要起增强反射的作用



干 涉

例12-7 在杨氏实验装置中，采用加有蓝绿色滤光片的白色光源，波长范围 $\Delta\lambda = 100 \text{ nm}$ ，平均波长为 490 nm 。试估算从第几级开始，条纹条纹将变得无法分辨？

解：设该蓝绿光的波长范围为 $\lambda_1 \rightarrow \lambda_2$ ，则 $\lambda_2 - \lambda_1 = \Delta\lambda = 100 \text{ nm}$

相应于 λ_1 和 λ_2 ，杨氏干涉条纹中 k 级明纹的位置分别为

$$x_1 = k \frac{D}{d} \lambda_1 \quad x_2 = k \frac{D}{d} \lambda_2$$

k 级条纹的所占的宽度为：
(λ_1 和 λ_2 的 k 级明纹峰值间距)

$$x_2 - x_1 = k \frac{D}{d} \lambda_2 - k \frac{D}{d} \lambda_1 = k \frac{D}{d} \Delta\lambda$$

当此宽度大于或等于相应于平均波长 $\bar{\lambda}$ 的条纹间距时，干涉条纹变得模糊不清，即

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2) = 490 \text{ nm} \quad k \frac{D}{d} \Delta\lambda \geq \frac{D}{d} \bar{\lambda} \quad k \geq \frac{\bar{\lambda}}{\Delta\lambda} = 4.9$$

故从第五级开始，干涉条纹变得无法分辨。

12-11：用薄云母片（ $n=1.58$ ）覆盖在杨氏双缝的一条缝上，干涉条纹如何移动？如果这时屏上的零级明纹移到原来的第七级明纹处，已知入射光波长为550 nm，问云母片的厚度为多少？

整套条纹向上移动

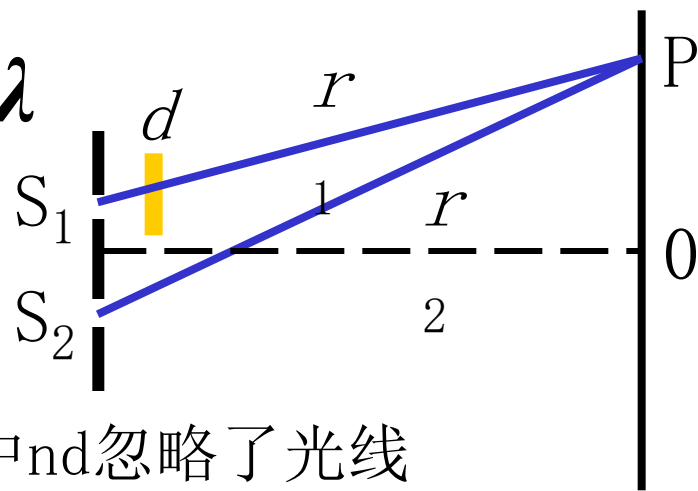
P 点处原来光程差 $r_2 - r_1 = 7\lambda$

插入云母后， P 点处光程差

$$r_2 - (r_1 - d + nd) = 0$$

(式中 nd 忽略了光线倾斜角的影响)

$$\Rightarrow d = \frac{7\lambda}{n-1} = 6.6 \times 10^{-6} \text{ m}$$



干涉条件

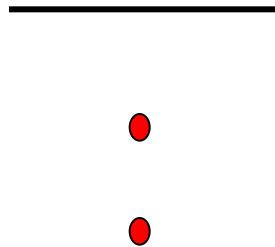
- 判断如下两列波相遇是否可以产生干涉？
 - (1) 振动方向相同，初相位不同，频率相同。
 - (2) 振动方向相同，初相位相同，频率相同，但是振幅不相同。
 - (3) 振动方向相同，初相位相同，频率不同。
 - (4) 振动方向不相同，初相位相同，频率相同。

(1) 可以 (2) 可以 (3) 不可以
(4) 可以 (振动可分解为平行和垂直分量)

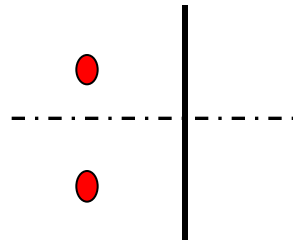
点光源的双缝干涉 (1)

- 两个相干的点光源（初相位相等）， S_1 和 S_2 在如下观察屏上看到什么形状的干涉条纹？

(1) 观察屏垂直于 S_1 和 S_2 的连线



(2) 观察屏垂直于 S_1 和 S_2 的连线的中垂线

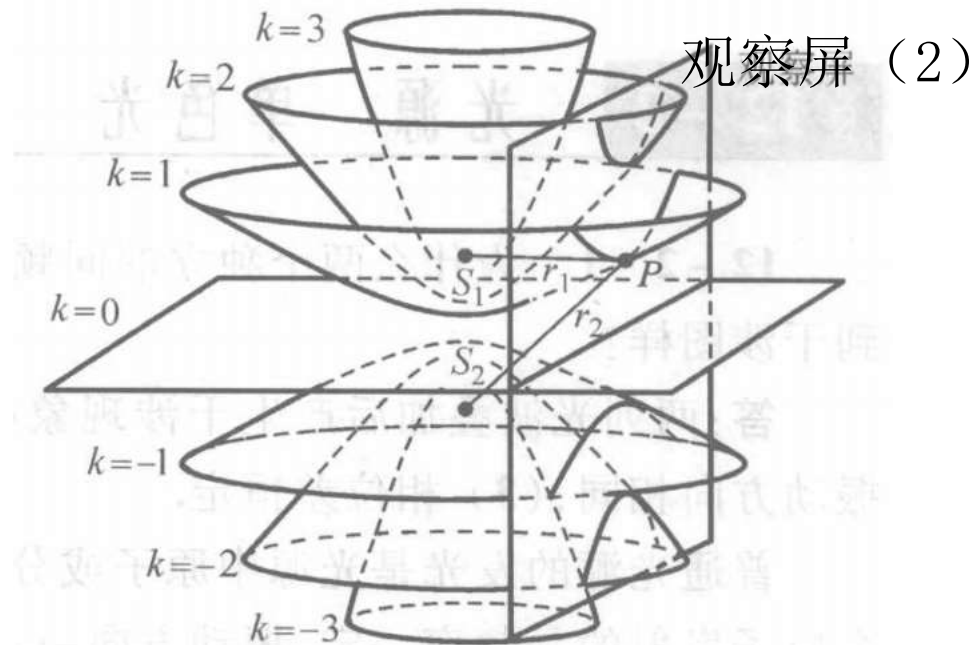


点光源的双缝干涉 (2)

- 两个初相位相等的相干的点光源，光程差为某常数的点在空间形成了双叶旋转双曲面，如图

(1) 观察屏垂直于 S_1 和 S_2 的连线，干涉条纹为圆线。

(2) 观察屏垂直于 S_1 和 S_2 的连线的中垂线，干涉条纹是双曲线，



双缝干涉的讨论 (1)

- 在杨氏双缝实验装置中，试描述在下列情况下干涉条纹如何变化：
 - (1)当两缝的间距增大时；
 - (2)当双缝的宽度增大时；
 - (3)当线光源S平行于双缝移动时；
 - (4)当线光源S向双缝屏移近时；
 - (5)当线光源S逐渐增宽时.

双缝干涉的讨论 (2)

- 双缝干涉中, 各级明条纹所在位置的坐标是

$$x = \pm k \frac{D\lambda}{d} \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

- 相邻明纹(或相邻暗纹)的间距是 $\Delta x = \frac{D}{d} \lambda$

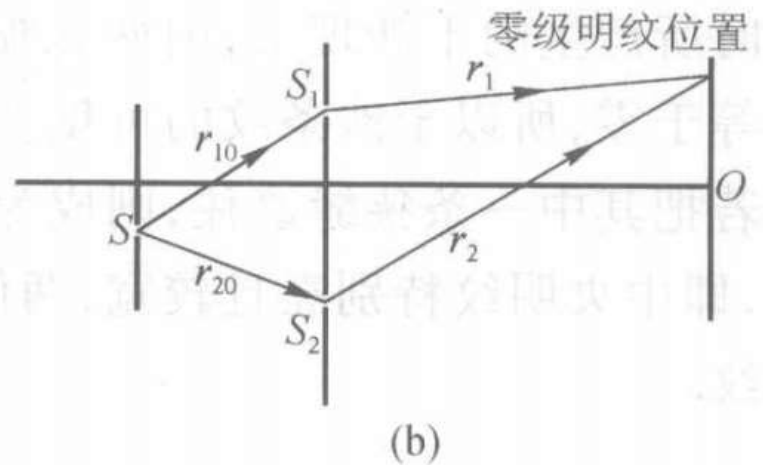
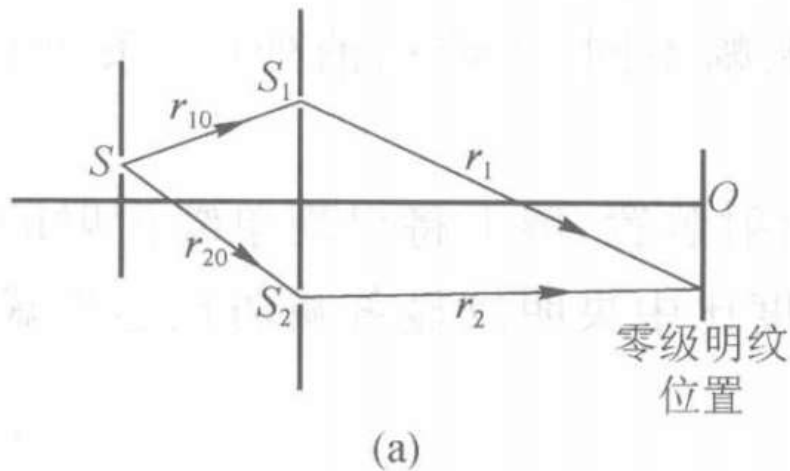
(1) 当两缝的间距 d 增大时, 屏上的干涉条纹的间距将变小, 所以, 条纹向中间(坐标原点处)密集.

(2) 当双缝的宽度增大时, 光场内光能将增大, 干涉条纹的亮度增加. 但由于光通过单缝所形成的衍射中央明区的范围变小, 因而在该范围内的干涉条纹数减少.

(4) 当线光源 S 向双缝屏移近时, 对屏上的干涉条纹的位置和间距并无影响. 但明条纹的光强因通过 S_1 和 S_2 的光强变化而发生相应的变化.

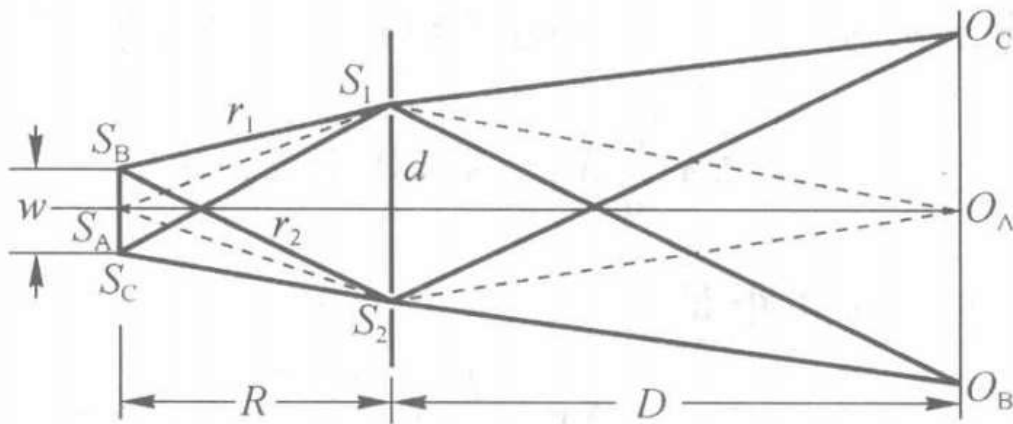
双缝干涉的讨论 (3)

(3)当线光源 S 平行于双缝移动时, 由于光通过双缝时已有光程差, 干涉条纹将发生移动, 中央明条纹不再在双缝 S_1 和 S_2 的中垂线上.光源向下(或向上)移动时, 干涉条纹将向反方向平移, 参看图示.



双缝干涉的讨论 (4)

- (5) 光源S变宽时, 应该看做面光源, 可以切割成多条线光源(互为非相干光源), 每条线光源各自在屏幕上形成自己的干涉条纹。
- 由于各线光源的位置不同, 它们在屏幕上的各套干涉条纹会错开. 我们所观测到的干涉条纹, 就是由所有各套干涉条纹的光强**非相干叠加**而成。

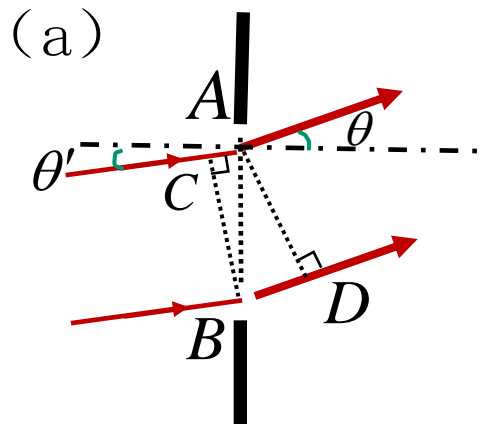


光源的宽度越大, 多套条纹之间错开距离也越大, 即叠加形成的每级条纹的宽度变大, 当两个临近级次的条纹因展宽而发生重叠, 则屏上无法看到干涉条纹。

衍射

单缝夫琅禾费衍射讨论 (2)

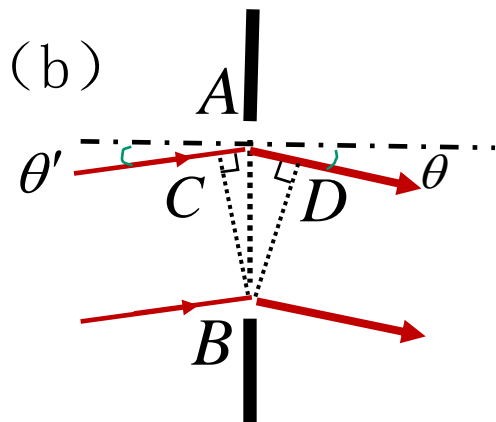
- 衍射屏单缝的入射平行光方向偏离透镜轴线，接收屏上的衍射条纹如何变化？



如图，注意到达狭缝处的入射光线存在光程差AC，根据 θ 的正负，分别讨论：

(a) 最大光程差 $\delta = BD - AC = a \sin \theta - a \sin \theta'$

(b) 最大光程差 $\delta = AD + AC = a \sin \theta + a \sin \theta'$



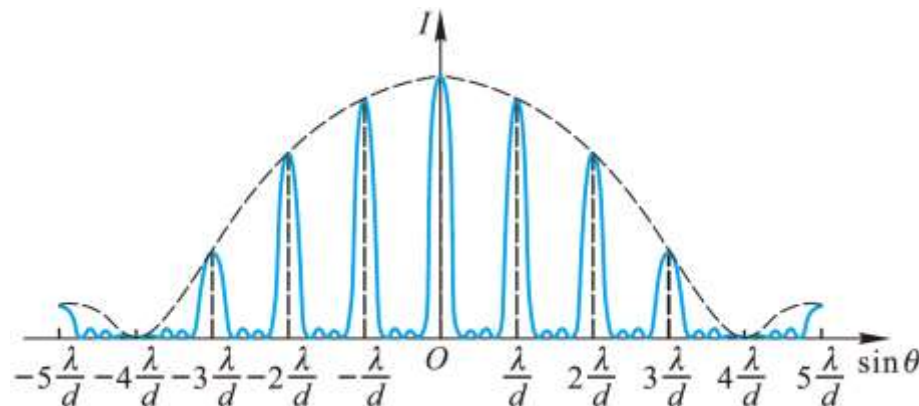
暗纹条件： $\delta = K\lambda$, $K = 1, 2, 3, \dots$

中央明纹的条件： $\delta = a \sin \theta - a \sin \theta' = 0$
 $\implies \theta = \theta'$

(这里假设入射平行光的垂直面上等相位) 教材2思考题12-8-1

光栅衍射的缺级

缺级：多缝干涉的主极大落在单缝衍射暗纹的位置，这些主极大将消失。



$$\left\{ \begin{array}{l} a \sin \theta = K \lambda \\ (a + b) \sin \theta = m \lambda \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} K = \pm 1, \pm 2, \dots \\ m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} \text{两式的 } \theta \text{ 相等} \\ \text{时发生缺级} \end{array}$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{a} = \frac{m}{K} \Rightarrow m = \frac{a+b}{a} K \quad \text{为干涉明纹缺级的级次}$$

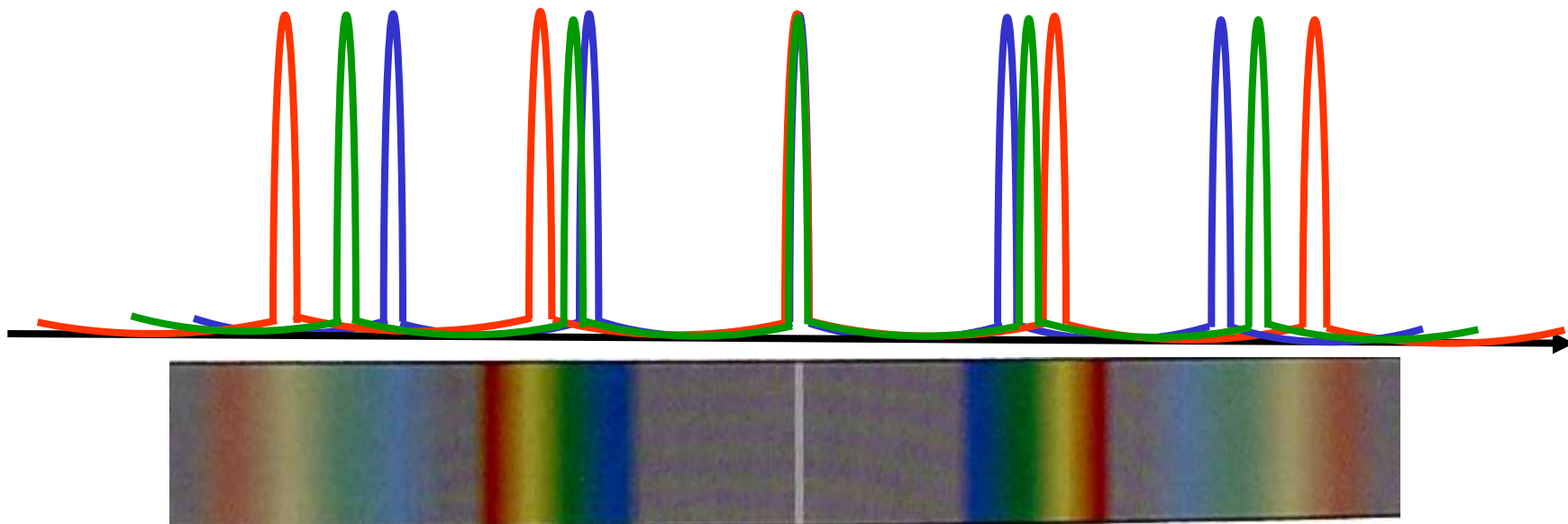
比如假设 $(a + b) = 4a$

则缺级级次为： $m = 4K$ ($K = \pm 1, \pm 2, \dots$) 如图所示

光栅光谱

白光照射光栅时，除中央明纹外，同一级明纹按波长向外侧依次分开排列，形成光栅光谱。

$$d \sin \theta = \pm m \lambda \Rightarrow \sin \theta_m = \pm m \lambda / d$$



光栅衍射条纹的例题（1）

- **例12-13** 用每毫米500条栅纹的光栅，观察钠光谱线（ $\lambda=590\text{ nm}$ ）问最多能看到几级明条纹？考虑两种情况（1）光线垂直入射光栅；（2）光线以入射角 30° 入射光栅。

解（1） $K_{\max} < \frac{d \sin 90^\circ}{\lambda}$ $d = \frac{1 \times 10^{-3}}{500} = 2 \times 10^{-6}(\text{m})$

$$\frac{d}{\lambda} = \frac{2 \times 10^{-6}}{5900 \times 10^{-10}} \approx 3.4$$

因此最多能看到 $K = 3, 2, 1, 0$ 级亮纹，即共7条明纹。

关于条纹级数，也有时为了方便，将正负号用于表示级数，比如上例，称 $\pm 3, \pm 2, \pm 1, 0$ 级亮纹，即共7条明纹。

（此例题没有考虑缺级问题）

光栅衍射条纹的例题 (2)

(2) 如图，注意到到达狭缝处的入射光线存在光程差 AC ，考虑亮纹条件 $\delta = K\lambda$
如图根据 θ 的正负，分别讨论：

(a) 总光程差 $\delta = BD - AC = d \sin \theta - d \sin \theta'$

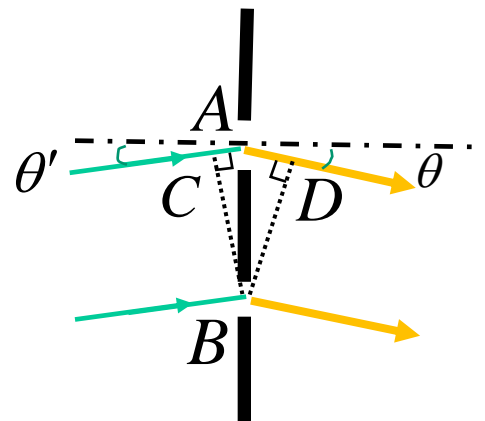
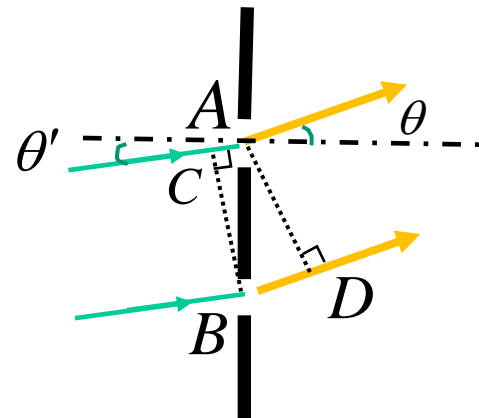
$$K < \frac{2 \times 10^{-6} \times (\sin 90^\circ - \sin 30^\circ)}{5900 \times 10^{-10}} \approx 1.7 \rightarrow \text{最大级数为1}$$

(b) 总光程差 $\delta = AD + AC = d \sin \theta + d \sin \theta'$

$$K < \frac{2 \times 10^{-6} \times (\sin 90^\circ + \sin 30^\circ)}{5900 \times 10^{-10}} \approx 5.1 \rightarrow \text{最大级数为5}$$

包括0级在内，总共有7条明纹

(这里假设入射平行光的垂直面上等相位)



光栅与天线(1)

- **例12-14** N 根天线沿一水平直线等距离排列组成天线列阵，相邻天线间距离为 $\lambda/2$ ， λ 是所辐射电磁波的波长，所有天线发射同一波长的球面电磁波，从第1根天线到第 N 根天线，发射的电磁波相位依次落后 $\pi/2$ ，求在什么方向上，天线阵列发射的电磁波最强？

将每根天线发射的球面波，视为子波；
整个的天线阵列，可类比光栅中来分析



光栅与天线(2)

相邻天线发射波的相位差，可以等效为光栅上倾斜的入射光线存在的光程差：

$$\frac{\pi}{2} = 2\pi \frac{\delta'}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \delta' = \frac{\lambda}{4}$$

两根相邻天线在 θ 方向的波程差为

$$\delta = d \sin \theta + \delta'$$

干涉主极大满足
$$\frac{\lambda}{2} \sin \theta + \frac{\lambda}{4} = \pm K \lambda$$

零级主极大的方向，即电磁波最强方向

$$K = 0, \text{ 假设 } \lambda = 1\text{m} \text{ 则 } \theta = -30^\circ$$

