

第 10 题

10. 解: (1) 原场强 $E_0 = \frac{U_0}{d}$

新插入后 U_0 不变 即 $U_0 = E_1 d = E_2 d$

$$\Rightarrow E_1 = E_2 = \frac{U_0}{d} = E_0$$

$$D_1 = \epsilon_0 \epsilon_r E_1 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r U_0}{d}$$

$$D_2 = \epsilon_0 E_2 = \frac{\epsilon_0 U_0}{d}$$

分别作高斯面, 上底在板内, 下底在介质中

$$\oint D_1 \cdot dS = D_1 \Delta S = \sigma_1 \Delta S$$

$$\Rightarrow \sigma_1 = D_1 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r U_0}{d}$$

$$\oint D_2 \cdot dS = D_2 \Delta S = \sigma_2 \Delta S$$

$$\Rightarrow \sigma_2 = D_2 = \frac{\epsilon_0 U_0}{d}$$

(2) 原储能 $W_0 = \frac{1}{2} C_0 U_0^2 = \frac{\epsilon_0 S}{2d} U_0^2$

插入介质后 $W = \frac{1}{2} C U_0^2 = \frac{1}{2} (C_1 + C_2) U_0^2$

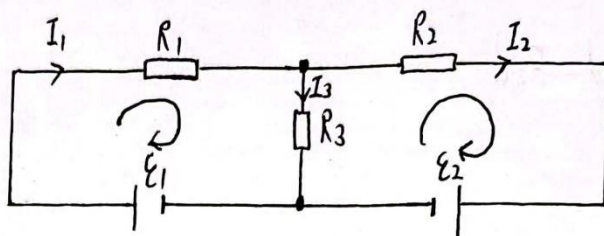
$$C_1 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r \cdot \frac{S}{2}}{d}$$

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 \cdot \frac{S}{2}}{d}$$

$$\Rightarrow W = \frac{\epsilon_0 (\epsilon_r + 1) S}{4d} U_0^2$$

$$\Delta W = W - W_0 = \frac{\epsilon_0 (\epsilon_r - 1) S U_0^2}{4d} > 0$$

11. 解: (1)



规定电流、环路方向如图所示。

由基尔霍夫定律

$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ I_1 R_1 + I_3 R_3 - \varepsilon_1 = 0 \\ I_2 R_2 + \varepsilon_2 - I_3 R_3 = 0 \end{cases}$$

$$\text{解得 } I_3 = \frac{\varepsilon_1 R_2 + \varepsilon_2 R_1}{R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3} = 0.8 \text{ A}$$

(2) 仍解 (1) 中方程组

$$\text{得 } I_1 = \frac{-\varepsilon_2 R_3 + \varepsilon_1 R_2 + \varepsilon_1 R_3}{R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3} = 0$$

$$\Rightarrow \varepsilon_1 (R_2 + R_3) = \varepsilon_2 R_3$$

$$\Rightarrow R_2 = \frac{12 \times 5}{2} - 5 = 25 \Omega$$

第 12 题

解:以触地端为中心,在地内作半径为 r 的半球面 S ,电流密度 j 与电流 I 的关系为

$$I = \int_S j \cdot dS = j \cdot 2\pi r^2$$

欧姆定律的微分形式为

$$j = \gamma E$$

由此得到土地内的恒定电场为 $E = \frac{I}{2\pi r^2 \gamma}$

E 的方向与 j 一致,沿半球面的径向。

两脚间的跨步电压为

$$U_{ab} = \int_{r_a}^{r_b} E \cdot dr = \frac{I}{2\pi\gamma} \int_{r_a}^{r_b} \frac{dr}{r^2} = \frac{I}{2\pi\gamma} \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right)$$

式中 $r_b = r_a + 0.6 \text{ m}$ 。

距离触地点 $r_a = 1 \text{ m}$ 处的跨步电压为

$$U_1 = \frac{I}{2\pi\gamma} \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right) = \frac{200}{2 \times 3.14 \times 1 \times 10^{-2}} \left(1 - \frac{1}{1.6} \right) \text{ V} = 1\,194 \text{ V}$$

距离触地点 $r_a = 10 \text{ m}$ 处的跨步电压为

$$U_2 = \frac{200}{2 \times 3.14 \times 1 \times 10^{-2}} \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{10.6} \right) \text{ V} = 18 \text{ V}$$