作业参考答案

13

解:导线A、B 在P点的磁感强度的大小为:

$$B_1=\frac{\mu_0 I}{4\pi r}(\cos\theta_2-\cos\theta_1)$$

其中: $r=\sqrt{x^2+a^2}$

$$\cos\theta_1=\frac{a}{\sqrt{x^2+a^2+a^2}}=\frac{a}{\sqrt{x^2+2a^2}}\quad \cos\theta_2=\cos(\pi-\theta_1)=-\cos\theta_1$$

所以有: $B_1=\frac{\mu_0 I}{4\pi r}2\cos\theta_1=\frac{\mu_0 Ia}{2\pi\sqrt{x^2+a^2}\sqrt{x^2+2a^2}}$

该磁场在X轴上的分量为:

$$B_{1x}=B_1\cos\alpha=B_1\frac{a}{\sqrt{x^2+a^2}}=\frac{\mu_0 Ia^2}{2\pi(x^2+a^2)\sqrt{x^2+2a^2}}$$

由对称性可知,每根导线在P点产生的磁场的大小是相同的,而P点总的磁场方向一定沿X轴的方向,所以整个正方形载流线圈在P点产生磁场的磁感强度的大小为:

$B=4B_{1x}=\frac{2\mu_0 Ia^2}{\pi(x^2+a^2)\sqrt{x^2+2a^2}}$ 方向沿X轴的方向。

14

6.2

分析:绕圆心轴转动的均匀带电圆环相当于一个圆电流。

解:根据电流的定义,等效圆电流为

$$I=\frac{dq}{dt}=\frac{\lambda\,dl}{dt}=\lambda v=\lambda R\omega$$

(1) 圆心 O 处磁感应强度 $\boldsymbol{B}_0$ 沿 x 轴正方向,大小为

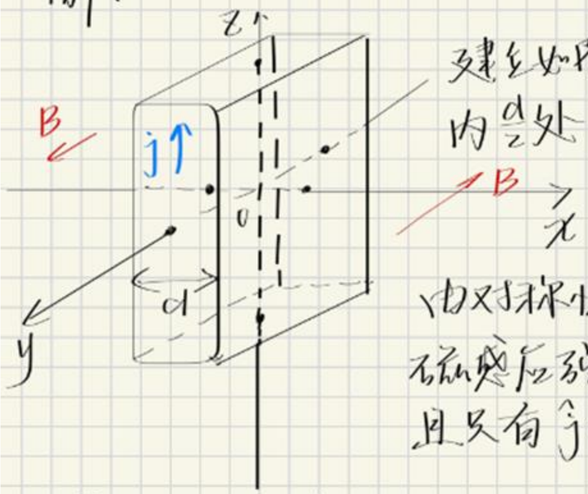
$$B_0=\frac{\mu_0 I}{2R}=\frac{\mu_0\lambda\omega}{2}$$

(2) 轴线上距圆心为 a 处的磁感应强度 $\boldsymbol{B}$ 沿 x 轴正方向,大小为

$$B=\frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2+a^2)^{3/2}}=\frac{\mu_0\lambda R^3\omega}{2(R^2+a^2)^{3/2}}$$

15

解：



建立如图坐标系 oyz平面处于导体内 $\frac{d}{2}$ 处

由对称性，

磁感应强度仅与点与离板的距离有关

且只有 $\hat{j}$ 分量，即 $\vec{B}=B_y(x)\hat{j}$

作一正方形回路，边长 $2x$，平行于 oxy 平面，中心点在 oyz 平面上，对该环路应用安培环路定理：

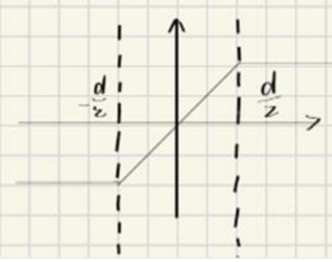
① $x<\frac{d}{2}$：$B_y(x)\cdot 2x+B_y(-x)\cdot 2x=\mu_0 j\cdot 4x^2$

由对称性 $B_y(x)=B_y(-x)$，则 $B_y(x)=\mu_0 j x$

② $x>\frac{d}{2}$：$B_y(x)\cdot 2x+B_y(-x)\cdot 2x=\mu_0 j\cdot d\cdot 2x$

同理 $B_y(x)=\frac{\mu_0 j d}{2}$ 为常数

即
$$\vec{B}=\begin{cases}-\frac{\mu_0 j d}{2}\hat{j}, & x<-\frac{d}{2}\\ \mu_0 j x\,\hat{j}, & -\frac{d}{2}<x<\frac{d}{2}\\ \frac{\mu_0 j d}{2}\hat{j}, & x>\frac{d}{2}\end{cases}$$



16

解： $J=\dfrac{I}{\pi R_1^2}$

（1） $r<R_1$ 时，

$$H=\frac{J\pi r^2}{2\pi r}=\frac{Ir}{2\pi R_1^2}$$

$$B=\mu_0 H=\frac{\mu_0 Ir}{2\pi R_1^2}$$

$R_1<r<R_2$ 时，

$$H=\frac{I}{2\pi r}$$

$$B=\mu_r\mu_0 H=\frac{\mu_r\mu_0 I}{2\pi r}$$

$r>R_2$ 时，

$$H=\frac{I}{2\pi r}$$

$$B=\mu_0 H=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

（2）介质内表面 $J_{s1}=M=(\mu_r-1)H=(\mu_r-1)\dfrac{I}{2\pi R_1}$

介质外表面 $J_{s2}=-M=-(\mu_r-1)H=(1-\mu_r)\dfrac{I}{2\pi R_2}$

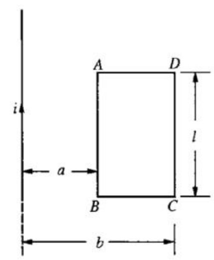
17

6.3 如图，一无限长直导线通有交变电流 $i=I_0\sin\omega t$，矩形线圈 $ABCD$ 与它共面，AB 边与直导线平行. 线圈长为 l，AB 边和 CD 边到直导线的距离分别为 a 和 b. 试求：

(1) 通过矩形线圈所围面积的磁通量；

(2) 矩形线圈中的感应电动势.

(假设矩形线圈的电阻无限大。只考虑电磁感应效应，忽略电磁波)



习题 6.3

解 建立如题 8-11 图所示的坐标系. 在矩形平面上取一矩形面元 $dS=l\,dx$，载流长直导线的磁场穿过该面元的磁通量为

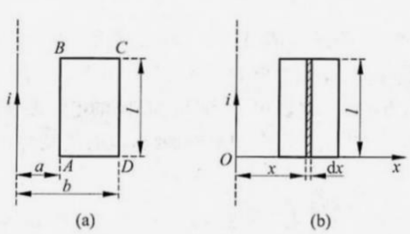
$$d\Phi_m = \boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{S} = \frac{\mu_0 i}{2\pi x} l\,dx$$

通过矩形面积 $ABCD$ 的总磁通量为

$$\Psi_m = \int_a^b \frac{\mu_0 i}{2\pi x} l\,dx = \frac{\mu_0 i l}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

由法拉第电磁感应定律有

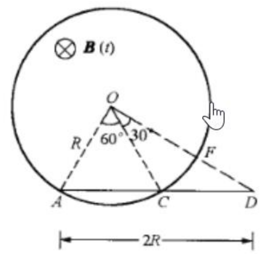
$$\mathscr{E} = -\frac{d\Psi_m}{dt} = -\frac{\mu_0 I_0 l\omega}{2\pi}\ln\frac{b}{a}\cos\omega t$$



题 8-11 图

18

6.7 如图(a),均匀磁场 $\boldsymbol{B}$ 处于半径为 R 的圆柱体内,其方向与圆柱体的轴平行,且 $\boldsymbol{B}$ 随时间作均匀变化,变化率为常数 $k>0$,圆柱体之外无磁场.有一长为 $2R$ 的金属细棒放在图示位置,其一半位于磁场内部,另一半在磁场外部,试求棒两端的电势差.



题 6.7 (a)

解 *方法一*:如图(a),作辅助线 OA,OD 构成闭合回路 $\triangle AOD$,由法拉第电磁感应定律,磁场变化使其中的磁通量变化,产生感应电动势,为

$$\mathscr{E}=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=-\iint\frac{\partial B}{\partial t}\mathrm{d}S=-kS, \qquad ①$$

式中 S 本是闭合回路 $\triangle AOD$ 的面积,但因圆柱体外无磁场即无磁通量,只需计及 $\triangle AOC$ 和扇形 COF,故

$$\begin{aligned} S &= S_{\triangle AOC}+S_{\text{扇形}COF} \\ &= \frac{1}{2}R\cdot R\sin 60^\circ+\frac{30^\circ}{360^\circ}\pi R^2 \\ &= \left(\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\pi}{12}\right)R^2=\frac{3\sqrt{3}+\pi}{12}R^2, \end{aligned}$$

代入 ① 式,
$$\mathscr{E}=-\frac{3\sqrt{3}+\pi}{12}kR^2.$$

受 $\mathscr{E}$ 的作用(实质是涡旋电场的作用),金属细棒的 D 端积累正电荷,A 端积累负电荷,最终静电力与涡旋电场力相等反向达到平衡时,棒两端的电势差为

$$U_{DA}=-\mathscr{E}=\frac{3\sqrt{3}+\pi}{12}kR^2.$$

说明 因所作辅助线 OA,OD 均沿径向,与 $\boldsymbol{E}_{\text{旋}}$ 垂直,其中无感应电动势,故对结果无影响.

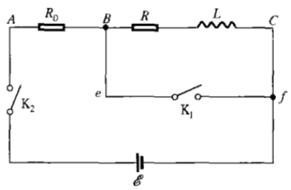
19

6.16 如图,一自感为 L、电阻为 R 的线圈与一无自感的电阻 R_0 串联后接到电源上,电源的电动势为 $\mathscr{E}$,内阻可忽略不计.

(1) 试求开关 K_2 闭合 t 时间后,BC 两端的电势差 U_{BC} 和 AB 两端的电势差 U_{AB};

(2) 若 $\mathscr{E}=20$ V, $R_0=50\ \Omega$, $R=150\ \Omega$, $L=5.0$ H, 试求 $t=0.5\tau$ (τ 为电路的时间常数)时 BC 两端的电势差 U_{BC} 和 AB 两端的电势差 U_{AB};

(3) 待电路中电流达到稳定值,闭合开关 K_1. 试求闭合 0.01 s 后,通过 K_1 中的电流的大小和方向.



习题 6.16

$\mathcal{E}+\mathcal{E}_L=(R_0+R)i$ $\Rightarrow$ $i(t)=\frac{\mathcal{E}}{R_0+R}\left(1-e^{-\frac{R_0+R}{L}t}\right)$

$L\frac{di}{dt}+(R_0+R)i=\mathcal{E}$

$U_{BC}=\mathcal{E}-iR_0=\mathcal{E}-\frac{\mathcal{E}R_0}{R_0+R}\left(1-e^{-\frac{R_0+R}{L}t}\right)=\frac{\mathcal{E}}{R_0+R}\left(R+R_0e^{-\frac{R_0+R}{L}t}\right)$

$U_{AB}=iR_0=\frac{\mathcal{E}R_0}{R_0+R}\left(1-e^{-\frac{R_0+R}{L}t}\right)$

(2) 代入得 $U_{BC}=18V$ $U_{AB}=2.0V$

(3) 闭合K_1. 短路放电. $i(t)$满足 $\mathcal{E}_L=-L\frac{di}{dt}=Ri$

$i(t)=ke^{-\frac{R}{L}t}$

$t=0$. $i=$ $i_0=\frac{\mathcal{E}}{R_0+R}$. $k=i_0=\frac{\mathcal{E}}{R_0+R}$.

$i(t)=\frac{\mathcal{E}}{R_0+R}e^{-\frac{R}{L}t}$

$t=0.01$时. $i(t)\big|_{t=0.01}=0.07A$

方向由 $f\to e$

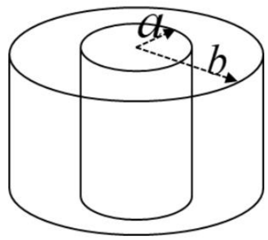
由K_2始终闭合. 有稳恒电流 $I=\frac{\mathcal{E}}{R_0}=0.4A$ 方向由$e\to f$.

则 $I_{K_1}=I-i(t)=0.33A$. 由$e\to f$.

20

如图理想同轴电缆的截面示意图，有同轴圆柱形导体筒半径分别是 a 和 b，导体筒厚度很薄可以忽略。电流平行轴线方向，自内筒向上流，并从外筒向下流回，形成完整的回路。电流在横截面上均匀分布。(1)求单位长度的电缆的自感系数。

（2）假设通过的电流为 I，求两筒之间任意一处的磁场能量密度。



T20. ∵ 电流均匀分布 ∴ $L = \frac{d\Phi}{dI} = \frac{\Phi_{总}}{I_{总}}$

(1) 取圆环中截面，在单位长度 l_0 中

$$\Phi = l_0 \cdot \int_a^b B(r) \cdot dr \text{，其中 } B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\therefore \Phi = l_0 \cdot \int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot l_0 \cdot \ln\frac{b}{a}$$

$$\therefore L = \frac{\Phi}{I \cdot l_0} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\frac{b}{a}$$

(2) 设该点距圆心距离为 r

$$w_m = \frac{B(r)^2}{2\mu_0} = \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2}$$