1. 随机向量 $(X,Y)\sim N\left(\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}4&3\\3&9\end{bmatrix}\right)$，求

(1) X 的边际密度函数 $f_X(x)$；

(2) $E(Y|X=x)$；

(3) 相关系数 ρ_{XY}.

2. 设随机向量 $\mathbf{X}\sim N\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}1&2\\2&5\end{bmatrix}\right)$，$\mathbf{Y}\sim N\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}\right)$，$X,Y$ 的密度函数分别为 $p(x),q(x)(x\in\mathbb{R}^2)$，求期望 $E_X\log\frac{p(X)}{q(X)}$.

3. 若随机向量 $\begin{bmatrix}\xi\\\eta\end{bmatrix}\sim N\left(\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix},\begin{bmatrix}1&\rho\\\rho&1\end{bmatrix}\right)$，试求 $P(\xi\geqslant a,\eta\geqslant b)$。

4. 已知 $X\sim N\left(\mathbf{0},I_2\right)$，向量 $\mathbf{u},\mathbf{v}\in\mathbb{R}^2$ 满足 $||\mathbf{u}||=||\mathbf{v}||=1$，求：

(1) $\operatorname{cov}(\langle\mathbf{u},\mathbf{x}\rangle,\langle\mathbf{v},\mathbf{x}\rangle)$；

(2)（选做）$E\operatorname{sign}(\langle\mathbf{u},\mathbf{x}\rangle)\operatorname{sign}(\langle\mathbf{v},\mathbf{x}\rangle)$，这里符号函数满足 $\operatorname{sign}(X)=\begin{cases}1, & x\geqslant 0,\\-1, & x<0.\end{cases}$.

5（选做）．随机变量 $\xi_1,\cdots,\xi_n\sim N(0,\sigma^2)$，i.i.d.，矩阵 $\mathbf{A},\mathbf{B}\in\mathbb{R}^{n\times n}$ 且是对称矩阵，记 $\xi=(\xi_1,\cdots,\xi_n)^\top$，求 $\operatorname{cov}(\xi^\top\mathbf{A}\xi,\xi^\top\mathbf{B}\xi)$.