题 32

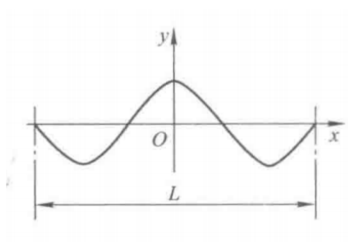
解. (1) 相邻两波节的间距为 $\frac{\lambda}{2}$, 弦线长度

$$L = n\frac{\lambda}{2} = 3 \times \frac{\lambda}{2}$$

得

$$\lambda = \frac{2L}{3} = 2 \text{ m}$$
$$\nu = \frac{u}{\lambda} = 50 \text{ Hz}$$

(2) 在弦线上取坐标系 Oxy, 并设 $t=0$ 时弦上波形如图所示.



设两行波表达式分别为

$$y_1 = A\cos\left[2\pi\left(\nu t - \frac{x}{\lambda}\right) + \phi_{01}\right]$$
$$y_2 = A\cos\left[2\pi\left(\nu t + \frac{x}{\lambda}\right) + \phi_{02}\right]$$

合成波为

$$y = y_1 + y_2 = 2A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \frac{\phi_{02}-\phi_{01}}{2}\right)\cos\left(2\pi\nu t + \frac{\phi_{02}+\phi_{01}}{2}\right)$$

由 $t=0$ 时弦上波形可知: $2A = 1.0$ cm, $\frac{\phi_{02}-\phi_{01}}{2} = \frac{\phi_{02}+\phi_{01}}{2} = 0$, 得

$$A = 0.5 \text{ cm} = 0.005 \text{ m}, \quad \phi_{01} = \phi_{02} = 0$$

所以, 两行波表达式分别为

$$y_1 = 0.005\cos\pi(100t - x) \text{ (SI 单位)}$$
$$y_2 = 0.005\cos\pi(100t + x) \text{ (SI 单位)} .$$

□

注 1. 本题需注意统一单位. 例如若选取 cm 为单位, 则 $A=0.5$, 但此时 x 和 λ 也应以 cm 为单位, 进而 $\frac{1}{\lambda}$ 以 cm^{-1} 为单位, 会多出一个 *100* 倍的系数使 $\frac{x}{\lambda}$ 保持不变, 最终表达式应为

$$y_1 = 0.5\cos\pi(100t - \frac{1}{100}x)\ \text{cm}.$$

题 33

解. (1) 波源远离观察者而去, 观察者接收到来自波源的声波频率为

$$\nu_{\text{R1}} = \frac{u}{u-(-v_{\text{S}})}\nu_{\text{S}} = \frac{u}{u+v_{\text{S}}}\nu_{\text{S}}$$

观察者相对反射面静止, 接收到来自反射面的声波频率 ν_{R2}, 就是固定反射面接收到的声波频率, 这时的波源以 v_{s} 接近反射面.

$$\nu_{\text{R2}} = \frac{u}{u-v_{\text{s}}}\nu_{\text{s}}$$

A 处观察者听到的拍频为

$$\Delta\nu = |\nu_{\text{R2}} - \nu_{\text{R1}}| = \frac{u}{u-v_{\text{S}}}\nu_{\text{S}} - \frac{u}{u+v_{\text{S}}}\nu_{\text{S}} = \frac{2uv_{\text{S}}\nu_{\text{S}}}{u^2-v_{\text{S}}^2}$$

可得方程为 $\Delta\nu v_{\text{s}}^2 + 2u\nu_{\text{s}}v_{\text{s}} - \Delta\nu u^2 = 0$. 解方程, 得

$$v_{\text{S}} = \frac{u\nu_{\text{S}}}{\Delta\nu}\left(\sqrt{1+\left(\frac{\Delta\nu}{\nu_{\text{s}}}\right)^2} - 1\right)$$

因为 $\Delta\nu \ll \nu_{\text{S}}$, 故有

$$\begin{aligned} v_{\text{S}} &= \frac{u\nu_{\text{S}}}{\Delta\nu}\left(1+\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta\nu}{\nu_{\text{S}}}\right)^2 + \cdots - 1\right) \\ &= \frac{u\Delta\nu}{2\nu_{\text{S}}} = \frac{340\times 3}{2\times 2040}\ \text{m/s} = 0.25\ \text{m/s}. \end{aligned}$$

(2) 波源相对观察者静止, 波源直接传向观察者的声波频率就是波源的频率

$$\nu'_{\text{R1}} = \nu_{\text{S}}$$

反射面接近固定波源时, 接收到的声波频率为 (相当于观察者)

$$\nu' = \frac{u+v}{u}\nu_{\text{s}}$$

式中 v 为反射面接近波源的速率.

观察者接收到运动反射面的反射波频率为 (反射面相当于波源接近观察者)

$$\nu'_{\text{R2}} = \frac{u}{u-v}\nu' = \frac{u+v}{u-v}\nu_{\text{S}}$$

A 处观察者听到的拍频为

$$\Delta\nu' = |\nu'_{\text{R2}} - \nu'_{\text{R1}}| = \frac{u+v}{u-v}\nu_{\text{S}} - \nu_{\text{S}} = \frac{2v}{u-v}\nu_{\text{S}}$$

得波源的频率为

$$\nu_{\text{S}} = \frac{u-v}{2v}\Delta\nu' = \frac{340-0.2}{2\times 0.2}\times 4\ \text{Hz} = 3398\ \text{Hz}.$$

□

题 34

解. 设不透明介质的折射率为 n, 在空气 $(n_1=1)$ 中观察反射光. 用自然光入射, 调节入射角, 当反射光是垂直于入射面振动的线偏振光时, 该入射角为布儒斯特角. 有

$$\tan i_{\mathrm{B}}=\frac{n}{n_1}=n$$

得

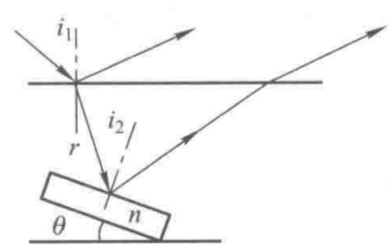
$$n=\tan 58.0^{\circ}=1.60$$

□

注 2. 根据布儒斯特定律, 利用反射起偏确定介质的折射率, 与该介质是否透明无关.

题 35

解. 如图所示, 设自然光由空气射向水面的入射角为 i_1, 折射角为 γ, 部分偏振光在水中玻璃上的入射角为 i_2.



根据布儒斯特定律, 有

$$\tan i_1=n_{水}=1.33$$
$$\tan i_2=\frac{n}{n_{水}}=\frac{1.50}{1.33}$$

并有

$$i_1+r=90^{\circ}$$

和

$$i_2=r+\theta$$

解得

$$i_1=53.06^{\circ},\quad i_2=48.44^{\circ}$$

和

$$\theta=11.5^{\circ}=11^{\circ}30'$$

□

注 3. 从水面反射的完全偏振光, 由两部分反射光组成: 从水面直接反射的完全偏振光和从玻璃表面反射后再经水面透射的完全偏振光. 这就要求: 自然光在水面的入射角是起偏角, 透射入水的部分偏振光在玻璃上的入射角也是起偏角.