36.

12-14 一平面单色光波垂直照射在厚度均匀的薄油膜上.油膜覆盖在玻璃板上.所用单色光的波长可以连续变化,观察到 500 nm 与 700 nm 这两个波长的光在反射中消失.油的折射率为 1.30,玻璃的折射率为 1.50,试求油膜的最小厚度.

（题意为在油膜上方观察，反射光消失。另外，假设油膜完全透明，不会吸收光）

解: 设油膜和玻璃板都处在空气中,薄油膜的厚度为 e,空气的折射率为 n_1,油膜和玻璃的折射率分别为 n_2和 n_3。$\lambda_1=500\ \text{nm}$,$\lambda_2=700\ \text{nm}$。反射光干涉极小时的光程差满足条件

$$2en_2=(2k_1+1)\frac{\lambda_1}{2},\quad 2en_2=(2k_2+1)\frac{\lambda_2}{2}$$

可解得

$$5k_1=7k_2+1$$

上式成立的最小级次为 $k_1=3$,$k_2=2$,所以

$$e=\frac{(2k_1+1)\lambda_1}{4n_2}=\frac{(2\times3+1)\times500}{4\times1.30}\ \text{nm}=673\ \text{nm}$$

37. 12-19 利用劈尖的等厚干涉条纹可以测量很小的角度.今在很薄的劈尖玻璃板上,垂直地射入波长为589.3 nm的钠光,相邻暗条纹间距离为5.0 mm,玻璃的折射率为1.52,求此劈尖的夹角.

解:设劈尖角为 θ,相邻暗条纹的间距为 l,厚度差为

$$\Delta e=\frac{\lambda}{2n}。$$

由相邻条纹的间距和劈尖角的几何关系,有

$$\sin\theta\approx\theta=\frac{\Delta e}{l}=\frac{\lambda}{2nl}$$

得劈尖角为

$$\theta=\frac{589.3\times10^{-9}}{2\times1.52\times5.0\times10^{-3}}\ \text{rad}=3.88\times10^{-5}\ \text{rad}=8''$$

38.

12-27 有一单缝，宽 $a=0.10$ mm，在缝后放一焦距为 50 cm 的会聚透镜.用平行绿光($\lambda=546.0$ nm)垂直照射单缝，试求位于透镜焦面处的屏幕上的中央明条纹及第二级明纹宽度.

分析：单缝夫琅禾费衍射光强的各级明条纹宽度为屏上相邻两个暗纹中心之间的距离，中央明条纹的宽度为各级明条纹宽度的2倍。

解：设光屏上第 k 级暗条纹中心的位置为 x，衍射角为 θ，有

$$a\sin\theta=\pm k\lambda$$

因 θ 很小，有

$$\sin\theta\approx\tan\theta=\frac{x}{f}$$

即

$$x_k=\pm k\frac{f}{a}\lambda$$

$k=1$ 时，得中央明条纹的宽度为

$$\Delta x_0=x_1-x_{-1}=2\frac{f}{a}\lambda=5.46\ \text{mm}$$

第 k 级明条纹的宽度为

$$\Delta x_k=x_{k+1}-x_k=(k+1)\frac{f}{a}\lambda-k\frac{f}{a}\lambda=\frac{f}{a}\lambda$$

与 k 无关，各级明条纹的宽度相等。第二级明纹宽度为

$$\Delta x_2=\Delta x_k=\frac{f}{a}\lambda=2.73\ \text{mm}$$

中央明条纹的宽度为各级明纹宽度的两倍，即

$$\Delta x_0=2\Delta x_k$$

39.

12-31. 利用单缝衍射的原理可以测量位移以及与位移联系的物理量，如热膨胀、形变等。把需要测量位移的对象和一标准直边相连，同另一固定的标准直边形成一单缝，这个单缝宽度变化能反映位移的大小。如果中央明纹两侧的正、负第 k 级暗（亮）纹之间距离的变化为 dx_k，证明：

$$dx_k=-\frac{2k\lambda f}{a^2}da$$

式中 f 为透镜的焦距，da 为单缝宽度的变化（$da\ll a$）。

（注意，教材中此题结论印刷有误）

分析：单缝衍射图样相对中央明纹中心对称分布，单缝的缝宽 a 越小，则明、暗条纹越宽，条纹的间距越大，衍射越显著。

证：以 x_k 表示中央明纹两侧第 k 级的两个暗纹的间距，则屏上第 k 级暗条纹的坐标为（$x_k/2$），有

$$a\sin\theta\approx a\frac{x_k}{2f}=k\lambda$$

$$x_k=\frac{2k\lambda f}{a}$$

两边取微分，得

$$dx_k=-\frac{2k\lambda f}{a^2}da$$

命题得证。式中负号表明，若 $da<0$，有 $dx_k>0$，即缝宽越小，衍射越显著。

40.

12-33 已知一个每厘米刻有 4 000 条缝的光栅，利用这个光栅可以产生多少个完整的可见光谱（$\lambda=400\sim760$ nm）？

（即以白光垂直入射，能观察到 400~760nm 波长的连续光谱为一个完整的光谱；如果光谱发生位置重叠要排除）

分析：在平行白光（$\lambda=400\sim760$ nm）垂直入射于光栅后形成的光谱中，各波长零级主极大的衍射光强非相干地重叠，呈白色细条纹，在其两侧排列有衍射光谱。一个完整的可见光谱，由按波长从短到长（由紫到红）、由里及外的同一级次主极大排列而成。当高级次光谱中短波长的主极大与低一级次光谱中某波长的主极大处于同一衍射角时，这两个光谱开始重叠。

解：设 λ_R 为最大波长（红光），λ_P 为最小波长（紫光）。光栅常量为

$$a+b=\frac{L}{N}=\frac{1\times10^{-2}}{4\ 000}\text{ m}=2.5\times10^{-6}\text{ m}$$

光栅方程为

$$(a+b)\sin\theta=k\lambda,\quad k=0,\pm1,\pm2,\cdots$$

令 $\sin\theta=1$，得红光主极大的最高级次

$$k=\frac{a+b}{\lambda_R}=\frac{2.5\times10^{-6}}{760\times10^{-9}}=3.29$$

取整数 $k=3$。这个光栅可以产生 3 个完整的可见光谱。

设衍射角为 θ 方向上，λ_P 的第 $(k+1)$ 级主极大与 λ_R 的第 k 级主极大重叠，有

$$(a+b)\sin\theta=k\lambda_R=(k+1)\lambda_P$$

可得

$$k=\frac{\lambda_P}{\lambda_R-\lambda_P}=\frac{400}{760-400}=1.1$$

可见光的第二级与第三级光谱将发生重叠。可见光独立完整的光谱是第一级。

41.

12-42　一直径为 2 mm 的氦氖激光束射向月球表面，其波长为 632.8 nm.已知月球和地面的距离为 3.84×10^{5} km.试求：(1) 在月球上得到的光斑的直径有多大？(2) 如果这激光束经扩束器扩展成直径为 2 m，则在月球表面上得到的光斑直径将为多大？在激光测距仪中，通常采用激光扩束器，这是为什么？

分析：激光束受通光孔径的衍射作用，存在一定程度的发散，在月球表面形成圆孔衍射图样。艾里斑角半径 θ_1 的大小可反映光束发散的程度。

解：(1) 设激光束直径为 d，地面至月球表面距离为 L，在月球表面，激光束形成艾里斑的直径为 D，有 $D=2L\theta_1$。艾里斑的角半径 θ_1 为

$$\theta_1=1.22\frac{\lambda}{d}$$

所以　$$D=1.22\frac{2L\lambda}{d}=1.22\times\frac{2\times3.84\times10^{8}\times632.8\times10^{-9}}{2\times10^{-3}}\ \mathrm{m}=2.96\times10^{5}\ \mathrm{m}$$

(2) 若激光束扩束为 d'，则艾里斑直径为

$$D'=\frac{d}{d'}D=\frac{2\times10^{-3}}{2}\times2.96\times10^{5}\ \mathrm{m}=296\ \mathrm{m}$$

使用激光扩束器，可减小激光束的发散，使激光束的光能集中，方向性更好，有利于提高测距精度。