

# 作业十八：Compressive Sensing

## 数据集 & 任务

本题使用的数据集可以从 [\[此链接\]](#) 下载。该数据集是一张包含  $40 \times 30$  个像素点的图片 (tree.png)。为了方便，图片已经转化成了一个二维数组 (tree.txt)，其中 0 表示黑点，1 表示白点。

### 任务

1. 令  $n$  表示像素点总数,  $k$  表示所有像素中 1 的数量。请输出  $k/n$  的值。注意到 Compressive Sensing 只对稀疏向量有效, 因此我们期望看到一个较小的  $k/n$ 。
2. 请生成一个  $1200 \times 1200$  的矩阵  $A$ , 其中每个元素独立地从标准高斯分布  $\mathcal{N}(0, 1)$  中采样。令  $A_r$  表示矩阵  $A$  的前  $r$  行组成的矩阵。将 tree.txt 中的 0-1 矩阵转化成一个长度为 1200 的 0-1 向量, 记为  $x$ 。我们用  $b_r = A_r x$  表示对图片的压缩。  
根据课堂内容, 我们可以利用线性规划从  $b_r$  计算出  $x_r \approx x$ 。请你从  $b_{600}$  中还原出  $x_{600}$ , 并计算  $\|x_{600} - x\|_1$ 。
3. 令  $r^*$  表示最小的  $r$ , 使得  $\|x_r - x\|_1 \leq 0.001$ 。请计算  $r^*$ 。(提示: 建议使用二分查找。)
4. 请画出当  $r$  取值从  $r^* - 10$  增长到  $r^* + 2$  时,  $\|x_r - x\|_1$  的变化趋势图。你应该可以看到一个断崖式下降。画图可以参考使用之前作业给出的使用 matplotlib 的方法。

本次作业不限编程语言, 并且你可以调用任何类库或者开源代码实现线性规划算法。当然也可以自己实现一个。

## 提交作业

你需要提交代码以及 PDF 格式的实验报告, 请将所有提交文件以压缩包的形式提交至教学网, 压缩包命名为“HW18+ 学号 + 姓名”。

## 分数组成

实验报告没有格式要求, 但是需要清楚地回答任务中的四个问题。提交的答案需要与提交的代码一致 (即运行代码可以得到你提交的答案; 对于随机算法, 你可以考虑在程序中固定一个随机种子), 否则给 0 分。具体要求以及得分占比如下:

1. 对于第 1 题，实验报告需要包含一个实数表示  $k/m$ ，分数占比为 5%.
2. 对于第 2 题，实验报告需要包含代码以及一个实数表示  $\|x_{600} - x\|_1$ ，分数占比为 45%.
3. 对于第 3 题，实验报告需要包含代码以及一个整数表示  $r^*$ ，分数占比为 30%.
4. 对于第 4 题，实验报告需要包含一张趋势图，分数占比为 20%.