

## 并行与分布式计算导论 作业 2

### PDC 2025s Homework 2

截止期限 2025 年 5 月 14 日 23:59

DDL: 2025 May. 14 23:59 (GMT+8)

1. 根据假定的拓扑结构写出如下 Collective Communication 的伪代码。同时，考虑简化的通信开销模型（包括 setup time  $\alpha$  和 per-word transfer time  $\beta$ ），计算你给出伪代码的通信开销（假设一个节点一次只能和另一个节点通信，被传递的消息不考虑分块）。
  - a. 全连接网络中二项树路径的 One-to-all Broadcast.
  - b. 超立方体网络的 Scatter，并简述算法在本题的假设下 $\alpha$ 和 $\beta$ 系数的最优性。
2. 给定  $p$  个处理器按照 $(\sqrt{p} \times \sqrt{p})$ 大小的 2D-mesh 拓扑连接成的并行系统，现需在该系统上实现规模为  $N$  的归约求和（Reduce Sum）操作，并且要求每个处理器上均有最终求和结果（即 AllReduce），回答下列问题：
  - a. 假设现在每个处理器上均有计算好的部分和，考虑简化的通信开销模型（包括 setup time  $\alpha$  和 per-word transfer time  $\beta$ ），给出该并行系统实现 AllReduce 的伪代码，并分析你给出伪代码对应的通信开销  $T_{\text{comm}}$ （其中部分和的大小为  $n$  个 word）。
  - b. 假设处理器串行进行加法，且计算一次加法的时间为  $t$ ，可知单处理器串行归约求和的时间为  $T_{\text{seq}}=Nt$ ，给出  $p$  个处理器并行计算的时间  $T_{\text{comp}}$ ，并根据 a 中你所提的  $T_{\text{comm}}$  给出系统的效率函数  $E$ 。
  - c. 分析该系统使用上述计算和通信方法完成归约求和的等效率关系（Isoefficiency）和可扩展性（Scalability Metric）。