1.

1. $\lambda = Ax$. $dE = \dfrac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \dfrac{Ax\,dx}{4\pi\varepsilon_0 (L+b-x)^2}$

(1.8)

$$E = \int dE = \int_0^L \frac{A}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{x}{(L+b-x)^2} dx = \frac{A}{4\pi\varepsilon_0}\int_b^{L+b} \left(\frac{L+b}{y^2} - \frac{1}{y}\right) dy$$

$$= \frac{A}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{L}{b} + \ln\frac{b}{L+b}\right)$$

$\lambda = A(L+b-x)^2$. $dE = \dfrac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \dfrac{A}{4\pi\varepsilon_0} dx$.

$$E = \int dE = \int_0^L \frac{A}{4\pi\varepsilon_0} dx = \frac{AL}{4\pi\varepsilon_0}$$

电场 E 的方向是 x 轴正方向

2.

取半径为r的高斯面($a \le r \le b$)，面上的$Q \to 0$

由对称性：$\varphi = 4\pi r^2 E(r) = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\left[Q + \int_a^r \dfrac{A}{r} \cdot 4\pi r^2 dr\right]$

$E(r) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} + \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^2} 2\pi A(r^2 - a^2)$ 为定值，则 $A = \dfrac{Q}{2\pi a^2}$

3.

3. (1) 由高斯定理：$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \dfrac{\sum_{(S内)} q}{\varepsilon_0} = 0 \Rightarrow E_1 = 0$.

(2) 取以中心轴为中心，$r \in [a,b]$的圆柱面为高斯面

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \dfrac{q_内}{\varepsilon_0}$

$E \cdot 2\pi r \cdot h = \dfrac{2\pi R_1 h \sigma}{\varepsilon_0} \Rightarrow E_2 = \dfrac{R_1 \sigma}{r \cdot \varepsilon_0}$

(3) 同(2)问取$r > b$的高斯面

$\therefore \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \dfrac{q_内}{\varepsilon_0}$

$\therefore E \cdot 2\pi r \cdot h = \dfrac{1}{\varepsilon_0} \cdot (2\pi R_1 h \sigma - 2\pi R_2 h \sigma) \Rightarrow E_3 = \dfrac{(R_1 - R_2)\sigma}{r \varepsilon_0}$

场强方向为柱坐标 r 的正方向

4.

如图 7.11(a)(b)所示，在无限大平板中建立坐标系，x 轴零点在板中心，在板内根据高斯定理取一平行于 x 轴，高为 $2x'$，横截面为 ΔS_1 的柱面作为高斯面$\left(|x'|<\dfrac{d}{2}\right)$，

$$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}=\sum\frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E\Delta S_1+E\Delta S_1=\frac{2\mid x'\mid \Delta S_1\rho}{\varepsilon_0}$$

$$E=\pm\frac{\rho\mid x'\mid}{\varepsilon_0}=\frac{\rho x'}{\varepsilon_0}\qquad(\mid x'\mid<\frac{d}{2})$$

在板外作横截面为 ΔS_2 的高斯柱面，两底离原点分别为$\pm|x|$，由高斯定理得

$$2\Delta S_2 E=\frac{\rho d\,\Delta S_2}{\varepsilon_0}$$

$$E=\pm\frac{\rho d}{2\varepsilon_0}\qquad(\mid x\mid>\frac{d}{2})$$

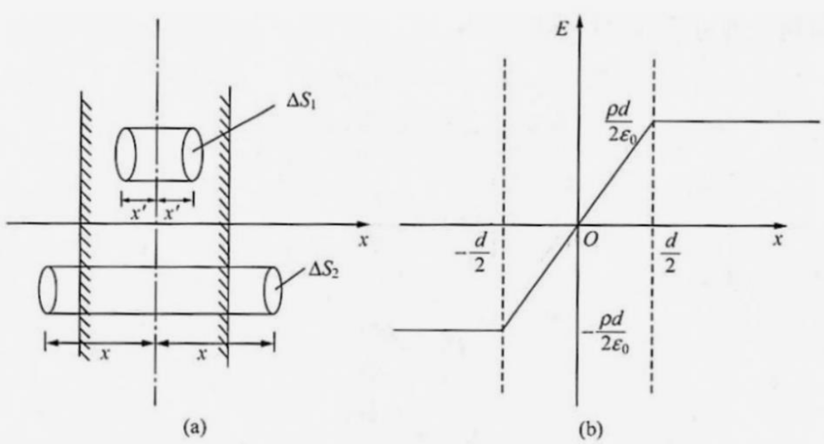


图 7.11

场强 E 的方向是 x 轴正方向

5.

以圆柱桶中心作为坐标原点建立坐标系，通过高斯定理计算电场分布

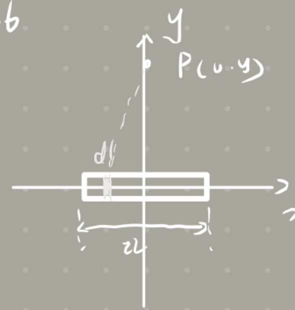
$$E=\begin{cases}0 & r<a\\ \dfrac{\rho}{2\varepsilon_0 r}(r^2-a^2) & a<r<b\\ \dfrac{\rho}{2\varepsilon_0 r}(b^2-a^2) & r>b\end{cases}$$

取外壳 a 为电势 0 点，对电场积分可以得到电势分布（电势 0 点选取不同，结果不同）

$$U=\begin{cases}0 & r\le a\\ \dfrac{\rho a^2}{2\varepsilon_0}ln\dfrac{r}{a}-\dfrac{\rho}{4\varepsilon_0}(r^2-a^2) & a<r<b\\ \dfrac{\rho}{2\varepsilon_0}\left[\dfrac{1}{2}(a^2-b^2)+a^2ln\dfrac{b}{a}+(b^2-a^2)ln\dfrac{b}{r}\right] & r\ge b\end{cases}$$

6.

T6



$\lambda = \frac{q}{2l}$ 设y轴上点P坐标(0·y)

取线微元dl，以无限远处为零电势点

$$\Rightarrow U_p = \int dU = \int_{-l}^{l} \frac{\lambda \cdot dx}{4\pi\varepsilon_0 \cdot \sqrt{x^2+y^2}}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot l} \cdot \int_0^l \frac{dx}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot l} \cdot \ln\left(x+\sqrt{x^2+y^2}\right)\Big|_0^l$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l} \ln\left(\frac{l+\sqrt{l^2+y^2}}{y}\right)$$

$$E = -\frac{\partial U_y}{\partial y} = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 l} \frac{d}{dy}\left[\ln\frac{l+\sqrt{l^2+y^2}}{y}\right]$$

$$= \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 l}\left(\frac{y}{l\cdot\sqrt{l^2+y^2}+l^2+y^2} - \frac{1}{y}\right)$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 y\cdot\sqrt{l^2+y^2}}$$

电场强度 E 的方向是 y 轴正方向。