AI 引论作业 1

2300012929 尹锦润

2024 年 2 月 22 日

一

记事件 A_i 为选中第 i 级选手，事件 B_i 为第 i 记选手击中十环，事件 C 为问题描述事件。

那么

$$\begin{aligned} P(C) &= \sum P(A_i)P(B_i) \\ &= \frac{4*0.9+7*0.7+6*0.5+3*0.3}{20} \\ &= 0.62 \end{aligned}$$

二

记事件 A_1 为选出的为男性，A_2 为选出的为女性，B 为选出的为色盲。

$$P(B|A_1) = 0.05$$
$$P(B|A_2) = 0.005$$
$$P(A_1) = P(A_2) = 0.5$$
$$P(B) = P(B|A_1)P(A_1) + P(B|A_2)P(A_2) = 0.055 * 0.5 = 0.0275$$
$$P(A_1|B) = \frac{P(A_1B)}{P(B)} = \frac{0.05*0.5}{0.0275} = \frac{10}{11}$$

三

（1）

记 A 为该同学第一次作业合格，B 为该同学第二次作业合格，C 为他可以参加期末考试。

有

$$P(A) = p$$
$$P(B|A) = p$$
$$P(B|\overline{A}) = \frac{p}{4}$$
$$P(\overline{C}) = P(\overline{AB}) = P(\overline{B}|\overline{A})P(\overline{A}) = \left(1 - \frac{p}{4}\right)(1-p)$$
$$P(C) = 1 - P(\overline{C}) = 1 - \left(1 - \frac{p}{4}\right)(1-p)$$

(2)

$$P(B) = P(B|A)P(A) + P(B|\overline{A})P(\overline{A}) = p^2 + \frac{p}{4}(1-p) = \frac{3}{4}p^2 + \frac{p}{4}$$
$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{p^2}{\frac{3}{4}p^2 + \frac{p}{4}} = \frac{4p}{3p+1}$$

四

分布律:

$$P\{X=4\} = \frac{\binom{4}{4}}{\binom{6}{4}} = \frac{1}{15}$$
$$P\{X=5\} = \frac{\binom{5}{4} - \binom{4}{4}}{\binom{6}{4}} = \frac{4}{15}$$
$$P\{X=6\} = \frac{\binom{6}{4} - \binom{5}{4}}{\binom{6}{4}} = \frac{10}{15}$$

分布函数:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ,x < 4 \\ \frac{1}{15} & ,4 \leqslant x < 5 \\ \frac{1}{3} & ,5 \leqslant x < 6 \\ 1 & ,6 \leqslant x \end{cases}$$

五

$$E(X) = 3 \times \frac{5}{15} = 1$$

六

(1)

$$1=2\int_0^{+\infty} f(x)\mathrm{d}x=2A\left(\frac{1}{-2}e^{-2x}\Big|_0^{+\infty}\right)=A$$

因此 $A=1$。

(2)

当 $x>0$ 时，$F(x)=\frac{1}{2}+\int_0^x f(t)\mathrm{d}t=1-\frac{e^{-2x}}{2}$。

当 $x\leqslant 0$ 时，$F(x)=\frac{1}{2}-\int_x^0 f(t)\mathrm{d}t=\frac{e^{-2|x|}}{2}$。

(3)

$$F(3)=1-\frac{e^{-6}}{2}$$
$$F(-2)=\frac{e^{-4}}{2}$$
$$F(3)-F(-2)=1-\frac{1}{2}\left(e^{-6}+e^{-4}\right)$$

七

(1)

$$E(X)=\int_0^{+\infty} f(x)x\mathrm{d}x=\int_0^{+\infty}\left(xe^{-x}\right)\mathrm{d}x=-(1+x)e^{-x}\Big|_0^{+\infty}=1$$

(2)

$$E\left(X^2\right)=\int_0^{+\infty} f(x)x^2\mathrm{d}x=\int_0^{+\infty} e^{-x}x^2\mathrm{d}x=-\left(x^2+2x+2\right)e^{-x}\Big|_0^{+\infty}=2$$
$$D(X)=E\left(X^2\right)-E(X)=1$$