

20240520作业

1. 求函数 $\cos(\alpha + \beta x)$ 的麦克劳林展式, 其中 α, β 为非零常数.
2. 求函数 $\arctan \frac{2(1-x)}{1+4x}$ 的麦克劳林展式.
3. 求函数 $f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)} \left(\frac{x+1}{2}\right)^n$ 的麦克劳林展式.
4. 设在闭区间 $[a, b]$ 上函数 $f(x)$ 的各阶导数存在并且非负, 证明
$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x-a)^n, \quad \forall x \in [a, b].$$
5. 设非常数函数 $f(x)$ 在 (a, b) 内每一点都可以展成幂级数. 试证明 $f(x)$ 的零点集在 (a, b) 内没有聚点.