

## 20240408作业

1. 设对于 $\forall n \in \mathbb{N}$ 有 $a_n > 0$ 并且级数 $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{a_n}$ 收敛, 证明 $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{a_1 + \cdots + a_n}$ 也收敛.
2. 证明 $\prod_{n=1}^{\infty} \cos \frac{\pi}{2^{n+1}} = \frac{2}{\pi}$ .
3. 讨论无穷乘积的敛散性: $\prod_{n=1}^{+\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{n}}$ .
4. 试构造一个发散级数 $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ , 使得 $\prod_{n=1}^{+\infty} (1 + a_n)$ 收敛.