Chương 2: Hai hệ lực cơ bản

Hệ lực không gian phức tạp = **Hệ lực đồng quy** + **Hệ các ngẫu lực**

§1 Hệ lực đồng quy

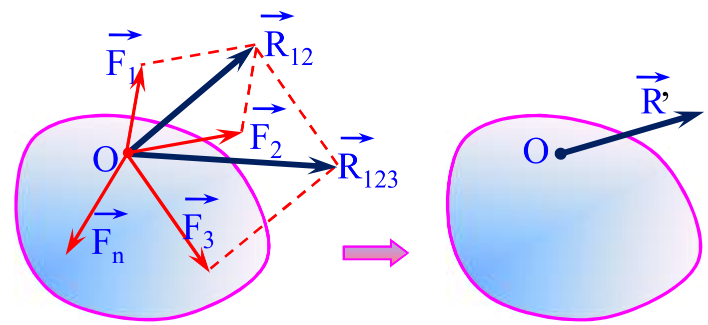
1.1 Định nghĩa hệ lực đồng quy.

Hệ lực đồng quy là hệ của những lực cùng đặt tại một điểm. $\left(\vec{F_1}, \vec{F_2}, \ldots, \vec{F_n}\right)_O$

1.2 Véctơ chính của hệ lực đồng quy.

a) Định lý:

Hệ lực đồng quy sẽ tương đương với một lực, lực đó đạt tại điểm đồng quy và biểu diễn bằng véctơ chính của hệ lực đó,



Hình 2.1

$$\overrightarrow{R'} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \ldots + \vec{F_n} = \sum_{1}^{n} \vec{F_k}$$

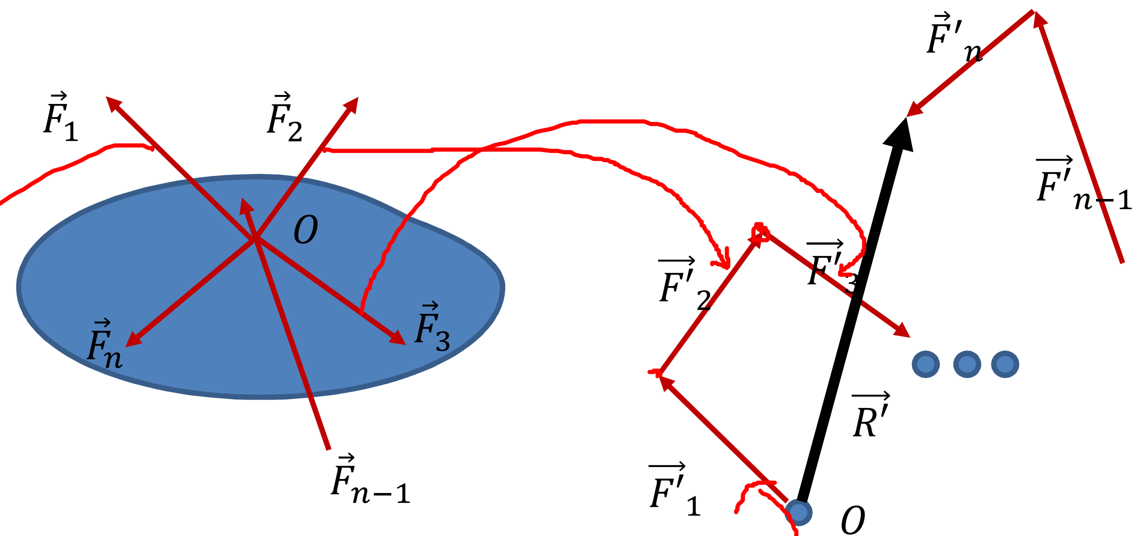
b) Cách xác định véc tơ chính:

+Phương pháp hình học

+Phương pháp giải tích

➢ **Cách 1: Phương pháp hình học**

- Lấy điểm O bất kỳ
- Từ O, dựng vector $\vec{F}'_1 = \vec{F}_1$
- Từ ngọn của $\vec{F}'_1$, dựng $\vec{F}'_2 = \vec{F}_2$



- Làm tương tự đến $\vec{F}_n$

-Vậy: Vector $\overrightarrow{R'}$ có gốc là O, ngọn là ngọn của $\vec{F}'_n$ là vector chính của hệ $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$

➢ Cách 2: Phương pháp giải tích

- Dựng hệ trục Oxyz tại điểm O
- Chiếu $\vec{F}_1$ lên 3 trục Ox, Oy, Oz ta được $\vec{F}_1 = (X_1, Y_1, Z_1)$
- Chiếu $\vec{F}_2$ lên 3 trục Ox, Oy, Oz ta được $\vec{F}_2 = (X_2, Y_2, Z_2)$
- Làm tương tự đến $\vec{F}_n$, ta được $\vec{F}_n = (X_n, Y_n, Z_n)$
- Cộng vế với vế các lực thành phần ta được

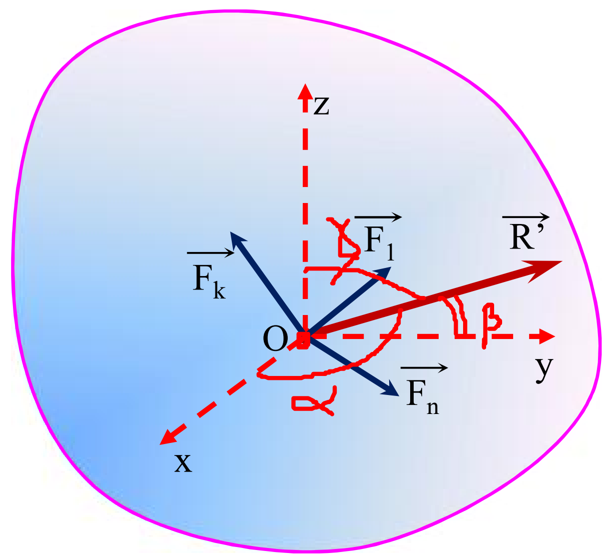
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n = \overrightarrow{R'} = (R'_x, R'_y, R'_z)$$

$$\begin{cases} R'_x = \sum_1^n X_k \\ R'_y = \sum_1^n Y_k \\ R'_z = \sum_1^n Z_k \end{cases} \quad (2.2)$$

Độ lớn của véctơ chính: $R' = \sqrt{R'^2_x + R'^2_y + R'^2_z}$ (2.3)

Phương, chiều véc tơ chính:

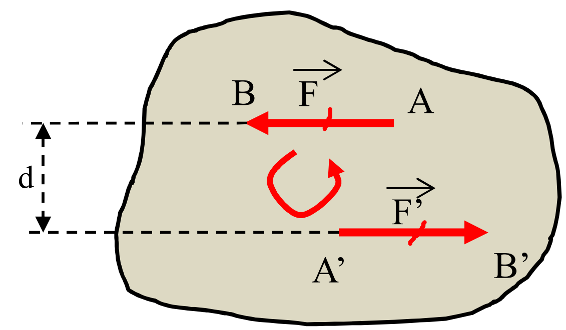
$$\begin{cases} \cos(\overrightarrow{R'}, \vec{i}) = \dfrac{R'_x}{R'} = \cos\alpha \rightarrow \alpha \\ \cos(\overrightarrow{R'}, \vec{j}) = \dfrac{R'_y}{R'} = \cos\beta \rightarrow \beta \\ \cos(\overrightarrow{R'}, \vec{k}) = \dfrac{R'_z}{R'} = \cos\gamma \rightarrow \gamma \end{cases} \quad (2.4)$$



Hình 16

Hệ lực phức tạp = **Hệ lực đồng quy** + **Hệ các ngẫu lực**

§2 Hệ ngẫu lực



Hình 2.1

1.1 Khái niệm Ngẫu lực và đặc trưng tác dụng của Ngẫu.

a) Định nghĩa:

Ngẫu lực là hệ hai lực song song, ngược chiều cùng độ lớn.

Kí hiệu ngẫu lực là: ngẫu $(\vec{F}, \overrightarrow{F'})$

b) Đặc trưng tác dụng của ngẫu:

-Hai lực của ngẫu $(\vec{F}, \overrightarrow{F'})$.

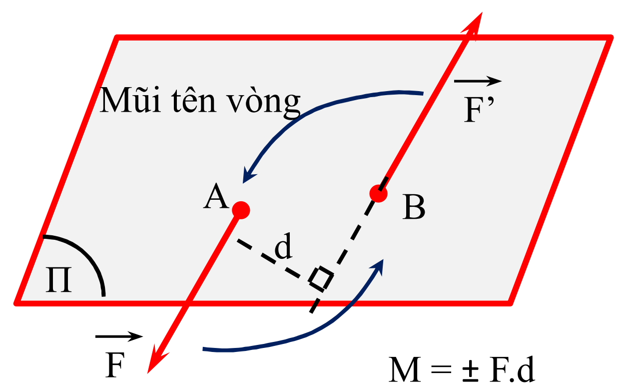
-Cánh tay đòn ngẫu: d

+*Mặt phẳng* Π *chứa hai lực – MP tác dụng của ngẫu.*

+*Chiều tác dụng của ngẫu – Chiều mũi tên vòng*

+*Giá trị momen đại số của ngẫu:* $M = \pm F.d$

+
−



Hình 2.2

1.2 Vecto momen ngẫu

~~Véctơ~~ mômen ngẫu lực là một véctơ, có phương vuông góc với mặt phẳng tác dụng của ngẫu, có chiều sao cho khi nhìn từ đầu mút véctơ xuống gốc thấy chiều quay của ngẫu ngược chiều kim đồng hồ và có độ lớn bằng giá trị mômen của ngẫu lực.

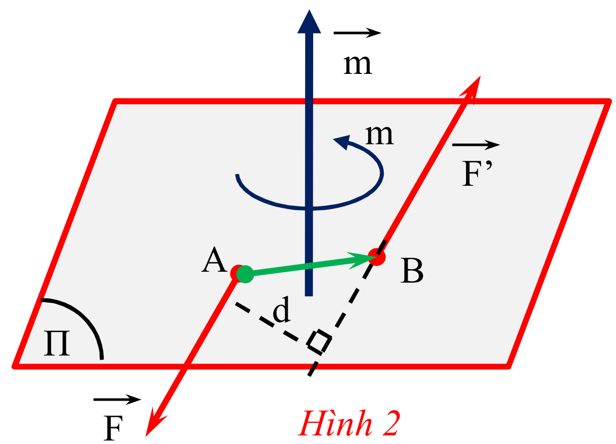
+Mặt phẳng Π– MP tác dụng của ngẫu.

+Chiều tác dụng– Chiều mũi tên vòng

+Giá trị momen đại số của ngẫu: $M = \pm F.d$

$$\vec{m} = \vec{AB} \times \vec{F'} = \vec{BA} \times \vec{F} \qquad \Rightarrow |\vec{m}| = |\vec{BA}|.|\vec{F}|.\sin\left(\vec{BA}, \vec{F}\right)$$

Đây là một véctơ tự do có điểm đặt tùy ý

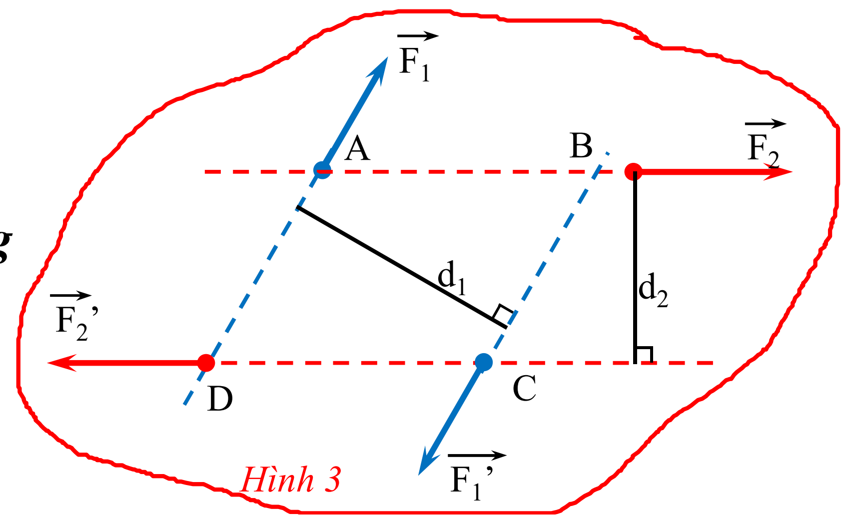


Hình 2

1.3 Sự tương đương của ngẫu:

A,Định lý 1: *Hai* ngẫu lực cùng nằm trong một mặt phẳng, có cùng chiều quay và có cùng giá trị mômen thì tương đương với nhau.

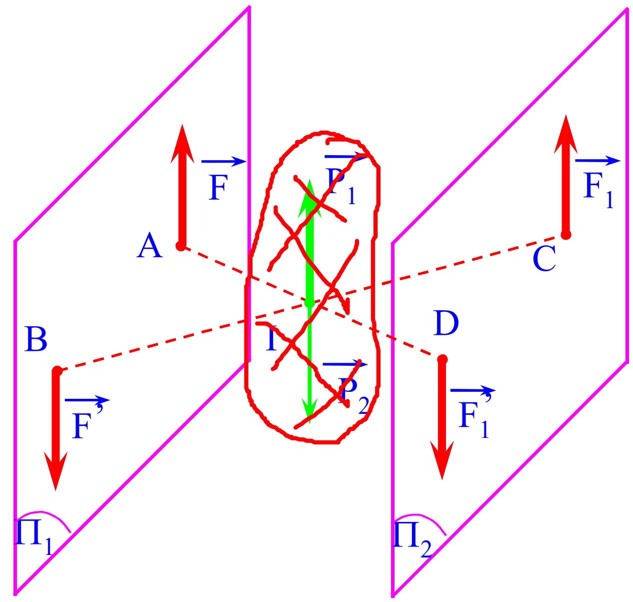
$$\left(\vec{F_1}, \vec{F_1}'\right) \sim \left(\vec{F_2}, \vec{F_2}'\right) \begin{cases} - \ \textbf{\textit{Cùng mặt phẳng tác dụng}} \\ - \ \textbf{\textit{Cùng chiều quay}} \\ - \ m_1 = F_1.d_1 = F_2.d_2 \end{cases}$$



Hình 3

1.3 Sự tương đương của ngẫu:

B, Định lý 2 : Tác dụng của ngẫu lực không thay đổi khi ta dời mặt phẳng tác dụng của ngẫu lực song song với chính nó.



Hình 2.2

Vậy qua hai định lý về sự tương đương của ngẫu, ta thấy Ngẫu là một vecto tự do.

1.4. Hệ ngẫu lực.

$$(\overrightarrow{m_1}, \overrightarrow{m_2}, \ldots \overrightarrow{m_n})$$

a, Định lý :

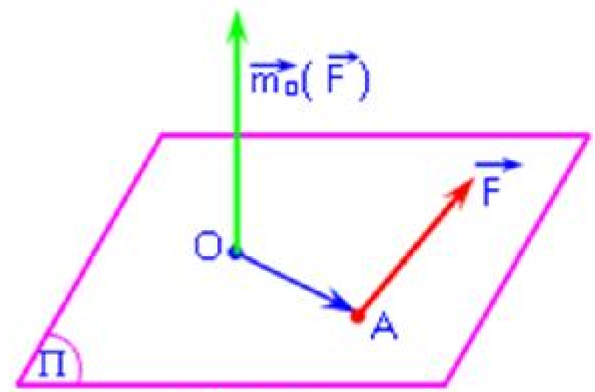
Hệ các ngẫu lực tương đương với một ngẫu lực tổng hợp có véctơ momen bằng tổng hình học các véctơ momen của các ngẫu lực thành phần:

$$\overrightarrow{M} = \sum_{k=1}^{n} \overrightarrow{m_k}$$

$\vec{M}$: VÉCTƠ MOMEN CHÍNH của hệ các ngẫu lực.

§3 KHÁI NIỆM MOMEN CỦA MỘT LỰC LẤY ĐỐI VỚI MỘT ĐIỂM HOẶC MOMEN CỦA MỘT LỰC LẤY ĐỐI VỚI MỘT TRỤC TỌA ĐỘ

Định nghĩa: Mô men của một lực lấy đối với một tâm (Hoặc mô men của lực lấy đối với một trục) là đại lượng vật lý đặc trưng cho tác dựng của lực làm quay vật rắn quanh một điểm cố định (hoặc một trục cố định).



Hình 2.5a

3.1. Mômen lực đối với một tâm

a) Định nghĩa:

Momen lực F đối với một tâm O là đại lượng

véc tơ được xác định theo công thức:

$$\vec{m}_O(\vec{F}) = \overrightarrow{OA} x \vec{F} \qquad (3.1)$$

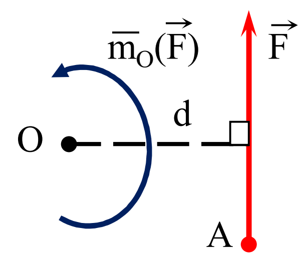
b) Xác định mô men của lực đối với một tâm bằng phương pháp giải tích.

$$\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}; \ \overrightarrow{OA} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$\vec{m}_O(\vec{F}) = \overrightarrow{OA} x \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

$$\boxed{= (yF_z - zF_y)\vec{i} + (zF_x - xF_z)\vec{j} + (xF_y - yF_x)\vec{k} = m_x\vec{i} + m_y\vec{j} + m_z\vec{k}}$$

$$= F.d$$



Hình 2.6

3.2. Mômen lực đối với một trục

a) **Định nghĩa:** Mômen của lực F lấy đối với trục z là đại lượng đại số, đặc trưng cho tác dụng làm quay vật quanh một trục cố đinh. Kí hiệu $\overline{m}_z(\vec{F})$, được xác định theo công thức:

$$\overline{m}_z(\vec{F}) = \pm F_1.d$$

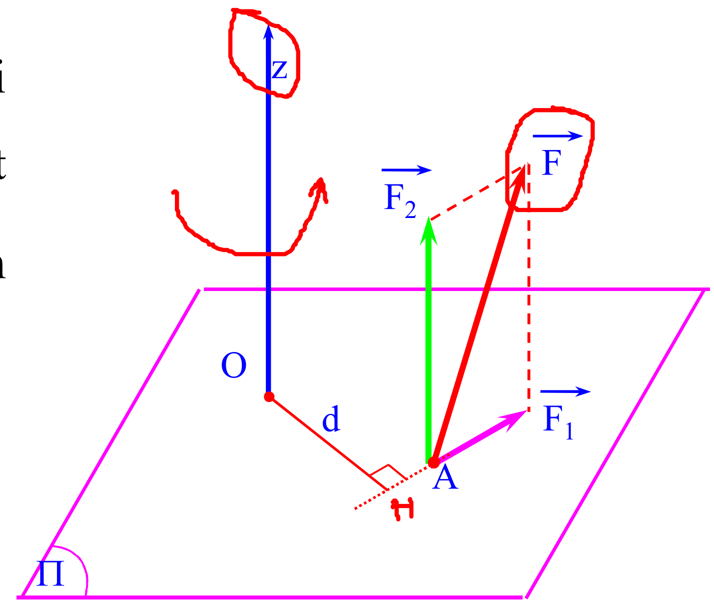
+ (−)

-Trình tự tính momen theo 3 bước:

+ Dựng mặt phẳng (Π) vuông góc trục z

+ F_1 là hình chiếu của F lên mặt phẳng (Π)

+ d là khoảng cách từ O tới F_1



Hình 2.7

$\{O\} = z \cap (\Pi)$

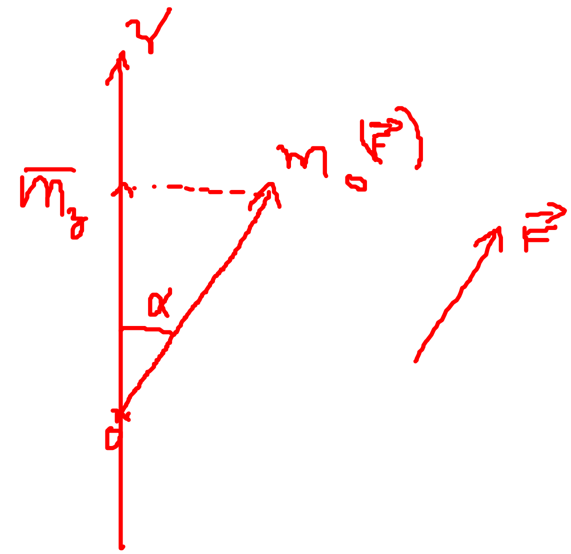
b) Tính chất:

- Mô men của lực lấy đối với một trục không thay đổi khi ta trượt lực dọc theo giá của nó.

$$\overline{m}_z(\vec{F}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{F} \parallel z \\ \vec{F} \times z \end{cases}$$

cắt

3.3 Liên hệ véctơ mômen của lực đối với một tâm và mômen của lực đối với một trục



A,Định lý: Mô men của một lực đối với một trục bằng hình chiếu của véc tơ mômen lực đối với tâm nằm trên trục lên trục đó.

$$\overline{m}_z(\vec{F}) = hinhchieu\left[\overrightarrow{m_O}(\vec{F})\right]/trucz$$

$$\overrightarrow{m_O}(\vec{F}) = \overline{m}_x(\vec{F}).\vec{i} + \overline{m}_y(\vec{F}).\vec{j} + \overline{m}_z(\vec{F}).\vec{k}$$

$$\Rightarrow \sum \overrightarrow{m_O}(\vec{F_k}) = \sum \overline{m}_x(\vec{F_k}).\vec{i} + \sum \overline{m}_y(\vec{F_k}).\vec{j} + \sum \overline{m}_z(\vec{F_k}).\vec{k}$$

$$\overrightarrow{M}_O = \overline{M}_x.\vec{i} + \overline{M}_y.\vec{j} + \overline{M}_z.\vec{k}$$

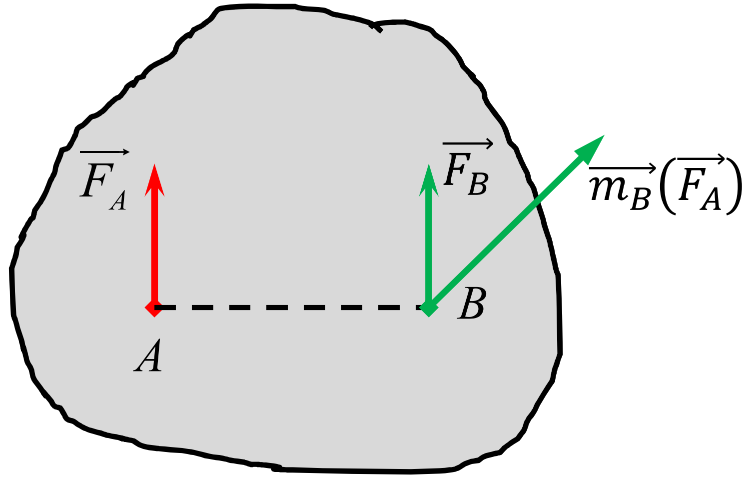
$$M_o(\vec{F}) = (m_x ; m_y ; m_z)$$

Chương 3- HỆ LỰC PHẲNG VÀ ĐIỀU KIÊN CÂN BẰNG HỆ LỰC PHẲNG.

§1 – Thu gọn hệ lực không gian về một điểm

1. Định lý rời lực song song.

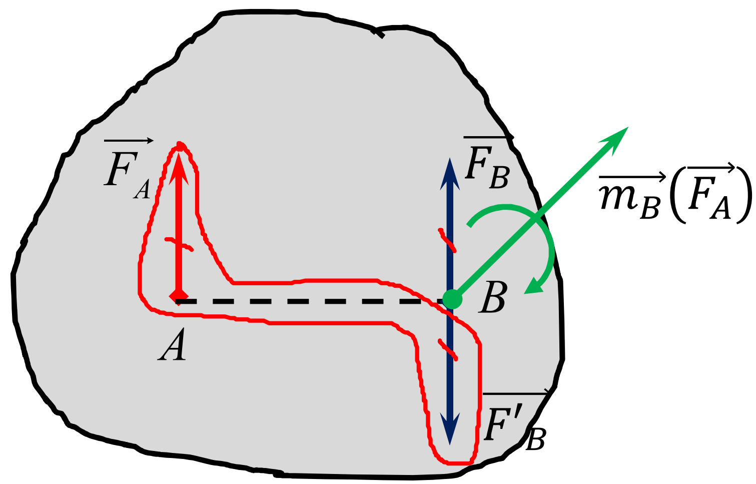
a. Định lý:



Lực $\vec{F}$ tác dụng tại A sẽ tương đương với một lực song song cùng phương, cùng chiều, cùng độ lớn với lực đó đặt tại điểm B và một ngẫu lực có véctơ mômen bằng véctơ mômen của lực $\vec{F}$ đặt tại A lấy đối với điểm B.

$$\overrightarrow{F_A} \sim \left(\overrightarrow{F_B}, \vec{m} = \vec{m}_B(\overrightarrow{F_A})\right)$$

b. Chứng minh



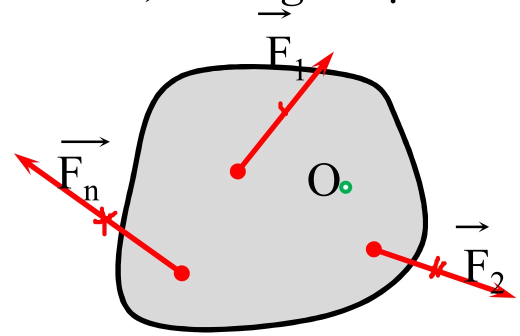
-Xét vật rắn chịu tác dụng lực $\vec{F}$ tại A

-Tại B, ta thêm vào một cặp lực cân bằng $(\overrightarrow{F_B}; \overrightarrow{F'_B})$

-Ta có: $(\overrightarrow{F_A}) \sim (\overrightarrow{F_A}, \overrightarrow{F'_B}, \overrightarrow{F_B}) \sim \left(\overrightarrow{F_B}, \vec{m} = \vec{m}_B(\vec{F}_A)\right)$

2. Phương pháp thu gọn hệ lực không gian bất kỳ về một tâm

a.Định lý: *hệ lực không gian bất kỳ khi thu gọn về một tâm ta được **một lực và một ngẫu lực**, lực đó **đặt tại tâm thu gọn** và được biểu diễn bằng **véctơ chính**, còn ngẫu lực có véctơ mômen bằng **véctơ mômen chính** của hệ lực **đối với tâm thu gọn**.*



$$\boxed{\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2, ..., \vec{F}_n\right) \sim \left(\vec{R}'_O, \vec{M}_O\right)}$$

Chứng minh:

-Cho hệ lực không gian $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ tác dụng vào vật rắn

-Thu gọn hệ lực về tâm O

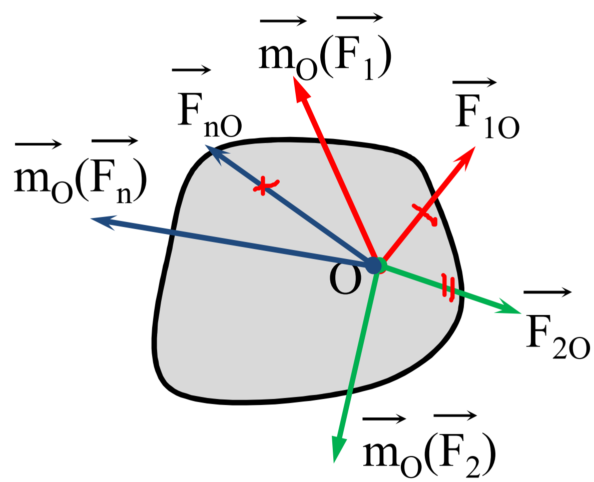
-Thu gọn từng lực trọng hệ lực về O ta được:

$\vec{F}_1 \sim (\vec{F}_{1O}, \vec{m}_O(\vec{F}_1))$

$\vec{F}_2 \sim (\vec{F}_{2O}, \vec{m}_O(\vec{F}_2))$

…

$\vec{F}_n \sim (\vec{F}_{nO}, \vec{m}_O(\vec{F}_n))$



2. Phương pháp thu gọn hệ lực không gian bất kỳ về một tâm

Chứng minh:

-Cho hệ lực không gian $\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n\right)$ tác dụng vào vật rắn

-Thu gọn hệ lực về tâm O

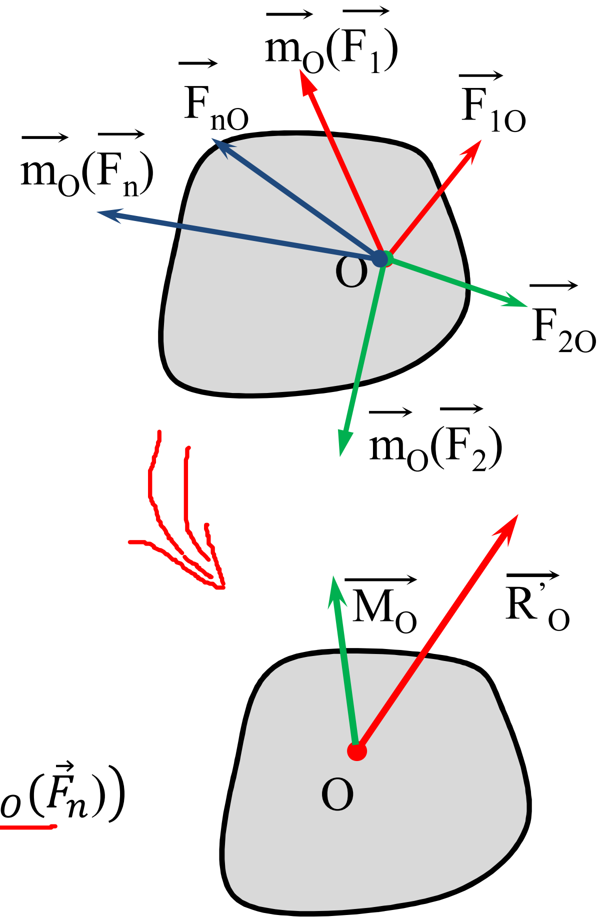
-Thu gọn từng lực trọng hệ lực về O ta được:

$\vec{F}_1 \sim \left(\vec{F}_{1O}, \vec{m}_O(\vec{F}_1)\right)$

$\vec{F}_2 \sim \left(\vec{F}_{2O}, \vec{m}_O(\vec{F}_2)\right)$

…

$\vec{F}_n \sim \left(\vec{F}_{nO}, \vec{m}_O(\vec{F}_n)\right)$



$$\Rightarrow \left(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n\right) \sim \left(\underline{\vec{F}_{1O}, \vec{F}_{2O}, \dots, \vec{F}_{nO}}, \underline{\vec{m}_O(\vec{F}_1), \vec{m}_O(\vec{F}_2), \dots, \vec{m}_O(\vec{F}_n)}\right)$$

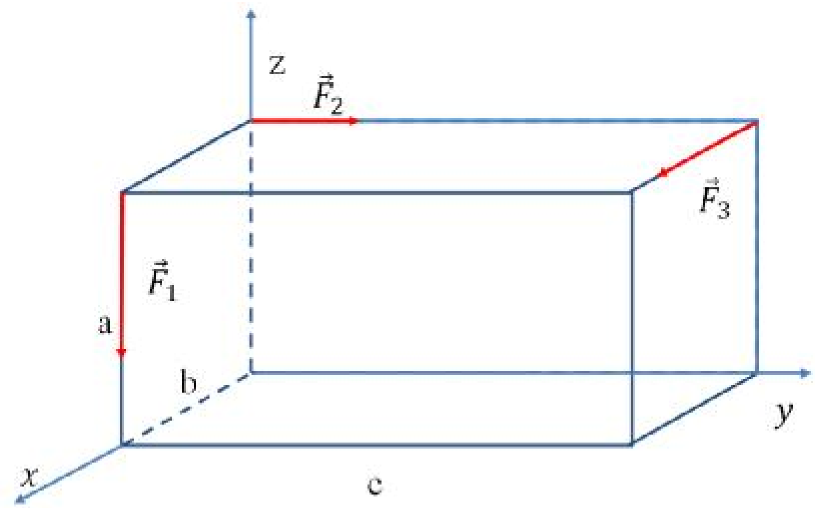
$$\sim \left(\vec{R}'_O, \vec{M}_O\right)$$

-$\left(\vec{F}_{1O}, \vec{F}_{2O}, \dots, \vec{F}_{nO}\right) \sim \overrightarrow{R'}_O$ --Véc tơ chính của hệ lực $\quad \vec{R}'_O = \sum_{k=1}^{n} \vec{F}_{kO}$

-$\left(, \vec{m}_O(\vec{F}_1), \vec{m}_O(\vec{F}_2), \dots, \vec{m}_O(\vec{F}_n)\right) \sim \vec{M}_O$--Véc tơ momen chính của hệ lực $\quad \vec{M}_O = \sum_{k=1}^{n} \vec{m}_O(\vec{F}_k)$

MỘT SỐ VÍ DỤ TÍNH TOÁN

Bài 1. Cho hệ lực tác dụng lên các cạnh của hình hộp chữ nhật như hình vẽ. Cho các lực bằng nhau bằng F. Xác định momen của các lực đối với các trục x,y,z



Giải:

Lực $\overrightarrow{F_1}$:

$$-momen\left(\overrightarrow{F_1}\right):\begin{cases}+m_x\left(\overrightarrow{F_1}\right)=0\\+m_y\left(\overrightarrow{F_1}\right)=F_1.b\\+m_z\left(\overrightarrow{F_1}\right)=0\end{cases}$$

Lực $\overrightarrow{F_2}$:

$$-momen\left(\overrightarrow{F_2}\right):\begin{cases}+m_x\left(\overrightarrow{F_2}\right)=-F_2.\text{a}\\+m_y\left(\overrightarrow{F_2}\right)=0\\+m_z\left(\overrightarrow{F_2}\right)=0\end{cases}$$

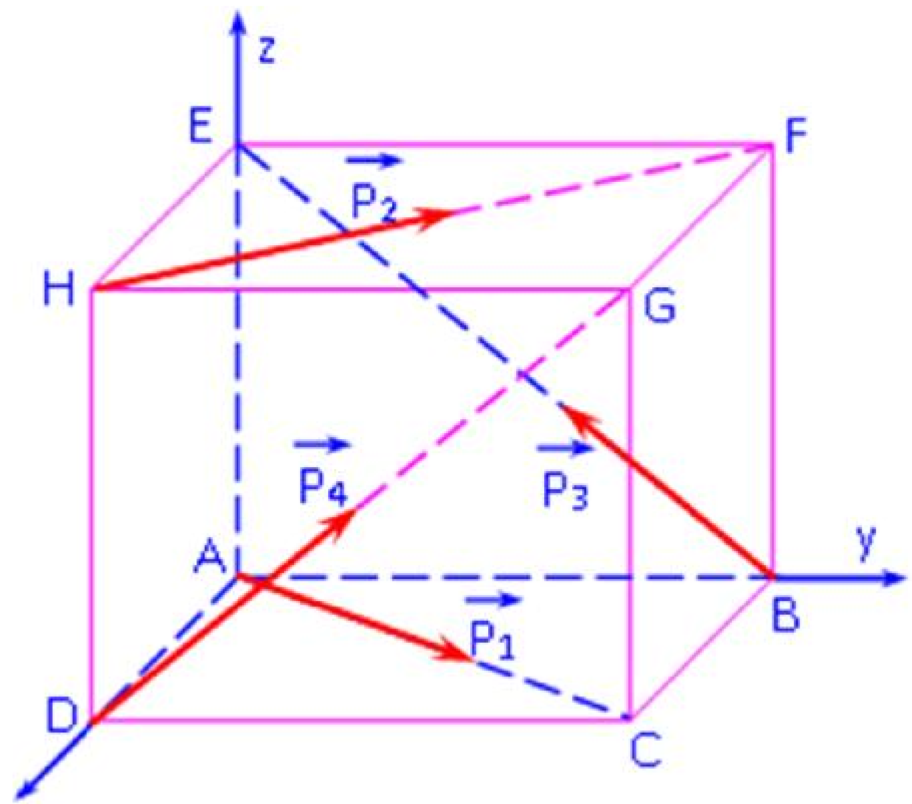
Lực $\overrightarrow{F_3}$:

$$-momen\left(\overrightarrow{F_3}\right):\begin{cases}+m_x\left(\overrightarrow{F_3}\right)=0\\+m_y\left(\overrightarrow{F_3}\right)=F_3.\text{a}\\+m_z\left(\overrightarrow{F_3}\right)=-F_3.\text{c}\end{cases}$$

Ví dụ 2: Cho hệ lực tác dụng lên các cạnh của 1 hình lập phương ABCD.EFGH cạnh a như hình vẽ. Cho 4 lực có độ lớn bằng nhau P (nhv). Xác định véc tơ chính của hệ lực

<u>Giải:</u>

Tính tổng hình chiếu của các lực lên 3 trục x,y,z.



$$R'_x = P_1.\frac{\sqrt{2}}{2} - P_2.\frac{\sqrt{2}}{2} + 0 + 0 = 0$$

$$R'_y = P_1.\frac{\sqrt{2}}{2} + P_2.\frac{\sqrt{2}}{2} - P_3.\frac{\sqrt{2}}{2} + P_4.\frac{\sqrt{2}}{2} = \mathrm{P}\sqrt{2}$$

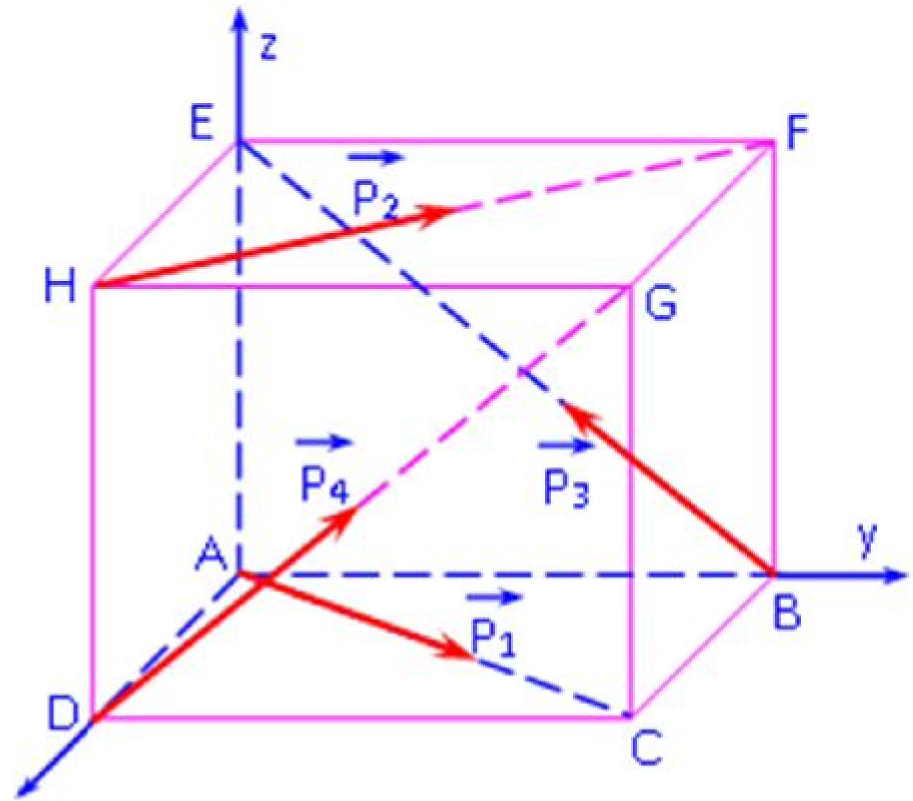
$$R'_z = 0 + 0 + P_3.\frac{\sqrt{2}}{2} + P_4.\frac{\sqrt{2}}{2} = \mathrm{P}\sqrt{2}$$

Vậy vector chính là

$$\overrightarrow{R'} = \left(0, \mathrm{P}\sqrt{2}, \mathrm{P}\sqrt{2}\right)$$

Ví dụ 3: Cho hệ lực tác dụng lên các cạnh của 1 hình lập phương cạnh a như hình vẽ. Cho 4 lực có độ lớn bằng nhau P. Xác định vecto momen chính của hệ lực đối với điểm A

Giải:



-Tính tổng momen của hệ lực đối với các trục

$$M_x = 0 - P_2.\frac{\sqrt{2}}{2}.a + P_3.\frac{\sqrt{2}}{2}.a + 0 = 0$$

$$M_y = 0 - P_2.\frac{\sqrt{2}}{2}.a + 0 - P_4.\frac{\sqrt{2}}{2}.a = -P.a\sqrt{2}$$

$$M_z = 0 + P_2.\frac{\sqrt{2}}{2}.a + 0 + P_4.\frac{\sqrt{2}}{2}.a = Pa\sqrt{2}$$

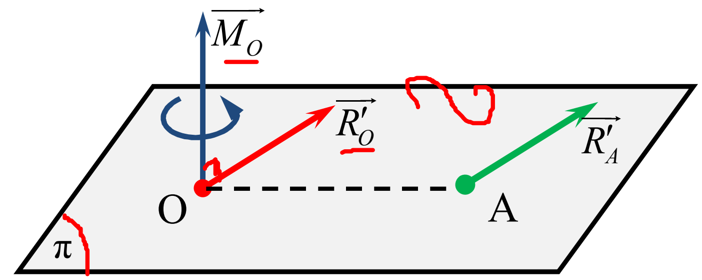
Vậy vector momen của hệ lực đối với O là

$$\vec{M}_O = \left(0, -P.a\sqrt{2}, P.a\sqrt{2}\right)$$

$$\boxed{\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2, ..., \vec{F}_n\right) \sim \left(\vec{R}'_O, \vec{M}_O\right)}$$

3. Dạng tối giản của hệ lực không gian

Hệ lực không gian bất kỳ sẽ tương đương với một trong 5 dạng tối giản sau:



1. $\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n\right) \sim 0 \leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{R'_O} = \vec{0} \\ \overrightarrow{M_O} = \vec{0} \end{cases}$

2. $\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n\right) \sim$ 1 ngẫu lực $\overrightarrow{M_O} \leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{R'_O} = \vec{0} \\ \overrightarrow{M_O} \neq \vec{0} \end{cases}$

3. $\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n\right) \sim$ 1 hợp lực đặt tại O: $\overrightarrow{R'_O} \leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{R'_O} \neq \vec{0} \\ \overrightarrow{M_O} = \vec{0} \end{cases}$

4. $\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n\right) \sim$ 1 hợp lực không đặt tại O: $\overrightarrow{R'_A} \leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{R'_O} \neq \vec{0} \\ \overrightarrow{M_O} \neq \vec{0} \\ \overrightarrow{R'} . \overrightarrow{M_O} = 0 \end{cases}$

đặt tại A

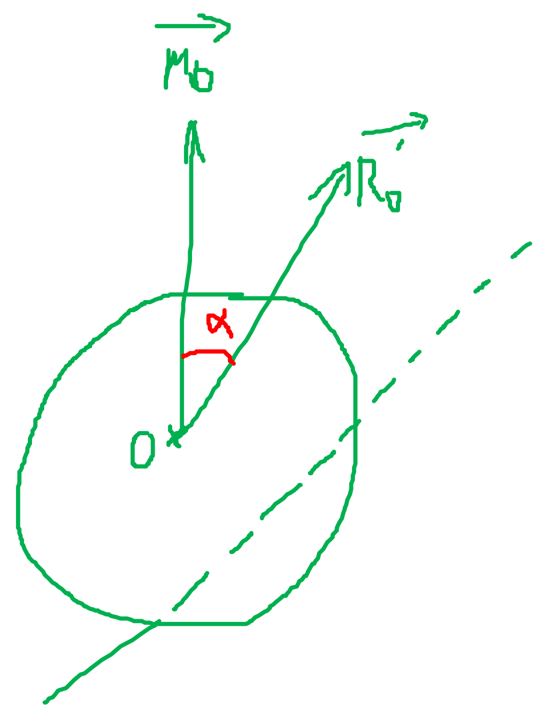
-B1: gọi (π) là mặt phẳng qua O vuông góc với Mo

-B2: Lấy điểm A trong mp (π) sao cho OA vuông góc với Mo và $\overrightarrow{R'_O}$.

$$OA = \frac{\left|\overrightarrow{M_O}\right|}{\left|\vec{R}'_O\right|}$$

-B3: Tại A, dựng $\overrightarrow{R'_A} = \overrightarrow{R'_O}$ (Momen của $\overrightarrow{R'_A}$ tại A đối với O bằng với Mo

5. $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim$ một hệ *lực xoắn* $\leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{R'_O} \neq \vec{0} \\ \overrightarrow{M_O} \neq \vec{0} \\ \overrightarrow{R'_O}.\overrightarrow{M_O} \neq 0 \end{cases}$



Phương trình trục xoắn là:

$$\boxed{\frac{\overline{M}_x-(yR'_z-zR'_y)}{R'_x}=\frac{\overline{M}_y-(zR'_x-xR'_z)}{R'_y}=\frac{\overline{M}_z-(xR'_y-yR'_x)}{R'_z}}$$

Sinh viên tìm hiểu thêm

4. Định lý Varinhong

<u>a. Định lý</u>*: trong trường hợp hệ lực có hợp lực thì véctơ mômen của hợp lực đối với một tâm O nào đó bằng véctơ mômen chính của hệ lực đối với tâm đó.*

$$(\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \ldots, \overrightarrow{F_n}) \sim \underbrace{\overrightarrow{R_A}}_{HL} \quad \Longrightarrow \quad \overrightarrow{m_O}(\overrightarrow{R_A}) = \overrightarrow{M_O} = \sum \overrightarrow{m_O}\left(\overrightarrow{F_k}\right)$$

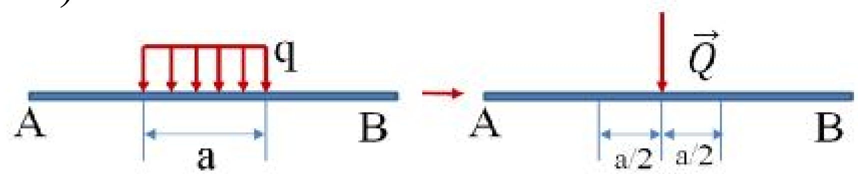
<u>b. Hệ lực phân bố</u>

- Hệ lực phân bố: là hệ lực song song cùng chiều được phân bố theo quy luật nào đó trên một miền xác định của vật.
- Vì hệ lực song song cùng chiều nên hệ có hợp lực
- Áp dụng định lý Varinhong để xác định hợp lực

-Xét thanh AB chịu tác dụng của hệ lực phân bố *q(x)* trên một đoạn bằng a.

-Thay thế hệ lực phân bố thành 1 lực tập trung là hợp lực của hệ lực phân bố: cùng phương, cùng chiều, độ lớn bằng độ lớn của vector chính, điểm đặt là điểm O được xác định như sau:

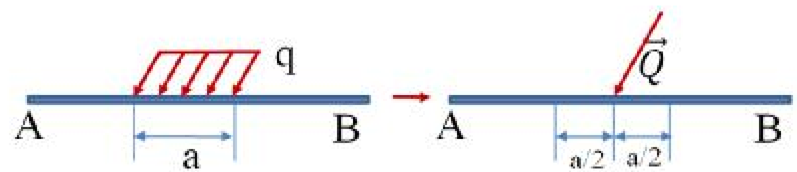
Trường hợp 1: hệ lực phân bố đều (q(x)=q= constant)



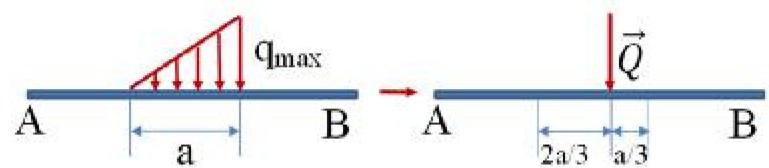
Trong đó:

+Độ lớn: $Q = q.a$

+Điểm đặt:



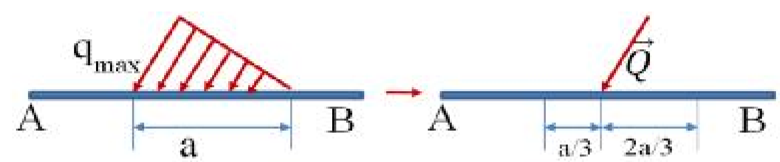
Trường hợp 2: hệ lực phân bố tam giác (tuyến tính)



Trong đó:

+Độ lớn: $Q = 0,5.q.a$
max

+Điểm đặt:

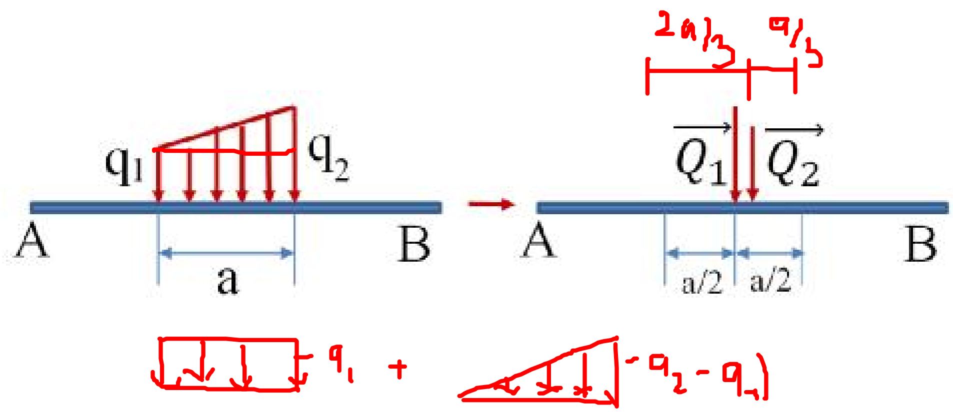


Trường hợp 3: hệ lực phân bố hình thang

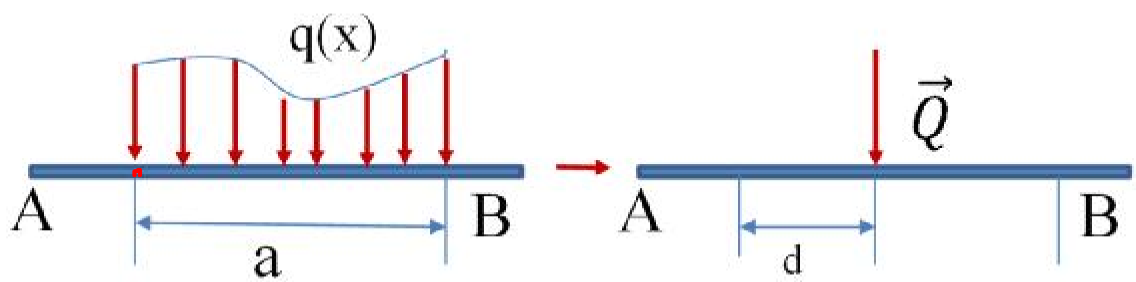
Trong đó:

+Độ lớn: $Q_1 = q_1 . a$; $Q_2 = \frac{(q_2 - q_1).a}{2}$

+Điểm đặt:



Trường hợp 4: hệ lực phân bố bất kỳ



Trong đó:

+Độ lớn: $Q = \int_0^a q(x)\,.\mathrm{dx}$

+Điểm đặt: $\mathrm{d} = \frac{\int_0^a x.q(x).\mathrm{dx}}{Q}$

5. Bài toán thu gọn hệ lực

a.Bài toán

-Cho hệ lực bất kỳ $\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2, ..., \vec{F}_n\right)$. Hãy xác định dạng tối giản của hệ lực đó.

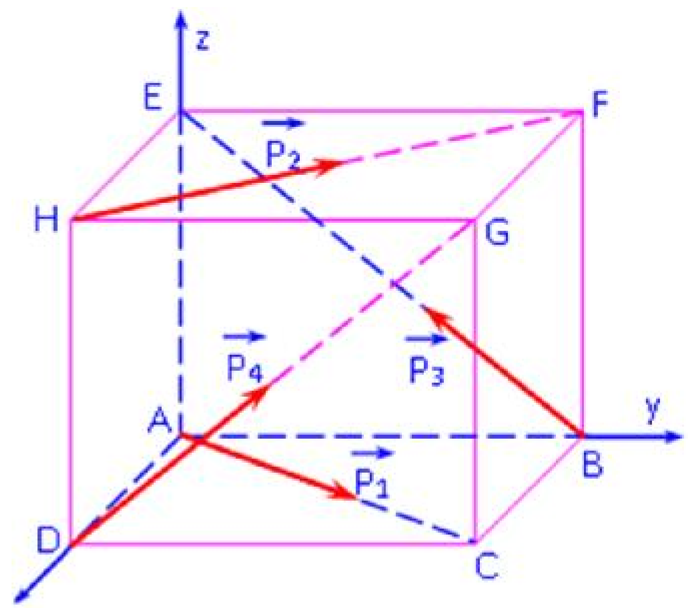
b.Phương pháp giải

Dạng tối giản được xác định bởi 2 đại lượng là véctơ chính và véctơ mômen chính đối với một tâm nào đó. Vì vậy phải xác định được các đại lượng này, dựa vào chúng để nhận biết dạng tối giản của hệ lực.

+) Trong trường hợp hệ lực có hợp lực ta dùng định lý Varignon để xác định hợp lực. 4

+) Trường hợp hệ lực tương đương với hệ lực xoắn, để xác định phương trình trục xoắn và mômen xoắn 5

1. *Dạng thuận:* Cho trước hệ lực và điểm O, thu gọn hệ lực về O
2. *Dạng nghịch*: Cho hệ lực và điểm O, tìm điều kiện của hệ lực để khi thu gọn về O được một lực hoặc một ngẫu lực thỏa mãn điều kiện nào đó.

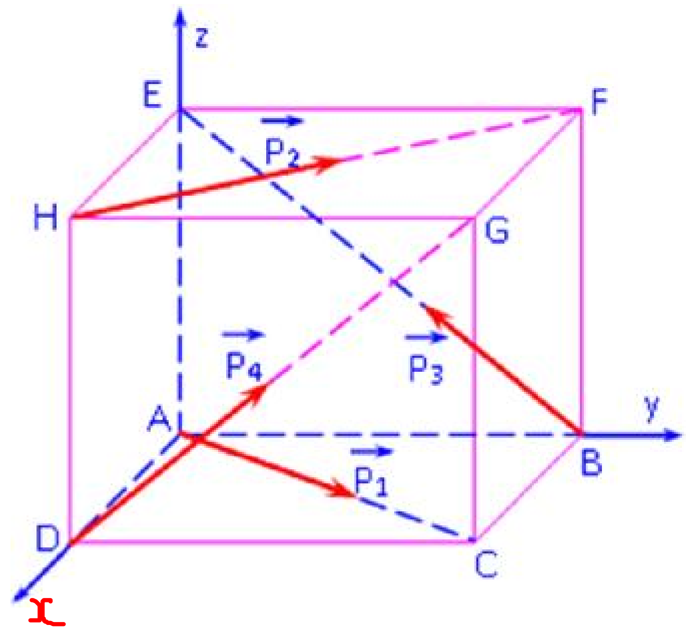


<u>**VD1**</u>: Cho hệ lực tác dụng lên các cạnh của 1 hình lập phương cạnh a như hình vẽ. Cho các lực có độ lớn bằng nhau, bằng P. Thu gọn hệ lực về A, B.

$R'_x = P_1.\frac{\sqrt{2}}{2} - P_2.\frac{\sqrt{2}}{2}$+0+0=0

R'_y =$P_1.\frac{\sqrt{2}}{2}$+$P_2.\frac{\sqrt{2}}{2} - P_3.\frac{\sqrt{2}}{2}$ +$P_4.\frac{\sqrt{2}}{2}$= P$\sqrt{2}$

R'_z = 0+0+ $P_3.\frac{\sqrt{2}}{2}$ +$P_4.\frac{\sqrt{2}}{2}$=P$\sqrt{2}$



– Vậy vector chính là $\overrightarrow{R'}_A = (0, \mathrm{P}\sqrt{2}, \mathrm{P}\sqrt{2})$

M_x = 0−$P_2.\frac{\sqrt{2}}{2}$.a+$P_3.\frac{\sqrt{2}}{2}$.a+0=0

M_y =0 − $P_2.\frac{\sqrt{2}}{2}.a + 0 - P_4.\frac{\sqrt{2}}{2}.a$=−P.a$\sqrt{2}$

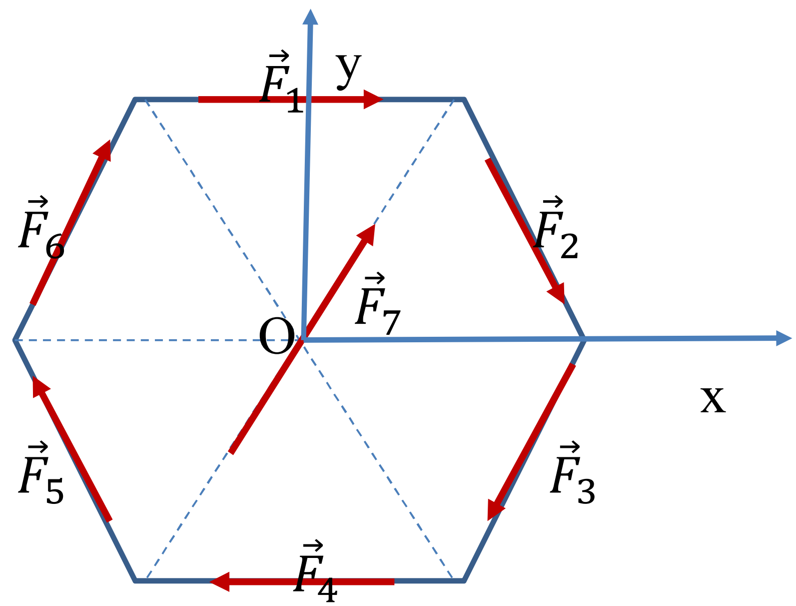
M_z = 0+$P_2.\frac{\sqrt{2}}{2}$.a+ 0 +$P_4.\frac{\sqrt{2}}{2}$. a=Pa$\sqrt{2}$

Vậy vector momen chính là $\overrightarrow{M}_A = (0, -\mathrm{P.a}\sqrt{2}, \mathrm{P.a}\sqrt{2})$

Mà $\overrightarrow{R'}_A.\overrightarrow{M}_A$= 0 nên dạng tối giản hệ lực là một hợp lực $\overrightarrow{R'}_O$, đặt tại O cách A một khoảng d = $\frac{|\overrightarrow{M}_A|}{|\overrightarrow{R'}_A|}$ ⟹ vị trí điểm O

VD2: Cho hệ lực tác dụng lên các cạnh của 1 hình lục giác đều cạnh a như hình vẽ. Cho F_1=… =F_6= F, F_7=2 F. Thu gọn hệ lực về O.

Giải:



Nhận xét: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_7 = \vec{F}_7$

Nên vector chính

$\overrightarrow{R'}_O$=$\vec{F}_7 = (F, \mathrm{F}\sqrt{3}, 0)$

Chọn Oxyz thỏa mãn tam diện thuận:

$M_x = 0$

M_y =0

M_z = -6. $F_1.\frac{a\sqrt{3}}{2}$+0= -3aF$\sqrt{3}$

Vậy vector momen chính là $\vec{M}_O = (0,0,-3aF\sqrt{3})$

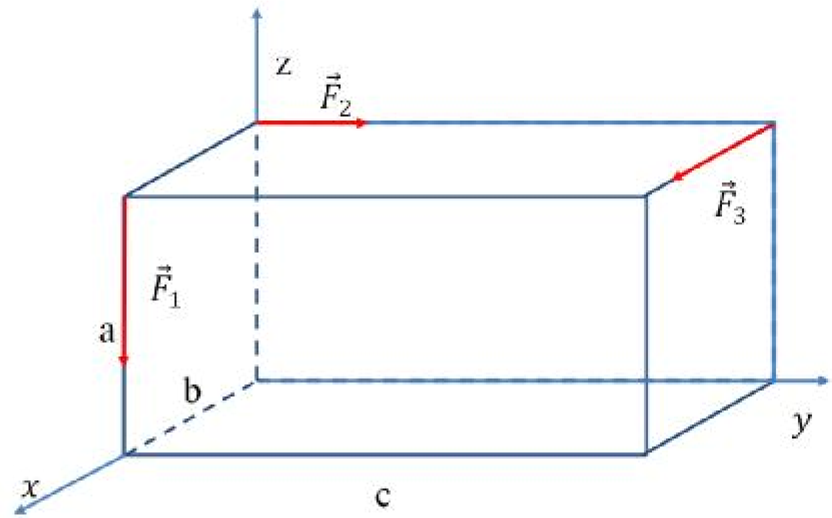
Mà $\overrightarrow{R'}_O.\vec{M}_O$=0 nên khi thu gọn hệ lực về K ta được 1 hợp lực bằng $\overrightarrow{R'}_O$, đặt cách O một khoảng d = $\frac{|\vec{M}_O|}{|\overrightarrow{R'}_O|}$=$\frac{3aF\sqrt{3}}{2F} = \frac{3a\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow$ K = ?

Bài 3. Cho hệ lực tác dụng lên các cạnh của hình hộp lập phương như hình vẽ. Cho các lực bằng nhau bằng F. Tìm điều kiện của hình hộp chữ nhật để khi thu gọn hệ lực ta được

a. một hợp lực

b. Một hệ lực cân bằng



Giải:

R'_x 0+0+F_3=F

R'_y =0+F_2 +0=F

$R'_z = -F_1 + 0 + 0 = -$F

Vậy $\overrightarrow{R'}_O = (F, F, -F) \neq \vec{0}$

M_x = 0−F_2.a+0=−F.a

M_y =F_1.b $+ 0 + F_3.a$ =F(b+a)

M_z = 0+0−F_3.c=−Fc

Vậy vector momen chính là $\overrightarrow{M_O} = (-Fa,$ F.(b+a), $-Fc) \neq \vec{0}$

a. Để hệ thu gọn được 1 hợp lực thì $\overrightarrow{R'}.\overrightarrow{M_O} = 0$=>$-F^2.a + F^2$.(b+a)+$F^2$.c=0

$\Rightarrow$ b+a +c= a => b+c=0=> không thể thu về một hợp lực

b. Không thể thu về hệ lực cân bằng.

Chương 3- HỆ LỰC PHẲNG VÀ ĐIỀU KIÊN CÂN BẰNG HỆ LỰC PHẲNG.

§2 – Hai đại lượng đặc trưng của hệ lực phẳng

1. Véctơ chính của hệ lực phẳng

a. Định nghĩa:

Vecto chính của hệ lực phẳng $(\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \ldots, \overrightarrow{F_n})$, ký hiệu $\overrightarrow{R'}$, là tổng hình học của các véctơ lực thành phần

$$\overrightarrow{R'} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \ldots + \overrightarrow{F_n} = \sum_{1}^{n} \overrightarrow{F_k}$$

$\in$ mp lực

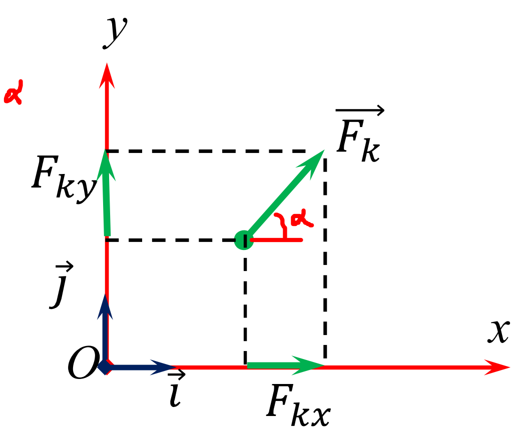
b. Cách xác định

-Chiếu lực thành phần $\overrightarrow{F_k}$ lên hai trục Ox, Oy ta được $\overrightarrow{F_k}(F_{kx}, F_{ky})$.

$F_{kx} = F_k . \cos\alpha$

$F_{ky} = F_k \sin\alpha$

$$\overrightarrow{F_k} = F_{kx}\vec{i} + F_{ky}\vec{j}$$



Hình chiếu của Véc tơ chính hệ lực phẳng lên hai trục tọa độ là:

$$\begin{cases} R'_x = \sum_{k=1}^{n} F_{kx} \\ R'_{\cancel{x}\,y} = \sum_{k=1}^{n} F_{kx} \end{cases}$$

$\Rightarrow R' = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$

Chương 3- HỆ LỰC PHẲNG VÀ ĐIỀU KIÊN CÂN BẰNG HỆ LỰC PHẲNG.

§2 – Hai đại lượng đặc trưng của hệ lực phẳng

2. Momen chính của hệ lực phẳng đối với một điểm

a. Định lý:

Momen chính của hệ lực phẳng $\left(\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \dots, \overrightarrow{F_n}\right)$ đối với điểm O là một đại lượng đại số bằng tổng các momen đại số của các lực thành phần thuộc hệ lấy đối với điểm O.

$$\overline{M}_o = \sum_{k=1}^{n} \overline{m}_o\left(\overrightarrow{F_k}\right)$$

b. Ví dụ

Cho hệ gồm 3 lực $\left(\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}\right)$ nằm trên cùng một mặt phẳng. Xác định véc tơ chính và momen chính của hệ lực đối với tâm O. Biết $F_1 = 3(N); F_2 = 2\sqrt{2}(N);\ F_3 = 4(N)$. Tọa độ các điểm A(2,0)cm; B(0,2)cm; C(4,4)cm.

Giải

- Véc tơ chính của hệ lực là

$$\overrightarrow{R'} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R'_x = 0 + 2 + 4 = 6(N) \\ R'_y = 3 + 2 + 0 = 5(N) \end{cases}$$

$$\Rightarrow R' = \sqrt{R_x'^2 + R_y'^2} = \sqrt{61}(N)$$

- Momen chính của hệ lực đối với tâm O là

$$M_o = m_o\left(\overrightarrow{F_1}\right) + m_o\left(\overrightarrow{F_2}\right) + m_o\left(\overrightarrow{F_3}\right)$$

$$= 3.\underbrace{2}_{OA} - 2\sqrt{2}.\underbrace{\sqrt{2}}_{OH} - 4.\underbrace{4}_{OK} = -14(Ncm)$$