Итоговый проект по эконометрике Изучение и моделирование шоков на рынке нефти и их влияние на макроэкономические показатели на примере Германии

Дегтярев К.А. 1-й курс магистратуры ММЭ-1

```
# Считываем файлы с Data_from_Germany.xlsx:
read_excel_allsheets <- function(filename, tibble = FALSE) {
    sheets <- readxl::excel_sheets(filename)
    x <- lapply(sheets, function(X) readxl::read_excel(filename, sheet = X))
    if(!tibble) x <- lapply(x, as.data.frame)
    names(x) <- sheets
    x
}


df <- read_excel_allsheets("Data_from_Germany.xlsx")
```

0. Введение. Мотивирование работы.

Работа опирается на статью Cologni, A., & Manera, M. (2008). Oil prices, inflation and interest rates in a structural cointegrated VAR model for the G-7 countries. Energy Economics, 30(3), 856–888. doi:10.1016/j.eneco.2006.11.001 ссылка: https://sci-hub.tw/10.1016/j.eneco.2006.11.001

В ней рассматривается построение модели SVAR для стран G7 для группы показателей:

- Доходность по краткосрочным гос.облигациям, % доходность
- CPI(Индекс потребительских цен), индекс
- Реальный ВВП в постояных ценах, миллион. национальная валюта
- Денежный агрегатор(M1),
- Отношение национальной курсы валюты к СДР(Специальные права заимствования), отношение
- Биржевая стоимость нефти марки Brent, долл.

Все данные квартальные. В статье рассматривался период(1980Q1 - 2003Q3)

Затем в статье рассматривается модель VECM для этих же показателей и моделируются шоки, которые оказывают изменение цены на нефть и на остальные показатели.

В итоговой работе рассмотрены упрощенные модели VAR, VECM, а также модель ARIMA и модели ECM, в соответствии с планом итогового проекта.

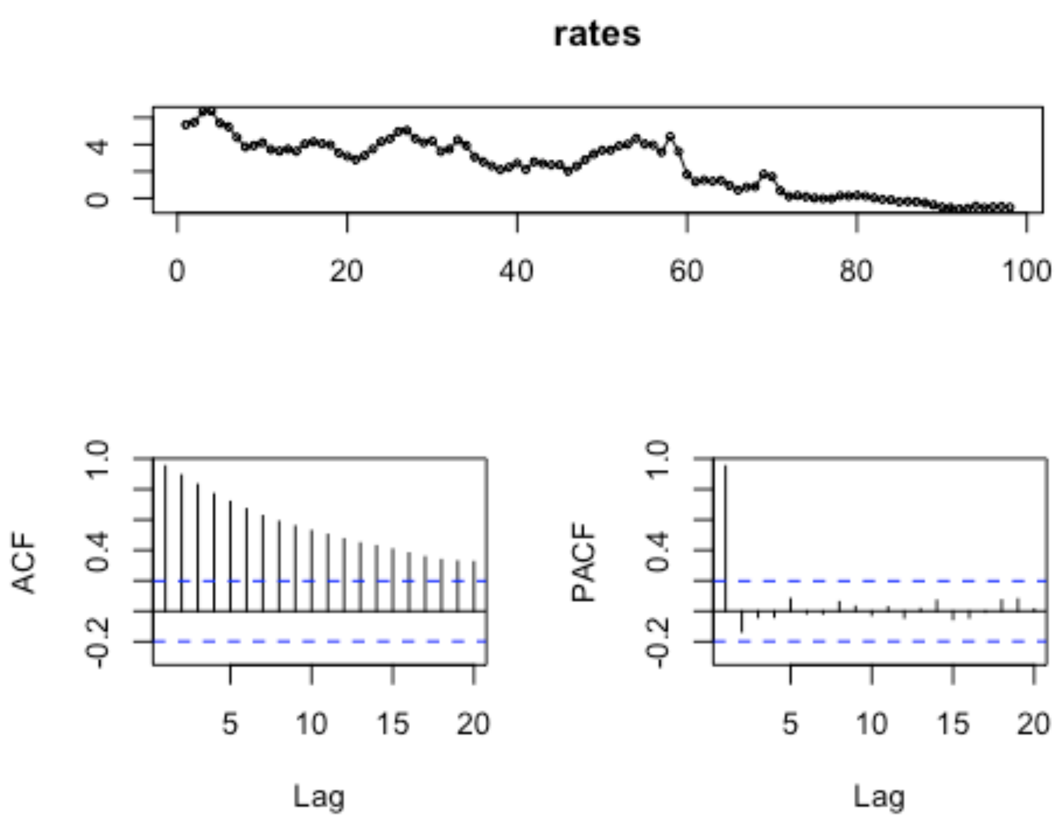
В проектной работе для построения моделей используются те же переменные, но взятые с 1994Q и до 2018Q2, на примере Германии. Также логирифмируются некоторые переменные, исходя из экономического смысла. Главная цель работы - составить модель распространения шоков цены на нефть на другие макроэкономические факторы, в особенности - на доходность гос. облигаций. Также в конце будут сравнены полученные результаты в проектной работе на современных данных с выводами авторов статьи и сделаны соответсвующие выводы.

Источники информации:

- Доходность по краткосрочным гос.облигациям - терминал Bloomberg(тикер: GDBR2:IND)
- CPI - worldbank
- Реальный GDP - eurostat(запрос: Chain linked volumes)
- Денежный агрегатор(M1) - IMF
- Отношение национальной курсы валюты к СДР - eurostat
- Биржевая стоимость нефти марки Brent - терминал Bloomberg(тикер: CO1:COM)

1. Обработка переменных и определение порядка интегрируемости рядов

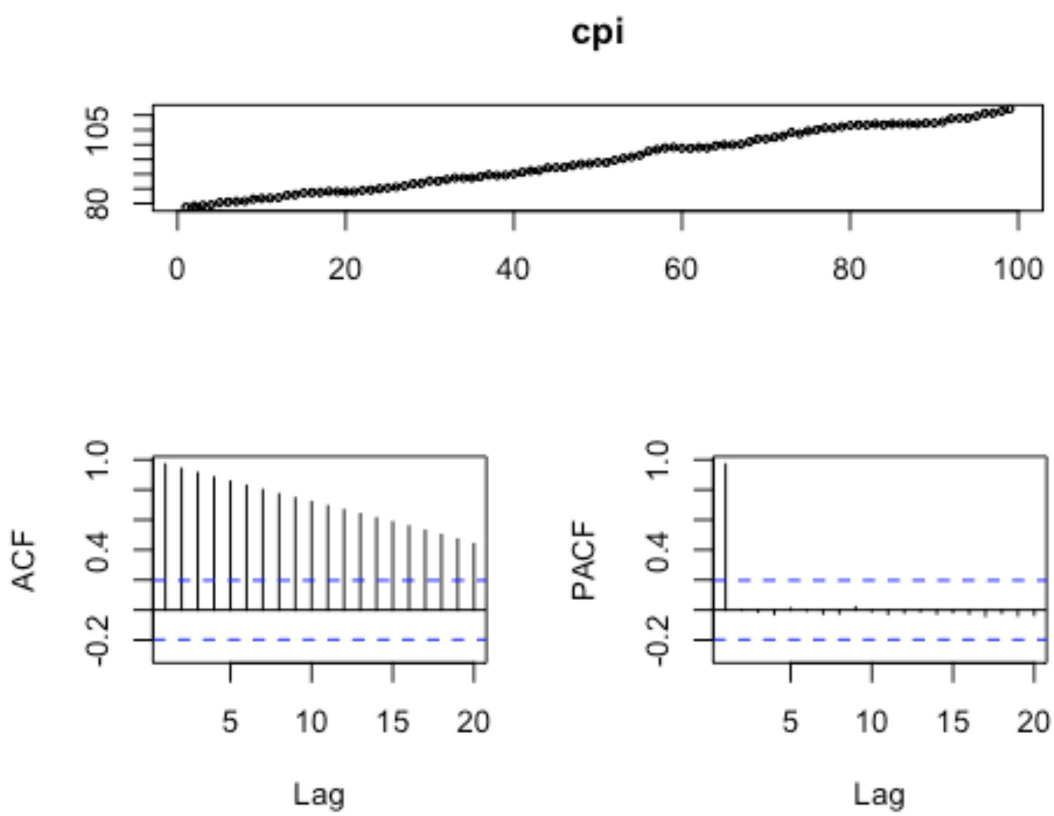
```
# Короткосрочная ставка:
dates <- as.yearqtr(df$`Germany Bund 2 Year Yield`$Date, format = "%Y-%m-%d")
rates <- zooreg(df$`Germany Bund 2 Year Yield`$PX_LAST, order.by = dates)

Warning in zoo(data, order.by, frequency): "order.by" and "frequency" do
not match: "frequency" ignored

tsdisplay(rates)
```



```r
# Индекс CPI:
dates <- as.yearqtr(df$CPI_quater$Quarter, format = "%Y-%m-%d")
cpi <- zooreg(df$CPI_quater$CPI, order.by = dates)
```

```
Warning in zoo(data, order.by, frequency): "order.by" and "frequency" do
not match: "frequency" ignored
```

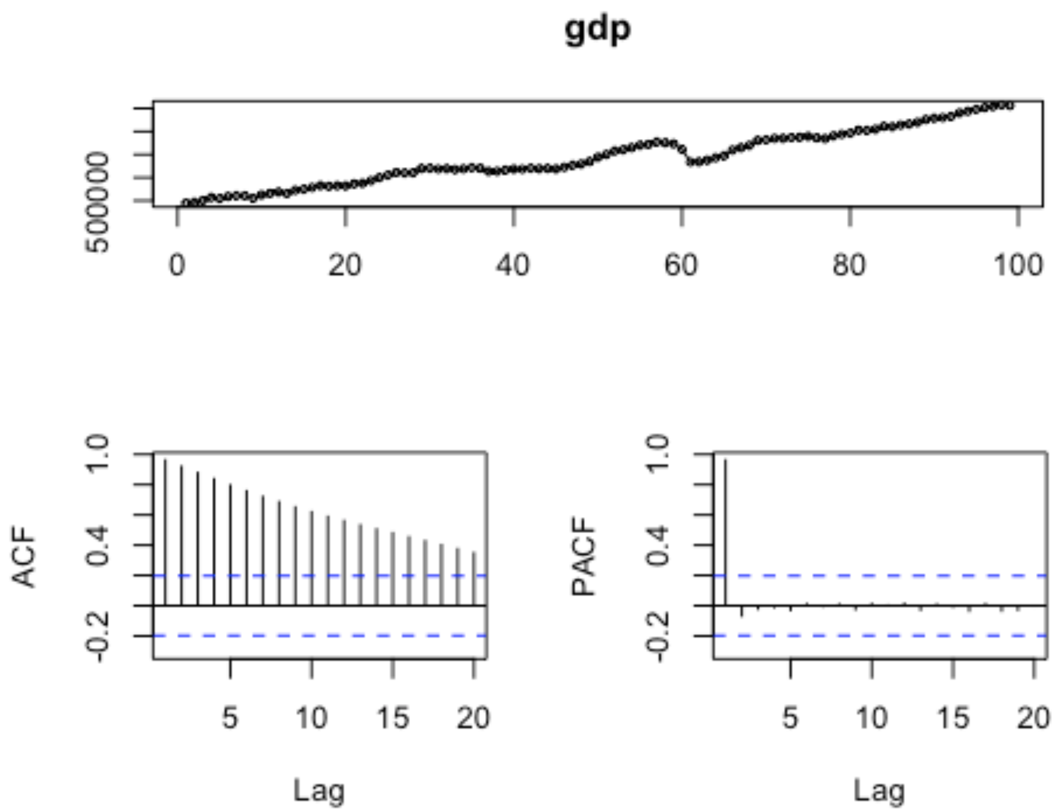
```r
tsdisplay(cpi)
```



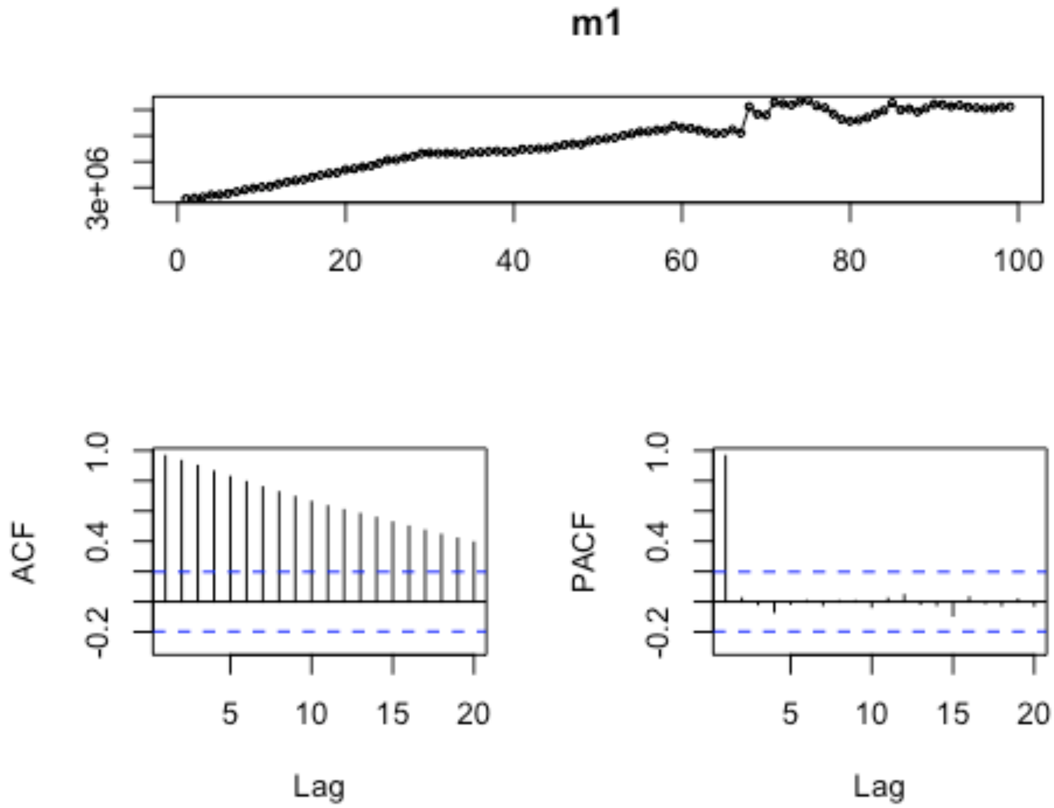

```r
# Реальный ВВП в постоянных ценах 2005 г. в национальной валюте
dates <- as.yearqtr(df$GDP_2005localCurrency$Date, format = "%Y-%m-%d")
gdp <- zooreg(df$GDP_2005localCurrency$PX_LAST, order.by = dates)
```

```
Warning in zoo(data, order.by, frequency): "order.by" and "frequency" do
not match: "frequency" ignored
```

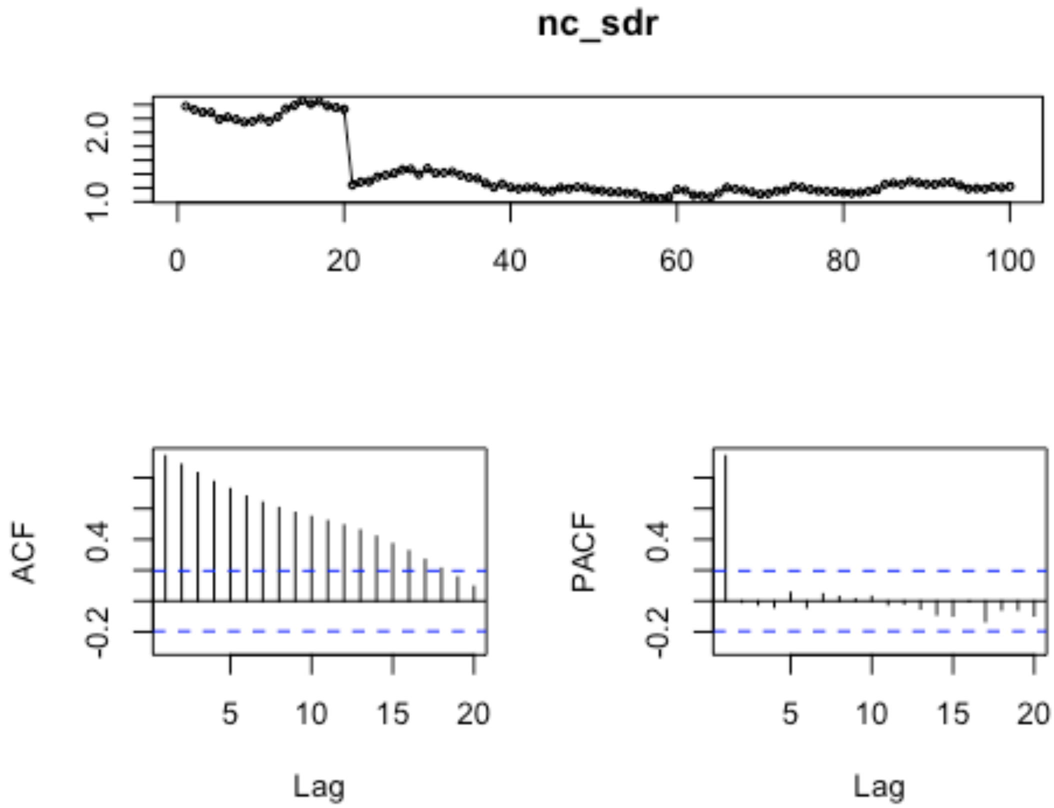
```r
tsdisplay(gdp)
```




```r
# Денежный агрегатор M1 в национальной валюте:
dates <- as.yearqtr(df$M1_quater$Date, format = "%Y-%m")
m1 <- zooreg(df$M1_quater$M1, order.by = dates)

Warning in zoo(data, order.by, frequency): "order.by" and "frequency" do
not match: "frequency" ignored

tsdisplay(m1)
```



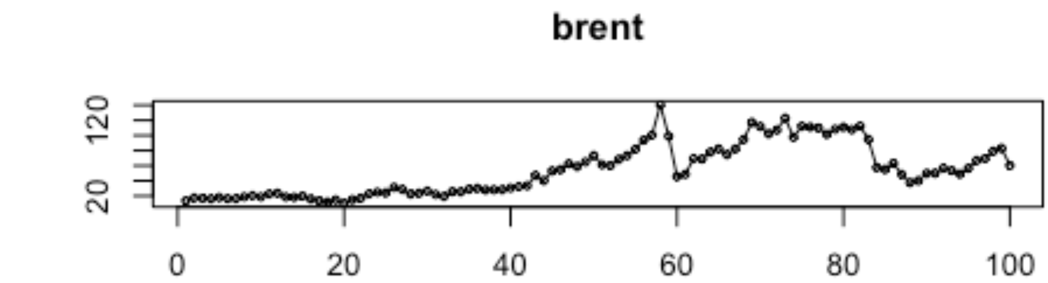

```
# Национальная валюта / SDR
dates1 <- as.yearqtr(df$Cur_SDR$Date, format = "%Y-%m-%d")
nc_sdr <- zooreg(df$Cur_SDR$NC_SDR, order.by = dates1)

Warning in zoo(data, order.by, frequency): "order.by" and "frequency" do
not match: "frequency" ignored

tsdisplay(nc_sdr)
```

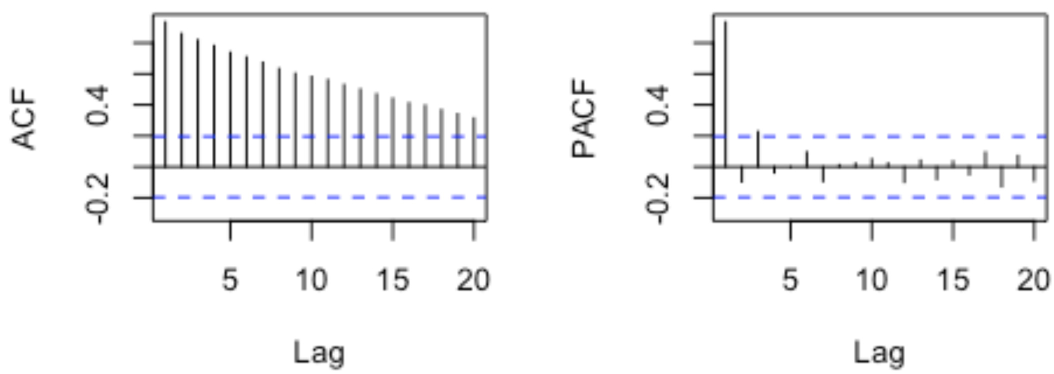



```r
# Brent
dates <- as.yearqtr(df$BRENT_QUATER$`<DATE>`, format = "%d.%m.%Y")
brent <- zooreg(df$BRENT_QUATER$`<CLOSE>`, order.by = dates)
```

```
Warning in zoo(data, order.by, frequency): "order.by" and "frequency" do
not match: "frequency" ignored
```

```r
tsdisplay(brent)
```





Получились разные количества доступных наблюдений для каждой переменной, поэтому возьмем наименьшее количество наблюдений, чтобы были включены все переменные, сократим временной интервал до 2-го квартала 2018-го года:

```
cpi <- cpi[1:length(cpi)-1]
gdp <- gdp[1:length(gdp)-1]
m1 <- m1[1:length(m1)-1]
nc_sdr <- nc_sdr[2:length(nc_sdr)-2]
brent <- brent[2:length(brent)-2]
```

Исходя из методологии исследователей из статьи, прологарифмируем все переменные за исключение доходности(rates), отношения NC/SDR(nc_sdr), цены нефти марки brent(brent):

```
ln_cpi <- log(cpi)
ln_gdp <- log(gdp)
ln_m1 <- log(m1)
```

Как видно из вышепредставленных графиков врменных рядов, ACF и PACF - все ряды нестационарны. Проведем тесты ADf, PP-теста, для того, чтобы определить порядок интегрируемости, а также проверим остатки вспомогательной модели на наличие автокорреляции с помощью теста Льюинга-Бокса. Напомним, что в тесте ADF H0: наличие единичного корня. Полученная тестовая статистика сравнивается с критическими значениями MacKinnon. Если t-статистика < критического значения MacKinnon, то гипотеза о наличии единичного корня отвергается(ряд стационарен). В

PP-тесте H_0 = наличие стационарности, а в тесте Льюинга-Бокса H_0 = ряд представляет собой белый шум, т.е. нет автокорреляции в остатках. Результаты тестов, представлены ниже:

```
# Ряд доходностей 2-х летних гос. облигаций
test <- (ur.df(rates, type = "trend"))
Box.test(test@res, type= "Ljung-Box")


    Box-Ljung test

data:  test@res
X-squared = 0.00018315, df = 1, p-value = 0.9892

summary(test)


###############################################
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
###############################################

Test regression trend


Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + tt + z.diff.lag)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max 
-1.10704 -0.16327 -0.02884  0.19471  1.60329 

Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)   
(Intercept)  0.826668   0.294504   2.807  0.00610 **
z.lag.1     -0.162430   0.051156  -3.175  0.00204 **
tt          -0.010023   0.003574  -2.805  0.00615 **
z.diff.lag   0.253927   0.100587   2.524  0.01330 * 
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.4151 on 92 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.126, Adjusted R-squared:  0.09747 
F-statistic:  4.42 on 3 and 92 DF,  p-value: 0.00598


Value of test-statistic is: -3.1752 3.9213 5.0525 

Critical values for test statistics: 
      1pct  5pct 10pct
tau3 -4.04 -3.45 -3.15
phi2  6.50  4.88  4.16
phi3  8.73  6.49  5.47
```

```
pp.test(as.numeric(rates))

Phillips-Perron Unit Root Test
alternative: stationary

Type 1: no drift no trend
 lag Z_rho p.value
   3 -2.67   0.346
-----
 Type 2: with drift no trend
 lag Z_rho p.value
   3 -2.79   0.675
-----
 Type 3: with drift and trend
 lag Z_rho p.value
   3 -15.7   0.182
---------------
Note: p-value = 0.01 means p.value <= 0.01
```

Как видно из результатов тестов ряд rates получился нестационарным, т.к. Value of test-statistic (-3.1752) > Critical values tau3 (-3.45) на 5% значимости, что означает, что гипотеза о наличии единичного корня не отвергается. Остальные значения тестовой статистики(phi2, phi3) говорят о целесообразности влючения в модель дрифта и тренда.

PP-тест, также показал, что присутствует автокорреляция с p-значением большим 0,05 во всех трех спецификациях теста.

В остатках из вспомогательной модели к тесту ADF отвергается гипотеза о наличие автокорреляции(p-value = 0.9892), поэтому результаты ADF теста можно считать достоверными.

Проведем те же самые тесты для первой разности ряда rates:

```
# 1-й разность доходностей 2-х летних гос. облигаций
test <- (ur.df(diff(rates), type = "trend"))
Box.test(test@res, type= "Ljung-Box")


    Box-Ljung test

data:  test@res
X-squared = 6.8514e-05, df = 1, p-value = 0.9934

summary(test)


###############################################
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
###############################################

Test regression trend
```

```
Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + tt + z.diff.lag)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max 
-1.35540 -0.18768  0.02253  0.18797  1.32294 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept) -0.1102663  0.0899335  -1.226    0.223    
z.lag.1     -0.9674543  0.1304176  -7.418 6.03e-11 ***
tt           0.0007714  0.0015930   0.484    0.629    
z.diff.lag   0.1546488  0.1013220   1.526    0.130    
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.4257 on 91 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.4451,    Adjusted R-squared:  0.4268 
F-statistic: 24.33 on 3 and 91 DF,  p-value: 1.195e-11


Value of test-statistic is: -7.4181 18.4127 27.5961 

Critical values for test statistics: 
      1pct  5pct 10pct
tau3 -4.04 -3.45 -3.15
phi2  6.50  4.88  4.16
phi3  8.73  6.49  5.47
```

```
pp.test(as.numeric(diff(rates)))
```

```
Phillips-Perron Unit Root Test 
alternative: stationary 
 
Type 1: no drift no trend 
 lag Z_rho p.value
   3 -73.3    0.01
----- 
 Type 2: with drift no trend 
 lag Z_rho p.value
   3 -73.6    0.01
----- 
 Type 3: with drift and trend 
 lag Z_rho p.value
   3 -73.5    0.01
--------------- 
Note: p-value = 0.01 means p.value <= 0.01
```

Из результатов обоих тестов видно, что первая разность ряда rates стационарна (из ADF: test-statistic -7.4181 < -3.45 и из PP-теста p-value < 0.05). Таким образом, $rates$ — $I(1)$.

Аналогичным образом проведем тесты для других рядов:

```
# Ряд ln_CPI
test <- (ur.df(ln_cpi, type = "trend"))
Box.test(test@res, type= "Ljung-Box")


    Box-Ljung test

data:  test@res
X-squared = 0.0024613, df = 1, p-value = 0.9604

summary(test)


###############################################
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
###############################################

Test regression trend


Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + tt + z.diff.lag)

Residuals:
       Min         1Q     Median         3Q        Max
-0.0058808 -0.0026170 -0.0005155  0.0021950  0.0103519

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  0.3726432  0.1992325   1.870   0.0646 .
z.lag.1     -0.0845037  0.0456836  -1.850   0.0676 .
tt           0.0003036  0.0001676   1.812   0.0733 .
z.diff.lag  -0.0384492  0.1051898  -0.366   0.7156
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.003509 on 92 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.0442,    Adjusted R-squared:  0.01304
F-statistic: 1.418 on 3 and 92 DF,  p-value: 0.2425


Value of test-statistic is: -1.8498 20.1745 1.7993

Critical values for test statistics:
      1pct  5pct 10pct
tau3 -4.04 -3.45 -3.15
phi2  6.50  4.88  4.16
phi3  8.73  6.49  5.47

pp.test(as.numeric(ln_cpi))
```

```
Phillips-Perron Unit Root Test
alternative: stationary

Type 1: no drift no trend
 lag   Z_rho p.value
   3 0.0759   0.706
-----
 Type 2: with drift no trend
 lag   Z_rho p.value
   3 -0.199   0.944
-----
 Type 3: with drift and trend
 lag Z_rho p.value
   3  -9.3   0.484
---------------
Note: p-value = 0.01 means p.value <= 0.01
```

```
# ln_CPI 1-я разность
test <- (ur.df(diff(ln_cpi), type = "trend"))
Box.test(test@res, type= "Ljung-Box")
```

```

    Box-Ljung test

data:  test@res
X-squared = 0.0013264, df = 1, p-value = 0.9709
```

```
summary(test)
```

```

###############################################
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
###############################################

Test regression trend


Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + tt + z.diff.lag)

Residuals:
       Min         1Q     Median         3Q        Max
-0.0067863 -0.0029291 -0.0004679  0.0021863  0.0099982

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  3.936e-03  9.577e-04   4.110 8.65e-05 ***
z.lag.1     -1.027e+00  1.542e-01  -6.658 2.05e-09 ***
tt          -5.893e-06  1.345e-05  -0.438    0.662
z.diff.lag  -5.276e-02  1.050e-01  -0.503    0.616
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
Residual standard error: 0.003586 on 91 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.5426,	Adjusted R-squared:  0.5275
F-statistic: 35.98 on 3 and 91 DF,  p-value: 2.003e-15


Value of test-statistic is: -6.6581 14.777 22.1655

Critical values for test statistics:
      1pct  5pct 10pct
tau3 -4.04 -3.45 -3.15
phi2  6.50  4.88  4.16
phi3  8.73  6.49  5.47
```

```
pp.test(as.numeric(diff(ln_cpi)))
```

```
Phillips-Perron Unit Root Test
alternative: stationary

Type 1: no drift no trend
 lag Z_rho p.value
   3   -52    0.01
-----
 Type 2: with drift no trend
 lag Z_rho p.value
   3  -108    0.01
-----
 Type 3: with drift and trend
 lag Z_rho p.value
   3  -109    0.01
---------------
Note: p-value = 0.01 means p.value <= 0.01
```

```
# Получился I(1)

# Ряд ln_GDP
test <- (ur.df(ln_gdp, type = "trend"))
Box.test(test@res, type= "Ljung-Box")
```

```
	Box-Ljung test

data:  test@res
X-squared = 0.354, df = 1, p-value = 0.5519
```

```
summary(test)
```

```
###############################################
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
###############################################

Test regression trend
```

```
Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + tt + z.diff.lag)

Residuals:
      Min        1Q    Median        3Q       Max 
-0.040629 -0.003422  0.000397  0.003611  0.016327 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept)  1.8030983  0.5712079   3.157 0.002158 ** 
z.lag.1     -0.1372241  0.0435296  -3.152 0.002186 ** 
tt           0.0004558  0.0001463   3.116 0.002444 ** 
z.diff.lag   0.3807364  0.0968067   3.933 0.000163 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.007391 on 92 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.1844,	Adjusted R-squared:  0.1578 
F-statistic: 6.931 on 3 and 92 DF,  p-value: 0.0002941


Value of test-statistic is: -3.1524 6.4589 4.9741 

Critical values for test statistics: 
      1pct  5pct 10pct
tau3 -4.04 -3.45 -3.15
phi2  6.50  4.88  4.16
phi3  8.73  6.49  5.47
```

```
pp.test(as.numeric(ln_gdp))
```

```
Phillips-Perron Unit Root Test 
alternative: stationary 
 
Type 1: no drift no trend 
 lag  Z_rho p.value
   3 0.0269   0.695
----- 
 Type 2: with drift no trend 
 lag  Z_rho p.value
   3 -0.444   0.927
----- 
 Type 3: with drift and trend 
 lag Z_rho p.value
   3 -16.1   0.163
--------------- 
Note: p-value = 0.01 means p.value <= 0.01
```

```r
# ln_GDP 1-я разность
test <- (ur.df(diff(ln_gdp), type = "trend"))
Box.test(test@res, type= "Ljung-Box")


    Box-Ljung test

data:  test@res
X-squared = 0.00509, df = 1, p-value = 0.9431

summary(test)


###############################################
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
###############################################

Test regression trend


Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + tt + z.diff.lag)

Residuals:
      Min        1Q    Median        3Q       Max
-0.042376 -0.003538  0.000537  0.004173  0.015388

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  2.128e-03  1.695e-03   1.255    0.213
z.lag.1     -6.605e-01  1.228e-01  -5.377 5.81e-07 ***
tt           5.505e-06  2.919e-05   0.189    0.851
z.diff.lag  -4.275e-02  1.046e-01  -0.409    0.684
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.007802 on 91 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.347, Adjusted R-squared:  0.3255
F-statistic: 16.12 on 3 and 91 DF,  p-value: 1.749e-08


Value of test-statistic is: -5.3771 9.6424 14.4627

Critical values for test statistics:
      1pct  5pct 10pct
tau3 -4.04 -3.45 -3.15
phi2  6.50  4.88  4.16
phi3  8.73  6.49  5.47

pp.test(as.numeric(diff(ln_gdp)))
```

```
Phillips-Perron Unit Root Test
alternative: stationary

Type 1: no drift no trend
 lag Z_rho p.value
   3 -55.8    0.01
-----
 Type 2: with drift no trend
 lag Z_rho p.value
   3 -67.8    0.01
-----
 Type 3: with drift and trend
 lag Z_rho p.value
   3 -67.8    0.01
---------------
Note: p-value = 0.01 means p.value <= 0.01
```

```
# Получился I(1)

# Ряд ln_M1
test <- (ur.df(ln_m1, type = "trend"))
Box.test(test@res, type= "Ljung-Box")
```

```

    Box-Ljung test

data:  test@res
X-squared = 0.0026347, df = 1, p-value = 0.9591
```

```
summary(test)
```

```

###############################################
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
###############################################

Test regression trend


Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + tt + z.diff.lag)

Residuals:
      Min        1Q    Median        3Q       Max
-0.048239 -0.012017 -0.001865  0.008188  0.166768

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  0.9345697  0.5175021   1.806   0.0742 .
z.lag.1     -0.0611242  0.0346961  -1.762   0.0814 .
tt           0.0002863  0.0003151   0.909   0.3660
z.diff.lag  -0.1919808  0.1012878  -1.895   0.0612 .
```

```
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.0249 on 92 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.1206,    Adjusted R-squared:  0.09193
F-statistic: 4.206 on 3 and 92 DF,  p-value: 0.007779


Value of test-statistic is: -1.7617 8.2525 4.9174

Critical values for test statistics:
      1pct  5pct 10pct
tau3 -4.04 -3.45 -3.15
phi2  6.50  4.88  4.16
phi3  8.73  6.49  5.47

pp.test(as.numeric(ln_m1))

Phillips-Perron Unit Root Test
alternative: stationary

Type 1: no drift no trend
 lag  Z_rho p.value
   3 0.0558   0.701
-----
 Type 2: with drift no trend
 lag Z_rho p.value
   3 -2.45   0.714
-----
 Type 3: with drift and trend
 lag Z_rho p.value
   3 -5.74   0.746
---------------
Note: p-value = 0.01 means p.value <= 0.01

# ln_M1 1-я разность
test <- (ur.df(diff(ln_m1), type = "trend"))
Box.test(test@res, type= "Ljung-Box")


    Box-Ljung test

data:  test@res
X-squared = 0.0033286, df = 1, p-value = 0.954

summary(test)


###############################################
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
###############################################

Test regression trend
```

```
Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + tt + z.diff.lag)

Residuals:
      Min        1Q    Median        3Q       Max 
-0.049132 -0.012707 -0.001505  0.008799  0.169295 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept)  0.0234687  0.0061830   3.796 0.000265 ***
z.lag.1     -1.2411504  0.1637449  -7.580 2.81e-11 ***
tt          -0.0002536  0.0001009  -2.514 0.013709 *  
z.diff.lag   0.0172592  0.1048282   0.165 0.869590    
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.02543 on 91 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.6098,	Adjusted R-squared:  0.5969 
F-statistic:  47.4 on 3 and 91 DF,  p-value: < 2.2e-16


Value of test-statistic is: -7.5798 19.1513 28.7266 

Critical values for test statistics: 
      1pct  5pct 10pct
tau3 -4.04 -3.45 -3.15
phi2  6.50  4.88  4.16
phi3  8.73  6.49  5.47

pp.test(as.numeric(diff(ln_m1)))

Phillips-Perron Unit Root Test 
alternative: stationary 
 
Type 1: no drift no trend 
 lag Z_rho p.value
   3  -117    0.01
----- 
 Type 2: with drift no trend 
 lag Z_rho p.value
   3  -123    0.01
----- 
 Type 3: with drift and trend 
 lag Z_rho p.value
   3  -124    0.01
--------------- 
Note: p-value = 0.01 means p.value <= 0.01 

# Получился I(1)
```

```
# Ряд ln_NC_SDR
test <- (ur.df(nc_sdr, type = "trend"))
Box.test(test@res, type= "Ljung-Box")


    Box-Ljung test

data:  test@res
X-squared = 3.6615e-05, df = 1, p-value = 0.9952

summary(test)


###############################################
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
###############################################

Test regression trend


Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + tt + z.diff.lag)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-1.02214 -0.02217  0.00667  0.03359  0.17294

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  0.1260256  0.0869961   1.449   0.1508
z.lag.1     -0.0794700  0.0411617  -1.931   0.0566 .
tt          -0.0004807  0.0006550  -0.734   0.4648
z.diff.lag   0.0094196  0.1041196   0.090   0.9281
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.1175 on 92 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.05056,   Adjusted R-squared:  0.0196
F-statistic: 1.633 on 3 and 92 DF,  p-value: 0.1871


Value of test-statistic is: -1.9307 1.9437 2.4343

Critical values for test statistics:
      1pct  5pct 10pct
tau3 -4.04 -3.45 -3.15
phi2  6.50  4.88  4.16
phi3  8.73  6.49  5.47

pp.test(as.numeric(nc_sdr))
```

```
Phillips-Perron Unit Root Test
alternative: stationary

Type 1: no drift no trend
 lag Z_rho p.value
   3 -1.21    0.47
-----
 Type 2: with drift no trend
 lag Z_rho p.value
   3 -5.48    0.43
-----
 Type 3: with drift and trend
 lag Z_rho p.value
   3 -7.97   0.575
---------------
Note: p-value = 0.01 means p.value <= 0.01
```

```
# ln_NC_SDR 1-я разность
test <- (ur.df(diff(nc_sdr), type = "trend"))
Box.test(test@res, type= "Ljung-Box")
```

```

    Box-Ljung test

data:  test@res
X-squared = 1.6773e-06, df = 1, p-value = 0.999
```

```
summary(test)
```

```

###############################################
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
###############################################

Test regression trend


Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + tt + z.diff.lag)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-1.06670 -0.01771  0.00211  0.03443  0.14807

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.0343123  0.0258265  -1.329    0.187
z.lag.1     -1.0317187  0.1504082  -6.859 8.14e-10 ***
tt           0.0004615  0.0004557   1.013    0.314
z.diff.lag   0.0022700  0.1048428   0.022    0.983
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
Residual standard error: 0.1205 on 91 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.5146,	Adjusted R-squared:  0.4986 
F-statistic: 32.16 on 3 and 91 DF,  p-value: 2.893e-14


Value of test-statistic is: -6.8595 15.686 23.5261 

Critical values for test statistics: 
      1pct  5pct 10pct
tau3 -4.04 -3.45 -3.15
phi2  6.50  4.88  4.16
phi3  8.73  6.49  5.47
```

```
pp.test(as.numeric(diff(nc_sdr)))
```

```
Phillips-Perron Unit Root Test 
alternative: stationary 
 
Type 1: no drift no trend 
 lag Z_rho p.value
   3 -97.8    0.01
----- 
 Type 2: with drift no trend 
 lag Z_rho p.value
   3 -98.1    0.01
----- 
 Type 3: with drift and trend 
 lag Z_rho p.value
   3 -98.4    0.01
--------------- 
Note: p-value = 0.01 means p.value <= 0.01 
```

```
# Получился I(1)

# Ряд ln_brent
test <- (ur.df(brent, type = "trend"))
Box.test(test@res, type= "Ljung-Box")
```

```

	Box-Ljung test

data:  test@res
X-squared = 0.10853, df = 1, p-value = 0.7418
```

```
summary(test)
```

```

############################################### 
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test # 
############################################### 

Test regression trend 
```

```
Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + tt + z.diff.lag)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-42.994  -3.858  -0.272   4.819  43.758

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  2.20784    2.42162   0.912  0.36430
z.lag.1     -0.13522    0.05074  -2.665  0.00909 **
tt           0.11343    0.06137   1.848  0.06778 .
z.diff.lag   0.14260    0.10404   1.371  0.17383
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 11.34 on 92 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.07665,   Adjusted R-squared:  0.04654
F-statistic: 2.546 on 3 and 92 DF,  p-value: 0.06082


Value of test-statistic is: -2.6651 2.4649 3.563

Critical values for test statistics:
      1pct  5pct 10pct
tau3 -4.04 -3.45 -3.15
phi2  6.50  4.88  4.16
phi3  8.73  6.49  5.47

pp.test(as.numeric(brent))

Phillips-Perron Unit Root Test
alternative: stationary

Type 1: no drift no trend
 lag  Z_rho p.value
   3 -0.591   0.557
-----
 Type 2: with drift no trend
 lag Z_rho p.value
   3 -5.39   0.436
-----
 Type 3: with drift and trend
 lag Z_rho p.value
   3 -11.2   0.397
---------------
Note: p-value = 0.01 means p.value <= 0.01
```

```r
# ln_NC_SDR 1-я разность
test <- (ur.df(diff(brent), type = "trend"))
Box.test(test@res, type= "Ljung-Box")


    Box-Ljung test

data:  test@res
X-squared = 0.003981, df = 1, p-value = 0.9497

summary(test)


###############################################
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
###############################################

Test regression trend


Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + tt + z.diff.lag)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-43.720  -3.566  -0.195   5.006  42.028

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)   1.3713     2.3846   0.575  0.56668
z.lag.1      -1.2001     0.1373  -8.740  1.1e-13 ***
tt           -0.0123     0.0424  -0.290  0.77231
z.diff.lag    0.2919     0.1006   2.901  0.00467 **
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 11.32 on 91 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.5079,    Adjusted R-squared:  0.4917
F-statistic: 31.31 on 3 and 91 DF,  p-value: 5.361e-14


Value of test-statistic is: -8.74 25.4728 38.2052

Critical values for test statistics:
      1pct  5pct 10pct
tau3 -4.04 -3.45 -3.15
phi2  6.50  4.88  4.16
phi3  8.73  6.49  5.47

pp.test(as.numeric(diff(brent)))
```

```
Phillips-Perron Unit Root Test
alternative: stationary

Type 1: no drift no trend
 lag Z_rho p.value
   3 -76.5    0.01
-----
 Type 2: with drift no trend
 lag Z_rho p.value
   3 -76.5    0.01
-----
 Type 3: with drift and trend
 lag Z_rho p.value
   3 -76.5    0.01
---------------
Note: p-value = 0.01 means p.value <= 0.01

# Получился I(1)
```

Таким образом все остальные логарифмы рядов получились I(1).

```
d_rates <- diff(rates)
d_ln_cpi <- diff(ln_cpi)
d_ln_gdp <- diff(ln_gdp)
d_ln_m1 <- diff(ln_m1)
d_nc_sdr <- diff(nc_sdr)
d_brent <- diff(brent)
```

2. Построение модели ARIMA и прогноз по ней на 1 шаг вперед.

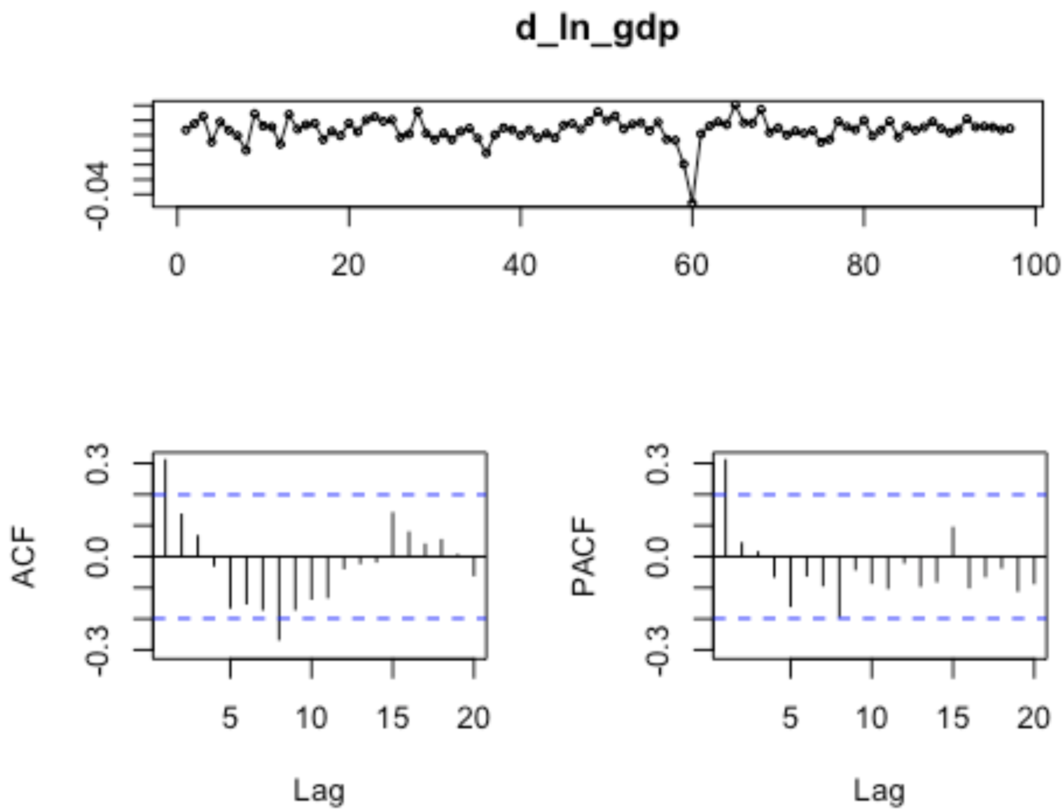
Построим модель ARIMA для ln_gdp.

Для построения данной модели воспользуемся методологией Бокса-Дженкинса:

1. Порядок интегрируемости для ряда ln_gdp, как было уже ранее установлено, равен 1.

2. Для определения p, q в ARIMA (p,1,q) построим ACF и PACF для первой разности нашего ряда:

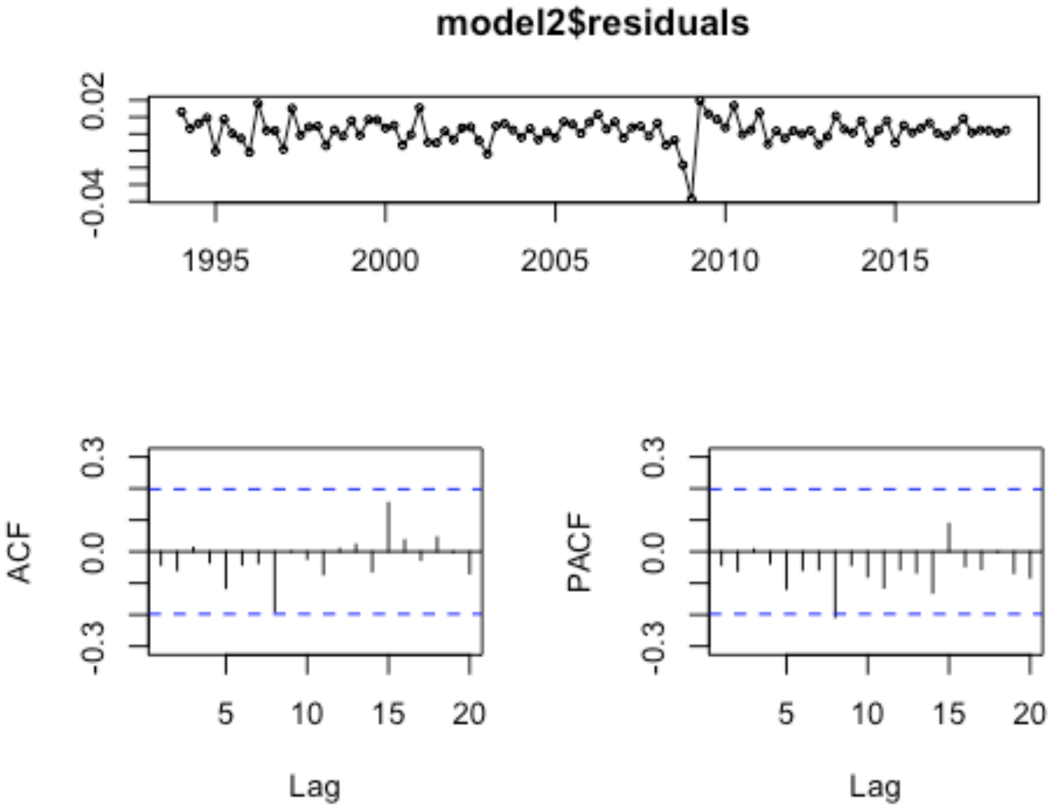
```
tsdisplay(d_ln_gdp)
```



В соответствии с графиком PACF возьмем лаги для AR = (1)

В соответствии с графиком ACF возьмем лаги для MA = (1)

```
model2 <- arima(ln_gdp, order = c(1,1,1), include.mean = T)
tsdisplay(model2$residuals)
```

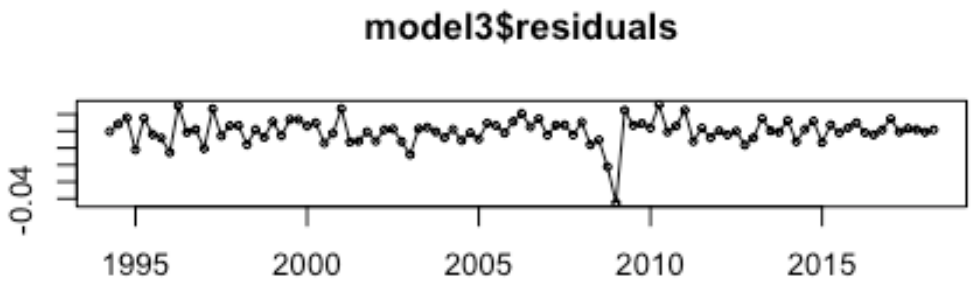


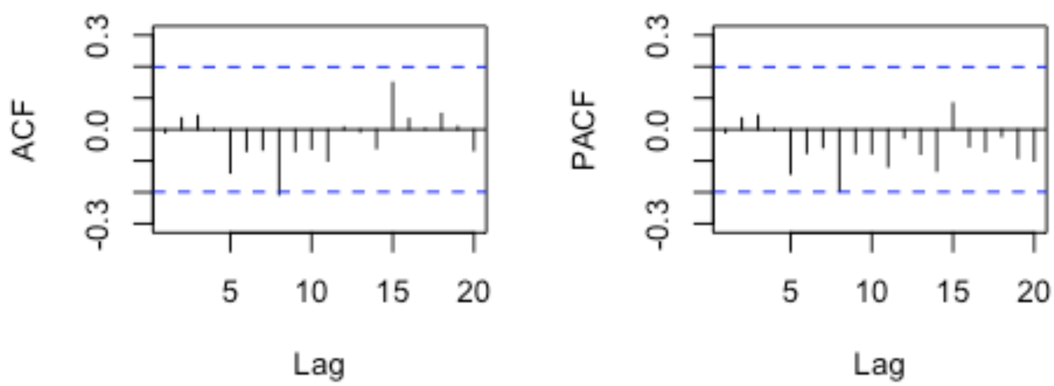

```
summary(model2)


Call:
arima(x = ln_gdp, order = c(1, 1, 1), include.mean = T)

Coefficients:
         ar1      ma1
      0.6784  -0.3143
s.e.  0.1569   0.2020

sigma^2 estimated as 6.164e-05:  log likelihood = 332.41,  aic = -658.83

Training set error measures:
                      ME        RMSE         MAE      MPE       MAPE
Training set 0.001872177 0.007922171 0.005668168 0.014099 0.04271741
                  MASE        ACF1
Training set 0.8853683 -0.04238953

coeftest(model2)


z test of coefficients:

    Estimate Std. Error z value  Pr(>|z|)
ar1  0.67841    0.15692  4.3232 1.538e-05 ***
```

```
ma1 -0.31434    0.20205 -1.5558    0.1198
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

С помощью функции auto.arima определим модель с лучшими информационными критериями:

```
model3 <- auto.arima(d_ln_gdp, stepwise = FALSE, parallel = T, test = c("kpss",
"adf", "pp"),
ic = c("aicc", "aic", "bic"), stationary = T, approximation = F, seasonal = F)

summary(model3)

Series: d_ln_gdp
ARIMA(1,0,0) with non-zero mean

Coefficients:
         ar1    mean
      0.3069  0.0037
s.e.  0.0959  0.0011

sigma^2 estimated as 5.862e-05:  log likelihood=335.93
AIC=-665.85   AICc=-665.6   BIC=-658.13

Training set error measures:
                       ME        RMSE         MAE      MPE     MAPE
Training set 3.226257e-07 0.007577179 0.005103156 74.33587 203.1668
                  MASE        ACF1
Training set 0.6697823 -0.01000973

coeftest(model3)


z test of coefficients:

           Estimate Std. Error z value  Pr(>|z|)
ar1       0.3069318  0.0959129  3.2001 0.0013738 **
intercept 0.0036905  0.0011097  3.3258 0.0008817 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

tsdisplay(model3$residuals)
```





Таким образом получилась модель ARIMA(1,1,0):

$$y_t = 0.0037 + 0.3069y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Проверим с помощью теста Льюинга-Бокса на автокорреляцию в остатках:

```
Box.test(model3$residuals, type ="Ljung-Box", lag = 10, fitdf = 1)


    Box-Ljung test

data:  model3$residuals
X-squared = 8.8084, df = 9, p-value = 0.4551
```

На 5% уровне значимости отвергается гипотеза о наличии автокорреляции в осткаx модели.

Проведем тест на нормальность остатков с помощью теста Shapiro-Wilk:

```
shapiro.test(model3$residuals)


    Shapiro-Wilk normality test

data:  model3$residuals
W = 0.87466, p-value = 1.536e-07
```

К сожалению, тест показывает, что на 5% уровне значимости не отвергается гипотеза о наличии автокорреляции в остатках модели. Это можно объяснить небольшой выборкой.

Проверим на обратимость нашу модель ARIMA(1,1,0):

Уравнение нашего временного ряда исходя из итоговой модели можно представить в виде:

$$y_t = 0.0037 + 0.3069y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Процесс AR всегда обратим => вся модель ARIMA(1,1,0) также обратима и стационарна => Таким образом, получается, что наш процесс ARIMA(0,1,1) обратим и стационарен и можно делать прогнозы по данной модели.

Построим прогноз на 1 день вперед с доверительными интервалами:

```
future <- forecast::forecast(model3, h = 1)
print(future)

        Point Forecast        Lo 80      Hi 80       Lo 95      Hi 95
2018 Q3    0.003940717 -0.005871513 0.01375295 -0.01106579 0.01894723
```

3. Модель VAR.

Создадим матрицу переменных, т.е. предположим, что все переменные в модели VAR эндогенные и выберем порядок лага для модели VAR:

```
varmat <- as.matrix(cbind(d_rates, d_ln_cpi, d_ln_gdp, d_ln_m1, d_nc_sdr, d_bren
t))
VARselect(varmat, lag.max = 4, type= "trend")

$selection
AIC(n)  HQ(n)  SC(n) FPE(n) 
     1      1      1      1 

$criteria
                   1             2             3             4
AIC(n) -2.948922e+01 -2.941928e+01 -2.906721e+01 -2.891189e+01
HQ(n)  -2.902741e+01 -2.856162e+01 -2.781371e+01 -2.726255e+01
SC(n)  -2.834547e+01 -2.729516e+01 -2.596274e+01 -2.482705e+01
FPE(n)  1.562198e-13  1.691108e-13  2.463009e-13  3.013104e-13
```

Таким образом, на основе проведенных тестов на основе информационных критериев, лучшим образом подходит модель с 1-м лагом.

Модель VAR(1):

```
varfit <- VAR(varmat, type = "trend", lag.max = 1)
summary(varfit)


VAR Estimation Results:
```

```
=========================
Endogenous variables: d_rates, d_ln_cpi, d_ln_gdp, d_ln_m1, d_nc_sdr, d_brent
Deterministic variables: trend
Sample size: 96
Log Likelihood: 639.529
Roots of the characteristic polynomial:
0.4072 0.2429 0.1826 0.1826 0.06978 0.01633
Call:
VAR(y = varmat, type = "trend", lag.max = 1)


Estimation results for equation d_rates:
========================================
d_rates = d_rates.l1 + d_ln_cpi.l1 + d_ln_gdp.l1 + d_ln_m1.l1 + d_nc_sdr.l1 + d_
brent.l1 + trend

              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
d_rates.l1   1.490e-01  1.252e-01   1.190    0.237
d_ln_cpi.l1 -1.366e+01  1.259e+01  -1.084    0.281
d_ln_gdp.l1  3.519e+00  5.905e+00   0.596    0.553
d_ln_m1.l1   2.464e+00  1.762e+00   1.398    0.166
d_nc_sdr.l1 -1.762e-01  3.863e-01  -0.456    0.649
d_brent.l1   5.164e-03  4.798e-03   1.076    0.285
trend       -5.573e-04  1.073e-03  -0.520    0.605


Residual standard error: 0.435 on 89 degrees of freedom
Multiple R-Squared: 0.09237,    Adjusted R-squared: 0.02099
F-statistic: 1.294 on 7 and 89 DF,  p-value: 0.2625


Estimation results for equation d_ln_cpi:
=========================================
d_ln_cpi = d_rates.l1 + d_ln_cpi.l1 + d_ln_gdp.l1 + d_ln_m1.l1 + d_nc_sdr.l1 + d
_brent.l1 + trend

              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
d_rates.l1  -1.549e-03  1.081e-03  -1.433   0.1554
d_ln_cpi.l1  5.476e-02  1.087e-01   0.504   0.6158
d_ln_gdp.l1  1.072e-01  5.098e-02   2.103   0.0383 *
d_ln_m1.l1   3.166e-02  1.522e-02   2.081   0.0403 *
d_nc_sdr.l1 -2.727e-03  3.335e-03  -0.818   0.4158
d_brent.l1   6.117e-05  4.142e-05   1.477   0.1433
trend        3.947e-05  9.260e-06   4.262 5.03e-05 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1


Residual standard error: 0.003756 on 89 degrees of freedom
Multiple R-Squared: 0.4749, Adjusted R-squared: 0.4336
F-statistic:  11.5 on 7 and 89 DF,  p-value: 2.575e-10
```

```
Estimation results for equation d_ln_gdp:
=========================================
d_ln_gdp = d_rates.l1 + d_ln_cpi.l1 + d_ln_gdp.l1 + d_ln_m1.l1 + d_nc_sdr.l1 + d
_brent.l1 + trend

              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
d_rates.l1   5.248e-03  2.021e-03   2.596   0.0110 *
d_ln_cpi.l1  8.914e-02  2.033e-01   0.438   0.6621
d_ln_gdp.l1  1.708e-01  9.532e-02   1.792   0.0765 .
d_ln_m1.l1   6.762e-02  2.845e-02   2.377   0.0196 *
d_nc_sdr.l1 -1.612e-03  6.236e-03  -0.258   0.7967
d_brent.l1   1.595e-04  7.745e-05   2.059   0.0424 *
trend        4.120e-05  1.731e-05   2.379   0.0195 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1


Residual standard error: 0.007022 on 89 degrees of freedom
Multiple R-Squared: 0.4124, Adjusted R-squared: 0.3662
F-statistic: 8.922 on 7 and 89 DF,  p-value: 2.745e-08


Estimation results for equation d_ln_m1:
========================================
d_ln_m1 = d_rates.l1 + d_ln_cpi.l1 + d_ln_gdp.l1 + d_ln_m1.l1 + d_nc_sdr.l1 + d_
brent.l1 + trend

              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
d_rates.l1   1.545e-03  7.824e-03   0.197   0.8439
d_ln_cpi.l1  7.769e-01  7.870e-01   0.987   0.3263
d_ln_gdp.l1  6.349e-01  3.690e-01   1.721   0.0888 .
d_ln_m1.l1  -1.304e-01  1.101e-01  -1.185   0.2394
d_nc_sdr.l1 -1.577e-02  2.414e-02  -0.653   0.5153
d_brent.l1  -1.868e-04  2.998e-04  -0.623   0.5349
trend        2.498e-05  6.702e-05   0.373   0.7103
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1


Residual standard error: 0.02718 on 89 degrees of freedom
Multiple R-Squared: 0.09291,    Adjusted R-squared: 0.02157
F-statistic: 1.302 on 7 and 89 DF,  p-value: 0.2585


Estimation results for equation d_nc_sdr:
=========================================
d_nc_sdr = d_rates.l1 + d_ln_cpi.l1 + d_ln_gdp.l1 + d_ln_m1.l1 + d_nc_sdr.l1 + d
_brent.l1 + trend
```

```
               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
d_rates.l1   0.0026781  0.0352130   0.076    0.940
d_ln_cpi.l1  0.9132715  3.5417786   0.258    0.797
d_ln_gdp.l1  1.0463219  1.6605843   0.630    0.530
d_ln_m1.l1  -0.4070788  0.4955845  -0.821    0.414
d_nc_sdr.l1 -0.0093864  0.1086361  -0.086    0.931
d_brent.l1  -0.0004502  0.0013492  -0.334    0.739
trend       -0.0001387  0.0003016  -0.460    0.647


Residual standard error: 0.1223 on 89 degrees of freedom
Multiple R-Squared: 0.01311,    Adjusted R-squared: -0.06451
F-statistic: 0.1689 on 7 and 89 DF,  p-value: 0.9908


Estimation results for equation d_brent:
========================================
d_brent = d_rates.l1 + d_ln_cpi.l1 + d_ln_gdp.l1 + d_ln_m1.l1 + d_nc_sdr.l1 + d_
brent.l1 + trend

               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
d_rates.l1  -2.843e+00  3.397e+00  -0.837    0.405
d_ln_cpi.l1 -1.511e+02  3.417e+02  -0.442    0.659
d_ln_gdp.l1  5.961e+01  1.602e+02   0.372    0.711
d_ln_m1.l1   5.107e+01  4.781e+01   1.068    0.288
d_nc_sdr.l1 -7.385e-01  1.048e+01  -0.070    0.944
d_brent.l1   1.455e-01  1.302e-01   1.118    0.267
trend        4.557e-03  2.910e-02   0.157    0.876


Residual standard error: 11.8 on 89 degrees of freedom
Multiple R-Squared: 0.03501,    Adjusted R-squared: -0.04089
F-statistic: 0.4613 on 7 and 89 DF,  p-value: 0.86



Covariance matrix of residuals:
            d_rates   d_ln_cpi   d_ln_gdp    d_ln_m1   d_nc_sdr   d_brent
d_rates   0.1887849  3.130e-04  6.703e-04 -2.163e-03  3.737e-03   2.45173
d_ln_cpi  0.0003130  1.378e-05 -5.458e-07  1.579e-05  1.604e-05   0.01696
d_ln_gdp  0.0006703 -5.458e-07  4.920e-05  2.651e-05 -7.841e-05   0.01272
d_ln_m1  -0.0021633  1.579e-05  2.651e-05  7.235e-04 -5.159e-06  -0.01703
d_nc_sdr  0.0037370  1.604e-05 -7.841e-05 -5.159e-06  1.490e-02  -0.19069
d_brent   2.4517289  1.696e-02  1.272e-02 -1.703e-02 -1.907e-01 139.28552

Correlation matrix of residuals:
          d_rates d_ln_cpi d_ln_gdp   d_ln_m1  d_nc_sdr  d_brent
d_rates   1.00000  0.19410  0.21994 -0.185101  0.070464  0.47812
d_ln_cpi  0.19410  1.00000 -0.02096  0.158181  0.035405  0.38708
d_ln_gdp  0.21994 -0.02096  1.00000  0.140488 -0.091580  0.15369
d_ln_m1  -0.18510  0.15818  0.14049  1.000000 -0.001571 -0.05363
```

```
d_nc_sdr  0.07046  0.03541 -0.09158 -0.001571  1.000000 -0.13238
d_brent   0.47812  0.38708  0.15369 -0.053630 -0.132375  1.00000
```

Проверим получившуюся модель VAR(1) на автокорреляцию с помощью обратных корней:

```
vars::roots(varfit)

[1] 0.40720098 0.24288983 0.18262686 0.18262686 0.06978198 0.01632764
```

Как видно из вышеприведенных значений обратные корни для остатков модели VAR(1) стационарны, т.к. получившиеся значения не превосходят по модулю 1.

Исходя из результатов теста Фишера значимыми получились 2 уравнения для 1-й разности логарифма CPI(d_ln_cpi)(P-value = 2.575e-10) и для 1-й разности логарифма GDP(d_ln_gdp)(P-value = 2.745e-08). Для теста Фишера нулевая гипотеза - незначимость модели вцелом.

Проверим остатки каждого из уравнения модели VAR(1) на наличие автокорреляции с помощью теста Льюинга-Бокса:

```
Box.test(varfit$varresult$d_rates$residuals, type= "Ljung-Box")


    Box-Ljung test

data:  varfit$varresult$d_rates$residuals
X-squared = 0.12976, df = 1, p-value = 0.7187

Box.test(varfit$varresult$d_ln_cpi$residuals, type= "Ljung-Box")


    Box-Ljung test

data:  varfit$varresult$d_ln_cpi$residuals
X-squared = 1.6389, df = 1, p-value = 0.2005

Box.test(varfit$varresult$d_ln_gdp$residuals, type= "Ljung-Box")


    Box-Ljung test

data:  varfit$varresult$d_ln_gdp$residuals
X-squared = 0.21487, df = 1, p-value = 0.643

Box.test(varfit$varresult$d_ln_m1$residuals, type= "Ljung-Box")


    Box-Ljung test

data:  varfit$varresult$d_ln_m1$residuals
X-squared = 0.89527, df = 1, p-value = 0.3441

Box.test(varfit$varresult$d_nc_sdr$residuals, type= "Ljung-Box")
```

```
    Box-Ljung test

data:  varfit$varresult$d_nc_sdr$residuals
X-squared = 0.016403, df = 1, p-value = 0.8981
```

```
Box.test(varfit$varresult$d_brent$residuals, type= "Ljung-Box")
```

```
    Box-Ljung test

data:  varfit$varresult$d_brent$residuals
X-squared = 0.054194, df = 1, p-value = 0.8159
```

Таким образом в остатках 6-ти уравнений модели VAR(1) не отвергается нулева гипотеза на 5% уровне значимости об отсутствии автокорреляции.

Проведем также Тест Харке — Бера на нормальность остатков, где H0 - гипотеза о нормальности ошибок распределений:

```
normality.test(varfit)
```

```
$JB

    JB-Test (multivariate)

data:  Residuals of VAR object varfit
Chi-squared = 19429, df = 12, p-value < 2.2e-16


$Skewness

    Skewness only (multivariate)

data:  Residuals of VAR object varfit
Chi-squared = 1042, df = 6, p-value < 2.2e-16


$Kurtosis

    Kurtosis only (multivariate)

data:  Residuals of VAR object varfit
Chi-squared = 18387, df = 6, p-value < 2.2e-16
```

Отвергается на 5% уровне значимости гипотеза о нормальности остатков в модели VAR(2).

4. Тест на причинность по Грейнджеру

Проведем тест на причинность по Грейнджеру для того, чтобы лучше специфировать модель. H_0: коэффициент при лагах объясняющей переменной равен 0, т.е. нет взаимосвязи между изменениями двух временных рядов. Результаты теста приведены ниже:

```
# Для ставки d_rates:
grangertest(d_rates~d_ln_cpi, order = 1, data = as.data.frame(varmat))

Granger causality test

Model 1: d_rates ~ Lags(d_rates, 1:1) + Lags(d_ln_cpi, 1:1)
Model 2: d_rates ~ Lags(d_rates, 1:1)
  Res.Df Df      F Pr(>F)
1     93
2     94 -1 0.0019 0.9652

grangertest(d_rates~d_ln_cpi, order = 1, data = as.data.frame(varmat))

Granger causality test

Model 1: d_rates ~ Lags(d_rates, 1:1) + Lags(d_ln_cpi, 1:1)
Model 2: d_rates ~ Lags(d_rates, 1:1)
  Res.Df Df      F Pr(>F)
1     93
2     94 -1 0.0019 0.9652

grangertest(d_rates~d_ln_gdp, order = 1, data = as.data.frame(varmat))

Granger causality test

Model 1: d_rates ~ Lags(d_rates, 1:1) + Lags(d_ln_gdp, 1:1)
Model 2: d_rates ~ Lags(d_rates, 1:1)
  Res.Df Df      F Pr(>F)
1     93
2     94 -1 1.4079 0.2384

grangertest(d_rates~d_ln_m1, order = 1, data = as.data.frame(varmat))

Granger causality test

Model 1: d_rates ~ Lags(d_rates, 1:1) + Lags(d_ln_m1, 1:1)
Model 2: d_rates ~ Lags(d_rates, 1:1)
  Res.Df Df      F Pr(>F)
1     93
2     94 -1 2.7553 0.1003

grangertest(d_rates~d_brent, order = 1, data = as.data.frame(varmat))

Granger causality test

Model 1: d_rates ~ Lags(d_rates, 1:1) + Lags(d_brent, 1:1)
```

```
Model 2: d_rates ~ Lags(d_rates, 1:1)
  Res.Df Df      F Pr(>F)
1     93
2     94 -1 0.9486 0.3326
```

```r
# Для d_ln_cpi:
grangertest(d_ln_cpi~d_rates, order = 1, data = as.data.frame(varmat))
```

```
Granger causality test

Model 1: d_ln_cpi ~ Lags(d_ln_cpi, 1:1) + Lags(d_rates, 1:1)
Model 2: d_ln_cpi ~ Lags(d_ln_cpi, 1:1)
  Res.Df Df     F Pr(>F)
1     93
2     94 -1 0.018 0.8934
```

```r
grangertest(d_ln_cpi~d_ln_gdp, order = 1, data = as.data.frame(varmat))
```

```
Granger causality test

Model 1: d_ln_cpi ~ Lags(d_ln_cpi, 1:1) + Lags(d_ln_gdp, 1:1)
Model 2: d_ln_cpi ~ Lags(d_ln_cpi, 1:1)
  Res.Df Df     F  Pr(>F)
1     93
2     94 -1 2.962 0.08857 .
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```r
grangertest(d_ln_cpi~d_ln_m1, order = 1, data = as.data.frame(varmat))
```

```
Granger causality test

Model 1: d_ln_cpi ~ Lags(d_ln_cpi, 1:1) + Lags(d_ln_m1, 1:1)
Model 2: d_ln_cpi ~ Lags(d_ln_cpi, 1:1)
  Res.Df Df      F Pr(>F)
1     93
2     94 -1 2.2032 0.1411
```

```r
grangertest(d_ln_cpi~d_nc_sdr, order = 1, data = as.data.frame(varmat))
```

```
Granger causality test

Model 1: d_ln_cpi ~ Lags(d_ln_cpi, 1:1) + Lags(d_nc_sdr, 1:1)
Model 2: d_ln_cpi ~ Lags(d_ln_cpi, 1:1)
  Res.Df Df      F Pr(>F)
1     93
2     94 -1 0.4891 0.4861
```

```r
grangertest(d_ln_cpi~d_brent, order = 1, data = as.data.frame(varmat))
```

```
Granger causality test

Model 1: d_ln_cpi ~ Lags(d_ln_cpi, 1:1) + Lags(d_brent, 1:1)
Model 2: d_ln_cpi ~ Lags(d_ln_cpi, 1:1)
```

```
  Res.Df Df      F  Pr(>F)
1     93
2     94 -1 3.9722 0.04919 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

# Для ставки d_ln_gdp:
grangertest(d_ln_gdp~d_rates, order = 1, data = as.data.frame(varmat))

Granger causality test

Model 1: d_ln_gdp ~ Lags(d_ln_gdp, 1:1) + Lags(d_rates, 1:1)
Model 2: d_ln_gdp ~ Lags(d_ln_gdp, 1:1)
  Res.Df Df      F    Pr(>F)
1     93
2     94 -1 15.046 0.0001956 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

grangertest(d_ln_gdp~d_ln_cpi, order = 1, data = as.data.frame(varmat))

Granger causality test

Model 1: d_ln_gdp ~ Lags(d_ln_gdp, 1:1) + Lags(d_ln_cpi, 1:1)
Model 2: d_ln_gdp ~ Lags(d_ln_gdp, 1:1)
  Res.Df Df      F  Pr(>F)
1     93
2     94 -1 3.3316 0.07117 .
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

grangertest(d_ln_gdp~d_ln_m1, order = 1, data = as.data.frame(varmat))

Granger causality test

Model 1: d_ln_gdp ~ Lags(d_ln_gdp, 1:1) + Lags(d_ln_m1, 1:1)
Model 2: d_ln_gdp ~ Lags(d_ln_gdp, 1:1)
  Res.Df Df      F Pr(>F)
1     93
2     94 -1 1.1029 0.2964

grangertest(d_ln_gdp~d_nc_sdr, order = 1, data = as.data.frame(varmat))

Granger causality test

Model 1: d_ln_gdp ~ Lags(d_ln_gdp, 1:1) + Lags(d_nc_sdr, 1:1)
Model 2: d_ln_gdp ~ Lags(d_ln_gdp, 1:1)
  Res.Df Df     F Pr(>F)
1     93
2     94 -1 9e-04 0.9758

grangertest(d_ln_gdp~d_brent, order = 1, data = as.data.frame(varmat))
```

```
Granger causality test

Model 1: d_ln_gdp ~ Lags(d_ln_gdp, 1:1) + Lags(d_brent, 1:1)
Model 2: d_ln_gdp ~ Lags(d_ln_gdp, 1:1)
  Res.Df Df      F    Pr(>F)
1     93
2     94 -1 14.182 0.0002907 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

# Для ставки d_ln_m1:
grangertest(d_ln_m1~d_rates, order = 1, data = as.data.frame(varmat))

Granger causality test

Model 1: d_ln_m1 ~ Lags(d_ln_m1, 1:1) + Lags(d_rates, 1:1)
Model 2: d_ln_m1 ~ Lags(d_ln_m1, 1:1)
  Res.Df Df      F Pr(>F)
1     93
2     94 -1 0.9026 0.3446

grangertest(d_ln_m1~d_ln_cpi, order = 1, data = as.data.frame(varmat))

Granger causality test

Model 1: d_ln_m1 ~ Lags(d_ln_m1, 1:1) + Lags(d_ln_cpi, 1:1)
Model 2: d_ln_m1 ~ Lags(d_ln_m1, 1:1)
  Res.Df Df      F Pr(>F)
1     93
2     94 -1 0.4675 0.4959

grangertest(d_ln_m1~d_ln_gdp, order = 1, data = as.data.frame(varmat))

Granger causality test

Model 1: d_ln_m1 ~ Lags(d_ln_m1, 1:1) + Lags(d_ln_gdp, 1:1)
Model 2: d_ln_m1 ~ Lags(d_ln_m1, 1:1)
  Res.Df Df      F Pr(>F)
1     93
2     94 -1 1.7954 0.1835

grangertest(d_ln_m1~d_nc_sdr, order = 1, data = as.data.frame(varmat))

Granger causality test

Model 1: d_ln_m1 ~ Lags(d_ln_m1, 1:1) + Lags(d_nc_sdr, 1:1)
Model 2: d_ln_m1 ~ Lags(d_ln_m1, 1:1)
  Res.Df Df      F Pr(>F)
1     93
2     94 -1 0.1514 0.6981

grangertest(d_ln_m1~d_brent, order = 1, data = as.data.frame(varmat))
```

```
Granger causality test

Model 1: d_ln_m1 ~ Lags(d_ln_m1, 1:1) + Lags(d_brent, 1:1)
Model 2: d_ln_m1 ~ Lags(d_ln_m1, 1:1)
  Res.Df Df      F Pr(>F)
1     93
2     94 -1 0.0028 0.9578

# Для ставки d_nc_sdr:
grangertest(d_nc_sdr~d_rates, order = 1, data = as.data.frame(varmat))

Granger causality test

Model 1: d_nc_sdr ~ Lags(d_nc_sdr, 1:1) + Lags(d_rates, 1:1)
Model 2: d_nc_sdr ~ Lags(d_nc_sdr, 1:1)
  Res.Df Df      F Pr(>F)
1     93
2     94 -1 0.0551  0.815

grangertest(d_nc_sdr~d_ln_cpi, order = 1, data = as.data.frame(varmat))

Granger causality test

Model 1: d_nc_sdr ~ Lags(d_nc_sdr, 1:1) + Lags(d_ln_cpi, 1:1)
Model 2: d_nc_sdr ~ Lags(d_nc_sdr, 1:1)
  Res.Df Df      F Pr(>F)
1     93
2     94 -1 0.6032 0.4393

grangertest(d_nc_sdr~d_ln_gdp, order = 1, data = as.data.frame(varmat))

Granger causality test

Model 1: d_nc_sdr ~ Lags(d_nc_sdr, 1:1) + Lags(d_ln_gdp, 1:1)
Model 2: d_nc_sdr ~ Lags(d_nc_sdr, 1:1)
  Res.Df Df      F Pr(>F)
1     93
2     94 -1 0.7484 0.3892

grangertest(d_nc_sdr~d_ln_m1, order = 1, data = as.data.frame(varmat))

Granger causality test

Model 1: d_nc_sdr ~ Lags(d_nc_sdr, 1:1) + Lags(d_ln_m1, 1:1)
Model 2: d_nc_sdr ~ Lags(d_nc_sdr, 1:1)
  Res.Df Df      F Pr(>F)
1     93
2     94 -1 0.2283 0.6339

grangertest(d_nc_sdr~d_brent, order = 1, data = as.data.frame(varmat))

Granger causality test

Model 1: d_nc_sdr ~ Lags(d_nc_sdr, 1:1) + Lags(d_brent, 1:1)
```

```
Model 2: d_nc_sdr ~ Lags(d_nc_sdr, 1:1)
  Res.Df Df      F Pr(>F)
1     93
2     94 -1 0.0034 0.9534

# Для ставки d_brent:
grangertest(d_brent~d_rates, order = 1, data = as.data.frame(varmat))

Granger causality test

Model 1: d_brent ~ Lags(d_brent, 1:1) + Lags(d_rates, 1:1)
Model 2: d_brent ~ Lags(d_brent, 1:1)
  Res.Df Df      F Pr(>F)
1     93
2     94 -1 0.9668  0.328

grangertest(d_brent~d_ln_cpi, order = 1, data = as.data.frame(varmat))

Granger causality test

Model 1: d_brent ~ Lags(d_brent, 1:1) + Lags(d_ln_cpi, 1:1)
Model 2: d_brent ~ Lags(d_brent, 1:1)
  Res.Df Df      F Pr(>F)
1     93
2     94 -1 0.2054 0.6514

grangertest(d_brent~d_ln_gdp, order = 1, data = as.data.frame(varmat))

Granger causality test

Model 1: d_brent ~ Lags(d_brent, 1:1) + Lags(d_ln_gdp, 1:1)
Model 2: d_brent ~ Lags(d_brent, 1:1)
  Res.Df Df     F Pr(>F)
1     93
2     94 -1 0.071 0.7905

grangertest(d_brent~d_ln_m1, order = 1, data = as.data.frame(varmat))

Granger causality test

Model 1: d_brent ~ Lags(d_brent, 1:1) + Lags(d_ln_m1, 1:1)
Model 2: d_brent ~ Lags(d_brent, 1:1)
  Res.Df Df      F Pr(>F)
1     93
2     94 -1 1.4866 0.2258

grangertest(d_brent~d_nc_sdr, order = 1, data = as.data.frame(varmat))

Granger causality test

Model 1: d_brent ~ Lags(d_brent, 1:1) + Lags(d_nc_sdr, 1:1)
Model 2: d_brent ~ Lags(d_brent, 1:1)
  Res.Df Df      F Pr(>F)
```

```
1      93
2      94 -1 0.0532 0.8181
```

Вычисленные значения p-value показывают:

- лаги d_ln_gdp помогают предсказать значения d_ln_cpi на 10% уровне значимости(p-value = 0.08857)
- лаги d_brent помогают объяснить измение значений d_ln_cpi на 5% уровне значимости(p-value = 0.04919)
- лаги d_rates помогают объяснить значения d_ln_gdp на 5% уровне значимости(p-value = 0,0001956)
- лаги d_ln_cpi помогают объяснить d_ln_gdp на 10% уровне значимости(p-value =)
- лаги d_brent помогают объяснить измение значения ряда d_ln_gdp на 5% уровне значимости(p-value = 0.0002907)
- Других причинно-следственных связей на адекватном уровне зачимости не было установлено.

Модель VAR для лучшей спецификации можно изменить следующим образом:

1. Удалим из модели d_ln_m1, d_nc_sdr
2. Оставим d_ln_gdp, d_ln_cpi в эндогенных факторах
3. Добавим d_rates, d_brent в экзогенные факторы

Определим количество лагов для того, чтобы лучше оценить модель VAR:

```
varmat2 <- as.matrix(cbind(d_rates, d_ln_cpi, d_ln_gdp, d_brent))
VARselect(varmat2, lag.max = 4, type= "trend")

$selection
AIC(n)  HQ(n)  SC(n) FPE(n)
     2      1      1      2

$criteria
                   1             2             3             4
AIC(n) -1.812051e+01 -1.818413e+01 -1.805356e+01 -1.814184e+01
HQ(n)  -1.790060e+01 -1.778829e+01 -1.748179e+01 -1.739414e+01
SC(n)  -1.757587e+01 -1.720377e+01 -1.663749e+01 -1.629005e+01
FPE(n)  1.350644e-08  1.269951e-08  1.454246e-08  1.343746e-08
```

В этот раз, нельзя так однозначно сказать, какой лучше взять порядок лага. Поэтому руководствуясь принципом, что AIC при малых выборках дает лучший результат, чем HQ, то возьмем лаг 2.

```
exog <- as.matrix(cbind(d_rates, d_brent))
endog <- as.matrix(cbind(d_ln_cpi, d_ln_gdp))
varfit2 <- VAR(endog, type = "const", lag.max = 2, exogen = exog)
summary(varfit2)
```

```
VAR Estimation Results:
=========================
Endogenous variables: d_ln_cpi, d_ln_gdp
Deterministic variables: const
Sample size: 96
Log Likelihood: 757.606
Roots of the characteristic polynomial:
0.316 0.1468
Call:
VAR(y = endog, type = "const", exogen = exog, lag.max = 2)


Estimation results for equation d_ln_cpi:
=========================================
d_ln_cpi = d_ln_cpi.l1 + d_ln_gdp.l1 + const + d_rates + d_brent

              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
d_ln_cpi.l1 -0.0872808  0.0923142  -0.945 0.346920
d_ln_gdp.l1  0.0635845  0.0410500   1.549 0.124865
const        0.0035911  0.0004926   7.289  1.1e-10 ***
d_rates      0.0007185  0.0008632   0.832 0.407388
d_brent      0.0001182  0.0000320   3.692 0.000379 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1


Residual standard error: 0.003169 on 91 degrees of freedom
Multiple R-Squared: 0.2285, Adjusted R-squared: 0.1946
F-statistic:  6.74 on 4 and 91 DF,  p-value: 8.5e-05


Estimation results for equation d_ln_gdp:
=========================================
d_ln_gdp = d_ln_cpi.l1 + d_ln_gdp.l1 + const + d_rates + d_brent

             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
d_ln_cpi.l1 3.774e-01  2.135e-01   1.768  0.08045 .
d_ln_gdp.l1 2.565e-01  9.494e-02   2.702  0.00822 **
const       1.741e-03  1.139e-03   1.528  0.12997
d_rates     5.120e-03  1.996e-03   2.564  0.01197 *
d_brent     1.057e-05  7.401e-05   0.143  0.88676
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1


Residual standard error: 0.00733 on 91 degrees of freedom
Multiple R-Squared: 0.2064, Adjusted R-squared: 0.1715
F-statistic: 5.918 on 4 and 91 DF,  p-value: 0.0002806
```

```
Covariance matrix of residuals:
           d_ln_cpi   d_ln_gdp
d_ln_cpi  1.005e-05 -2.569e-06
d_ln_gdp -2.569e-06  5.373e-05

Correlation matrix of residuals:
         d_ln_cpi d_ln_gdp
d_ln_cpi   1.0000  -0.1106
d_ln_gdp  -0.1106   1.0000
```

Проверим получившуюся модель VAR(1) на автокорреляцию с помощью обратных корней:

```
vars::roots(varfit2)

[1] 0.3160404 0.1467840
```

Как видно из вышеприведенных значений обратные корни для остатов модели VAR(1) стационарны, т.к. получившиеся значения не превосходят по модулю 1.

Исходя из результатов теста Фишера значимыми получились все уравнения в модели:

- для 1-й разности логарифма CPI(d_ln_cpi)(P-value = 8.5e-05)
- для 1-й разности логарифма GDP(d_ln_gdp)(P-value = 0.0002806)
- для теста Фишера нулевая гипотеза - незначимость модели вцелом.

Проверим остатки каждого из уравнения модели VAR(1) на наличие автокорреляции с помощью теста Льюинга-Бокса:

```
Box.test(varfit2$varresult$d_ln_cpi$residuals, type= "Ljung-Box")


    Box-Ljung test

data:  varfit2$varresult$d_ln_cpi$residuals
X-squared = 0.78391, df = 1, p-value = 0.3759

Box.test(varfit2$varresult$d_ln_gdp$residuals, type= "Ljung-Box")


    Box-Ljung test

data:  varfit2$varresult$d_ln_gdp$residuals
X-squared = 1.2819, df = 1, p-value = 0.2575
```

Таким образом, в остатках 6-ти уравнений модели VAR(1) не отвергается нулевая гипотеза на 5% уровне значимости об отсутствии автокорреляции.

Проведем также Тест Харке — Бера на нормальность остатков, где H0 - гипотеза о нормальности ошибок распределений:

```r
normality.test(varfit2)
```

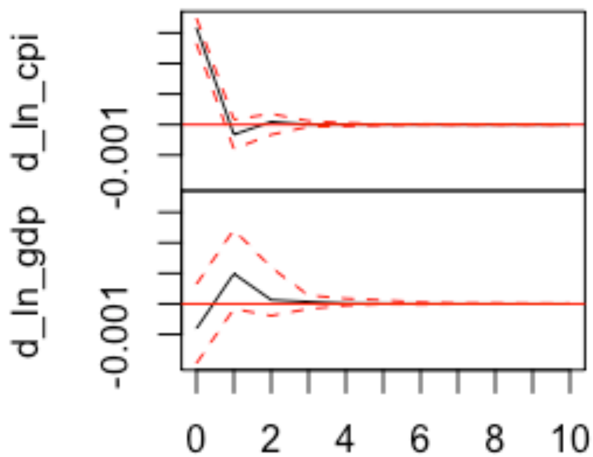
```
$JB

	JB-Test (multivariate)

data:  Residuals of VAR object varfit2
Chi-squared = 367.23, df = 4, p-value < 2.2e-16


$Skewness

	Skewness only (multivariate)

data:  Residuals of VAR object varfit2
Chi-squared = 57.648, df = 2, p-value = 3.033e-13


$Kurtosis

	Kurtosis only (multivariate)

data:  Residuals of VAR object varfit2
Chi-squared = 309.58, df = 2, p-value < 2.2e-16
```

Таким образом, отвергается на 5% уровне значимости гипотеза о нормальности остатков в модели VAR(2).

Импульсивные отклики:

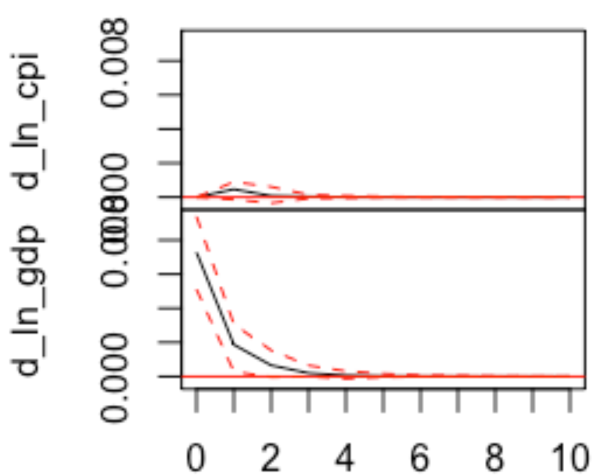
```r
# Здесь может быть понадобится в консоли нажать Enter, чтобы график отобразился
impresp <- irf(varfit2)
plot(impresp)
```

Orthogonal Impulse Response from d_ln_cpi



95 % Bootstrap CI, 100 runs

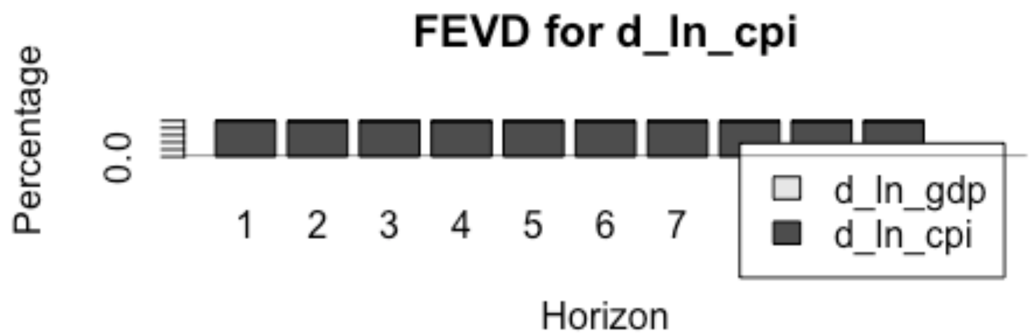
Orthogonal Impulse Response from d_ln_gdp

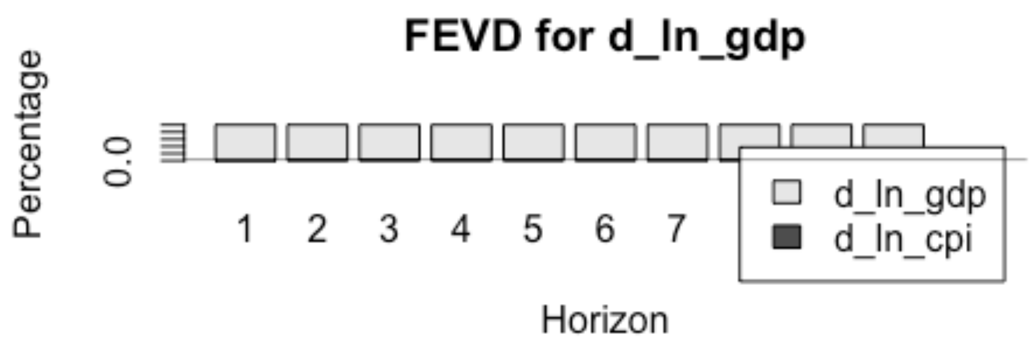


95 % Bootstrap CI, 100 runs

Разложение дисперсии ошибок:

```
plot(fevd(varfit2))
```



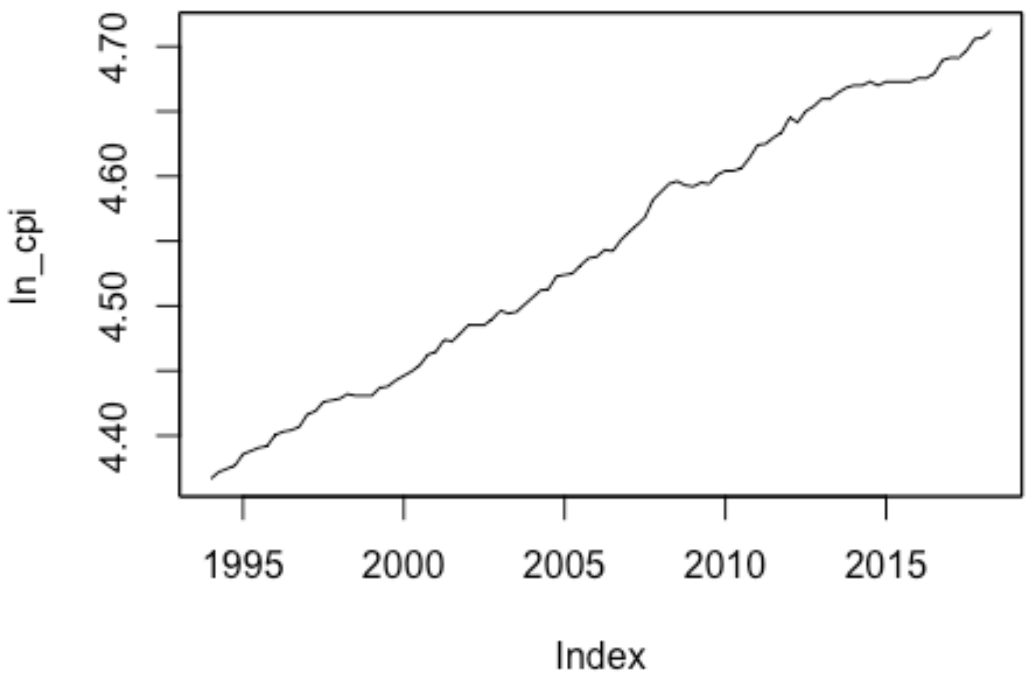


Таким образом ряды d_ln_cpi и d_ln_gdp реагируют в основном на свои собственные шоки, возникающие в лагах до 10-го порядка.

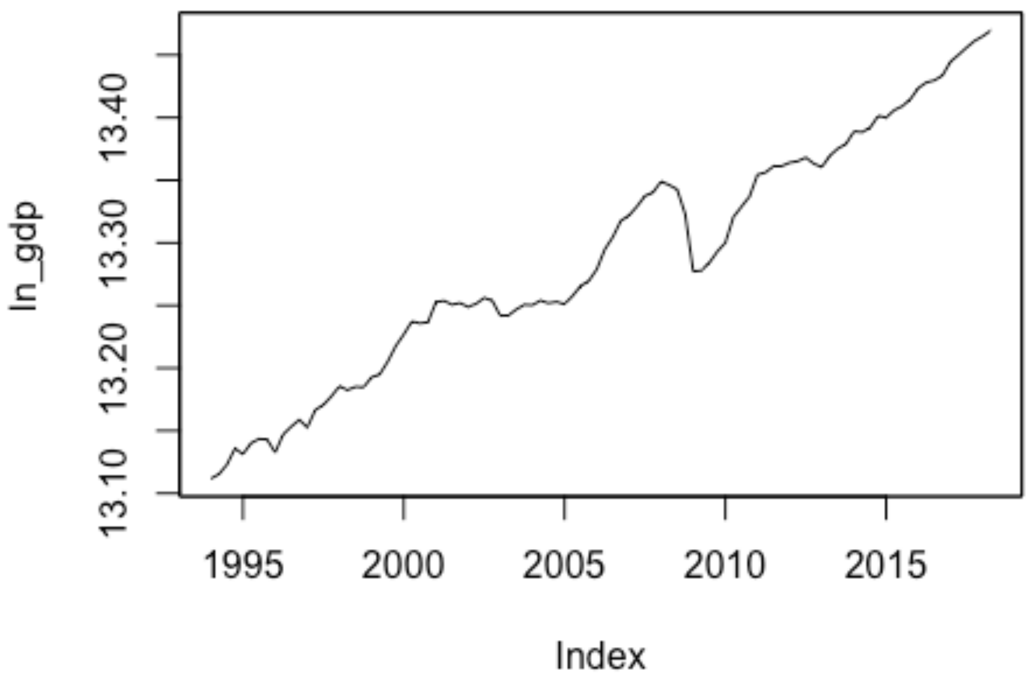
5. Тест Ингла-Грейнджера на коинтеграцию. Построение моделей ECM.

Для начало построим парные графики первоначальных рядов, для того, чтобы визуально убедиться в наличии коинтеграции между рядами:

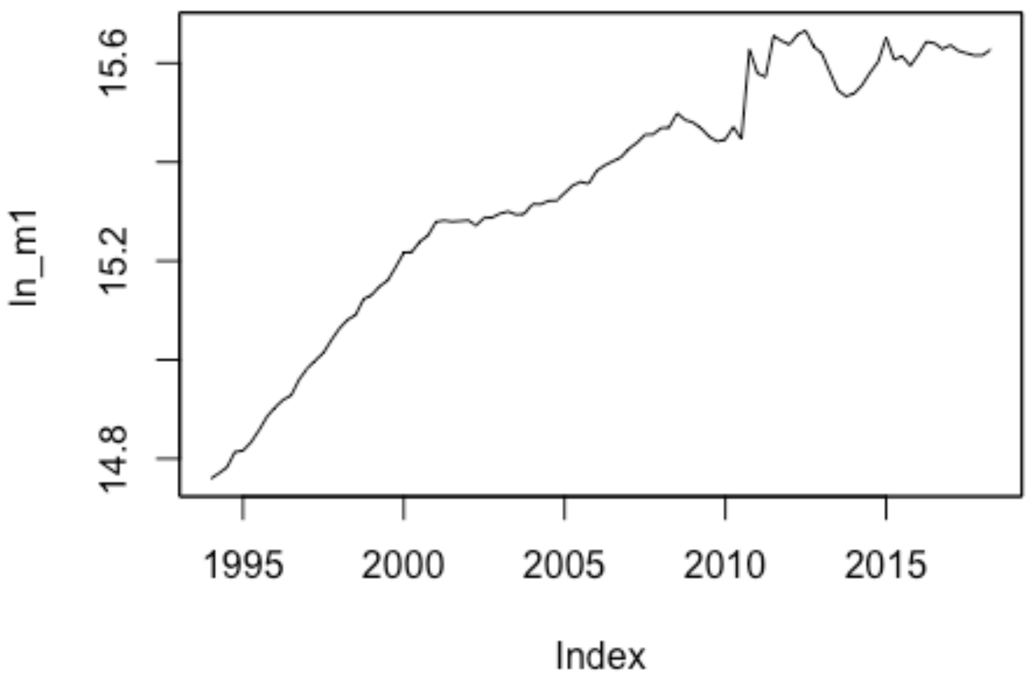
```
zoo::plot.zoo(ln_cpi)
```



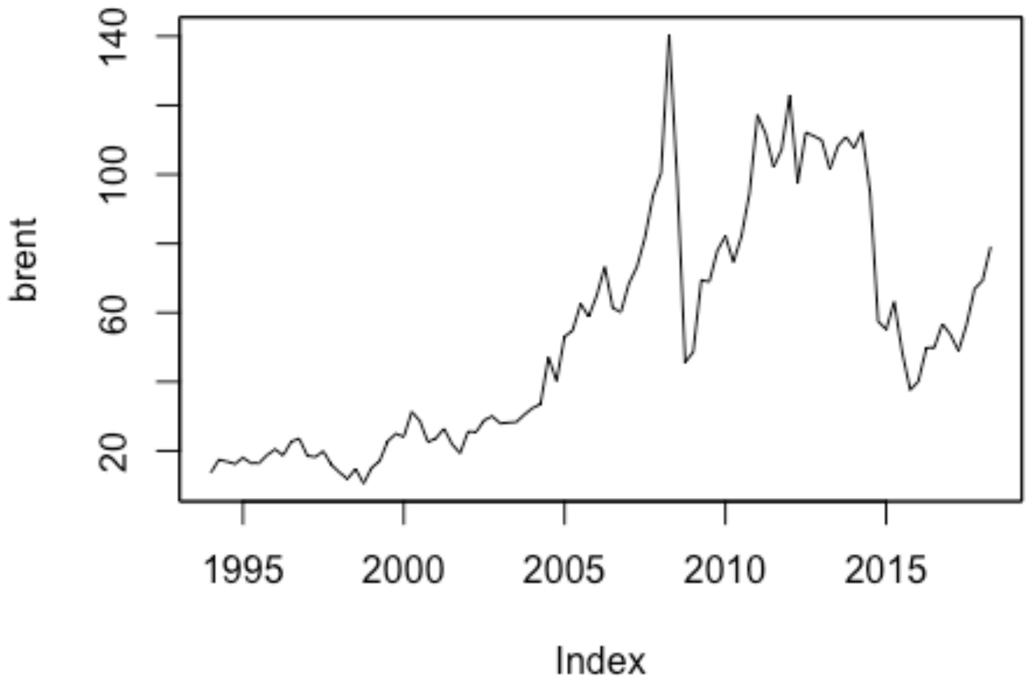

```
zoo::plot.zoo(ln_gdp)
```




```
zoo::plot.zoo(ln_m1)
```




```r
zoo::plot.zoo(brent)
```




```
zoo::plot.zoo(rates)
```


```
zoo::plot.zoo(nc_sdr)
```

Проведем двухшаговую процедуру Ингла-Грейнджера:

Шаг 1. Определение порядка интегрируемости

Из пункта 1 мы определили, что все ряды ~ I(1)

Шаг 2б. Коитеграционный вектор неизвестен.

Сначала строится вспомогательная регрессия вида:

$$y_t = \alpha + \beta x_t + \epsilon_t$$

Затем сохраняются из нее остатки, и на основе ее рассчитывается вспомогательная регрессию и тестрируется гипотеза $H_0\colon \rho = 0$, т.е. ряд e_t принадлежит к классу DS и коинтеграции нет. В этом тесте используются критические точки МакКиннона.

```
coint <- function(x){
  d <- as.matrix(x)
  n <- length(colnames(x))
  m <- combn(n, 2) # Число возможных комбинаций попарных
  col_m <- dim(m)[2]
  result <- matrix(NA, nrow= col_m, ncol = 5)
  colnames(result) <- c("Response", "Input", "no trend", "linear trend", "quadra
tic trend")
  for (i in 1:col_m){
    Var_1 <- m[1, i]
    Var_2 <- m[2, i]
```

```
    res <- (coint.test(d[,Var_1], d[,Var_2], nlag = 4, output = F))
    result[i,1]<-colnames(x)[Var_1]
    result[i,2]<-colnames(x)[Var_2]
    result[i,3]<-toString(res[1,"p.value"])
    result[i,4]<-toString(res[2,"p.value"])
    result[i,5]<-toString(res[3,"p.value"])
  }
  return(result)
}
```

Создаем матрицу с нашими всеми первоначальными рядами и проводим попарный коинтеграционный тест Ингла-Грейнджера:

```
dt2 <- as.matrix(cbind(rates, ln_gdp, ln_m1, brent, ln_cpi, nc_sdr))
res1 <- coint(dt2)
```

Получаем следующую таблицу с результатами:

```
pander(res1)
```

Response	Input	no trend	linear trend	quadratic trend
rates	ln_gdp	0.0184649013276559	0.1	0.1
rates	ln_m1	0.1	0.1	0.1
rates	brent	0.1	0.1	0.1
rates	ln_cpi	0.0338955027664035	0.1	0.1
rates	nc_sdr	0.1	0.1	0.1
ln_gdp	ln_m1	0.1	0.1	0.1
ln_gdp	brent	0.1	0.1	0.1
ln_gdp	ln_cpi	0.0763217907972676	0.1	0.1
ln_gdp	nc_sdr	0.1	0.1	0.0630514542359205
ln_m1	brent	0.1	0.1	0.1
ln_m1	ln_cpi	0.1	0.1	0.1
ln_m1	nc_sdr	0.1	0.1	0.1
brent	ln_cpi	0.1	0.1	0.1
brent	nc_sdr	0.1	0.1	0.1
ln_cpi	nc_sdr	0.1	0.1	0.1

Составим аналогичную таблицу повторно, т.к. при небольших выборках, тест м.б. чувствителен от того, в каком порядке стоят попарно тестируемые ряды. Таким образом, составим матрицу, где бы столбцы шли в обратном порядке.

```
dt2 <- as.matrix(cbind(nc_sdr, ln_cpi, brent, ln_m1, ln_gdp, rates))
res2 <- coint(dt2)

pander(res2)
```

Response	Input	no trend	linear trend	quadratic trend

nc_sdr	ln_cpi	0.1	0.1	0.1
nc_sdr	brent	0.1	0.1	0.1
nc_sdr	ln_m1	0.0732535740288688	0.1	0.1
nc_sdr	ln_gdp	0.1	0.1	0.1
nc_sdr	rates	0.1	0.1	0.1
ln_cpi	brent	0.1	0.1	0.1
ln_cpi	ln_m1	0.1	0.1	0.1
ln_cpi	ln_gdp	0.0808120557540931	0.1	0.1
ln_cpi	rates	0.1	0.1	0.1
brent	ln_m1	0.1	0.1	0.1
brent	ln_gdp	0.1	0.1	0.1
brent	rates	0.1	0.1	0.1
ln_m1	ln_gdp	0.1	0.1	0.1
ln_m1	rates	0.1	0.1	0.1
ln_gdp	rates	0.0681299785700403	0.1	0.1

Из приведенных таблиц res1 и res2 можно сказать, что вероятней всего существует с 10% уровнем значимости коинтеграция между рядами ln_gdp и rates(т.к. показано в первом случае 0.018, а во втором 0.068) и между ln_cpi и ln_gdp(в первом случае - 0.076, во втором - 0.08). Поскольку эти ряды приводятся к стационарному виду в результате взятия первой разности, то обе коинтеграции CI(1,1).

Построим модели ECM для для этих пар.

Для начала оценим по МНК долгосрочные соотношения между этими рядами:

ln_gdp(t) = b**rates(t)*

*ln_cpi(t) = b**ln_gdp(t)

Возьмем остатки из этих моделей и проверим их на стационарность с помощью теста ADF:

```
mod1 <- lm(ln_gdp~rates-1)
mod2 <- lm(ln_cpi~ln_gdp-1)

summary(mod1)


Call:
lm(formula = ln_gdp ~ rates - 1)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-8.2709  0.2285  4.4753 12.7392 16.0703 

Coefficients:
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
```

```
rates   3.2959     0.2857   11.54   <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 8.673 on 97 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.5784,    Adjusted R-squared:  0.574
F-statistic: 133.1 on 1 and 97 DF,  p-value: < 2.2e-16

summary(mod2)


Call:
lm(formula = ln_cpi ~ ln_gdp - 1)

Residuals:
      Min        1Q    Median        3Q       Max
-0.117405 -0.076388 -0.003803  0.073690  0.105592

Coefficients:
        Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
ln_gdp 0.3420072  0.0005487   623.3   <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.07218 on 97 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9998,    Adjusted R-squared:  0.9997
F-statistic: 3.885e+05 on 1 and 97 DF,  p-value: < 2.2e-16

test1 <- (ur.df(mod1$residuals, type = "none"))
test2 <- (ur.df(mod2$residuals, type = "none"))

summary(test1)


###############################################
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
###############################################

Test regression none


Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-4.1782 -0.6215  0.1849  0.6473  4.9465

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
z.lag.1    -0.004747   0.017394  -0.273   0.7855
z.diff.lag  0.193728   0.102736   1.886   0.0624 .
```

```
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.435 on 94 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.03648,   Adjusted R-squared:  0.01598
F-statistic:  1.78 on 2 and 94 DF,  p-value: 0.1743


Value of test-statistic is: -0.2729

Critical values for test statistics:
     1pct  5pct 10pct
tau1 -2.6 -1.95 -1.61
```

```r
summary(test2)
```

```
###############################################
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
###############################################

Test regression none


Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)

Residuals:
      Min        1Q    Median        3Q       Max
-0.006810 -0.001438  0.001152  0.004635  0.014377

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
z.lag.1    -0.004107   0.007137  -0.576    0.566
z.diff.lag  0.124475   0.102158   1.218    0.226

Residual standard error: 0.004946 on 94 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.01919,   Adjusted R-squared:  -0.001679
F-statistic: 0.9196 on 2 and 94 DF,  p-value: 0.4023


Value of test-statistic is: -0.5755

Critical values for test statistics:
     1pct  5pct 10pct
tau1 -2.6 -1.95 -1.61
```

Обе тестовых значения получились меньше тестовой статистики, что говорит о том, что нулевая гипотеза о наличии в остатках единичного корня отвергается. Таким образом получается, что возможна коинтеграция CI(1,1) с коинтегрирующими векторами (1, -3.2959) для пары (ln_gdp, rates) и (1, 0.1174) для пары (ln_cpi, ln_gdp)

Построим модель ECM вида:

$$\Delta y_t = \mu + \phi \Delta x_t + \gamma(y_{t-1} - \beta x_{t-1}) + \epsilon_t$$

Для модели d_rates ~ d_ln_gdp мы исключим константу из вспомогательной модели, т.к. в ряде rates не присутсвует тренд в отличие от ln_gdp. В этом можно удостовериться с помощью проведенного ранее ADF теста. Также проверим обе модели на нормальность остатков модели, что является очень важным условием при оценивании методом МНК.

```
# ECM модель для пары (ln_gdp, rates)
uhat1 <- (stats::lag(ln_gdp, k= 1) - as.numeric(mod1$coefficients)*stats::lag(ra
tes, k= 1))
uhat2 <- (stats::lag(ln_cpi, k= 1) - as.numeric(mod1$coefficients)*stats::lag(ln
_gdp, k= 1))

ecm1_1 <- lm(d_ln_gdp ~ d_rates + uhat1)
ecm1_2 <- lm(d_rates ~ d_ln_gdp + uhat1-1)

(summary(ecm1_1))


Call:
lm(formula = d_ln_gdp ~ d_rates + uhat1)

Residuals:
      Min        1Q    Median        3Q       Max 
-0.046718 -0.002926  0.000355  0.004580  0.018589 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept)  0.0041662  0.0010253   4.063 0.000100 ***
d_rates      0.0061576  0.0017967   3.427 0.000906 ***
uhat1       -0.0000157  0.0001190  -0.132 0.895309    
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.007624 on 94 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.1131,    Adjusted R-squared:  0.09426 
F-statistic: 5.995 on 2 and 94 DF,  p-value: 0.003544

(summary(ecm1_2))


Call:
lm(formula = d_rates ~ d_ln_gdp + uhat1 - 1)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max 
-1.33308 -0.24893  0.03867  0.18107  1.18600 

Coefficients:
         Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
```

```
d_ln_gdp 14.99036    4.95993   3.022  0.00322 **
uhat1    -0.01244    0.00503  -2.473  0.01518 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.4162 on 95 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.1151,    Adjusted R-squared:  0.09646
F-statistic: 6.178 on 2 and 95 DF,  p-value: 0.003004
```

```
shapiro.test(as.numeric(ecm1_1$residuals)) # Тест на нормальность остатков
```

```


    Shapiro-Wilk normality test

data:  as.numeric(ecm1_1$residuals)
W = 0.82225, p-value = 1.898e-09
```

```
shapiro.test(as.numeric(ecm1_2$residuals))
```

```


    Shapiro-Wilk normality test

data:  as.numeric(ecm1_2$residuals)
W = 0.9544, p-value = 0.001991
```

Исходя из результатов из первой модели, коэффициент uhat1 незначим на 5% уровне значимости, а во второй - значим на 5% уровне значимости и отрицателен => имеет место быть только одностороняя коррекция rates относительно ln_gdp, причем скорость коррекции составляет 1,2%. К сожалению, для остатков обоих моделей отвергается нормальность остатков модели на 5% уровне значимости.

В модель ECM константу оставляем для рядов(ln_cpi, ln_gdp), т.к. при проверке на стационарность с помощью теста ADF, был выявлен тренд в обоих рядах.

```
# ECM модель для пары (ln_cpi, ln_gdp)
ecm2_1 <- lm(d_ln_cpi ~ d_ln_gdp + uhat2)
ecm2_2 <- lm(d_ln_gdp ~ d_ln_cpi + uhat2)

(summary(ecm2_1))
```

```


Call:
lm(formula = d_ln_cpi ~ d_ln_gdp + uhat2)

Residuals:
       Min         1Q     Median         3Q        Max
-0.0073644 -0.0025236 -0.0006039  0.0022397  0.0098548

Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 5.697e-03  6.677e-02   0.085    0.932
d_ln_gdp    1.454e-02  4.541e-02   0.320    0.750
uhat2       5.581e-05  1.701e-03   0.033    0.974
```

```
Residual standard error: 0.003552 on 94 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.00109,	Adjusted R-squared:  -0.02016 
F-statistic: 0.05129 on 2 and 94 DF,  p-value: 0.95
```

```
(summary(ecm2_2))
```

```
Call:
lm(formula = d_ln_gdp ~ d_ln_cpi + uhat2)

Residuals:
      Min        1Q    Median        3Q       Max 
-0.048969 -0.002953  0.000091  0.004473  0.016812 

Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.120669   0.151055  -0.799    0.426
d_ln_cpi     0.074934   0.234008   0.320    0.750
uhat2       -0.003161   0.003848  -0.822    0.413

Residual standard error: 0.008063 on 94 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.008199,	Adjusted R-squared:  -0.0129 
F-statistic: 0.3886 on 2 and 94 DF,  p-value: 0.6791
```

```
shapiro.test(as.numeric(ecm2_1$residuals)) # Тест на нормальность остатков
```

```
	Shapiro-Wilk normality test

data:  as.numeric(ecm2_1$residuals)
W = 0.97917, p-value = 0.1263
```

```
shapiro.test(as.numeric(ecm2_2$residuals))
```

```
	Shapiro-Wilk normality test

data:  as.numeric(ecm2_2$residuals)
W = 0.81968, p-value = 1.565e-09
```

Коэффициенты при uhat2 в обоих моделях оказались незначимы на 5% уровне значимости => коинтеграции нет

6. Модель VECM и тест Йохансена

Составим модель VECM для первоначальных нестационарных рядов. Для это создадим матрицу, объединяющую все ряды и выберем порядом лага для нашей VAR. Максимальный лаг, как и прежде - 4, т.к. данные квартальные:

```
varmat3 <- as.matrix(cbind(rates, ln_cpi, ln_gdp, ln_m1, nc_sdr, brent))
VARselect(varmat3, lag.max = 4, type= "trend")
```

```
$selection
AIC(n)  HQ(n)  SC(n) FPE(n)
     1      1      1      1

$criteria
                   1             2             3             4
AIC(n) -2.999746e+01 -2.995573e+01 -2.992391e+01 -2.961480e+01
HQ(n)  -2.953845e+01 -2.910329e+01 -2.867803e+01 -2.797549e+01
SC(n)  -2.886110e+01 -2.784534e+01 -2.683949e+01 -2.555636e+01
FPE(n)  9.396971e-14  9.886439e-14  1.044525e-13  1.487972e-13
```

Все информационные критерии говорят о том, что следует выбрать VAR(1). Построим ее:

```
varfit3 <- VAR(varmat3, type = "trend", lag.max = 1)
summary(varfit3)


VAR Estimation Results:
=========================
Endogenous variables: rates, ln_cpi, ln_gdp, ln_m1, nc_sdr, brent
Deterministic variables: trend
Sample size: 97
Log Likelihood: 673.534
Roots of the characteristic polynomial:
    1 0.9435 0.9435 0.8367 0.7275 0.7275
Call:
VAR(y = varmat3, type = "trend", lag.max = 1)


Estimation results for equation rates:
======================================
rates = rates.l1 + ln_cpi.l1 + ln_gdp.l1 + ln_m1.l1 + nc_sdr.l1 + brent.l1 + tre
nd

           Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
rates.l1   0.792466   0.066147  11.980   <2e-16 ***
ln_cpi.l1 -9.094482   6.555361  -1.387    0.169
ln_gdp.l1  3.586063   2.334147   1.536    0.128
ln_m1.l1  -0.383726   0.833854  -0.460    0.646
nc_sdr.l1 -0.305167   0.214570  -1.422    0.158
brent.l1   0.002283   0.003141   0.727    0.469
trend      0.006003   0.014131   0.425    0.672
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1


Residual standard error: 0.421 on 90 degrees of freedom
Multiple R-Squared: 0.9821, Adjusted R-squared: 0.9807
F-statistic: 705.5 on 7 and 90 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

```
Estimation results for equation ln_cpi:
=======================================
ln_cpi = rates.l1 + ln_cpi.l1 + ln_gdp.l1 + ln_m1.l1 + nc_sdr.l1 + brent.l1 + tr
end

            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
rates.l1  -7.311e-04  5.208e-04  -1.404 0.163838
ln_cpi.l1  8.000e-01  5.161e-02  15.500  < 2e-16 ***
ln_gdp.l1  6.850e-02  1.838e-02   3.727 0.000338 ***
ln_m1.l1  -1.278e-03  6.565e-03  -0.195 0.846073
nc_sdr.l1 -3.231e-04  1.689e-03  -0.191 0.848775
brent.l1   7.615e-05  2.473e-05   3.080 0.002748 **
trend      3.923e-04  1.113e-04   3.526 0.000666 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1


Residual standard error: 0.003315 on 90 degrees of freedom
Multiple R-Squared:     1,  Adjusted R-squared:     1
F-statistic: 2.607e+07 on 7 and 90 DF,  p-value: < 2.2e-16


Estimation results for equation ln_gdp:
=======================================
ln_gdp = rates.l1 + ln_cpi.l1 + ln_gdp.l1 + ln_m1.l1 + nc_sdr.l1 + brent.l1 + tr
end

            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
rates.l1  -8.546e-04  1.288e-03  -0.663    0.509
ln_cpi.l1 -9.919e-02  1.277e-01  -0.777    0.439
ln_gdp.l1  1.048e+00  4.545e-02  23.067   <2e-16 ***
ln_m1.l1  -1.313e-02  1.624e-02  -0.809    0.421
nc_sdr.l1 -3.151e-05  4.178e-03  -0.008    0.994
brent.l1   4.930e-05  6.116e-05   0.806    0.422
trend      2.223e-04  2.752e-04   0.808    0.421
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1


Residual standard error: 0.008199 on 90 degrees of freedom
Multiple R-Squared:     1,  Adjusted R-squared:     1
F-statistic: 3.641e+07 on 7 and 90 DF,  p-value: < 2.2e-16


Estimation results for equation ln_m1:
======================================
ln_m1 = rates.l1 + ln_cpi.l1 + ln_gdp.l1 + ln_m1.l1 + nc_sdr.l1 + brent.l1 + tre
nd

            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
rates.l1  -0.0033496  0.0039236  -0.854   0.3955
```

```
ln_cpi.l1 -0.5509978  0.3888426  -1.417   0.1599
ln_gdp.l1  0.3261194  0.1384540   2.355   0.0207 *
ln_m1.l1   0.8778565  0.0494615  17.748   <2e-16 ***
nc_sdr.l1 -0.0106902  0.0127276  -0.840   0.4032
brent.l1   0.0003336  0.0001863   1.791   0.0767 .
trend      0.0011681  0.0008382   1.394   0.1669
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1


Residual standard error: 0.02497 on 90 degrees of freedom
Multiple R-Squared:     1,  Adjusted R-squared:     1
F-statistic: 5.236e+06 on 7 and 90 DF,  p-value: < 2.2e-16


Estimation results for equation nc_sdr:
=======================================
nc_sdr = rates.l1 + ln_cpi.l1 + ln_gdp.l1 + ln_m1.l1 + nc_sdr.l1 + brent.l1 + tr
end

            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
rates.l1  -0.0099785  0.0179083  -0.557  0.57878
ln_cpi.l1  1.1267583  1.7747607   0.635  0.52712
ln_gdp.l1  0.3410926  0.6319335   0.540  0.59070
ln_m1.l1  -0.6037489  0.2257529  -2.674  0.00889 **
nc_sdr.l1  0.8182793  0.0580914  14.086  < 2e-16 ***
brent.l1   0.0003224  0.0008502   0.379  0.70548
trend     -0.0026180  0.0038258  -0.684  0.49555
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1


Residual standard error: 0.114 on 90 degrees of freedom
Multiple R-Squared: 0.9946, Adjusted R-squared: 0.9942
F-statistic:  2368 on 7 and 90 DF,  p-value: < 2.2e-16


Estimation results for equation brent:
======================================
brent = rates.l1 + ln_cpi.l1 + ln_gdp.l1 + ln_m1.l1 + nc_sdr.l1 + brent.l1 + tre
nd

           Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
rates.l1   -0.58589    1.79399  -0.327    0.745
ln_cpi.l1  83.06647  177.78865   0.467    0.641
ln_gdp.l1 -41.52604   63.30465  -0.656    0.514
ln_m1.l1   13.20107   22.61505   0.584    0.561
nc_sdr.l1  -4.02349    5.81937  -0.691    0.491
brent.l1    0.83896    0.08517   9.850 5.86e-16 ***
trend      -0.23363    0.38325  -0.610    0.544
---
```

```
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1


Residual standard error: 11.42 on 90 degrees of freedom
Multiple R-Squared: 0.9702, Adjusted R-squared: 0.9679
F-statistic: 418.3 on 7 and 90 DF,  p-value: < 2.2e-16



Covariance matrix of residuals:
           rates     ln_cpi     ln_gdp      ln_m1     nc_sdr     brent
rates   0.177270  4.130e-04  1.202e-03 -1.818e-03  2.017e-03   2.28881
ln_cpi  0.000413  1.099e-05  2.459e-07 -3.550e-06  3.191e-05   0.01998
ln_gdp  0.001202  2.459e-07  6.722e-05  1.502e-05 -5.598e-05   0.01682
ln_m1  -0.001818 -3.550e-06  1.502e-05  6.237e-04  3.931e-05  -0.01187
nc_sdr  0.002017  3.191e-05 -5.598e-05  3.931e-05  1.299e-02  -0.17297
brent   2.288808  1.998e-02  1.682e-02 -1.187e-02 -1.730e-01 130.39206

Correlation matrix of residuals:
          rates    ln_cpi    ln_gdp    ln_m1   nc_sdr    brent
rates   1.00000  0.295896  0.348277 -0.17290  0.04202  0.47606
ln_cpi  0.29590  1.000000  0.009047 -0.04288  0.08445  0.52794
ln_gdp  0.34828  0.009047  1.000000  0.07335 -0.05990  0.17963
ln_m1  -0.17290 -0.042878  0.073349  1.00000  0.01381 -0.04162
nc_sdr  0.04202  0.084447 -0.059901  0.01381  1.00000 -0.13288
brent   0.47606  0.527936  0.179631 -0.04162 -0.13288  1.00000
```

Обратные корни характеристического уравнения получившейся модели VAR(1):

```
vars::roots(varfit3)

[1] 1.0000784 0.9434757 0.9434757 0.8367239 0.7274650 0.7274650
```

В модели есть один обратных корень, превосходящий по модулю единицу, что говорит о возможной коинтеграции. Проведем тест Йохансена, выбрав 3-й случай, т.е. в данных есть линейный тренд, в коинтеграционном пространстве есть константа, но нет тренда, что соответсвует параметру include= “const” при построении вспомогательной модели VECM с одноименной функцией в библиотеке tsDyn. Полученная статистика λ_{trace} и λ_{max} сравниваются с критическими точками статистики и в случае, если тестовая статистика больше критического значения, то отвергается:

$$H_0: r \leq r_0$$

Результаты тестов приведены ниже:

```
vecm1 <- VECM(varmat3, lag = 1, estim = "ML", include = "const")
ranktest1 <- rank.select(varmat3, lag = 4, fitMeasure = c("SSR", "LL"), returnMo
dels = T)
ranktest2 <- rank.test(vecm1, type = c("eigen", "trace"), cval = 0.05)

summary(ranktest1)
```

```
Best AIC: rank= 5  lag= 2
Best BIC: rank= 0  lag= 1
Best HQ : rank= 1  lag= 1

Best number of lags:
    r=0 r=1 r=2 r=3 r=4 r=5 r=6
AIC   1   2   2   2   2   2   2
BIC   1   1   1   1   1   1   1
HQ    1   1   1   1   1   1   1
```

```
summary(ranktest2)
```

```
  r        trace trace_pval trace_pval_T        eigen eigen_pval
1 0 84.556014732     0.2296       0.3191 40.137822933    0.04521
2 1 44.418191799     0.8461       0.8821 17.943920477    0.87229
3 2 26.474271322     0.8704       0.8907 11.150632660    0.95084
4 3 15.323638662     0.7628       0.7771  9.814665165    0.76339
5 4  5.508973497     0.7533       0.7605  5.501286160    0.68113
6 5  0.007687337     0.9301       0.9315  0.007687337    0.93014
```

Исходя из теста Йохансена и тестов на основе информационных критериев, лучшая модель VECM будет специфицирована при лаге = 1, ранг = 1. Построим такую модель VECM(1):

```
vecm2 <- VECM(varmat3, lag = 1, estim = "ML", include = "const", r = 1)
summary(vecm2)
```

```
#############
###Model VECM
#############
Full sample size: 98    End sample size: 96
Number of variables: 6  Number of estimated slope parameters 48
AIC -2875.24    BIC -2739.33    SSR 11356.99
Cointegrating vector (estimated by ML):
   rates   ln_cpi    ln_gdp    ln_m1     nc_sdr      brent
r1     1 192.4633 -170.4565 10.99856 -0.6888292 -0.1639221

                ECT                   Intercept
Equation rates  0.0307(0.0144)*       37.6192(17.6829)*
Equation ln_cpi -0.0002(0.0001)*      -0.2954(0.1414)*
Equation ln_gdp 0.0007(0.0002)**      0.8967(0.2771)**
Equation ln_m1  -0.0020(0.0009)*      -2.4578(1.0669)*
Equation nc_sdr -0.0002(0.0041)       -0.2237(5.0810)
Equation brent  1.1052(0.3857)**      1356.8832(473.4865)**
                rates -1              ln_cpi -1
Equation rates  0.0975(0.1239)        1.5158(14.4183)
Equation ln_cpi -0.0007(0.0010)       -0.2248(0.1153).
Equation ln_gdp 0.0049(0.0019)*       0.1202(0.2260)
Equation ln_m1  0.0079(0.0075)        -1.1275(0.8699)
Equation nc_sdr -0.0066(0.0356)       3.9118(4.1429)
Equation brent  -3.8274(3.3184)       101.2424(386.0701)
                ln_gdp -1                ln_m1 -1
Equation rates  9.7867(6.2559)           3.0533(1.7234).
```

```
Equation ln_cpi 0.0336(0.0500)         0.0164(0.0138)
Equation ln_gdp 0.2653(0.0980)**       0.0640(0.0270)*
Equation ln_m1  0.0312(0.3774)         -0.1787(0.1040).
Equation nc_sdr 1.6184(1.7976)         -0.3340(0.4952)
Equation brent  230.4190(167.5108)     62.3288(46.1474)
                nc_sdr -1            brent -1
Equation rates  -0.2593(0.3797)      0.0058(0.0048)
Equation ln_cpi -0.0004(0.0030)      6.8e-05(3.8e-05).
Equation ln_gdp -0.0005(0.0060)      0.0002(7.4e-05)**
Equation ln_m1  -0.0062(0.0229)      -0.0001(0.0003)
Equation nc_sdr -0.0276(0.1091)      -0.0007(0.0014)
Equation brent  -1.6518(10.1659)     0.1950(0.1272)
```

Матрица П модели VECM(1), которая показывает значения коэффициентов в модели:

```
coefPI(vecm2)

                        rates       ln_cpi        ln_gdp        ln_m1
Equation rates   0.0307188298   5.91224878   -5.23622520  0.337862998
Equation ln_cpi -0.0002436295  -0.04688976    0.04152825 -0.002679575
Equation ln_gdp  0.0007280281   0.14011872   -0.12409714  0.008007263
Equation ln_m1  -0.0020118793  -0.38721302    0.34293797 -0.022127782
Equation nc_sdr -0.0001586456  -0.03053347    0.02704218 -0.001744874
Equation brent   1.1052450258 212.71915585 -188.39623385 12.156107511
                       nc_sdr         brent
Equation rates  -0.0211600263 -5.035494e-03
Equation ln_cpi  0.0001678191  3.993625e-05
Equation ln_gdp -0.0005014870 -1.193399e-04
Equation ln_m1   0.0013858412  3.297914e-04
Equation nc_sdr  0.0001092797  2.600551e-05
Equation brent  -0.7613250219 -1.811740e-01
```

Проведем оценку адекватности модели VECM(1).

Убедимся, что в модели отсутсвует автокоррреляция:

```
Box.test(vecm2$residuals[,1], type= "Ljung-Box")


    Box-Ljung test

data:  vecm2$residuals[, 1]
X-squared = 0.026595, df = 1, p-value = 0.8705

Box.test(vecm2$residuals[,2], type= "Ljung-Box")


    Box-Ljung test

data:  vecm2$residuals[, 2]
X-squared = 0.017536, df = 1, p-value = 0.8946

Box.test(vecm2$residuals[,3], type= "Ljung-Box")
```

```
    Box-Ljung test

data:  vecm2$residuals[, 3]
X-squared = 2.4853, df = 1, p-value = 0.1149
```

```r
Box.test(vecm2$residuals[,4], type= "Ljung-Box")
```

```
    Box-Ljung test

data:  vecm2$residuals[, 4]
X-squared = 0.012538, df = 1, p-value = 0.9108
```

```r
Box.test(vecm2$residuals[,5], type= "Ljung-Box")
```

```
    Box-Ljung test

data:  vecm2$residuals[, 5]
X-squared = 0.029311, df = 1, p-value = 0.8641
```

```r
Box.test(vecm2$residuals[,6], type= "Ljung-Box")
```

```
    Box-Ljung test

data:  vecm2$residuals[, 6]
X-squared = 0.0028073, df = 1, p-value = 0.9577
```

Получается, что во всех уровнениях модели VECM(1) отвергается гипотеза о наличии автокорреляции в остатках на 5% уровне значимости.

Таким образом модели полученные при оценивании VECM(1) с помощью теста Йохансена не совпадают с моделями ECM, полученные с помощью процедуры Ингла-Грейнджера. Объясняться это может тем, что модели ECM оцениваются с помощью МНК, в отличие от VECM, где используется ММП. Для несмещенности МНК требуется нормальность остатков, что трудно достигается на небольших выборках.

7. Выводы

В работе были рассмотрены и составлены внимательно все предполагаемые модели(ARIMA, VAR, ECM, VECM), были приведены все необходимые тесты с объяснениями для правильной спецификации и интерпретации результатов. Некоторые модели и ряды были представлены в графическом виде для удобства восприятия.

К сожалению, полученные модели не согласуются с полученными результатами статьи и не было установлено статистической взаимосвязи между шоками на рынке нефти и доходностью гос. облигаций, которые бы передавались через другие макроэкономческие показатели. Это можно объяснить двумя причинами. Во-первых, на рынке нефти в связи с развитие фьючерсов на нефть, пришло все большее количество участников со спекулятивными интересами, которые используют технический анализ для торговли “intraday”. Технический анализ, в отличие от фундаментального анализа не предполагает анализ макроэкономичеких показателей на рынке нефти и поэтому взаимосвязь между изменениями ценами на нефть, ставкой и другими макроэкономическими показателями становится все менее значительной. Во-вторых, большая часть рассмотренного промежутка времени лежит после кризиса 2008 года. Таким образом, правительства ведущих экономик поменяли политику в отношении процентных ставок.