

# Лабораторная работа 2.2.1

## "Исследование взаимной диффузии газов"

Колинко Кира, Б04-207

21 марта 2023 г.

### 1 Введение

**Цель работы:**

1. регистрация зависимости концентрации гелия в воздухе от времени с помощью датчиков теплопроводности при разных начальных давлениях смеси газов
2. определение коэффициента диффузии по результатам измерений

**Оборудование и материалы:** измерительная установка, форвакуумный насос, баллон с газом (гелий), манометр, источник питания, магазин сопротивлений, гальванометр, секундомер

### 2 Теоретические сведения

1. Диффузией называют самопроизвольное взаимное проникновение веществ друг в друга, происходящее вследствие хаотичного теплового движения молекул
2. Диффузия в системе, состоящей из двух компонентов подчиняется закону Фика, который в одномерном случае можно записать как

$$j_a = -D \frac{\partial n_a}{\partial x}, j_b = -D \frac{\partial n_b}{\partial x} \quad (1)$$

где  $D$  - коэффициент взаимной диффузии компонентов

3. В работе исследуется взаимная диффузия гелия и воздуха. Для любых изменений концентраций справедливо  $\Delta n_{\text{в}} = -\Delta n_{\text{He}}$ , следовательно достаточно ограничиться описанием диффузии одного из компонентов, например гелия:

$$j_{\text{He}} = -D \frac{\partial n_{\text{He}}}{\partial x} \quad (2)$$

4. Перемешивание газов в работе можно приближенно описывать как диффузию примеси легких частиц гелия на практически стационарном фоне воздуха. Коэффициент диффузии в таком приближении равен:

$$D = \frac{1}{3} \lambda \bar{u} \quad (3)$$

где  $\bar{u} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}$  - средняя тепловая скорость частиц примеси,  $\lambda = \frac{1}{n_0 \sigma}$  - их длина свободного пробега

5. Для бинарной смеси формула (3) сохраняется, если  $\lambda = \frac{1}{n_s \sigma}$ , где  $n_s = n_{\text{He}} + n_{\text{air}} = \frac{P}{kT}$
6. Таким образом теория предсказывает, что коэффициент диффузии в системе обратно пропорционален давлению в системе и не зависит от пропорций компонентов

### 3 Экспериментальная установка

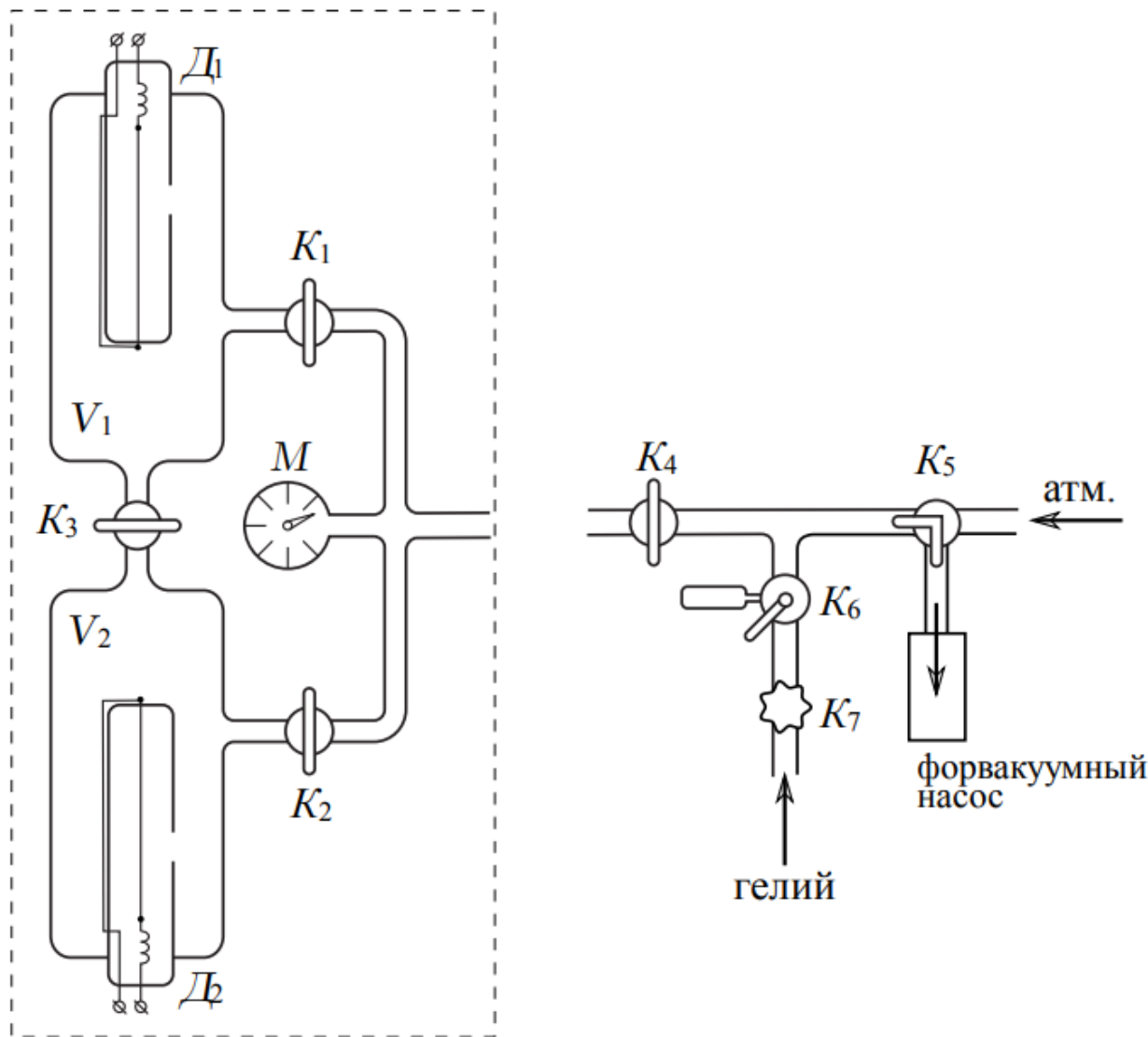


Рис. 1: Схема установки

### 4 Ход работы

1. Измерим зависимость напряжения на гальванометре от времени при различных рабочих давлениях. По полученным данным построим графики зависимостей  $U(t)$  в логарифмических координатах. Затем по угловым коэффициентам и известным параметрам установки рассчитаем коэффициенты взаимной диффузии. Параметры установки внесем в таблицу

$V_1, \text{см}^3$	$V_2, \text{см}^3$	$L/S, 1/\text{см}$	$P_{\text{гел}}$	$P_{\text{возд}}$
$420 \pm 10$	$420 \pm 10$	$9,0 \pm 0,1$	$0,2P_{\text{раб}}$	$1,7P_{\text{раб}}$

Таблица 1: Параметры установки

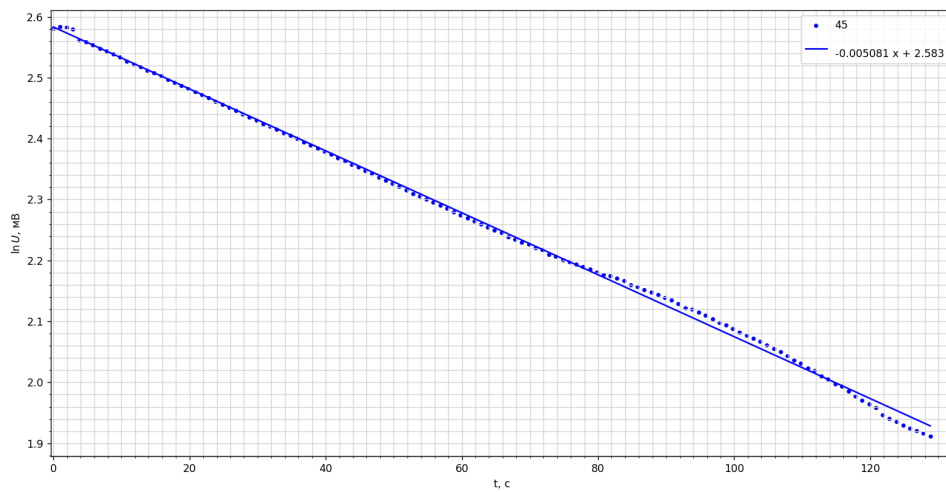


Рис. 2: График зависимости  $\ln(U)(t)$  при  $P = 45, 0$ тор

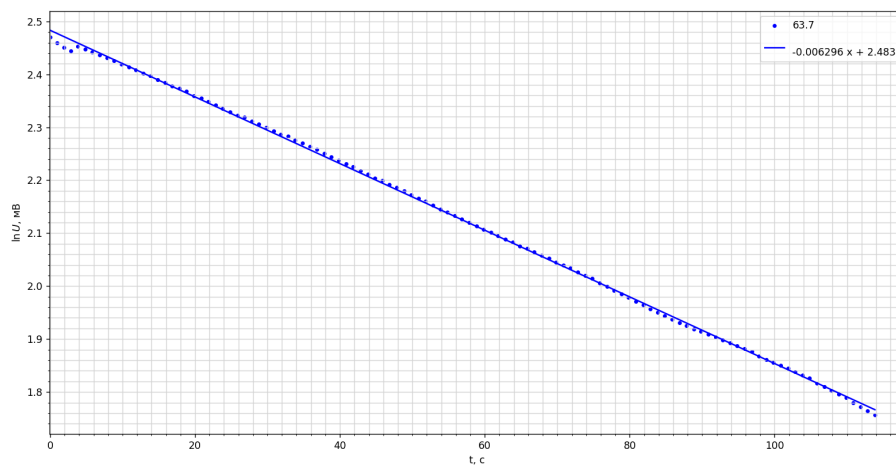


Рис. 3: График зависимости  $\ln(U)(t)$  при  $P = 63, 7$ тор

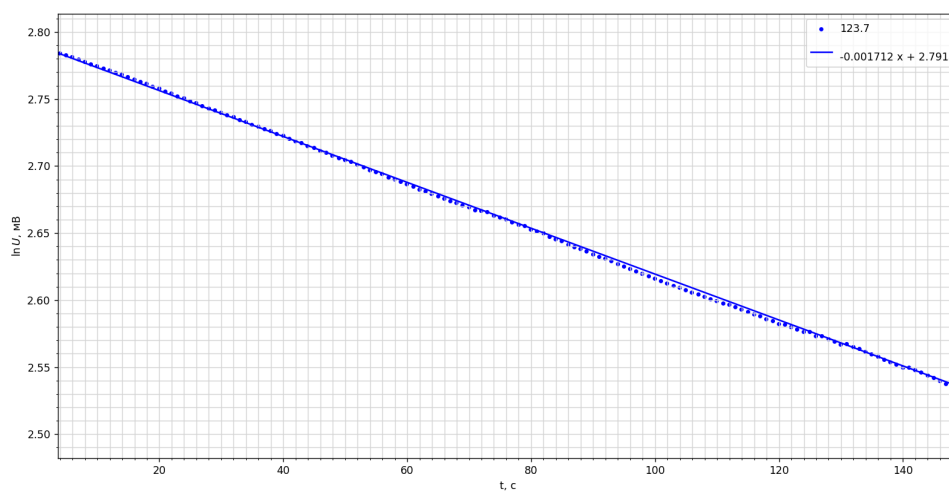


Рис. 4: График зависимости  $\ln(U)(t)$  при  $P = 123, 7$ тор

P, тор	-k, 1/c	$\sigma_k, 1/c$	$D, \text{см}^2/c$	$\sigma_D, \text{см}^2/c$
45,0	0,0051	0,0002	9,60	0,45
63,7	0,0063	0,0002	11,89	0,49
123,7	0,0017	0,0001	3,23	0,21
165,0	0,0013	0,0001	2,49	0,20
210,0	0,0011	0,0001	2,01	0,19

Таблица 2: Результаты вычисления коэффициентов взаимной диффузии

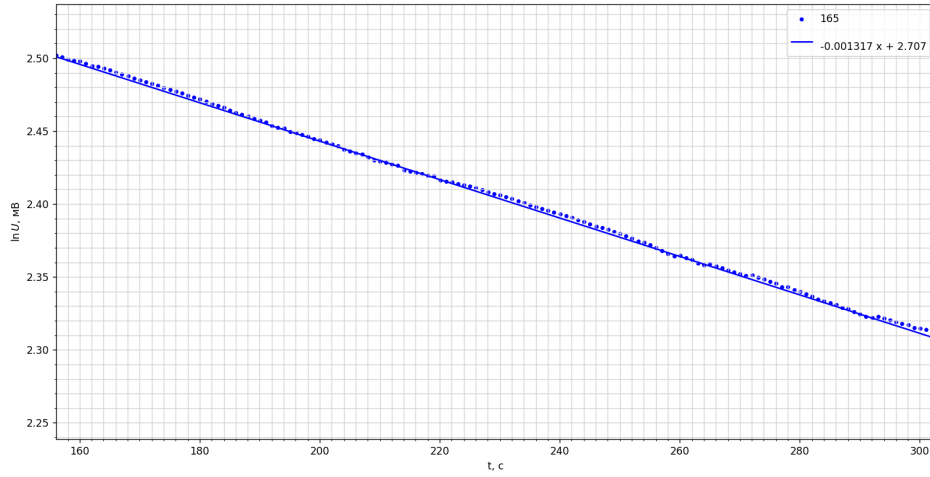


Рис. 5: График зависимости  $\ln(U)(t)$  при  $P = 165$ тор

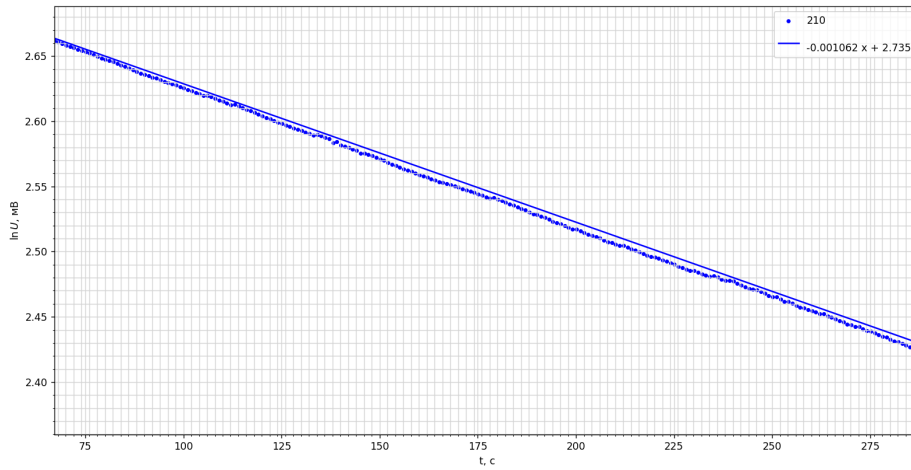


Рис. 6: График зависимости  $\ln(U)(t)$  при  $P = 210$ тор

2. Коэффициенты взаимной диффузии и погрешности их определения вычислим по следующим формулам:

$$D = -\frac{kVL}{2S} \quad (4)$$

$$\sigma_D = D \sqrt{\left(\frac{\sigma_k}{k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{L/S}}{L/S}\right)^2} \quad (5)$$

Полученные результаты занесем в таблицу 2

3. По полученным результатам построим график зависимости  $D(1/P)$ . По его коэффициенту наклона рассчитаем величину коэффициента диффузии при атмосферном давлении. Заметим, что результат измерений при давлении  $P = 63,7$  тор значительно отличается от остальных. Скорее всего, при подготовке к данному опыту была допущена ошибка при подготовке рабочей смеси. Будем считать это измерение ошибочным, и не будем использовать в дальнейших рассуждениях

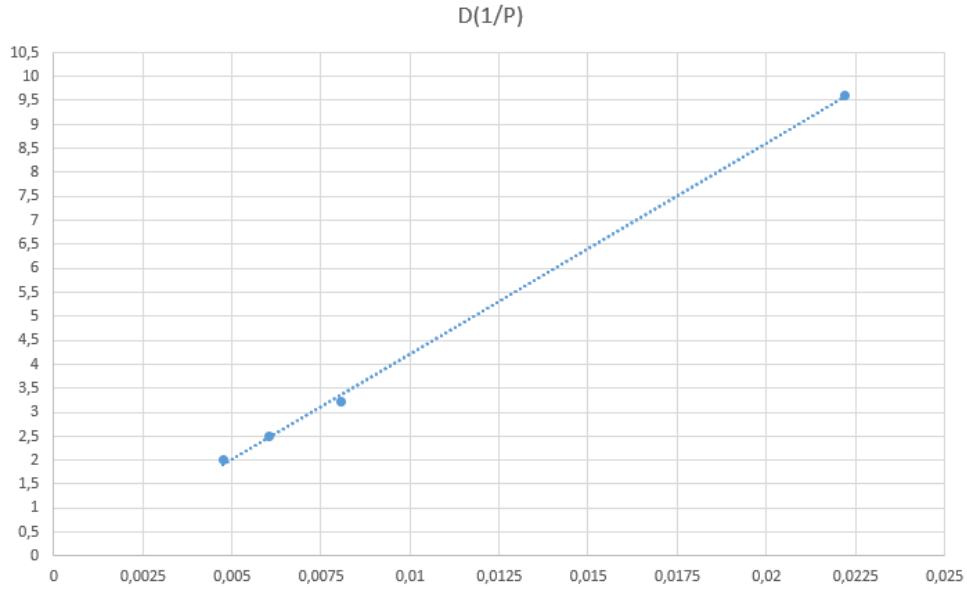


Рис. 7: График зависимости  $D(1/P)$

Рассчитаем коэффициент угла наклона полученного графика:  $k = (439,04 \pm 6,87) \frac{\text{см}^2}{\text{с} \cdot \text{тор}}$ . Тогда коэффициент взаимной диффузии гелия и воздуха при атмосферном давлении:  $D_0 = \frac{k}{P_0} \approx 0,58 \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$

$$\sigma_{D_0} = D_0 \sqrt{\left(\frac{\sigma_k}{k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{P_0}}{P_0}\right)^2} \quad (6)$$

Таким образом,  $D_0 = (0,58 \pm 0,01) \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$ . Табличное значение  $D_0 = 0,62 \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$ , значение, полученное экспериментально близко к табличному

4. Оценим длину свободного пробега атомов гелия в воздухе:

$$\lambda_{He} = \frac{3D}{v} = \frac{3D}{\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}} \quad (7)$$

$$\sigma_{\lambda_{He}} = \lambda_{He} \frac{\sigma_D}{D} \quad (8)$$

В результате получим:  $\lambda_{He} = (1,39 \pm 0,02) \cdot 10^{-7} \text{ м}$ . Оценим эффективное сечение столкновений атомов гелия с молекулами воздуха:

$$\sigma = \frac{1}{n_0 \lambda} = \frac{kT}{P \lambda} \quad (9)$$

$$\sigma_\sigma = \sigma \sqrt{\left(\frac{\sigma_P}{P}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_\lambda}{\lambda}\right)^2} \quad (10)$$

В результате получим:  $\sigma = (2,88 \pm 0,04) \cdot 10^{-19} \text{ м}^2$

## 5 Выводы

- В ходе работы были получены значения коэффициентов взаимной диффузии гелия и воздуха при различных значениях давления, были оценены длины свободного пробега гелия в воздухе и эффективное сечение столкновений атомов гелия с молекулами воздуха.
- Значение, полученное для коэффициента взаимной диффузии гелий-воздух близко к табличному, все остальные результаты также были получены с достаточно хорошей точностью
- Для увеличения точности эксперимента можно было более тщательно настраивать установку (ждать достаточно долгое время, чтобы все процессы в системе успевали установиться), также, можно было бы исключить влияние некоторых внешних условий (ходьбы около установки и прочего)

## 6 Дополнительные вопросы

### 6.1 Истечение газа из отверстия

Рассмотрим стационарное течение газа. Для каждого сечения трубки тока выполняется уравнение непрерывности

$$\rho v S = \text{const} \quad (11)$$

И уравнение Бернулли

$$\frac{v^2}{2} + \frac{P}{\rho} + u + u_{\text{пот}} = \text{const} \quad (12)$$

Применим уравнение Бернулли к задаче об истечении газа из малого отверстия в сосуде. Выберем трубку тока, начинающуюся в сосуде вдали от отверстия и заканчивающуюся вне сосуда. Будем считать, что потенциальная энергия меняется вдоль трубки тока слабо и ее можно не учитывать. С учетом этого уравнение Бернулли примет вид

$$\frac{v_1^2}{2} + h_1 = \frac{v_2^2}{2} + h_2 \quad (13)$$

Здесь введено обозначение  $h = \frac{P}{\rho} + u$  для удельной энтальпии. Считая сосуд большим, а отверстие малым, можно принять, что скорость газа внутри сосуда пренебрежимо мала. В этих условиях из уравнения Бернулли следует

$$v_2 = \sqrt{2(h_1 - h_2)} \quad (14)$$

В случае идеального газа молярная энтальпия равна  $H = U + PV = C_v T + RT = C_p T$ , соответственно удельная энтальпия оказывается равной  $h = \frac{C_p}{\mu} T$ . Для скорости истечения газа находим:

$$v = \sqrt{\frac{2C_p}{\mu}(T_1 - T_2)} = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma - 1} \frac{RT_1}{\mu} \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)} \quad (15)$$

Обозначим  $c_{\text{зв}} = \sqrt{\frac{\gamma RT_1}{\mu}}$  - скорость звука в объеме сосуда. Это позволит переписать последнюю формулу в виде:

$$v = c_{\text{зв}} \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)} \quad (16)$$

Если процесс истечения газа происходит адиабатически, то скорость течения можно записать в виде

$$v = c_{\text{зв}} \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \left(1 - \frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}} \quad (17)$$

Максимальная скорость достигается при его истечении в вакуум,  $P_2 = 0$ , так что

$$v = c_{зв} \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1}} \quad (18)$$

## 6.2 Распределение Больцмана

Пусть  $f$  - объемная сила на одну частицу. Выделим в газе элемент объема  $dz$  и площадью основания  $S$ . В этом элементе находится  $dN = nSdz$  частиц, где  $n$  - объемная плотность числа частиц. Условие механического равновесия слоя имеет вид

$$f_z dN + P(z)dS - P(z + dz)S = 0 \quad (19)$$

или

$$\frac{\partial P}{\partial z} = f_z n \quad (20)$$

Пусть сила  $f$  является потенциальной  $f_z = -\frac{\partial u}{\partial z}$ . Тогда для идеального газа при постоянной температуре

$$\frac{\partial(\ln P)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{u}{kT} \right) \Rightarrow P = P_0 \cdot \exp\left(-\frac{u}{kT}\right) \quad (21)$$

Для частного случая однородного поля тяжести:

$$P = P_0 \cdot \exp\left(-\frac{mgz}{kT}\right) \quad (22)$$

Это соотношение называется барометрической формулой. Поскольку  $P = nkT$ , то распределение плотности числа частиц идеального газа в потенциальном поле имеет вид

$$n = n_0 \cdot \exp\left(-\frac{u}{kT}\right) \quad (23)$$

Это распределение дает средние значения плотности. Для числа частиц, находящихся в элементе объема  $dV$  следует

$$dN = n_0 \cdot \exp\left(-\frac{u}{kT}\right) dV \quad (24)$$

Последние два соотношения называются распределением Больцмана

## 6.3 Высоковакуумные сорбционные насосы (адсорбционные, геттерно-ионные)

**Адсорбционные насосы** Принцип действия адсорбционных насосов основан на способности предварительно обезгаженных твердых пористых тел поглощать газы и пары в основном за счет физической адсорбции. Адсорбционные насосы нашли применение в системах безмасляной откачки как для создания предварительного разрежения, так и для получения или поддержания весьма низких давлений в высоковакуумных камерах. Наибольшее распространение в качестве адсорбентов получили цеолиты. Пористую структуру и очень хорошие адсорбирующие свойства цеолиты приобретают после прокаливания. В вакуумных адсорбционных насосах адсорбент обычно охлаждается жидким азотом и, реже, жидкими водородом или гелием. Устройство адсорбционного насоса показано на схеме, приведенной ниже. В цилиндрический корпус 3, изготовленный из нержавеющей стали, вставлена перфорированная трубка 2. Кольцевое пространство между трубкой и корпусом заполнено цеолитом 1. Для охлаждения адсорбента на насос снизу надевается сосуд Дьюара, в который заливают жидкий азот. После окончания откачки кран на входе насоса закрывается, сосуд Дьюара снимают, и насос отогревается до комнатной температуры. При этом вследствие обратного выделения газа из цеолита давление в объеме

насоса может превысить атмосферное. В связи с этим в верхней части насоса предусмотрен клапан (пробка) 4, предохраняющий насос от разрушения при выделении газа из адсорбента.

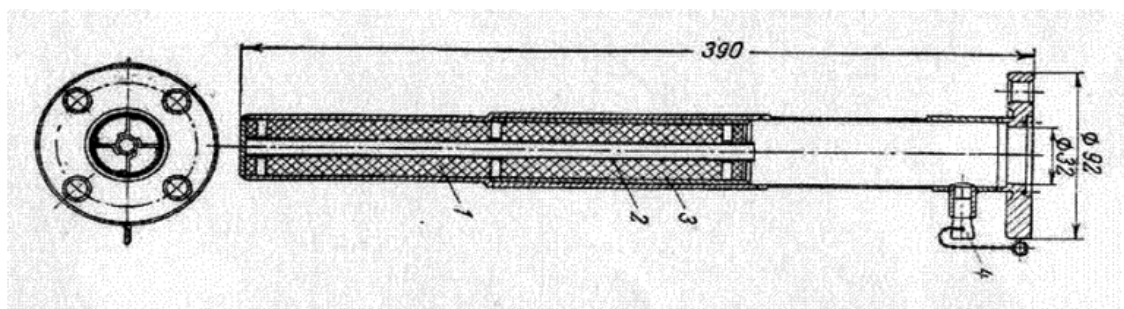


Рис. 8: *Схема адсорбционного насоса*

**Геттерно-ионные насосы** Принцип работы геттерно – ионных насосов основан на сорбции ионизированных молекул газа сорбентами (геттерами), использующими принцип хемосорбции. При этом для повышения эффективности процесса поглощения ионизированные молекулы газа (ионы) с помощью электрического поля принудительно направляются к сорбирующей поверхности и с большой силой “вбиваются” в нее. В качестве геттера используется титан (иногда в сплаве с цирконием) вследствие высокой энергии сорбции, позволяющей прочно удерживать сорбированные молекулы. На практике используются три вида геттерно – ионных насосов, различающиеся способом увеличения траектории электронов, и способом испарения титана:

- магниторазрядные (НОРД – насос орбитронный разрядный диодный )
- геттерно – ионные насосы (ГИН)
- сорбционные титановые охлаждаемые насосы (СТОН)

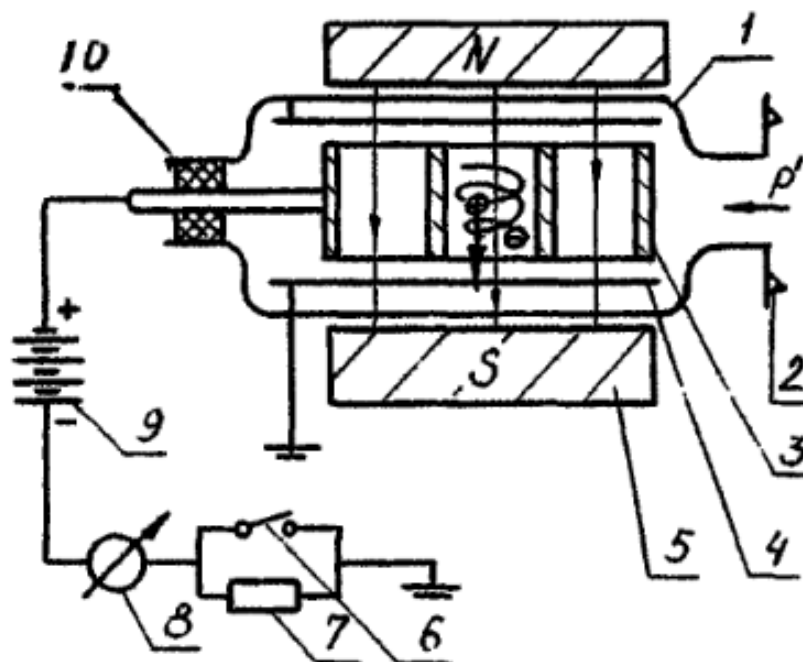


Рис. 9: *Схема конструкции магниторазрядного насоса*



Рассмотрим схему магниторазрядного насоса , где:

- 1 – корпус;
- 2 – фланец для крепления к вакуумной системе (камере);
- 3 - ячеистый анод;
- 4 – катод (два катода по обе стороны анода);
- 5 – магнит, образующий поперечное магнитное поле;
- 6 – переключатель для работы в среднем, либо в высоком вакууме;
- 7 – дополнительное сопротивление для работы в среднем вакууме;
- 8 – амперметр;
- 9 – высоковольтный источник;
- 10 - токоввод

Насос работает следующим образом:

Первичные электроны, образовавшиеся в центре ячеек ячеистого анода 3 (например, вследствие космического излучения) ионизируют молекулы находящегося в объеме ячеек газа. Образовавшиеся вторичные электроны устремляются к стенкам ячеек положительно заряженного анода. Поперечное магнитное поле превращает их траекторию в архимедову спираль, лежащую в плоскости нормальной к магнитным силовым линиям. Увеличение траектории электронов резко повышает вероятность ионизации остальных молекул газа. Образовавшиеся ионы, летят к титановым катодам и бомбардируя их, распыляют титан на стенки ячеек анода. Таким образом, катоды поглощают газ в виде ионов, а аноды – в виде нейтральных молекул (поглощая их свежераспыленной титановой пленкой).