

• GRADIENTE Y DERIVADA DIRECCIONAL

1. La fuerza en un campo electrostático dado por $f(x, y, z)$, tiene la dirección del gradiente. Encuentra ∇f y su valor en el punto P dado.

(a) $f = x/(x^2 + y^2)$, $P : (1, 1)$

(b) $f = (x^2 + y^2 + z^2)^{-1/2}$, $P : (12, 0, 16)$

2. ¿Para qué puntos $P : (x, y, z)$ el gradiente de $f = 25x^2 + 9y^2 + 16z^2$ tiene la dirección paralela a una línea que vaya desde P al origen?
3. Encuentra un vector normal de la curva o superficie en el punto dado P . Haz un dibujo (no de Cuco, sino de la situación).

(a) $4x^2 + 9y^2 = 72$, $P : (2, \sqrt{56}/3)$

(b) $x^4 + y^4 + z^4 = 273$, $P : (2, 1, 4)$

4. En algunos casos simples, se pueden obtener por inspección potenciales de un campo vectorial dado. Encuentra un potencial $f(x, y, z)$ para el campo $\mathbf{v} = \nabla f$ con $\mathbf{v} = [ye^x, e^x, z^2]$.

• DIVERGENCIA

5. Encuentra $\text{div } \mathbf{v} = \nabla \cdot \mathbf{v}$ y su valor en P para:

(a) $\mathbf{v} = [0, \cos xyz, \sin xyz]$, $P : (2, \frac{1}{2}\pi, 0)$

(b) $\mathbf{v} = [v_1(y, z), v_2(z, x), v_3(x, y)]$, $P : (3, 1, -1)$

(c) $\mathbf{v} = (x^2 + y^2 + z^2)^{-3/2} [x, y, z]$, P arbitrario.

6. Sea el flujo de pozole con vector velocidad $\mathbf{v} = x\hat{\mathbf{i}}$. Muestra que las partículas individuales de pozolito tienen vectores de posición $\mathbf{r}(t) = c_1 e^t \hat{\mathbf{i}} + c_2 \hat{\mathbf{j}} + c_3 \hat{\mathbf{k}}$, donde c_1, c_2, c_3 son constantes. En $t = 0$, las partículas están en un cubo cuyas caras son porciones de los planos $x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 0, z = 1$. Muestra que en $t = 1$, las partículas ocupan el volumen e . ¿Este fluido es compresible o incompresible?

• ROTACIONAL

7. Encuentra $\nabla \times \mathbf{v}$ para el \mathbf{v} dado con respecto a un sistema cartesiano derecho. Muestra los detalles de tu cálculo.

(a) $\mathbf{v} = [2y^2, 5x, 0]$

(b) $\mathbf{v} = (x^2 + y^2 + z^2)^{-3/2} [x, y, z]$

8. Sea \mathbf{v} la velocidad de un fluido constante. Para los incisos (a) y (b) siguientes, ¿es un fluido irrotacional? ¿Es incompresible? Encuentra las líneas de flujo (las trayectorias de las partículas) en cada caso.

(a) $\mathbf{v} = [\sec x, \csc x, 0]$

(b) $\mathbf{v} = [-y, x, \pi]$