

- **TEOREMA DE GREEN EN EL PLANO**

1. Evalúa la integral de línea $\int_C \mathbf{F}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r}$ en sentido antihorario, alrededor de la frontera C de la región R utilizando el teorema de Green.

(a) $\mathbf{F} = [6y^2, 2x - 2y^4]$, R es el cuadrado con vértices en $\pm(2, 2), \pm(2, -2)$.

(b) $\mathbf{F} = [-e^{-x} \cos y, -e^{-x} \sin y]$, R es el semidisco $x^2 + y^2 \leq 16$, $x \geq 0$.

(c) $\mathbf{F} = [x^2 y^2, -x/y^2]$, $R : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$, $x \geq 0$, $y \geq x$. Haz un boceto de R .

- **INTEGRAL DE LA DERIVADA NORMAL**

2. La siguiente ecuación relaciona el Laplaciano con la derivada normal:

$$\int_R \nabla^2 w \, dx \, dy = \oint_C \frac{\partial w}{\partial n} \, ds$$

Utiliza dicha ecuación para hallar el valor de la integral del lado derecho tomada en sentido antihorario sobre la frontera C de la región R .

(a) $w = x^2 y + x y^2$, $R : x^2 + y^2 \leq 1$, $x, y \geq 0$.

(b) $w = x^2 + y^2$, $C : x^2 + y^2 = 4$

- **INTEGRALES TRIPLES Y TEOREMA DE LA DIVERGENCIA**

3. Encuentra la masa total de una distribución de masa de densidad σ en una región T del espacio para los siguientes incisos:

(a) $\sigma = xyz$, $T : x \in [0, a], y \in [0, b], z \in [0, c]$

(b) $\sigma = x^2 y^2 z^2$, $T : x^2 + z^2 \leq 16, |y| \leq 4$, un cilindro.

4. Evalúa la integral de superficie $\int_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, dA$ con el teorema de la divergencia para el siguiente caso: $\mathbf{F} = [x^3 - y^3, y^3 - z^3, z^3 - x^3]$, S es la superficie del sólido $x^2 + y^2 + z^2 \leq 25$, $z \geq 0$. Muestra tu procedimiento, sí señor.

5. Encuentra el momento de inercia alrededor del eje x para una masa con densidad 1 en una región T del espacio dada por el paraboloides $y^2 + z^2 \leq x$, $x \in [0, h]$.

Continúa...

- **TEOREMA DE STOKES**

6. Calcula la integral de superficie $\int_S (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot \mathbf{n} dA$ directamente, para las siguientes \mathbf{F} y S :

(a) $\mathbf{F} = [-13 \sin y, 3 \sinh z, x]$ y S el rectángulo con vértices $(0, 0, 2)$, $(4, 0, 2)$, $(4, \pi/2, 2)$, $(0, \pi/2, 2)$.

(b) $\mathbf{F} = [y^3, -x^3, 0]$, $S : x^2 + y^2 \leq 1, z = 0$.

7. Calcula la integral de línea $\oint_C \mathbf{F} \cdot \mathbf{r}' ds$, con $\mathbf{r}' = d\mathbf{r}/ds$ para las siguientes \mathbf{F} y C :

(a) $\mathbf{F} = [z^3, x^3, y^3]$, $C : x = 2, y^2 + z^2 = 9$.

(b) $\mathbf{F} = [e^y, 0, e^x]$, C : el triángulo con vértices $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(1, 1, 0)$.

(c) $\mathbf{F} = [-y, 2z, 0]$, C : la curva frontera de $y^2 + z^2 = 4, z \geq 0, x \in [0, h]$.