Chapter 1

Expression Language

The following is based on the ideas that I first read in the book "programming in Martin Löf type thery" [1]. Basically every expression we write in a mathematical expression has an arity (0,$\alpha \to \beta$, $\alpha_1 \otimes \alpha_2 \ldots \otimes \alpha_n$) which work similarly to how types in simply typed lambda calculus work. This simply is a way to ensure that expression are well-formed (even if it doesn't ensure that they are reasonable); we chose to add the $\otimes \ldots \otimes$ constructor to freely chose when to *curry* and *uncurry* function application; we could have added more, but there seem to be no advantage in doing so.

The rule for arity are the expected ones:

[1] Non sono più convinto di questa cosa; nel libro si parla escusivamente di *MLTT* dove c'è un enorme rigidità nelle costruzioni ammesse, al contrario quando siamo in realizzabilità abbiamo decisamente una maggior libertà: potremmo per esempio scrivere l'espressione apply$(0,0)$ semplicemente questa non farebbe parte di alcun tipo. rimarrebbe ora da decidere come trattare il concetto di arietà funzionale, la Coquand definisce il costruttore di funzione come $\lambda x.e$ dando nomi espliciti alle variabili e richiamandosi all'operatore di sostituzione $B\{a/x\}$ per rappresentare i "conti" seguendo questa struttura, la consueta sintassi di funzione diventa obsoleta, il lambda calcolo funzionale (i.e. $(x).f$ o $\langle x \rangle .f$) diventa di fatto non strettamente necessario negli usi che servono nell'articolo.
questo mi porta a propormi di non accanirmi sulle a rietà di non preoccuparsi troppo del $\lambda x.e$ dei Π-tipi (a cui n on sono troppo abituato: $\lambda x.e = \lambda((x).e)$)

1.1 Everithhung has an Arithy

123123123123

Chapter 2

Test stuff

$$\frac{A \quad (A \to B)}{B} \tag{2.1}$$

$$\frac{A \quad (A \to B)}{B} \tag{2.2}$$

$$\frac{A \wedge B)}{\overline{B \wedge A}} \tag{2.3}$$

$$\dfrac{\dfrac{(\neg\phi \vee \neg\psi) \quad \bot \quad \bot}{\bot}\ (1)}{\neg(\phi \wedge \psi)}\ (2) \tag{2.4}$$

$$\dfrac{\dfrac{(\neg\phi \vee \neg\psi) \qquad \dfrac{\phi \quad \dfrac{}{\neg\phi}\ (1)}{\bot} \qquad \bot}{\bot}\ (1)}{\neg(\phi \wedge \psi)}\ (2) \tag{2.5}$$

$$ \tag{2.6}$$

$$\dfrac{\begin{matrix}[A] \\ \vdots \\ B\end{matrix}}{(A \to B)}\ (\to I) \qquad \dfrac{(A \to B) \quad A}{B}\ (\to E)$$

The rule $\dfrac{\begin{matrix}[A] \quad A \quad A \quad A \quad A \quad A \quad A \\ \vdots \\ B\end{matrix}}{(A \to B)}$ is known as $\to$-introduction

$$\dfrac{\vdash A \qquad \dfrac{\vdash B}{\vdash B, C}}{\vdash A \wedge B, C} \quad \rightsquigarrow \quad \dfrac{\dfrac{\vdash A \qquad \vdash B}{\vdash A \wedge B}}{\vdash A \wedge B, C}$$