

lec17.2 SNA Graph Theory Preliminaries



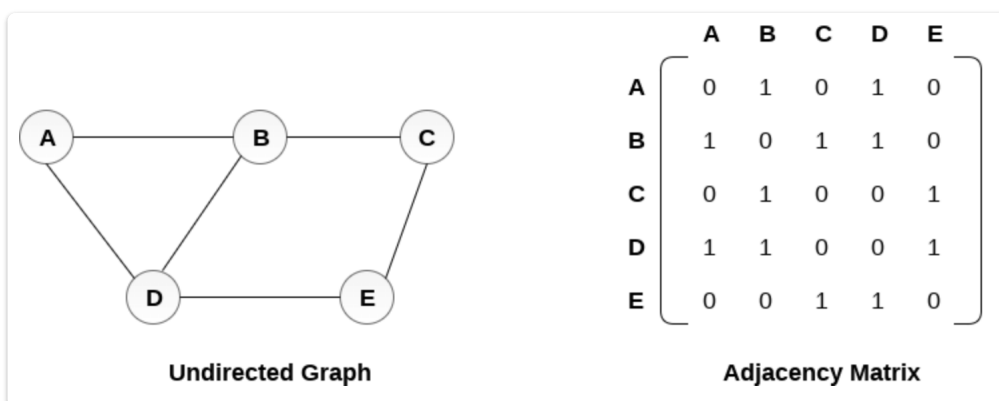
图我就不写了，大火都太熟悉了，写点稍微不那么熟悉的

邻接矩阵 (Adjacency Matrix)

邻接矩阵是一种表示图的方法，使用矩阵来显示图中节点之间的连接关系

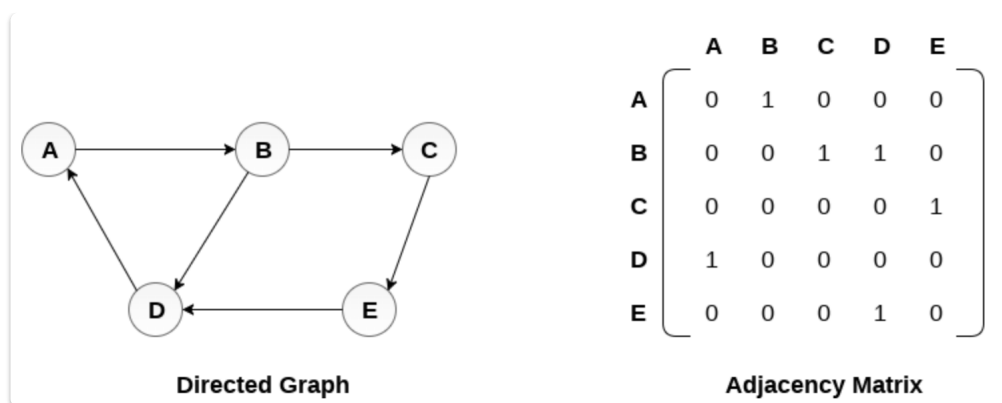
无向图的邻接矩阵

- **定义**: 一个有 n 个顶点的无向图 $G = (V, E)$ 的邻接矩阵 A 是一个 $n \times n$ 的方阵，其中：
 - 如果 (i, j) 是图中的一条边，那么 $A_{ij} = 1$
 - 否则， $A_{ij} = 0$
- **性质**: 无向图的邻接矩阵是对称的
- **示例**: 图片中展示了一个包含5个节点 A, B, C, D, E 的无向图及其邻接矩阵。邻接矩阵中对称的位置上的值相等，表示节点之间的连接



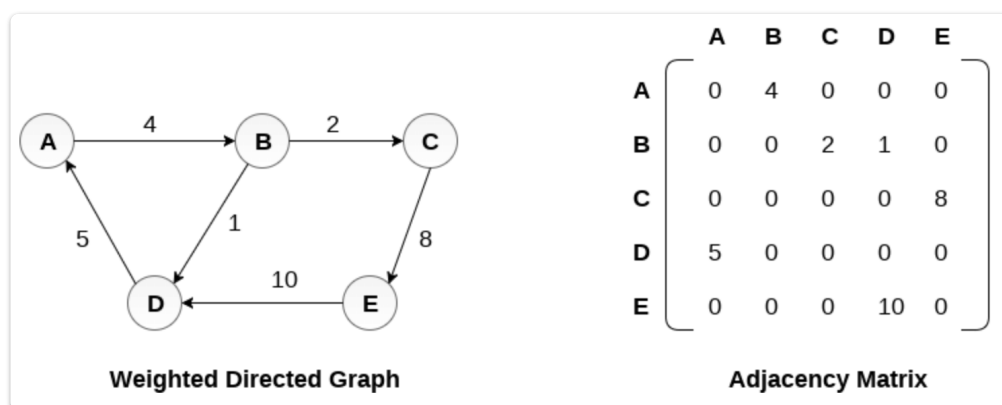
有向图的邻接矩阵

- **定义**: 一个有 n 个顶点的有向图 $G = (V, E)$ 的邻接矩阵 A 是一个 $n \times n$ 的方阵，其中：
 - 如果 (i, j) 是图中的一条弧（有向边），那么 $A_{ij} = 1$
 - 否则， $A_{ij} = 0$
- **性质**: 有向图的邻接矩阵不一定是对称的
- **示例**: 图片中展示了一个包含5个节点的有向图及其邻接矩阵。矩阵中仅在对应的方向上有值，例如 $A_{AB} = 1$ ，但 $A_{BA} = 0$ ，表示从A到B有边，但从B到A没有边



加权图的邻接矩阵

- 定义:** 一个有 n 个顶点的加权图（无向或有向） $G = (V, E)$ 的邻接矩阵 A 是一个 $n \times n$ 的方阵，其中：
 - 如果 (i, j) 是图中的一条边或弧， $A_{ij} = w_{ij}$ ，其中 w_{ij} 表示边或弧 (i, j) 的权重
 - 否则， $A_{ij} = 0$
- 示例:** 图片中展示了一个包含 5 个节点的加权有向图及其邻接矩阵。矩阵中的值表示边的权重，例如 $A_{AB} = 4$ 表示从 A 到 B 的边的权重为 4



连通图

无向图中的连通性

- 连通图 (Connected Graph) :**
 - 定义:** 如果图中任意一对顶点之间存在路径，则该图是连通的 (connected)。否则称为非连通图 (disconnected)
 - 最大连通子图 (Connected Component) :** 图 G 的最大连通子图称为 G 的一个 **连通分量**

有向图中的连通性

- 强连通图 (Strongly Connected Graph) :**
 - 定义:** 如果对于图中的每一对有序顶点 u 和 v ，存在从 u 到 v 的有向路径，则该图是强连通的 (strongly connected)
 - 最大强连通子图 (Strongly Connected Component) :** 有向图 G 的最大强连通子图称为 G 的一个 **强连通分量**