

| 04.2 - Strong Connectivity

| DFS and BFS on Directed Graphs

- 在有向图上应用 DFS 和 BFS 与在无向图上应用它们的过程非常相似
- 当我们在一个节点处，并且检查其邻居节点时，邻居节点现在仅指我们可以通过有向边到达的节点
 - 也就是说，对于一个节点 u ，只有那些存在从 u 出发的有向边的节点才被视为邻居
- 运行时间仍然是 $O(n + m)$

| 图的连通性 (Connectivity)

BFS 计算的是从起始节点 s 可以到达的一组节点 t 。但是，从 s 到 t 存在路径并不意味着从 t 到 s 也存在路径

弱连通性 (Weak Connectivity)

- 如果忽略所有边的方向，那么图是连通的，即从任何一个节点都可以到达任何其他节点
- 这种连通性不考虑边的方向，只关注节点之间的可达性

强连通性 (Strong Connectivity)

- 对于有向图，强连通性表示对任意两个节点 u 和 v ，从 u 到 v 存在路径，并且从 v 到 u 也存在路径
- 强连通性要求所有节点对都能互相到达，考虑了边的方向

| 相互可达性 (Mutual Reachability)

如果在图 G 中，从节点 u 到节点 v 存在路径，并且从节点 v 到节点 u 也存在路径，则称节点 u 和节点 v 是相互可达的

强连通性 (Strong Connectivity)

- 如果图 G 中的每一对节点 u 和 v 都是相互可达的，则图 G 是强连通的

传递性 (Transitivity)

- 如果 u 和 v 是相互可达的，且 v 和 w 也是相互可达的，那么 u 和 w 也是相互可达的

| Testing Strong Connectivity

定义反向图 G^{rev} ，其节点与原图 G 相同，但所有边的方向反转

在原图 G 和反向图 G^{rev} 中，从节点 s 开始运行 BFS，如果两次搜索中的任意一次未能到达每个节点，则图 G 不是强连通的