

Вълни. Основни параметри.

Разпространението на трептеливи движения в дадена физична среда се нарича вълнов процес. В този процес трептенията, възбудени от определен източник, се предават между частиците на средата. Всяка частица трепти около равновесното си положение и предава енергия на съседните, поради наличие на връзки помежду им, при което в средата се пренася енергия, но не и вещество.

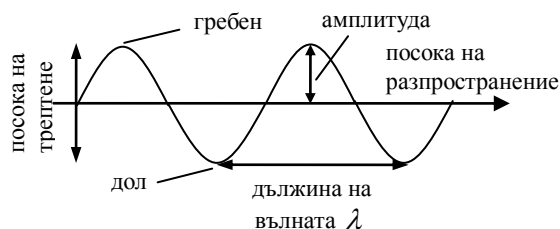
1. Видове вълни. Елементи на вълната

Вълните се различават в зависимост от това какви физични величини се изменят в средата: отместване, плътност, налягане, интензитет на електричното поле и пр. Трябва да се отбележи, че математичното описание на различните видове вълни е аналогично, понеже описанието на трептенията на различните физични величини е еднакво.

Най-разпространеният тип вълни са механичните. Те се разпространяват в среди с еластични свойства, поради което се наричат още еластични вълни. Еластичните среди притежават свойството да се деформират при прилагане на външно въздействие. Деформациите са пропорционални на интензитета на въздействието и изчезват след прекратяването му.

Звуковите вълни във въздуха, в твърдите тела и течностите, вълните върху водна повърхност, сеизмичните вълни, вибрациите на струните на музикалните инструменти са примери за механични вълни.

Еластичните вълни са **напречни**, когато трептенията на частиците от средата се извършват перпендикулярно на посоката на разпространението им (фиг. 1). При **надлъжните** вълни частиците от средата трептят около равновесното си положение в направление, успоредно на посоката на разпространение на вълната (фиг. 1).



Фиг. 1

Характеристиките на периодична синусоидална напречна вълна са представени на фиг. 1. **Амплитуда** – това е максималното отклонение на частиците на средата спрямо равновесното им положение. **Дължината на вълната λ** е минималното разстояние между две частици от средата, които трептят по един и същи начин.

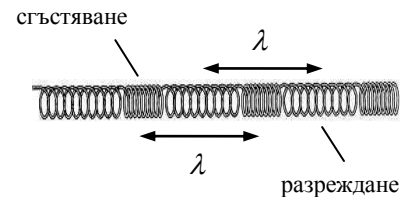
Честотата на вълната ν се определя от броя гребени, преминаващи през дадена точка за единица време. Тя може да се дефинира и като брой трептения на частиците на средата за един период T

$$\nu = \frac{1}{T}. \quad (1)$$

Скорост на вълната е скоростта, с която се премества нейният гребен. Трябва да се прави разлика между скорост на вълната и скорост на трептене на частиците на средата. За един период T вълната изминава разстояние равно на дължината ѝ λ . Така за скоростта се получава, че

$$v = \frac{\lambda}{T} \quad \text{или} \quad v = \lambda \nu. \quad (2)$$

Надлъжни вълни лесно се създават в пружина, която периодично се свива и разтяга откъм единия край (фиг. 2). По пружината се разпространяват области на сгъстяване (гребени на вълната) и разреждане (долове). За надлъжните вълни също могат да се дефинират понятията дължина, период, честота и скорост. Дължината на вълната е разстоянието между две съседни области на сгъстяване (разреждане); честотата е броят сгъстявания, преминаващи през дадена точка за единица време; скоростта е скоростта на движение на областта на сгъстяване (разреждане). Периодът на надлъжната вълна се дефинира чрез равенството $T = 1/\nu$.



Фиг. 2

Скоростта на разпространение на надлъжни и напречни вълни в еластична среда се определят с изразите

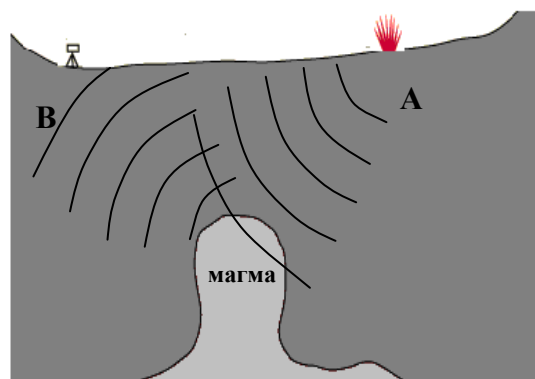
$$v_{\parallel} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (3)$$

$$v_{\perp} = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \quad (4)$$

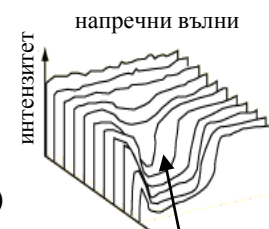
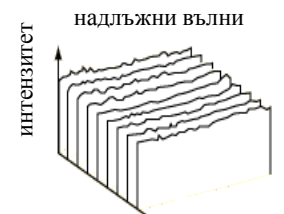
където E и G са съответно модулите на линейна и ъглова деформация на средата, а ρ е нейната плътност.

Какъв ще е видът на вълните се определя от свойствата на средата, в която се разпространяват. В твърдите тела възникват въртаци сили и при напречно, и при надлъжно отместване на частиците от равновесно положение, поради което в тях се наблюдават, както напречни, така и надлъжни вълни. В течностите и газовете възникват само надлъжни вълни, защото еластичните сили в тях се проявяват само при опън и свиване, т.е. само при надлъжни деформации. Изключение правят напречните вълни на повърхността на течностите, защото силата на тежестта и силите на повърхностно напрежение играят ролята на въртаци сили.

Тези особености в разпространението на вълните в различни среди намират приложение при проучване на състава на земната кора (фиг. 3 а). В точка А се произвежда взрив, при което през земната кора започват да се разпространяват надлъжни и напречни вълни. Ако на пътя на вълните има участък запълнен с магма, т.е.



а)



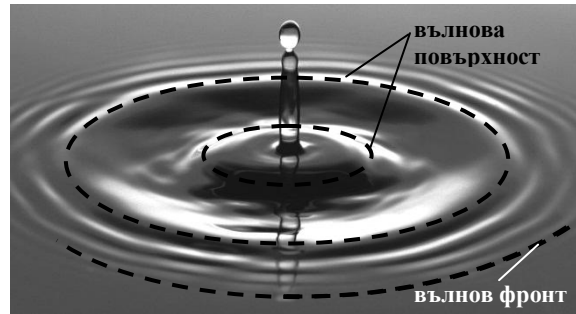
б)

Фиг. 3

средата е течна, през него се разпространяват само надлъжните вълни, не и напречните. Вълните достигат до детектора в т. В и по диаграмата на напречните вълни (фиг. 3 б) се определя местоположението на магнения участък.

Геометричното място на точки от дадена среда, които трептят с една и съща фаза, представлява т.нар. **вълнова повърхност**. Под **фронт** на вълната се разбира вълновата повърхност, която отделя областта, в която частиците трептят, от тази, в която частиците от средата не участват в трептеливото движение. С други думи, фронтът е геометрично място на точки от средата, до които в даден момент достигат трептенията, респективно вълната (фиг. 4).

В зависимост от това каква форма имат вълновите повърхности, еластичните вълни са



Фиг. 4

плоски или **сферични**: при плоските вълни те са множество равнини успоредни една на друга, а при сферичните – множество концентрични сфери с общ център в източника на трептене.

2. Уравнение на плоска вълна

Еластичните вълни се наричат хармонични, ако трептенията на частиците от средата се извършват по синусоидален закон.

Нека средата, в която се разпространява вълната, е еластична и изотропна, а източникът на трептене е разположен в точка с координата $x = 0$ и трептенията му се извършват по закона

$$\zeta(0, t) = \zeta_0 \cos(\omega t + \varphi), \quad (5)$$

където $\zeta(0, t)$ е отместването (елонгацията) на източника в момента t , ζ_0 е амплитудата на трептене, $\omega = 2\pi/\nu$ е кръговата честота, а φ е началната фаза на трептене.

Трептенията на частица от средата с координата x се извършват по същия закон, но те изостават във времето по отношение на трептенията на източника, защото, за да измине разстоянието от източника до частицата, на вълната е необходимо време $\tau = x/\nu$.

Уравнението

$$\zeta(x, t) = \zeta_0 \cos[\omega(t - x/\nu) + \varphi] = \zeta_0 \cos(\omega t - \omega x/\nu + \varphi), \quad (6)$$

се нарича уравнение на плоска монохроматична бягаща вълна, разпространяваща се в положителната посока на оста x . То описва трептенията на всички частици, отдалечени от

координатното начало на разстояние x . Под монохроматична вълна се разбира вълна с точно определена честота (дължина на вълната).

Ако вълната се разпространява вляво от координатното начало, нейното уравнение има вида

$$\zeta(x, t) = \zeta_0 \cos [\omega(t + x/v) + \varphi] = \zeta_0 \cos (\omega t + \omega x/v + \varphi), \quad (7)$$

Общото уравнение на плоска монохроматична бягаща вълна е

$$\zeta(x, t) = \zeta_0 \cos (\omega t \pm kx + \varphi), \quad (8)$$

където $k = \omega/v = 2\pi/\lambda$ се нарича вълново число. Вълновото число показва колко пъти дължината на вълната λ се нанася в разстояние равно на 2π .

Величината $\Phi = \omega t \pm kx + \varphi$ се нарича фаза на вълната.

Уравнение (8) показва, че вълновите процеси са периодични не само по отношение на времето, но и по отношение на разстоянието до източника x . Това е една съществена разлика между вълните и трептенията. Периодичността в пространството се характеризира с дължината на вълната λ .

Диференциалното уравнение

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} \quad (9)$$

се нарича **вълново уравнение**. Уравнението, описващо всяка вълна е решение на вълновото уравнение. Съответно за плоска монохроматична вълна диференциалното вълново уравнение е

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2}. \quad (10)$$

3. Енергия и интензитет на вълните. Сферични вълни

Бягащите вълни пренасят енергия в пространството, като трептенията на дадена частица се предават на нейните съседи, те от своя страна увеличат във вълновия процес съседните частици и т.н.

Пълната енергия на хармонично трептяща частица с маса m е

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2} m \omega^2 \zeta_0^2. \quad (11)$$

Ако в единичен обем от средата трептят синхронно с еднаква амплитуда \mathbf{n} на брой частици, то **енергията на трептливо движение в единица обем** е

$$\varepsilon_n = \frac{1}{2} n m \omega^2 \zeta_0^2 = \frac{1}{2} \rho \omega^2 \zeta_0^2, \quad (12)$$

където $\rho = nm$ е плътността на средата.

Интензитетът на вълната I е енергията, която се пренася за единица време през единица площ, разположена перпендикулярно на посоката на разпространение на вълната

$$I = \varepsilon_n v = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 \zeta_0^2. \quad (13)$$

От този израз се вижда, че интензитетът на вълната е пропорционален на квадрата на нейната амплитуда.

Когато в изотропна среда вълните се разпространяват от източник на трепене във всички направления с еднаква вероятност, вълната е тримерна и има сферична симетрия – налице е сферична вълна. С отдалечаване от източника вълновият фронт обхваща все повече частици от средата и амплитудата на трепене намалява. Този ефект може да се види и при повърхностната водна вълна от фиг. 4.

От закона за запазване на енергията следва, че за единица време през повърхност с радиус r_1 се пренася толкова енергия, колкото и през повърхността с радиус $r_2 > r_1$ (фиг. 5). Повърхността на сферичния вълнов фронт е $S = 4\pi r^2$, следователно

$$I_1 4\pi r_1^2 = I_2 4\pi r_2^2. \quad (14)$$

Така за съотношението на интензитетите I_1 и I_2 на сферичната вълна на разстояния от източника съответно r_1 и r_2 се получава

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}. \quad (15)$$

Този израз показва, че интензитетът на сферичната вълна е обратно пропорционален на квадрата на разстоянието до източника. Ако източникът е точков, в изотропна среда интензитетът на вълната се изменя с разстоянието по закона

$$I = \frac{I_0}{4\pi r^2}, \quad (16)$$

където I_0 е интензитетът на източника.

При едномерните вълни (например напречна вълна, разпространяваща се по струна) такава зависимост няма. Доколкото сечението, което пресича вълната остава постоянно, интензитетът и съответно енергията ѝ не намаляват с увеличаване на разстоянието от източника. На практика, обаче, затихване винаги има, тъй като в резултат на триенето част от енергията се превръща в топлинна.

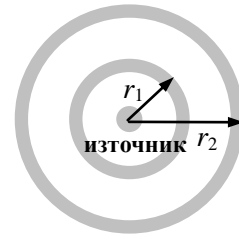
Примери за сферични вълни са вълните, излъчени от точков светлинен източник, радиовълните, излъчени от малка антена, или звукът от малък високоговорител. Интензитетът на звуковата вълна от свръхзвуков самолет на 50 m разстояние от него достига до 10 W/m^2 , интензитетът на слънчевите лъчи върху земната повърхност е около 1370 W/m^2 , а на телевизионния сигнал на 5 km от 50-киловатов източник е $1,6 \cdot 10^{-4} \text{ W/m}^2$.

Уравнението на сферична монохроматична вълна, разпространяваща се в изотропна и непоглъщаща среда на голямо разстояние от източника, е

$$\zeta(r, t) = \frac{\zeta_0}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi). \quad (17)$$

Ако средата е поглъщаща, с коефициент на поглъщане γ , уравнението на сферичната вълна е

$$\zeta(r, t) = \frac{\zeta_0}{r} e^{-\gamma r} \cos(\omega t - kr + \varphi). \quad (18)$$



Фиг. 5

В еднородна среда поглъщането на еластичните вълни се дължи на процесите на вътрешно триене и топлопроводност. Амплитудата на вълната намалява с отдалечаване от източника по експоненциален закон

$$\zeta_0^* = \frac{\zeta_0}{r} e^{-\gamma r}, \quad (19)$$

и следователно интензитетът ѝ намалява по закона

$$I = I_0 e^{-2\gamma r}. \quad (20)$$

4. Принцип на суперпозицията. Стоящи вълни

Дадена среда се нарича **линейна**, ако еластичните ѝ свойства не се променят, когато в нея се разпространява вълна. В линейните среди скоростта на вълните не зависи от интензитета им. Вълните в такива среди се разпространяват независимо една от друга и за тях е валиден принципът на суперпозицията. Според него *резултантното отклонение на всяка частица от средата е равно на алгебричната сума от отклоненията, които всяка вълна самостоятелно предизвиква в дадена точка.*

Ако в линейна среда едновременно се разпространяват **n** различни механични вълни, резултантното отместване ζ на всяка частица от средата в произволен момент t е

$$\zeta = \sum_{i=1}^n \zeta_i, \quad (21)$$

където ζ_i е отместването, което би имала частицата в същия момент, ако в средата се разпространява само **i**-тата вълна.

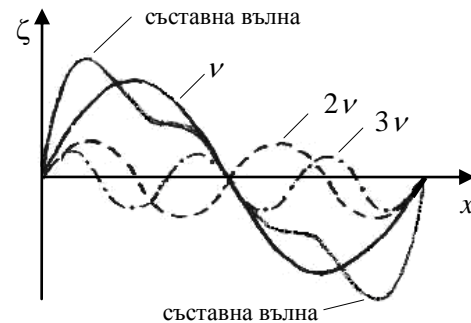
На фиг. 6 е представена резултантната вълна, образувана от суперпозицията на три хармонични вълни с честоти съответно ν , 2ν и 3ν . Получената вълна има сложен профил и се нарича **съставна** (сложна) вълна.

Въз основа на принципа на суперпозицията всяка несинусоидална вълна в линейна среда може да се замени с група синусоидални вълни (**вълнов пакет**) с различни амплитуди и честоти. Наборът от тези честоти се нарича честотен спектър на сложната вълна. Той може да бъде дискретен или непрекъснат.

В някои среди скоростта на разпространение на вълните зависи от честотата им. Това явление се нарича **дисперсия**. В диспергиращите среди отделните компоненти на една съставна вълна се движат с различни скорости, заради различните си честоти – вълновият пакет се “размива” в пространството и профилът на сложната вълна непрекъснато се променя.

В **недиспергиращите** среди всяка съставна вълна се разпространява, без да изменя своята форма, защото синусоидалните вълни, формиращи вълновия ѝ пакет, имат еднакви скорости.

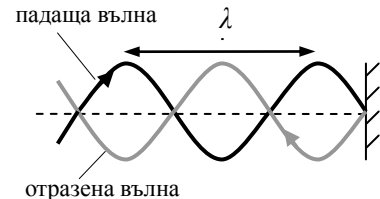
Друг пример за действието на принципа на суперпозицията е явлението **интерференция**. *Интерференцията представлява наслагване на две или повече вълни, които се разпространяват в една и съща област от пространството. При това в някои негови точки се получава усилване (усилваща интерференция), а в други отслабване (гасяща интерференция) на резултантната*



Фиг. 6

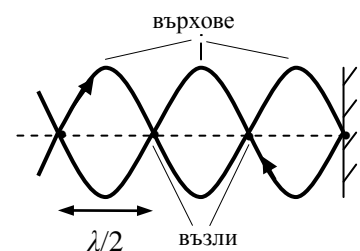
вълна. Необходимо условие за наблюдаване на интерференция е вълните да са **кохерентни**. Това са вълни, за които разликата във фазите в дадена точка от пространството остава постоянна.

Частен случай на явлениято интерференция са т.нар. **стоящи вълни**. Когато плоска монохроматична вълна попадне перпендикулярно на граничната повърхност между две среди, тя се отразява. Нека вълната се разпространява по струна, чийто край е закрепен неподвижно (фиг. 7). Когато вълната достигне края на струната, тя действа върху частиците от точката на закрепване със сила насочена нагоре. Съгласно третия принцип на Нютон те ѝ противодействат със сила насочена надолу. Така при отражението вълна променя фазата си на 180° , което е еквивалентно на това вълната да загуби половин дължина на вълната. Ако краят на струната, от който настъпва отражението е свободен, не се наблюдава загуба на половин вълна и промяна във фазата.



Фиг. 7

В случай, че няма загуби в точката на закрепване (превръщане на енергията на вълната в топлинна или частично навлизане на вълната в другата среда), амплитудите на падащата и отразената вълна са равни. Еднакви са и честотите им. При правилно подбрана честота от интерференцията на двете вълни възниква **стояща вълна**. Точките на гасяща интерференция се наричат **възли** на стоящата вълна, а точките на усилващата интерференция – **върхове** (фиг. 8). Всички частици на струната трептят с еднакви честоти, но с различни амплитуди. (При бягащите вълни всички частици на средата трептят с еднакви амплитуди.) Максимумите на амплитудите съответстват на върховете на стоящата вълна. Разстоянието между възлите на вълната се нарича **дължина на стоящата вълна**. Тя е равна на половината от дължината на бягащата плоска вълна $\lambda/2$.



Фиг. 8

Стоящата вълна изглежда неподвижна – местата на върховете и възлите на стоящата вълна не се променят с времето. Доколкото във възлите на вълната частиците са в покой, през тях не се пренася енергия. Това е една съществена разлика между стоящите и бягащите вълни.