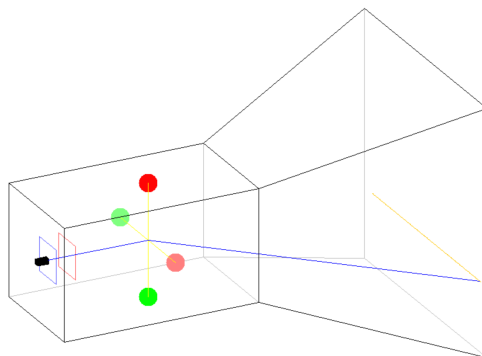


# Simulation bewegter Teilchen in elektrischen und magnetischen Feldern

Facharbeit  
von

Kiril Voigtländer

an der Otto-Kühne-Schule



Fachlehrer: Herr Schmalstieg

Bearbeitungszeit: 18.08.2021 – 27.10.2021

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2. Theoretischer Hintergrund</b>	<b>2</b>
2.1. Entstehung und Beschreibung des E-Feldes . . . . .	2
2.2. Anwendung des E-Feldes . . . . .	3
2.3. Entstehung und Beschreibung des B-Feldes . . . . .	3
2.4. Anwendung des B-Feldes . . . . .	4
2.5. Wechselwirkung der Felder . . . . .	5
<b>3. Fernsehröhre</b>	<b>7</b>
3.1. Aufbau . . . . .	7
3.2. Funktionsweise . . . . .	8
<b>4. Simulation</b>	<b>9</b>
4.1. Programm . . . . .	9
4.2. Berechnungen zur Elektronenkanone . . . . .	9
4.3. Lorentzkraft und Ablenkung . . . . .	10
4.4. Geometrische Bestimmung des Auftreffpunktes auf dem Schirm . . . . .	10
<b>5. Fazit</b>	<b>13</b>
<b>Anhang</b>	<b>14</b>
A. Im Programm verwendete und berechnete Werte . . . . .	14
B. Lineare Algebra . . . . .	15
C. Zusätzliche Abbildungen zu elektrischer Steuerung . . . . .	17
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>18</b>

# Abbildungsverzeichnis

2.1. Feldlinien eines Stabmagneten (übernommen von [Gw]) . . . . .	6
4.1. Skizze für Winkelberechnung (übernommen von [Phyb]) . . . . .	11
4.2. Skizze für Auftreffen auf Bildschirm (mit GeoGebra erzeugt) . . . . .	12
A.1. Darstellung der Simulation (Screenshot aus dem Programm) . . . . .	15
C.2. Details der Elektronenkanone (übernommen aus dem Buch [Tel59]) . . . . .	17
C.3. Fernsehröhre mit elektrischer Ablenkung (übernommen von [Ace]) . . . . .	17

# 1. Einleitung

Die vorliegende Facharbeit befasst sich mit dem Modell des Röhrenfernseher. Röhrenfernseher sind Geräte, bei welchen ein Bild durch entweder eine elektrische oder eine magnetische Ablenkung auf einen Bildschirm gezeichnet wird. Es wird der Röhrenfernseher in der dazu programmierten Animation bildlich dargestellt. In dem Programm wird dabei die magnetische Ablenkung benutzt. Sowohl die Animation als auch ihre physikalische Herleitung werden in Kapitel 4 erläutert. Ein Nutzer des Programms kann eine Beschleunigungsspannung in einem bestimmten Bereich wählen, die Magnetfeldstärke zweier Ablenkspulenpaare wählen, und erhält Berechnungen der Werte für verschiedene physikalische Größen (Energie, Geschwindigkeit, Kraft) und geometrische Eigenschaften (Bahnradius, Ablenkwinkel). Diese Werte werden außerdem für eine dynamische Darstellung des Strahlenverlaufs und des entstehenden Leuchtbildes benutzt.

Im ersten Kapitel nach der Einleitung wird die Theorie des E-Feldes und des B-Feldes betrachtet. Für das E-Feld ist wichtig, dass es eine Ladung gibt, da jede Ladung ein elektrisches Feld besitzt. Des Weiteren wird die Formel der Coulombkraft betrachtet. Anschließend folgt eine genauere Betrachtung eines Plattenkondensators, welcher einen Spezialfall eines elektrischen Feldes darstellt. Dabei wird die Formel für die Kapazität  $C$  betrachtet. Dies geschieht im Abschnitt 2.2. Für das B-Feld ist der Magnetismus wichtig, welcher zu der Entstehung des B-Feldes führt. Hier wird die Herleitung der Lorentzkraft gezeigt. Anschließend folgt eine genauere Betrachtung des Fadenstrahlrohrs, welches zur Bestimmung der spezifischen Ladung  $\frac{e}{m}$  benutzt werden kann. Diese Betrachtung geschieht im Abschnitt 2.4. Des Weiteren wird die Wechselwirkung der beiden Felder aufeinander betrachtet. Dies geschieht im Abschnitt 2.5. Das folgende Kapitel 3 ist in zwei Abschnitte aufgeteilt. Im ersten Abschnitt 3.1 wird der Aufbau der Fernsehröhre betrachtet. Dabei ist wichtig zu beachten, dass ein Röhrenfernseher aus einer Einrichtung besteht, welche die Elektronen emittiert, einer Einrichtung, welche die Elektronen steuert, einer Einrichtung, welche die Elektronen ablenkt, und einem Bildschirm, wo die Elektronen als Strahl auf einen Punkt treffen, wo das Bild erzeugt wird. Die Ablenkung kann sowohl magnetisch als auch elektrisch sein. Die Funktionsweise der Fernsehröhre wird im Abschnitt 3.2 behandelt. In diesem Kapitel wird auch erklärt, welche Kräfte auf das jeweilige Elektron in der jeweiligen Einrichtung wirken und welche Resultate dies nach sich zieht. Als nächstes wird in Kapitel 4 die Umsetzung der Fernsehröhre im Programm beschrieben. Dafür werden kurze Auszüge des Codes der Animation betrachtet und erläutert. Des Weiteren ist stets eine physikalische Erläuterung dabei, welche die Prozesse beschreibt, die in der jeweiligen Einrichtung geschehen. Die Arbeit endet mit einem kurzen Fazit.

## 2. Theoretischer Hintergrund

In diesem Kapitel werden das E- und B-Feld betrachtet. Des Weiteren wird ihre Wechselwirkung betrachtet. In diesem Kapitel wird für das E-Feld die Quelle [LEIa] benutzt. Im Abschnitt zum B-Feld wird die Quelle [LEIb] verwendet.

### 2.1. Entstehung und Beschreibung des E-Feldes

Jede Ladung wird von einem elektrischen Feld umgeben. Zuerst muss der Begriff von Ladung geklärt werden: Ladung ist eine Eigenschaft von Materie. Die Einheit der Ladung ist 1C (Coulomb). Alle bisherigen Experimente legen nahe, dass es nur 2 Arten von elektrischer Ladung gibt; Positiv und Negativ. Eine Ladung bewirkt eine Kraft auf eine andere Ladung. Gleich geladene Ladungen stoßen sich ab, während entgegengesetzt geladene Ladungen sich anziehen. Diese Kraft wird als elektrische Kraft bezeichnet oder genauer als Coulomb-Kraft. Die Richtung der Feldlinien ist immer die Richtung der Kraftwirkung auf einen positiv geladenen Probekörper. Der experimentelle Nachweis der Coulomb-Kraft sieht wie folgt aus: Man nehme sich zwei Punktladungen, welche mit  $q_1$  und  $q_2$  bezeichnet werden. Des Weiteren ist ein Abstand  $r$  zwischen den Ladungen vorhanden. Es gibt einmal die Kraft von  $q_1$  auf  $q_2$  ( $\vec{F}_{12}$ ) und einmal die Kraft von  $q_2$  auf  $q_1$  ( $\vec{F}_{21}$ ).

$$F_{el} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

Dabei stellt  $\epsilon_r$  eine Materialeigenschaft dar. Durch Betrachten der obigen Formel lässt sich schließen, dass wenn  $r$  gleich bleibt, aber die Ladungen  $q_1$  und  $q_2$  erhöht werden, die Coulomb-Kraft ebenfalls zunimmt. Daraus lässt sich schließen, dass die elektrische Kraft proportional zu den Ladungen  $q_1$  und  $q_2$  ist. Wenn die Ladungen  $q_1$  und  $q_2$  gleich bleiben und  $r$  erhöht wird, dann verringert sich die elektrische Kraft. Daraus lässt sich wiederum schließen, dass die elektrische Kraft quadratisch anti-proportional zum Abstand  $r$  ist. Diese zuvor beschriebene Kraftwirkung, lässt sich mittels Probeladungen im ganzen Raum um die Ladung messen und als Vektor an jedem Punkt visualisieren. Diese Visualisierung des Raumes nennt man elektrisches Feld. Die jeweilige Stärke ergibt sich aus der Größe der Probeladung  $q$  und der Größe der Kraft  $F_{el}$  auf die Ladung. Die Formel für das E-Feld ist:

$$E = \frac{F_{el}}{q}$$

Die Dimension des E-Feldes lautet:  $[E] = \frac{N}{C} = \frac{V}{m}$ . Veranschaulichen lässt sich die Coulombkraft durch die Animation [LEIa].

Wenn ein elektrisches Feld vorhanden ist, lässt sich dieses als Eigenschaft des Raums auffassen. Die Kraftwirkung des elektrischen Feldes wird mit Probeladung ermittelt und durch Feldlinien visuell dargestellt. Die Feldlinien kreuzen und berühren sich nicht. Wenn die Feldlinien eng beieinander liegen (hohe Dichte), dann ist das dort existierende elektrische Feld stark. Wenn die Dichte der Feldlinien allerdings niedrig ist, dann ist das elektrische

Feld schwach. Es gibt zwei unterschiedliche Arten von elektrischen Feldern. Es gibt zum einen das homogene elektrische Feld und zum anderen das inhomogene elektrische Feld. Bei dem homogenen elektrischen Feld stehen die Feldlinien parallel zu einander und das elektrische Feld ist an allen Stellen gleich stark. Bei dem inhomogenen elektrischen Feld kann diese Annahme nicht getätigt werden.

## 2.2. Anwendung des E-Feldes

Als Anwendungsbeispiel lässt sich der Plattenkondensator nehmen: Hier lässt sich die Annahme treffen, dass das elektrische Feld zwischen den Platten homogen ist. Allerdings muss beachtet werden, dass diese Aussage nur zwischen den Platten des Kondensators gilt, und sobald man an die Ränder des Kondensators geht, diese Aussage wegbricht. An den Rändern wirkt nämlich ein inhomogenes elektrisches Feld. Des Weiteren ist das elektrische Feld als  $E = \frac{U}{d}$  zu bestimmen. Somit nimmt das elektrische Feld bei einer größeren Spannung  $U$  zu und bei größerem Abstand  $d$  der Platten ab. Beim Kondensator kann noch eine weitere Größe eingeführt werden, die Kapazität  $C$ . Die Kapazität ist dabei so definiert, dass sie die maximale Menge an Ladung angibt, die der Kondensator auf den Platten speichern kann. Die Herleitung ist wie folgt: Flächenladungsdichte  $\sigma = \frac{Q}{A}$ . Dabei stellt  $A$  die Fläche des Plattenkondensators dar, während  $Q$  die Ladung in dem Kondensator darstellt. Dies führt zum elektrischen Feld mit  $\sigma = \epsilon_0 \cdot E$  als Feldgleichung. Dabei beträgt  $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$  und ist unter dem Namen „Dielektrizitätskonstante“ bekannt. Im Allgemeinen ist das Feld auch noch vom jeweiligen Material abhängig, wodurch die Gleichung einen weiteren Term  $\epsilon_r$  enthält:  $\sigma = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot E$ . Diese zusätzliche Konstante berücksichtigt dabei die spezifischen Materialeigenschaften und nennt sich „relative Permeabilität“. Im Vakuum ist diese jedoch = 1. Daraus folgt, dass  $Q = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d} \cdot U$  ist. Die Kapazität ist dann als

$$C = \frac{Q}{U} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d}$$

definiert.

## 2.3. Entstehung und Beschreibung des B-Feldes

Beim Nähern von 2 Magneten wurde festgestellt, dass sich gleiche Pole abstoßen und ungleiche anziehen. Diese Kraftwirkung wurde historisch als die Magnetische Feldstärke  $H$  definiert. Das ist die eigentliche Entsprechung zum E-Feld. Da es in der Anwendung einfacher ist, wird im Folgenden mit dem Magnetfeld das B-Feld gemeint.<sup>1</sup> Der Zusammenhang zwischen  $B$  und  $H$  ist wie folgt:  $B = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot H$ . Dabei ist die Dimension von  $H$ :  $[H] = \frac{A}{m}$ . Als Grundlage, dass ein B-Feld entsteht, muss der Magnetismus genommen werden. Dafür muss der Begriff des Magnetismus zuerst geklärt werden. Ein Magnet wird dadurch entmagnetisiert, dass er gestoßen oder auf eine Temperatur oberhalb der Curie-Temperatur erhitzt wird  $\approx 600^\circ C$ . Des Weiteren führt das Durchbrechen eines Stab-Magneten in der Mitte dazu, dass zwei neue Magnete entstehen, es gibt also keine magnetischen Monopole. Die Feldlinien eines Magneten verlaufen vom Nordpol zum Südpol. Ein Magnetfeld bewirkt eine Kraft auf ein bewegtes geladenes Teilchen. Die wirkende Kraft wird als magnetische Kraft bezeichnet oder als Lorentzkraft, wenn es sich um einen einzelnen Ladungsträger handelt. Die Herleitung der Lorentzkraft sieht wie folgt aus: Man nehme sich einen Ladungsträger (negativ) und einen langen Leiter. Die Formel für die magnetische Kraft lautet:  $F_{mag} = B \cdot I_L \cdot \Delta l$ . Der Strom  $I_L$  kann durch  $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$  ersetzt werden. Dadurch kommt die Formel  $F_{mag} = B \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta t} \cdot \Delta l$  heraus. Als nächstes lässt sich  $\Delta Q$  durch  $N \cdot e$  ersetzen. Dabei stellt  $N$  die Menge an Elektronen dar, welche betrachtet

<sup>1</sup>In der Quelle [Gen50] wird mit der Formel  $\mu_0 \cdot H$  gerechnet, während bei den verwendeten Formeln im Abschnitt 4.3 mit  $B$  gerechnet wird.

werden. Dies führt zu der Formel  $F_{mag} = B \cdot N \cdot e \cdot \frac{\Delta l}{\Delta t}$ . Dabei lässt sich der Quotient als  $v$  vereinfachen, was die Geschwindigkeit der Ladungsträger angibt. Dadurch beträgt die Formel für die magnetische Kraft nun:  $F_{mag} = B \cdot N \cdot e \cdot v$ . Allerdings soll die Lorentzkraft hergeleitet werden, welche die Kraft auf einen einzelnen Ladungsträger darstellt, weshalb die magnetische Kraft mit  $N$  dividiert werden muss. Dies führt dazu, dass die Formel für die Lorentzkraft  $F_L = B \cdot e \cdot v$  ist. Diese Herleitung lässt sich prinzipiell für jede beliebige Ladung benutzen, weshalb  $e$  durch  $q$  ersetzt werden kann. Daraus ergibt sich die Formel:

$$F_L = q \cdot B \cdot v$$

Hier wird angenommen, dass der Geschwindigkeitsvektor senkrecht auf dem Vektor der Flussdichte steht. Ist dies nicht der Fall, kann die Formel mit  $\sin(\alpha)$  multipliziert werden, wobei  $\alpha$  den Winkel zwischen den beiden Vektoren darstellt. Der Vektor der Lorentzkraft steht senkrecht auf der durch den Geschwindigkeitsvektor und den Vektor der Flussdichte aufgespannten Ebene [LEIb].

Magnetfelder entstehen in der Gegenwart von Dauermagneten (bestehend aus Eisen, Kobalt, Nickel oder deren Legierungen) oder in der Umgebung von stromdurchflossenen Leitern. Die Größe der magnetischen Flussdichte  $B$  ist den magnetischen Feldlinien zugeordnet. Sie ist durch die Kraft definiert, welche ein stromdurchflossener Leiter erfährt. Die Visualisierung des Raums, in welchem das Magnetfeld wirkt, nennt man magnetisches Feld. Die jeweilige Stärke ergibt sich aus der Größe der Kraft  $F_L$ , der Länge des Leiters  $l$  und der Stärke des elektrischen Stroms  $I$ . Die Formel für das B-Feld ist:

$$B = \frac{F_L}{I \cdot l}$$

Die Dimension des B-Feldes lautet:  $[B] = \frac{N}{Am} = \frac{Vs}{m^2} = T$ . Dabei steht  $T$  für Tesla und stellt die Einheit für die Stärke des Magnetfeldes dar.

Wenn ein magnetisches Feld vorhanden ist, lässt sich dieses als Eigenschaft des Raums auffassen. Die Feldlinien kreuzen und berühren sich nicht. Des Weiteren haben Sie keinen Anfangspunkt und keinen Endpunkt, sondern sind stets geschlossen. Wenn die Dichte an Feldlinien groß ist, dann ist die Magnetfeldstärke dementsprechend ebenfalls stark. Wenn die Dichte an Feldlinien gering ist, dann ist die Magnetfeldstärke ebenfalls gering. Es gibt verschiedene Magnete mit dementsprechend auch verschiedenen Formen von Magnetfeldern. Zum einen liegt der Stabmagnet vor, bei welchem das magnetische Feld analog zum elektrischen Feld eines Dipols ist. Zum anderen liegt der Hufeisenmagnet vor, bei welchem im Inneren das Feld gleich wie das elektrische Feld beim Plattenkondensator aussieht. Bei diesem ist also das magnetische Feld im Inneren homogen, allerdings an den Rändern inhomogen.

## 2.4. Anwendung des B-Feldes

Als Anwendungsbeispiel lässt sich das Fadenstrahlrohr nehmen. Hier lässt sich die Annahme treffen, dass das magnetische Feld im Inneren einer Helmholtz-Spule homogen ist. Des Weiteren gelangen die betrachteten Elektronen mit einer Geschwindigkeit von

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U_B}{m}} \quad (2.1)$$

in die Helmholtz-Spule.<sup>2</sup> Die Elektronen wurden davor in einer Elektronenkanone freigesetzt. Dies ist im Abschnitt 4.2 dargestellt. Das Fadenstrahlrohr kann verwendet werden, um

<sup>2</sup>Diese Formel wird weiter hinten in der Arbeit hergeleitet, siehe Formel (4.2) dort.

die spezifische Ladung  $\frac{e}{m}$  eines Elektrons zu bestimmen. Dafür kann man durch die Linke-Hand-Regel die Richtung der Ablenkung eines einzelnen Elektrons im Magnetfeld bestimmen. Dabei zeigt der Daumen die Richtung der Geschwindigkeit der negativen Ladungsträger an, der Zeigefinger die Richtung der Feldlinien und der Mittelfinger die senkrecht dazu wirkende Lorentzkraft. Wenn nun also ein Elektron senkrecht zu den Feldlinien in ein Magnetfeld eintritt, kommt man zu dem Schluss, dass die Elektronen auf einer Kreisbahn abgelenkt werden. Dadurch wirkt die Lorentzkraft als Zentripetalkraft und es kann gleichgesetzt werden:

$$F_L = F_z$$

$$e \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

Einsetzen von (2.1) und Umformen nach  $\frac{e}{m}$  ergeben die folgende Formel.

$$\frac{e}{m} = \frac{2 \cdot U_B}{r^2 \cdot B^2}$$

Diese Formel gibt die spezifische Ladung eines Elektrons an, allerdings kann man  $e$  auch durch  $q$  ersetzen und dadurch die spezifische Ladung eines jeden anderen Ions bestimmen, indem der jeweilige Radius beobachtet wird.

## 2.5. Wechselwirkung der Felder

Der folgende Abschnitt bezieht sich hauptsächlich auf die Quelle [Phya].

Mit der Wechselwirkung zwischen den Feldern hat James Clerk Maxwell sich beschäftigt. Maxwell arbeitete von 1861 bis 1864 an den Gleichungen. Er leitete die sogenannten „Maxwell-Gleichungen“ her, welche die Zusammenhänge zwischen elektrischen und magnetischen Feldern untereinander und den Zusammenhang mit elektrischem Strom und elektrischer Ladung beschreiben. Wenn die Lorentzkraft noch dazu genommen wird, dann kann die gesamte klassische Elektrodynamik erklärt werden.

Als erstes wird die Wechselwirkung von statischen Feldern betrachtet. Dabei sind die elektrischen und magnetischen Felder konstant und überlagern sich ungestört. Dabei gilt für die Kraft die Formel:  $F_{Ges} = Q(E + v \times B)$ . Hier ist sowohl die elektrische als auch die Lorentzkraft wiederzufinden. Die Lorentzkraft ergibt sich, wenn die Stärke des elektrischen Feldes  $E$  gleich null ist. Die Formel der elektrischen Kraft hingegen entsteht, wenn die Geschwindigkeit  $v$  gleich null ist. Es gibt keine gegenseitige Beeinflussung der Felder, wenn sie stationär sind. Die Beeinflussung tritt erst bei sich zeitlich verändernden Feldern auf. Dies lässt sich mit Hilfe der sogenannten „Maxwell-Gleichungen“ betrachten. Diese wären:

$$\nabla \cdot E = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \rho \quad (2.2)$$

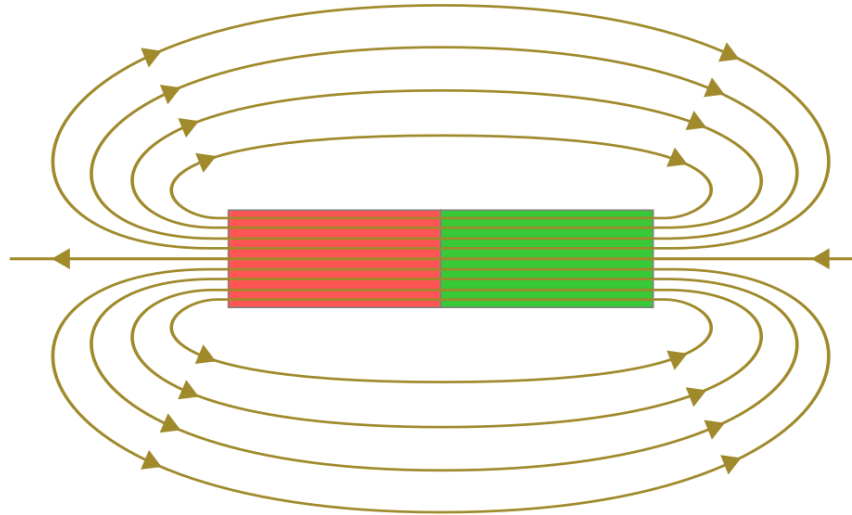
$$\nabla \cdot B = 0 \quad (2.3)$$

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (2.4)$$

$$\nabla \times B = \mu_0 \cdot j + \mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{\partial E}{\partial t} \quad (2.5)$$

Für die Wechselwirkung zwischen elektrischen und magnetischen Feldern ist nur die Betrachtung der Gleichungen (2.4) und (2.5) notwendig. Die ersten beiden Gleichungen dienen hier als wichtige Grundlage und beschreiben das Entstehen der beiden Felder. Die Maxwell-Gleichungen sind wie folgt zu lesen: Das „ $\nabla \cdot$ “ bedeutet Divergenz und beschreibt die Quelle des E-Feldes. Wie die rechte Seite der Gleichung (2.2) zeigt, ist diese Quelle die Ladungsdichte  $\rho$ . Dies bedeutet, dass die Gleichung (2.2) zeigt, dass die Quelle für das

E-Feld die Ladung ist. Die Gleichung (2.3) zeigt, dass das B-Feld keine Quelle hat, da es ohne Quellen keine Monopole geben kann, aus welchen das B-Feld entspringt. Ebenso begründet diese Gleichung den stets geschlossenen Verlauf der magnetischen Feldlinie, da es keinen Anfang gibt. Dies lässt sich am Beispiel des Stabmagneten zeigen. Dort verlassen die Feldlinien den Magneten am Nordpol und treten am Südpol wieder ein. Auch im Inneren laufen diese Feldlinien weiter in Richtung des Nordpols und bilden so eine geschlossene Bahn ohne Anfang und ohne Ende. Dies ist in der Abbildung 2.1 zu sehen.



**Abbildung 2.1.:** Feldlinien eines Stabmagneten (übernommen von [Gw])

Die Gleichung (2.4) zeigt, dass ein entgegengesetztes sich zeitlich änderndes magnetisches Feld ein sich rotierendes elektrisches Feld erzeugt. Das „ $\nabla \times$ “ („ $\times$ “ steht für das Kreuzprodukt) bedeutet Rotation und beschreibt die Rotation des Feldes. Das Minus in der Gleichung und die Erklärung, dass ein entgegengesetztes magnetisches Feld entsteht, lässt sich mit Hilfe der Lenzschen Regel begründen. Diese behauptet, dass der Induktionsstrom stets so gerichtet ist, dass er der Ursache seiner Entstehung entgegenwirkt. Die Gleichung (2.5) zeigt, dass eine Spannung (Verschiebungsstrom) und ein sich zeitlich änderndes elektrisches Feld ein rotierendes magnetisches Feld erzeugen. Die Formeln zeigen, dass die Wechselwirkung zwischen den Feldern ein beständiger Kreis ist. Ein sich veränderndes elektrisches Feld erzeugt somit ein magnetisches Feld, welches auch wiederum ein elektrisches Feld erzeugt. Diese gegenseitige Wechselwirkung setzt sich zeitlich fort, sodass weitere Felder erzeugt werden. Dieser Kreislauf läuft beständig weiter.



## 3. Fernsehöhre

Dieses Kapitel bezieht sich hauptsächlich auf die Quelle [Tel59]. Es werden also aus heutiger Sicht teils historische technische Eigenschaften aufgezählt.

### 3.1. Aufbau

Um die Funktionsweise einer Fernsehöhre besser verstehen zu können, sollte zuerst der Aufbau untersucht werden. Grundlegend besteht eine Fernsehöhre aus einer Elektronenkanone mit Elektronenquelle, Ablenkplatten oder -spulen und einem Schirm, wobei sich all diese Teile im Inneren eines evakuierten gläsernen Kolbens befinden. Evakuiert bedeutet hierbei, dass die Luft aus dem Kolben gesaugt wurde und es somit weniger störende Einflüsse auf den Elektronenstrahl gibt. Der gläserne Kolben einer Fernsehöhre setzt sich aus drei Teilen zusammen: der Bildröhren-Frontplatte, dem Kolbentrichter und dem Kolbenhals. Wie oben erwähnt, benötigt die Elektronenkanone eine Quelle.<sup>1</sup> Diese Quelle ist wie folgt aufgebaut: die Kathode, die für den Elektronenstrahl notwendige Elektronen in das Vakuum emittiert, eine Elektrode, welche die Elektronen von der Kathode zum Bildschirm beschleunigt, die Einrichtung zum Steuern der Stärke des Stroms und eine Anordnung, die den Strahl bündelt, damit der Strahl als feiner Punkt auf den Bildschirm trifft. Die Kathode besteht aus einem einseitig geschlossenen Nickelröhrechen. Des Weiteren ist eine Oberflächenschicht aus Barium- und Strontiumoxyd auf der geschlossenen Seite der Kathodenhülse. Zur Freisetzung der Elektronen existiert in der Kathodenhülse eine Heizwendel, welche mit Heizstrom durchflossen ist und mit Aluminiumoxyd isoliert ist. Die negativen Elektronen werden in Richtung der positiven Anode beschleunigt. Dies passiert aufgrund der Spannung zwischen der negativen Kathode und der positiven Anode. Als nächstes wird die Steuerelektrode für den Strahlstrom betrachtet. Die Steuerelektrode ist auch als Wehneltzylinder bekannt. Diese Steuerelektrode ist topfförmig aufgebaut und besitzt ein kleines kreisrundes Loch im Boden des Topfes. Dieser Topf umgibt die Kathode, damit die emittierten Elektronen als Strahl gebündelt werden und somit fokussiert durch das Loch des Wehneltzylinder heraustreten können. Auf die Steuerelektrode folgt die Beschleunigungselektrode. Auf die Beschleunigungselektrode folgt eine rohrförmig ausgebildete Elektrode. Hier werden die Elektronen auf ihre Endgeschwindigkeit beschleunigt. Als nächstes Stück kommt die Linsenelektrode, welche dafür sorgt, dass der Strahl als feiner Punkt auf den Bildschirm trifft. Auf die Linsenelektrode folgt eine zweite Anode, wo der Elektronenstrahl dann austritt. Des Weiteren wird ein Bildschirm benötigt, welcher aufleuchtet, wenn dieser vom Elektronenstrahl getroffen wird, aufgrund vom Aufleuchten der getroffenen Stellen und der dadurch entstehenden Reflexion. Eine dünne Aluminiumfolie deckt die Leuchtschicht gegen das Röhreninnere ab. Und als letztes muss es entweder eine magnetische oder eine elektrische Ablenkung geben. Die elektrische Ablenkung wird durch Ablenkplatten, wo die elektrische Kraft wirkt, realisiert. Dabei gibt es zuerst eine vertikale Ablenkung und danach eine horizontale Ablenkung. Diese Situation wird in der gegebenen Abbildung C.3

---

<sup>1</sup>Die Abbildung C.2 dafür ist im Anhang.

dargestellt. Im Kapitel 4 (Simulation) wird mit einer magnetischen Ablenkung gearbeitet. Dabei werden zwei Ablenkspulenpaare benutzt, wobei ebenfalls eine vertikal und eine horizontal angeordnet ist.

### 3.2. Funktionsweise

Die Kathode, welche für das Emittieren der Elektronen zuständig ist, wird erhitzt und dabei treten Elektronen aus (glüh elektrischer Effekt). Es wird eine Oberflächenschicht aus Barium- und Strontiumoxyd benutzt, da dabei Elektronen bereits bei einer Temperatur von  $700 - 800^{\circ}\text{C}$  emittiert werden. Dies bedeutet, dass die Elektronenaustrittsarbeit für solche Materialien gering ist. Der Strahlstrom wird mit der Spannung zwischen der Steuerelektrode und der Kathode gesteuert. Die Steuerelektrode wird dabei so in die Schaltung eingebaut, dass sie ein gegensätzliches Potential zur negativen Kathode darstellt und die Elektronen somit anzieht (beschleunigt). Die Beschleunigungselektrode weist eine feste positive Gegenspannung zu der Kathode von einigen 1000 Volt auf. Die Beschleunigungselektrode hat, wie der Name bereits sagt, die Aufgabe, die Elektronen auf eine hohe Geschwindigkeit zu bringen. Der erste Teil der Anode bewirkt mit ihrer, gegen die Kathode positiven, hohen Anodenspannung die Hauptbeschleunigung des Strahls. Die Linse wirkt wegen der angelegten Spannung wie ein Engpass und führt dadurch die Elektronen zusammen, was erneut zur Bündelung des Strahls beiträgt. Diese Bündelung wird elektrostatische Fokussierung genannt. Beim Auftreffen des Strahls auf den Schirm wird kinetische Energie hauptsächlich in Licht und Wärme umgewandelt. Die abgebremsten Elektronen bewegen sich nun über die Aluminiumfolie als Leitungsstrom zu der positiven Hochspannungsquelle. Da ein schwarz-weißes Bild angestrebt wird, sollen die hellen Teile des Bildes in weißem Licht aufleuchten. Da es keinen bekannten Stoff gibt oder gab, welcher beim Elektronenaufprall weißes Licht ausstrahlt, werden verschiedene Stoffe gemischt, damit das gewünschte Weiß entsteht. Dies führt dazu, dass auf dem Bildschirm verteilt in einem geeignetem Verhältnis gelb und blau aufleuchtende Teilchen gemischt sind.

Bei der elektrischen Ablenkung zwischen den Platten werden die Elektronen aufgrund der elektrischen Kraft abgelenkt (siehe Abbildung C.3). Sobald diese den Bereich der Platten verlassen haben, fliegen sie in einer geraden Bahn weiter in Richtung des Bildschirms. Wenn die Ablenkung allerdings magnetisch realisiert werden soll, wird dies mittels magnetischer Ablenkspulen und der Lorentzkraft erreicht. Dabei werden die Elektronen kreisbahnförmig abgelenkt und fliegen nach dem Verlassen des Magnetfeldes ebenfalls geradlinig auf den Bildschirm zu. Das Bild wird beim Röhrenfernseher zeilenweise erzeugt. Bei einem gewöhnlichen Fernseher entstehen 25 Bilder pro Sekunde. Da bei einem Röhrenfernseher (wieder historisch gesehen) ein Bild aus 625 Zeilen besteht und damit die obere Zeile ihre Helligkeit bereits verloren hat, bis die unterste Zeile sichtbar wird, muss die Bildwechselfolge erhöht werden (z.B. 50 Bilder pro Sekunde). Das Vollbild wird in zwei Halbbilder unterteilt, welche jeweils 312,5 Zeilen haben und ineinandergeschachtelt sind. Durch die vertikalen Ablenkspulen wird der Strahl von links nach rechts gezogen (wegen der senkrecht zum Magnetfeld stehenden Lorentzkraft) und springt am Ende der Zeile wieder nach links, jedoch eine Zeile tiefer. Die horizontalen Ablenkspulen ziehen den Strahl von oben nach unten. Am Ende der Seite beginnt dieser Vorgang erneut von oben. Dies lässt sich in der Abbildung auf der Seite [LEIc] betrachten. Dort ist der Strahlengang für die ersten 13 Zeilen dargestellt.

## 4. Simulation

### 4.1. Programm

Wie in der Abbildung A.1 im Anhang zu sehen ist, werden in der Simulation die Elektronenkanone, die Ablenkspulen und der Bildschirm der Fernsehröhre animiert. Dabei kann die Spannung der Elektronenkanone gesteuert werden und die Magnetfeldstärke ebenfalls angepasst werden. Dadurch wird die Geschwindigkeit der Elektronen des Strahls, die Ablenkung des Strahls und schlussendlich der Auftreffpunkt jeweils dynamisch neu berechnet. In den groß dargestellten Kreisen ist die genaue Ablenkung des Strahls durch die einzelnen Ablenkkfelder dargestellt, während aufgrund der Bildauflösung am Schnittpunkt  $M$  der Magnetfelder diese kreisförmige Ablenkung nicht visualisiert werden kann. Deswegen wird dies, wie angemerkt, in den Kreisen oben separat dargestellt.<sup>1</sup> Die Geschwindigkeit, welche in den Kreisen erscheint, entspricht nicht der wirklichen Geschwindigkeit der Elektronen, da diese zu hoch ist und dadurch nicht zu sehen wäre. Die Umsetzung des Programms erfolgte in Java mit der Greenfoot-Umgebung.

### 4.2. Berechnungen zur Elektronenkanone

Durch die Heizspannung wird die Kathode zum Glühen gebracht, wodurch Elektronen aus der Kathode austreten (glühelektrischer Effekt). Die Elektronen haben zu Beginn eine Geschwindigkeit von etwa  $0 \frac{m}{s}$ . Im homogenen elektrischen Feld zwischen Kathode (negativ) und Anode (positiv) werden die Elektronen beschleunigt. Dadurch fliegen die Elektronen mit zunehmender Geschwindigkeit auf die Anode zu. Dahin werden die Elektronen durch einen Wehnelt-Zylinder auf der Mittelachse konzentriert. Wegen dieser Richtungsfokussierung sowie ihrer erreichten Geschwindigkeit „fliegen“ die Elektronen durch die Annodenbohrung hindurch und kommen als gebündelter und sich geradlinig bewegendes Elektronenstrahl aus der Elektronenkanone heraus. Da die elektrische Energie in kinetische Energie umgewandelt wird, gilt laut dem Energieerhaltungssatz:

$$E_{kin} = E_{el} \quad (4.1)$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = e \cdot U_B$$

Diese Formel wird nun nach  $v$  umgestellt:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U_B}{m}} \quad (4.2)$$

Im Folgenden ist ein kurzer Auszug des Codes der Simulation dargestellt. Zu sehen ist, dass die oben genannte Formel (4.2) benutzt wird und die jeweiligen Attribute aus den zugehörigen Klassen geholt werden. Dabei wird die Spannung  $U_B$  aus der Programmklasse Elektronenkanone (Objekt `quelle`) gelesen.

---

<sup>1</sup>Diese Kreise entsprechen dem grauen Kreis in Abbildung 4.1.

```

teilchengeschwindigkeit
= Math.sqrt(2 * elektronenladung * quelle.spannung * 1000
/ elektronenmasse);

```

Die Multiplikation mit 1000 findet statt, da die Spannung im Programm in Kilovolt gespeichert wird (siehe Anhang A).

### 4.3. Lorentzkraft und Ablenkung

Das Magnetfeld der Ablenkspulenpaare ist homogen und steht jeweils senkrecht zu der Bewegungsrichtung der Elektronen. Die Elektronen kommen mit einer gewissen Geschwindigkeit  $v$  aus der Elektronenkanone heraus und diese bleibt auch im weiteren Verlauf konstant. Die Lorentzkraft  $F_L$  wirkt stets senkrecht zur Bewegungsrichtung der Elektronen und der Betrag der Geschwindigkeit bleibt dadurch konstant. Hier lässt sich die Lorentzkraft als Zentripetalkraft auffassen, da die Elektronen somit auf eine Kreisbahn abgelenkt werden (wobei der Radius dieser Kreisbahn im nächsten Abschnitt für die Berechnung der Ablenkung gebraucht wird). Wie bereits beschrieben, wirkt die Lorentzkraft als Zentripetalkraft immer senkrecht auf die Bewegungsrichtung der Elektronen. Dies bedeutet, dass die Kraftkomponente in Bewegungsrichtung nicht vorhanden ist und die Geschwindigkeit deswegen konstant bleibt. Durch den Kraftansatz leitet sich ab:

$$F_L = F_z \tag{4.3}$$

$$e \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

Dies lässt sich nun nach  $r$  umstellen und man erhält die folgende Formel.

$$r = \frac{m \cdot v}{e \cdot B}$$

### 4.4. Geometrische Bestimmung des Auftreffpunktes auf dem Schirm

Die folgenden geometrischen Erklärungen orientieren sich an [Phyb] und [Gen50].

Die Situation ist wie in der Abbildung 4.1 dargestellt.<sup>2</sup> Um geometrisch den Ablenkwinkel zu berechnen, wird die Annahme getroffen, dass die Ablenkung des Magnetfeldes nur in einem kreisförmigen Ausschnitt wirkt. Aus der Skizze ergibt sich, dass der Ablenkwinkel, um den der Strahl geknickt wird, gleich ist zu dem Winkel im großen Kreis zwischen den Punkten A (Eintrittspunkt in den kleinen Kreis) und B (Austrittspunkt aus dem kleinen Kreis). Im rechtwinkligen Dreieck aus dem Punkt A und den beiden Mittelpunkten der Kreise kann man die Definition des Tangens benutzen. Der Winkel ist  $\frac{\alpha}{2}$ , da die Winkelhalbierende als Verbindungslinie fungiert. Also gilt die Formel:

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{d}{2} : r = \frac{d}{2 \cdot r} \tag{4.4}$$

Um festzustellen, in welche Richtung um den Winkel  $\alpha$  abgelenkt wird, müssen die Richtungsvektoren des Strahls und des Magnetfeldes betrachtet werden. Die Lorentzkraft wirkt in die Richtung des Kreuzprodukts dieser beiden. Da mit negativen Teilchen gearbeitet wird, muss der Richtungsvektor des Strahls umgedreht werden. Dadurch ergibt sich die Formel:

$$\vec{a} = -\vec{s} \times \vec{b} \tag{4.5}$$

---

<sup>2</sup>Eine ähnliche Abbildung befindet sich auf Seite 16 von [Gen50].

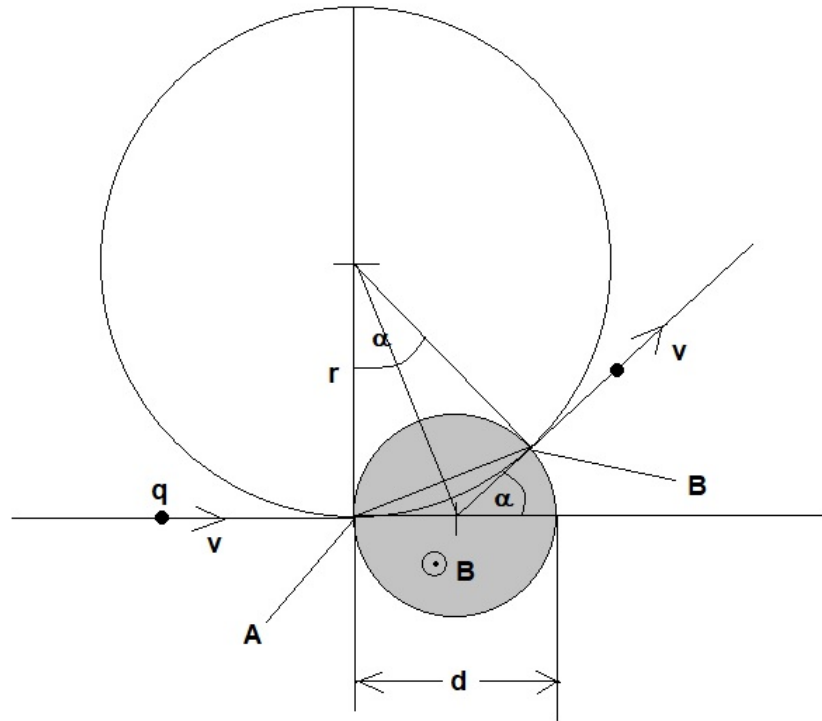


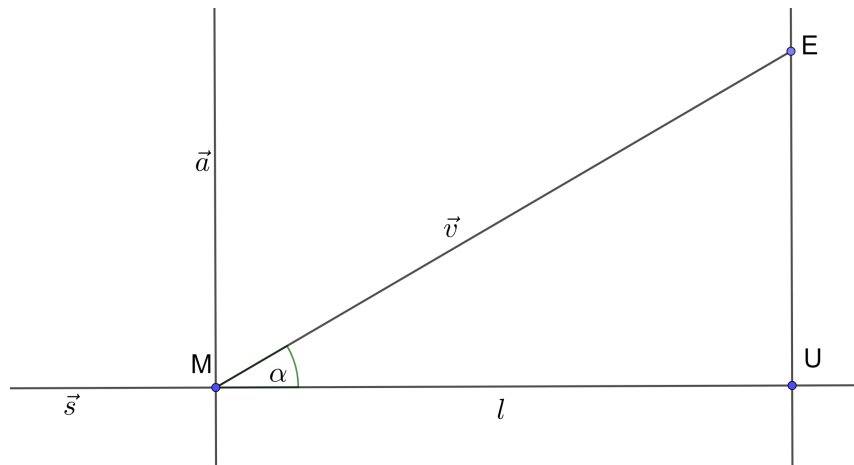
Abbildung 4.1.: Skizze für Winkelberechnung (übernommen von [Phyb])

Um den Endpunkt auf dem Schirm zu bestimmen, kann die Skizze aus Abbildung 4.2 zu Hilfe genommen werden. Der Punkt  $M$  stellt den Mittelpunkt des kleinen Kreises aus der Abbildung 4.1 dar. Der Punkt  $E$  stellt den Punkt dar, wo der Strahl auf den Schirm trifft. Der Punkt  $U$  hingegen stellt den Mittelpunkt des Schirms dar. Der Winkel  $\alpha$  stellt den Winkel dar, welcher sich aus der Formel (4.4) ergibt und  $\vec{a}$  stellt die Ablenkrichtung des Strahls dar, welche mit der Formel (4.5) berechnet wurde. Da man ein rechtwinkliges Dreieck hat, kann man die Länge ausrechnen, welche die Seite  $\overrightarrow{UE}$  hat. Dies entspricht einem Vektor  $\vec{v}_{diff}$ , welchen man zum Ortsvektor von  $U$  addieren kann. Die Formel ist:

$$\vec{v}_{diff} = \vec{a} \cdot l \cdot \tan(\alpha) \quad (4.6)$$

Da mit zwei Spulenpaaren gearbeitet wird, müssen die Formeln (4.4), (4.5) und (4.6) jeweils zweimal wiederholt werden. Nun ist der Vektor  $\vec{v}_{diff}$  zweimal vorhanden, einmal für das senkrechte und einmal für das waagerechte Magnetfeld. Diese beiden Vektoren werden auf den Punkt  $U$  (Ortsvektor) hinzuaddiert, sodass sich der endgültige Punkt  $E$  ergibt.

Für die Umsetzung der obigen Formeln im Code wird wie folgt vorgegangen. Bei der Berechnung des Winkels  $\alpha$  wird der arctans der oben bereits genannten Formel (4.4) genommen und mit zwei multipliziert, da auf der Ausgabe der tatsächliche Winkel  $\alpha$  zu sehen sein soll. Der Winkel  $\alpha$  wird im Bogenmaß berechnet, aber später in Grad ausgegeben. Bei der Ablenkungsrichtung wird der Richtungsvektor des Strahl mit  $-1$  multipliziert und danach das Kreuzprodukt mit dem Richtungsvektor des Ablenkspulenpaars gebildet, wie bereits in Formel (4.5) genannt. Durch den Ausdruck `this.richtungsvektor` wird auf den Richtungsvektor des jeweiligen Magnetfeldes verwiesen. Des Weiteren ist noch hinzuzufügen, dass die Berechnung jedes Ablenkspulenpaar für sich macht und daher auch eigene Werte für alpha, den Bahnradius und die Ablenkungsrichtung hat. Durch die Schleife wird bewirkt, dass wie oben bereits genannt die Berechnung des Ergebnisvektors für jedes der Spulenpaare gemacht wird. Dies bedeutet, dass auf den Ergebnisvektor, welcher zu Beginn auf den Bildschirmabstand als  $x$ -Koordinate, 0 als  $y$ -Koordinate und 0 als  $z$ -Koordinate gesetzt



**Abbildung 4.2.:** Skizze für Auftreffen auf Bildschirm (mit GeoGebra erzeugt)

ist, erst die Formel (4.6) benutzt wird und addiert wird. Danach wird die Formel (4.6) erneut benutzt und erneut addiert. Dies führt dazu, dass der Punkt  $E$  auf dem Schirm nun berechnet ist.

```
alpha = 2 * Math.atan(felddurchmesser / (2 * bahnradius));
```

```
ablenkungsrichtung
= strahl.quelle.richtungsvektor.
  multiplizieren(-1).
  kreuzprodukt(this.richtungsvektor);
```

```
Vektor ergebnisvektor = new Vektor(bildschirmabstand,0,0);
for (Ablenkspulenpaar m : getWorld().getObjects(Ablenkspulenpaar.class))
{
    ergebnisvektor
    = ergebnisvektor.addieren(m.ablenkungsrichtung.
      multiplizieren(bildschirmabstand * Math.tan(m.alpha)));
}
return ergebnisvektor;
```

Die Umrechnung des dreidimensionalen Ergebnisvektors (und aller anderen verwendeten 3D-Punkte und Vektoren) auf die Bildelebene des Programms wird in Anhang B erläutert.

## 5. Fazit

Der Röhrenfernseher dient zu einer guten Darstellung des Verhaltens von geladenen Teilchen in elektrischen und magnetischen Feldern. Dabei lässt sich bei der Elektronenkanone der Einfluss von elektrischen Feldern beobachten. Durch die Ablenkspulenpaare lässt sich der Einfluss von magnetischen Feldern auf bewegte geladene Teilchen betrachten. Beide Einrichtungen zusammen erlauben dadurch die Darstellung der wichtigen Effekte in diesem Teilgebiet der Physik. Durch die in dieser Facharbeit erstellte Simulation lassen sich diese Effekte „erleben“.

In der Praxis gehört zum Fernseher mehr als nur die Bildröhre. Zum Beispiel muss eine Zerlegung, Ausstrahlung und Empfang des Bildsignals durch Radiowellen oder andere Übertragungswege erfolgen. Die dafür verwendete Physik war kein Teil dieser Arbeit. Als Pionier für diese Aspekte des Fernsehens gilt der Physiker und Techniker Manfred von Ardenne (welcher nach seiner Mitarbeit am sowjetischen Atombombenprojekt jahrelang ein physikalisches Forschungsinstitut in Dresden am Geburtsort des Autors dieser Facharbeit leitete).

Abschließend lässt sich anmerken, dass fast alle heutigen Fernseher nicht mehr mit der Bildröhrentechnik arbeiten. Stattdessen kommen neuere physikalische Erkenntnisse zum Einsatz, wie zum Beispiel Einsteins Photoeffekt in LED-Fernsehern.

# Anhang

## A. Im Programm verwendete und berechnete Werte

Neben den Naturkonstanten

- Masse des Elektrons  $m = 9,109 \cdot 10^{-31}$  in  $kg$
- Ladung des Elektrons  $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$  in  $As$

benutzt das Programm verschiedene weitere Konstanten und Einstellungsparameter. Diese wurden zum Teil aus [Gen50] übernommen und zum Teil durch Ausprobieren mit dem Programm ermittelt, sodass die Darstellung sinnvoll wird (zum Beispiel der Strahl nicht außerhalb der Röhre landet). Im Einzelnen sind dies:

- Felddurchmesser  $d = 30$  in  $mm$
- Bildschirmabstand  $l = 500$  in  $mm$
- Beschleunigungsspannung  $U_B$  im Bereich von  $12\text{ kV}$  bis  $16\text{ kV}$ , zugehöriger Richtungsvektor  $\vec{s} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  der Beschleunigungsstrecke.
- Magnetfeldstärke zweier Ablenkspulenpaare:

$$\begin{aligned} & - B_1 \text{ im Bereich } -5\text{ mT bis } 5\text{ mT, zugehöriger Richtungsvektor } \vec{b}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ & - B_2 \text{ im Bereich } -5\text{ mT bis } 5\text{ mT, zugehöriger Richtungsvektor } \vec{b}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

In Abbildung A.1 ist zu sehen, wie die Einstellungsparameter geändert werden können. Des Weiteren werden die Werte für die zu berechnenden Werte ausgegeben:

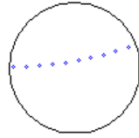
- die Energie aus dem Ansatz (4.1)
- Teilchengeschwindigkeit  $v$  in  $\frac{km}{s}$
- die Kräfte  $F_1$  und  $F_2$  aus dem Ansatz (4.3) für senkrechtes und waagerechtes Spulenpaar
- Bahnradien  $r_1$  und  $r_2$  in  $mm$
- Ablenkwinkel  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  in Grad (die Winkel werden auch in den Kreisen sichtbar)

Der am Ende von Abschnitt 4.4 berechnete Punkt  $E$  ist im Bild als Endpunkt des blauen Strahls zu erkennen.

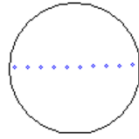


Elektronenkanone: 14.0 kV. Um zu erhöhen, drückt man "+", um zu verringern, drückt man "-".  
 Energie pro Elektron: 2243 aJ  
 Strahlggeschwindigkeit: 70174 km/s

Senkrechtes Spulenpaar: 4.9 mT. Um zu erhöhen, drückt man "up", um zu verringern, drückt man "down" (Pfeiltasten).  
 Lorentzkraft pro Elektron: 55647 aN  
 Bahnradius: 81 mm  
 Ablenkwinkel: 21°



Waagerechtes Spulenpaar: 0.7 mT. Um zu erhöhen, drückt man "right", um zu verringern, drückt man "left" (Pfeiltasten).  
 Lorentzkraft pro Elektron: 7869 aN  
 Bahnradius: 570 mm  
 Ablenkwinkel: 3°



Durch das Drücken von "delete" (Entf-Taste) wird das Leuchtbild gelöscht.

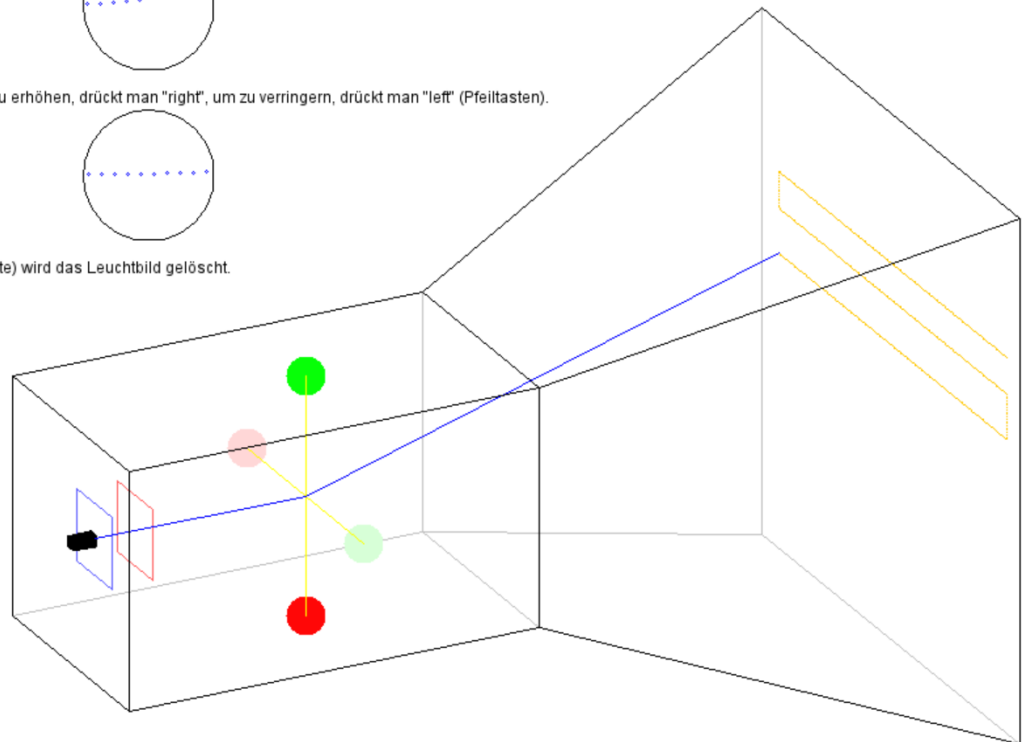


Abbildung A.1.: Darstellung der Simulation (Screenshot aus dem Programm)

## B. Lineare Algebra

Wann immer man ein Objekt (Fernsehröhre oder jedes andere mögliche Objekt) auf einen Bildschirm abbilden möchte, muss man aus 3D in der „Realität“ 2D auf dem Bildschirm machen. Dafür muss man eine Koordinatentransformation machen, welche auch als Kameratransformation bekannt ist [Wik]. Unten ist kurz die im Programm verwendete Perspektive hergeleitet.

$\vec{a}$  = Blickrichtung

$$x = \sqrt{\frac{1}{6}}$$

$$y = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$z = -\sqrt{\frac{1}{6}}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{1}{6}} \\ \sqrt{\frac{2}{3}} \\ -\sqrt{\frac{1}{6}} \end{pmatrix}$$

$x$ ,  $y$  sollen positiv sein,  $z$  soll negativ sein und der Betrag/Länge soll 1 sein. Das  $x$  etwas kleiner als  $y$ .

$$y = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$x = \sqrt{\frac{1}{6}}$$

$\vec{b}$ :  $z = 0$  ; andere Werte so gewählt, dass Skalarprodukt 0 ergibt

$$x = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$y = -\sqrt{\frac{1}{6}}$$

$$z = 0$$

$|\vec{b}| = \sqrt{\frac{5}{6}} \neq 1$  ; also müssen  $x$  und  $y$  mit dem Kehrwert von  $\sqrt{\frac{5}{6}}$ , also mit  $\sqrt{\frac{6}{5}}$  multipliziert werden.

$$x' = \sqrt{\frac{12}{15}} = \sqrt{\frac{4}{5}}$$

$$y' = -\sqrt{\frac{1}{5}}$$

$$z' = 0$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{4}{5}} \\ -\sqrt{\frac{1}{5}} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\vec{c}$ :

$$\begin{aligned} \vec{c} &= \vec{b} \times \vec{a} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{4}{5} \\ -\sqrt{\frac{1}{5}} \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{1}{6}} \\ \sqrt{\frac{2}{3}} \\ -\sqrt{\frac{1}{6}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{\sqrt{6}}{6} \\ 2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{\sqrt{6}}{6} \\ 2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} + \frac{\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{\sqrt{6}}{6} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Wir suchen eine Matrix  $A$ , sodass

$$A \cdot \vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ ist ;}$$

$$A \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ ist ;}$$

$$A \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ ist ;}$$

Stellt man  $\vec{b}$ ,  $\vec{a}$ ,  $\vec{c}$  nebeneinander, erhält man folgende Matrix:

$$B = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{4}{5}} & \sqrt{\frac{1}{6}} & \frac{\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{\sqrt{6}}{6} \\ -\sqrt{\frac{1}{5}} & \sqrt{\frac{2}{3}} & 2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{\sqrt{6}}{6} \\ 0 & -\sqrt{\frac{1}{6}} & 2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} + \frac{\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{\sqrt{6}}{6} \end{pmatrix}$$

Um auf die Matrix  $A$  zu kommen, muss man nun die Matrix  $B$  mit Hilfe von GeoGebra invertieren:

$$A = \begin{pmatrix} 2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} & -\frac{\sqrt{5}}{5} & 0 \\ \frac{\sqrt{6}}{6} & \frac{\sqrt{6}}{3} & -\frac{\sqrt{6}}{6} \\ \frac{\sqrt{30}}{30} & \frac{\sqrt{30}}{15} & \frac{\sqrt{30}}{6} \end{pmatrix}$$

Wir verwenden  $A$ , um aus einem  $(x, y, z)$  Vektor  $\vec{v}$  ein zweidimensionales Koordinatenpaar zu kriegen, indem wir  $A \cdot \vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} & -\frac{\sqrt{5}}{5} & 0 \\ \frac{\sqrt{6}}{6} & \frac{\sqrt{6}}{3} & -\frac{\sqrt{6}}{6} \\ \frac{\sqrt{30}}{30} & \frac{\sqrt{30}}{15} & \frac{\sqrt{30}}{6} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v.x \\ v.y \\ v.z \end{pmatrix}$  rechnen, um den Vektor  $\begin{pmatrix} x_1 \\ - \\ y_1 \end{pmatrix}$  zu erhalten, wobei wir die mittlere Koordinate ignorieren (weil in unserer 3D-Welt die  $x$ -Achse nach rechts, die  $z$ -Achse nach oben, und die  $y$ -Achse in die Tiefe zeigt).

### C. Zusätzliche Abbildungen zu elektrischer Steuerung

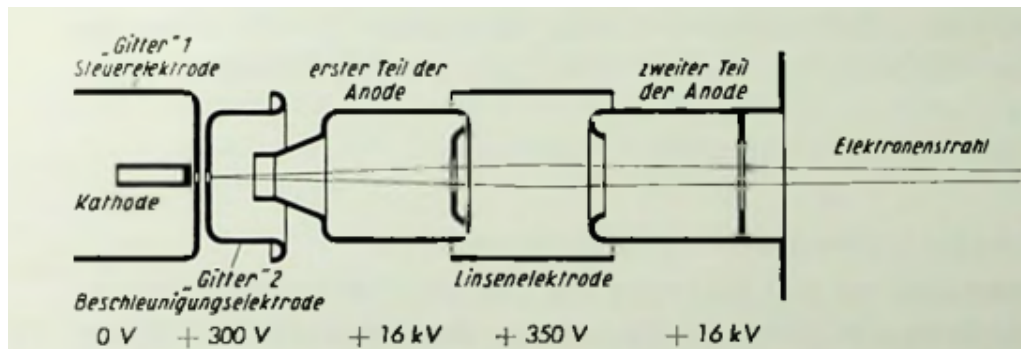


Abbildung C.2.: Details der Elektronenkanone (übernommen aus dem Buch [Tel59])

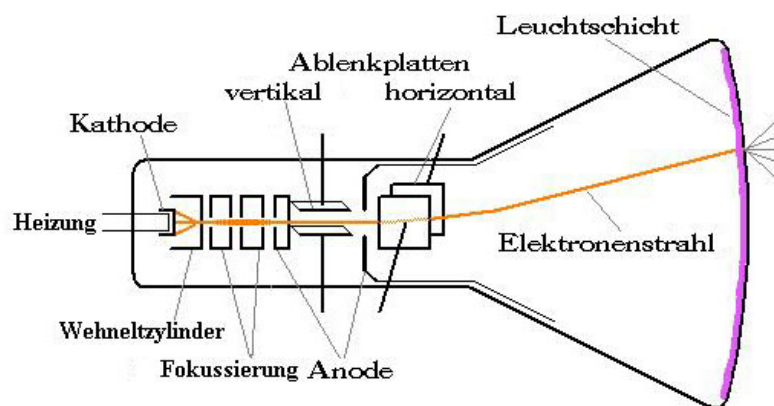


Abbildung C.3.: Fernsehrohr mit elektrischer Ablenkung (übernommen von [Ace])

# Literaturverzeichnis

- [Ace] Acedemic.ru. <https://de.academic.ru/pictures/dewiki/79/0szirschema.jpg>. Abgerufen: 26. Oktober 2021.
- [Gen50] Gente, Helmut: *Die Braunsche Röhre*. Beihefte für den physikalischen Unterricht. Vieweg+Teubner Verlag, 1950, ISBN 978-3-322-98086-1.
- [Gw] Grund-wissen.de. <https://www.grund-wissen.de/physik/elektrizitaet-und-magnetismus/magnetismus.html>. Abgerufen: 26. Oktober 2021.
- [LEIa] LEIFIphysik. <https://www.leifiphysik.de/elektrizitaetslehre/ladungen-elektrisches-feld/grundwissen/coulomb-gesetz>. Abgerufen: 26. Oktober 2021.
- [LEIb] LEIFIphysik. <https://www.leifiphysik.de/elektrizitaetslehre/kraft-auf-stromleiter-e-motor/grundwissen/lorentz-kraft>. Abgerufen: 26. Oktober 2021.
- [LEIc] LEIFIphysik. <https://www.leifiphysik.de/elektrizitaetslehre/bewegte-ladungen-feldern/geschichte/roehrenfernseher>. Abgerufen: 26. Oktober 2021.
- [Phya] Physik für alle. <https://physik.cosmos-indirekt.de/Physik-Schule/Maxwell-Gleichungen>. Abgerufen: 26. Oktober 2021.
- [Phyb] Physikerboard. <https://www.physikerboard.de/ptopic,342494.html#342494>. Abgerufen: 26. Oktober 2021.
- [Tel59] Telefunken (Herausgeber): *Die Fernseh-Bildröhre*. Franzis-Verlag München, 1959.
- [Wik] Wikipedia. <https://de.wikipedia.org/wiki/Grafikpipeline#Kameratransformation>. Abgerufen: 26. Oktober 2021.

# Erklärung zur Selbstständigkeit

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst habe und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe, die wörtlich oder inhaltlich übernommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Bonn, den 27.10.2021, \_\_\_\_\_  
Kiril Voigtländer

Als Ansichtsexemplar genehmigt von

Bonn, den 27.10.2021, \_\_\_\_\_  
Herr Schmalstieg