

# Лабораторная работа №4

## Научное программирование

---

Минов К.В., НПМмд-02-2302

октября 2023

Российский университет дружбы народов

Москва, Россия

Изучить встроенные в Octave алгоритмы, необходимые для решения систем линейных уравнений.

Запишем исходную систему

$$\begin{cases} a^1_1 x^1 + \dots + a^1_n x^n = b^1 \\ \dots \\ a^m_1 x^1 + \dots + a^m_n x^n = b^m \end{cases} \quad (1)$$

в матричном виде:  $Ax = b$ . Матрица  $A$  называется основной матрицей системы,  $b$  — столбцом свободных членов.

Алгоритм решения СЛАУ методом Гаусса подразделяется на два этапа:

- прямой ход: приводим к треугольной матрице;
- обратный ход: выражаем базисные переменные через небазисные.

LU-разложение матрицы  $A$  имеет вид  $A = LU$ . Если известно LU-разложение матрицы  $A$ , то исходная система может быть записана как  $LUx = b$ . Эта система может быть решена в два шага:  $Ly = b$  и  $Ux = y$ .

LUP-разложение матрицы  $A$  имеет вид  $PA = LU$ .

- Для системы линейных уравнений строим расширенную матрицу и реализуем явно метод Гаусса. Для решение треугольной матрицы можно вручную или программно

```
>> rref(B)
ans =

    1.0000         0         0     5.6667
         0     1.0000         0     5.6667
         0         0     1.0000    -4.3333
```

Figure 1: Рис.1: Метод Гаусса

- Кроме этого, есть возможность поменять формат вывода значений в виде десятичных дробей

```
>> format long
>> rref(B)
ans =

    1.0000000000000000         0         0    5.666666666666664
         0    1.0000000000000000         0    5.666666666666667
         0         0    1.0000000000000000   -4.333333333333333

>> |
```

Figure 2: Рис.2: Метод Гаусса

- Выделим из расширенной матрицы  $B$  матрицу  $A$  и вектор  $b$ . После чего найдем вектор  $x$  из уравнения  $Ax = b$  с помощью левого деления

```
>>A = B(:, 1:3)
```

```
A =
```

```
1    2    3  
0   -2   -4  
0    3    9
```

```
b =
```

```
4  
6  
-22
```

```
>> A\b
```

```
ans =
```

```
5.6666666666666668  
5.6666666666666666  
-4.3333333333333333
```

Figure 3: Рис.3: Левое деление

- Реализуем LU-разложение матрицы и найдем вектор  $x$
- 

```
>> [L U] = lu(A)
L =

    1.0000000000000000         0         0
         0   -0.6666666666666667    1.0000000000000000
         0    1.0000000000000000         0

U =

     1     2     3
     0     3     9
     0     0     2
```

Figure 4: Рис.4: LU-разложение



- Реализуем LUP-разложение матрицы

```
>> A = [1 2 3; 0 -2 -3; 1 -1 0]
A =

     1     2     3
     0    -2    -3
     1    -1     0

>> [L U P] = lu(A)
L =

 1.0000000000000000         0         0
 1.0000000000000000  1.0000000000000000         0
                   0  0.6666666666666667  1.0000000000000000

U =

     1     2     3
     0    -3    -3
     0     0    -1

P =

Permutation Matrix

     1     0     0
     0     0     1
     0     1     0
```

Figure 5: Рис.5: LUP-разложение

- В ходе выполнения данной лабораторной работы я изучил встроенные в Octave алгоритмы, необходимые для решения систем линейных уравнений.