

Лабораторная работа №7

Научное программирование

Минов Кирилл Вячеславович | НПМмд-02-23

Содержание

1 Цель работы

Изучить в Octave методы построения различных графиков и работы с комплексными числами и специальными функциями.

2 Теоретическое введение

Основной функцией для построения **двумерных графиков** в Octave служит функция `plot`.

Один из способов построения **трехмерных графиков** связан с использованием функции `surf`. Наиболее часто функция вызывается в формате `surf(X,Y, Z)` или в `surf(X, Y, Z, C)`. X и Y - векторы-строки, определяющие значения абсцисс и ординат. Z - матрица с размерностью, равной произведению размерностей матриц X и Y , задающая значения координаты z для соответствующих пар x и y . Параметр C определяет способ отображения трехмерной картинки.

Гамма функция находит очень широкое применение в прикладном анализе. С гамма-функцией связаны функции Бесселя используемые при синтезе фильтров и спектральном анализе, а также другие специальные функции: бета-функция, К-функции, G-функции.

3 Выполнение лабораторной работы

Параметрические уравнения для циклоиды:

$$x = r(t - \sin(t)), y = r(1 - \cos(t)).$$

Построим график трех периодов циклоиды радиуса 2 (рис. fig. 1).

```

>> t = linspace (0,6*pi,50);
>> r = 2;
>> x = r*(t-sin(t));
>> y = r*(1-cos(t));
>> plot(x,y)
>> axis('equal');
>> axis([0 12*pi 0 4])
>> savefig cycloid.pdf
>> |

```

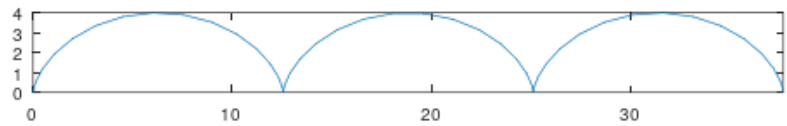


Рис. 1: График трех периодов циклоиды радиуса 2

Графики в полярных координатах строятся аналогично. Для функции

$$r = f(\theta)$$

начинаем с определения независимой переменной θ , далее вычисляем r . Чтобы построить график, вычислим x и y , используя стандартное преобразование координат

$$x = r\cos(\theta), y = r\sin(\theta),$$

затем строим график в осях x, y . Построим улитку Паскаля

$$r = 1 - 2\sin(\theta)$$

(рис. fig. 2).

```

>> theta = linspace (0,2*pi,
>> r = 1 - 2*sin(theta);
>> x = r.*cos(theta);
>> y = r.*sin(theta);
>> plot(x,y)
>> |

```

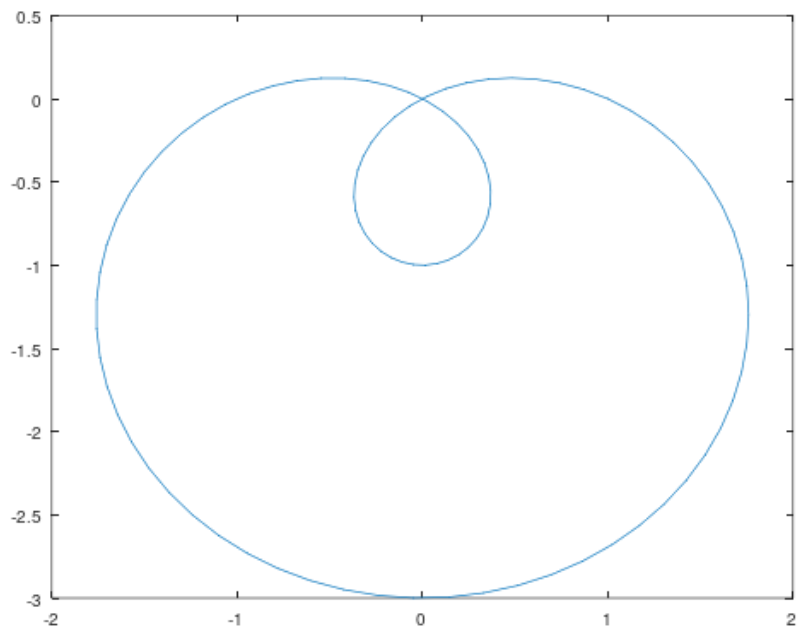


Рис. 2: Улитка Паскаля

Построим функцию

$$r = f(\theta)$$

в полярных осях, используя команду polar (рис. fig. 3).

```

Командное окно
>> theta = linspace(0,2*pi,50);
>> r = 1-2*sin(theta);
>> pload(theta,r)
error: 'pload' undefined near line 4
>> polar(theta,r)
>>

```

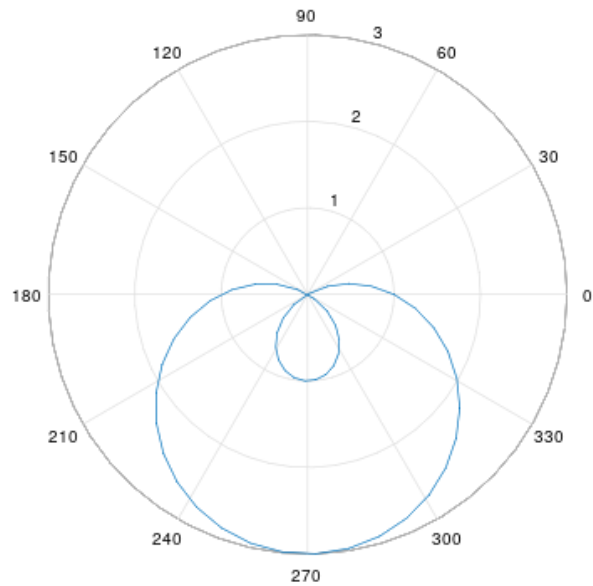


Рис. 3: Улитка Паскаля в полярных осях

Теперь необходимо построить функцию, неявно определенную уравнением вида

$$f(x, y) = 0.$$

Для этого применяется команда ezplot. Построим кривую, определяемую уравнением

$$-x^2 - xy + x + y^2 - y = 1.$$

Чтобы определить функцию в виде $f(x, y) = 0$, вычтем 1 из обеих частей уравнения. Зададим функцию в виде λ -функции и построим график (рис. fig. 4).

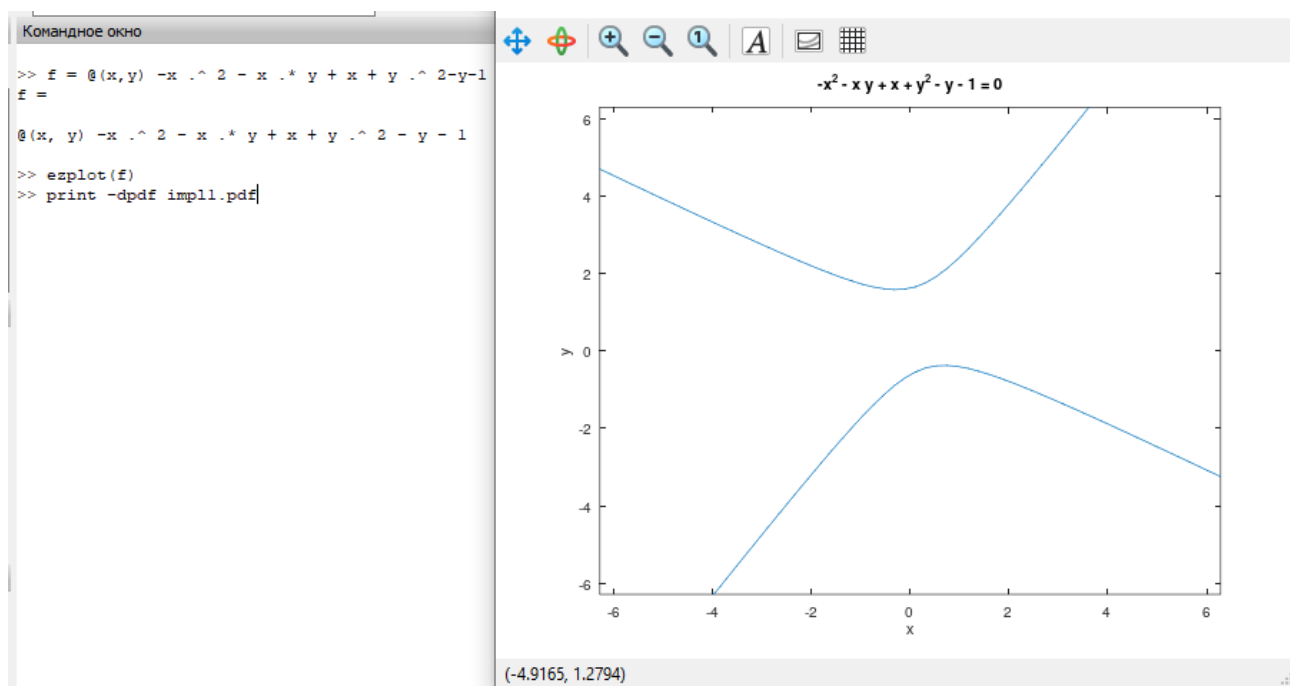


Рис. 4: График кривой $-x^2 - xy + x + y^2 - y = 1$

Найдем уравнение касательной к графику окружности

$$(x - 2)^2 + y^2 = 25$$

в точке $(-1, 4)$ и построим график окружности и касательной. Для начала определим круг как функцию вида $f(x, y) = 0$ и зададим функцию в виде λ -функции. Центр круга находится в точке $(2, 0)$, а радиус равен 5. Задаем оси нашего графика так, чтобы они несколько превосходили окружность. Используя правило дифференцирования неявной функции, найдем

$$y' = \frac{2 - x}{y}.$$

В точке $(-1, 4)$ имеем

$$y'|_{(-1, 4)} = \frac{2 - (-1)}{4} = \frac{3}{4}.$$

Таким образом, уравнение касательной линии будет иметь вид:

$$y = \frac{3}{4}x + \frac{19}{4}.$$

Построим график (рис. fig. 5).

Гамма-функция определяется как

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt.$$

Это расширение факториала, так как для натуральных чисел n гамма-функция удовлетворяет соотношению

$$\Gamma(n) = (n - 1)!.$$

Построим функции $\Gamma(x + 1)$ и $n!$ на одном графике (рис. fig. 9).

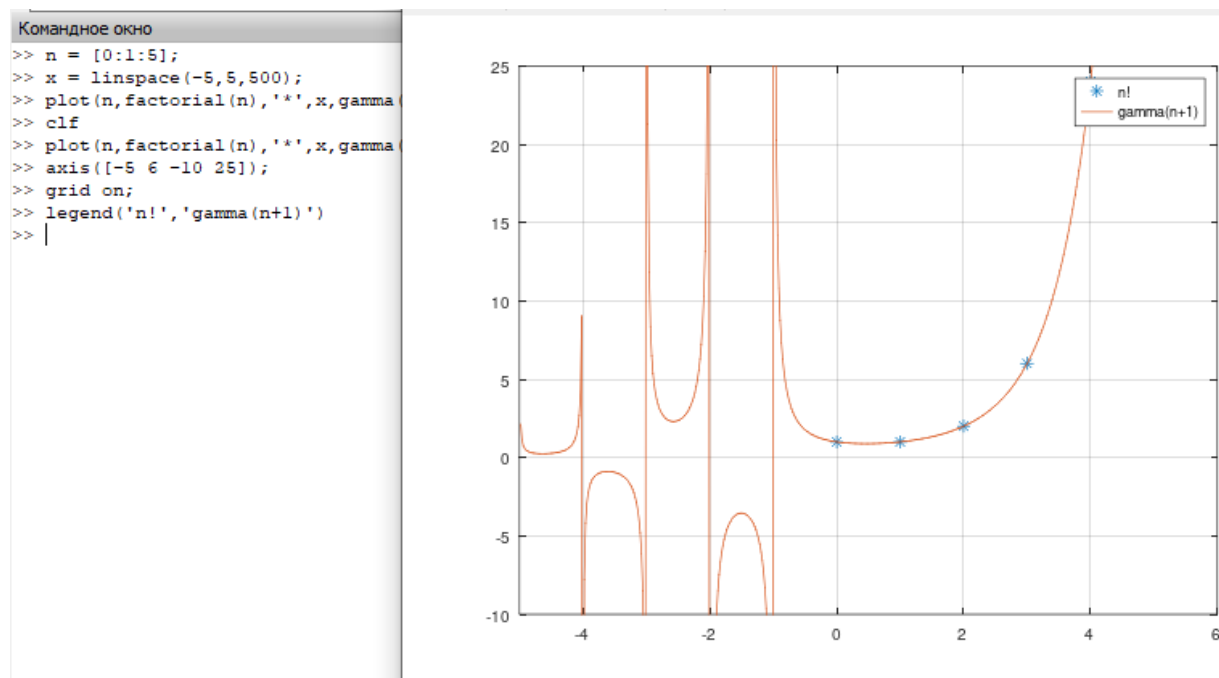


Рис. 9: Гамма-функция и факториал

Поскольку вертикальные асимптоты на полученном графике в районе отрицательных чисел не являются истинной частью графика, а являются артефактами вычисления, то для их устранения разделим область значений на отдельные интервалы, что даст более точный график (рис. fig. 9).

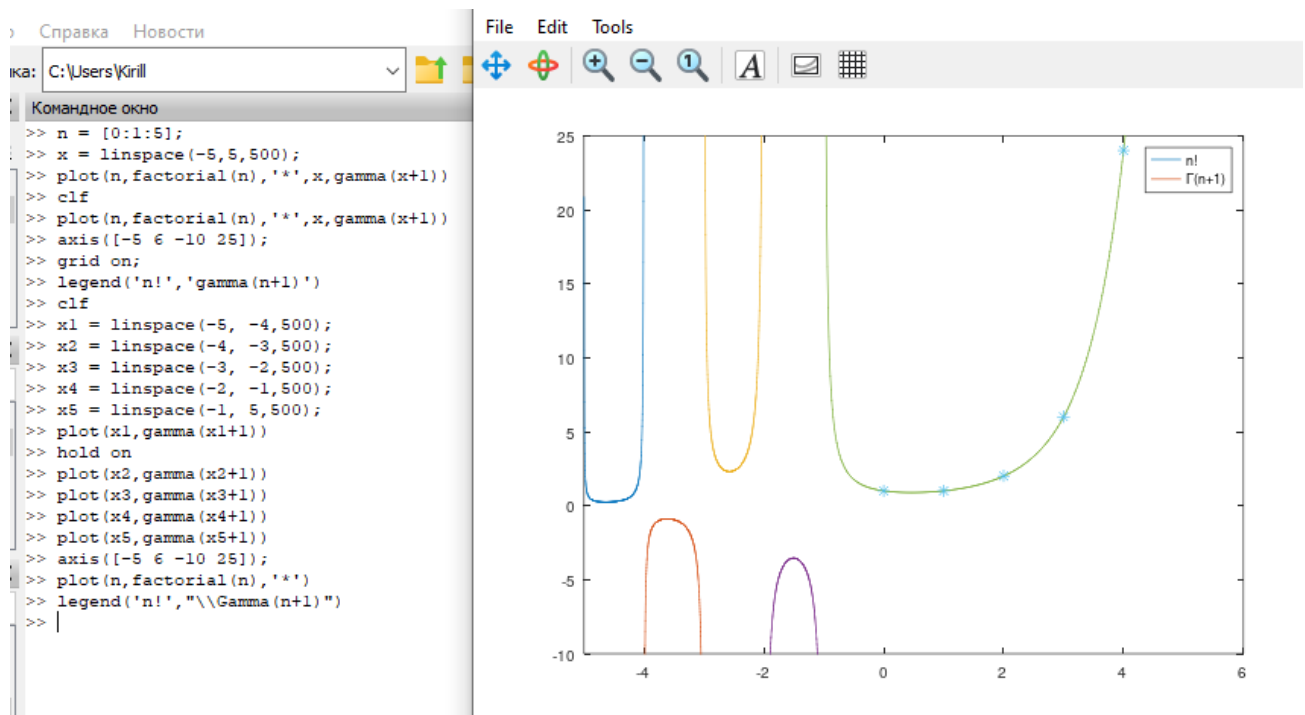


Рис. 9: Гамма-функция и факториал (более точный график)

4 Вывод

В ходе выполнения данной лабораторной работы я изучил в Octave методы построения различных графиков и работы с комплексными числами и специальными функциями.

Список литературы