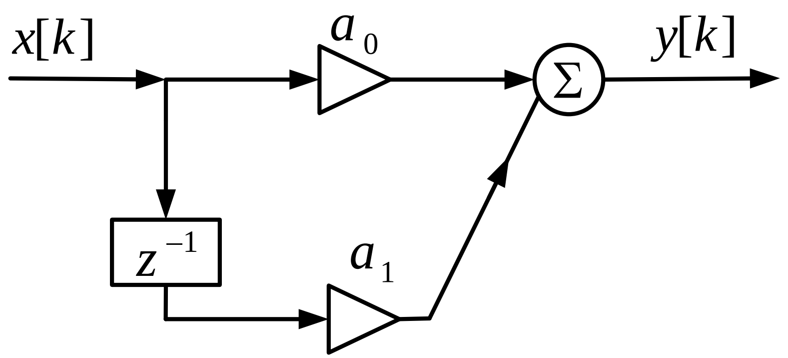
Лекция 12 по курсу «Основы цифровой обработки сигналов»

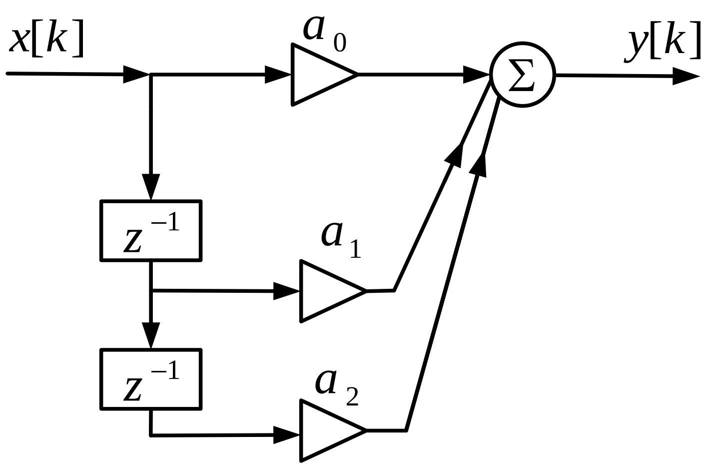
18 ноября 2024 г.

4.6. Цифровые фильтры 1-го и 2-го порядков

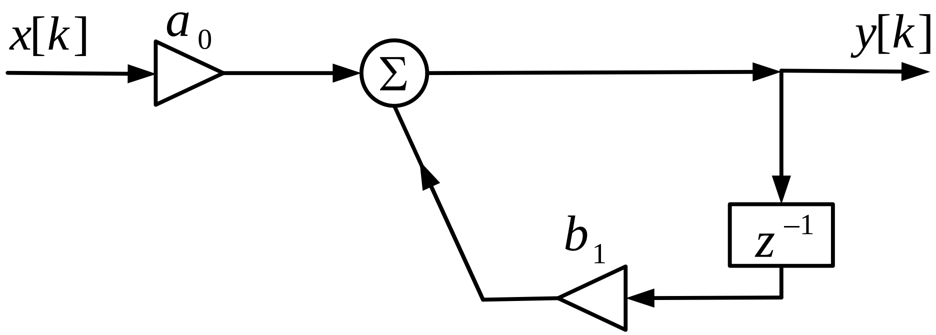
- Нерекурсивный фильтр 1-го порядка



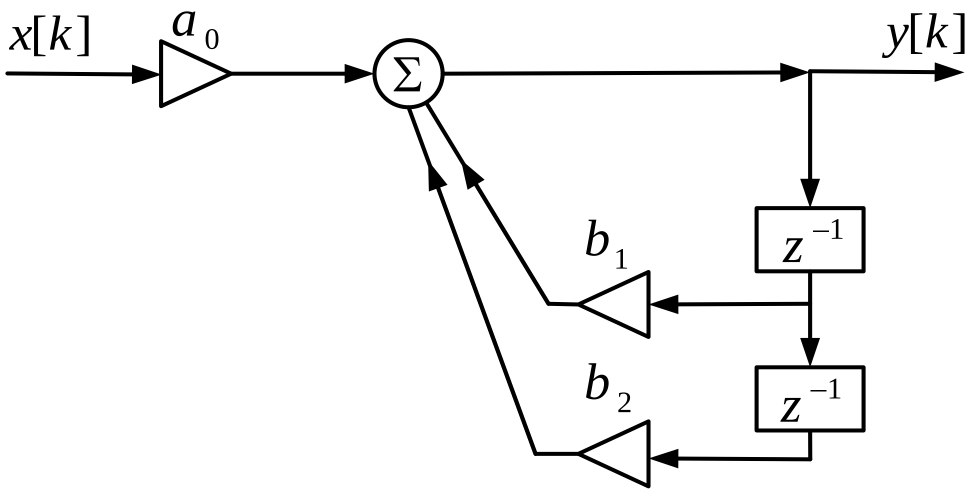
- Нерекурсивный фильтр 2-го порядка



- Рекурсивный блок 1-го порядка



- Рекурсивный блок 2-го порядка



4.6. Цифровые фильтры 1-го и 2-го порядков

В том разделе содержится необходимая информация о характеристиках блоков 1-го и 2-го порядков, входящих в состав цифровых фильтров более высокого порядка.

№19

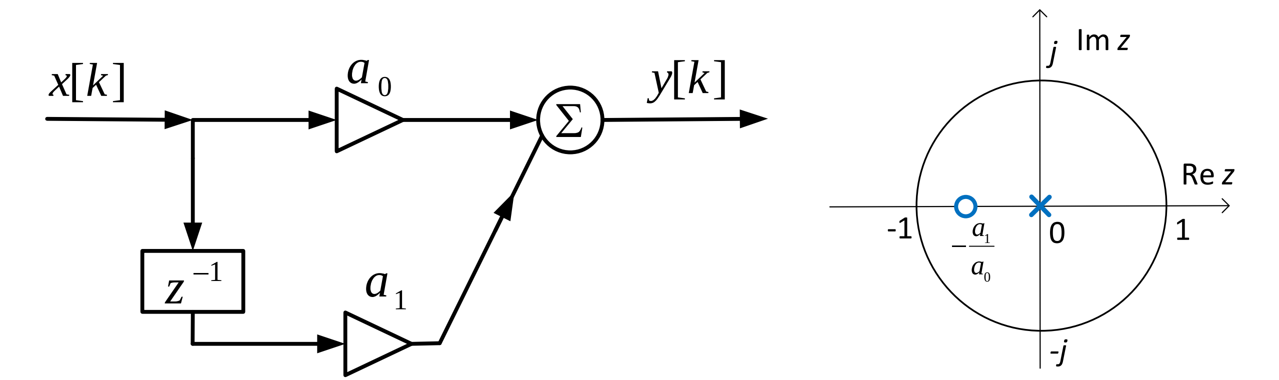
Нерекурсивный фильтр 1-го порядка

Разностное уравнение нерекурсивного фильтра 1-ого порядка имеет вид

$$y[k]=a_0x[k]+a_1x[k-1]. \qquad (1)$$

Ему соответствует передаточная функция

$$H(z)=a_0+a_1z^{-1}=\frac{a_0z+a_1}{z}. \qquad (2)$$



Структурная схема нерекурсивного фильтра 1-го порядка и нуль-полюсная диаграмма (при $0<a_1/a_0<1$)

Передаточная функция (2) имеет один нуль $z_n=-a_1/a_0$ и один полюс в начале координат $z_p=0$.

Рабочим диапазоном частот цифрового фильтра является интервал $[-\pi;\ \pi]$. Для нахождения частотной характеристики выполним постановку $z=\exp(j\theta)$ в передаточную функцию:

$$H(\theta)=a_0+a_1\exp(-j\theta) \qquad (3)$$

Представим в выражении (3) экспоненту в тригонометрической форме, тогда

$$H(\theta)=a_0+a_1\exp(-j\theta)=a_0+a_1\cos\theta-ja_1\sin\theta.$$

АЧХ фильтра

$$|H(\theta)|=\sqrt{a_0^{\,2}+2a_0a_1\cos\theta+a_1^{\,2}}. \qquad (4)$$

ФЧХ фильтра

$$\varphi(\theta)=\operatorname{arctg}\left\{\frac{\operatorname{Im}[H(\theta)]}{\operatorname{Re}[H(\theta)]}\right\}=-\operatorname{arctg}\frac{a_1\sin\theta}{a_0+a_1\cos\theta}. \qquad (5)$$

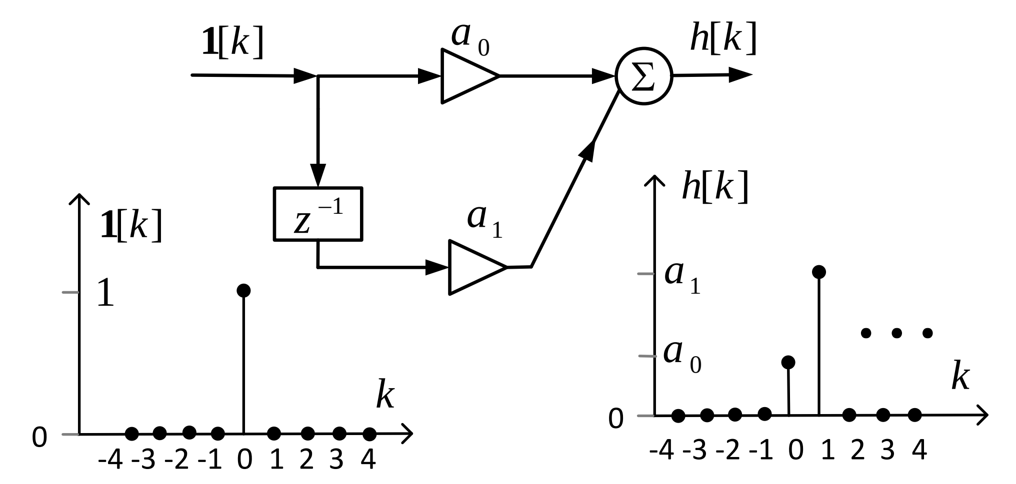
Нерекурсивный фильтр 1-го порядка

Импульсная характеристика фильтра $h[k]$ (реакция на единичный импульс при нулевой инициализации выхода) может быть определена из вида передаточной функции:

$$H(z) = a_0 + a_1 z^{-1} = h[0] + h[1]z^{-1} + h[2]z^{-2} + \ldots$$

Откуда видно, что

$$h[k] = \begin{cases} a_0, & k = 0, \\ a_1, & k = 1, \\ 0, & \text{при других } k. \end{cases} \quad (6)$$



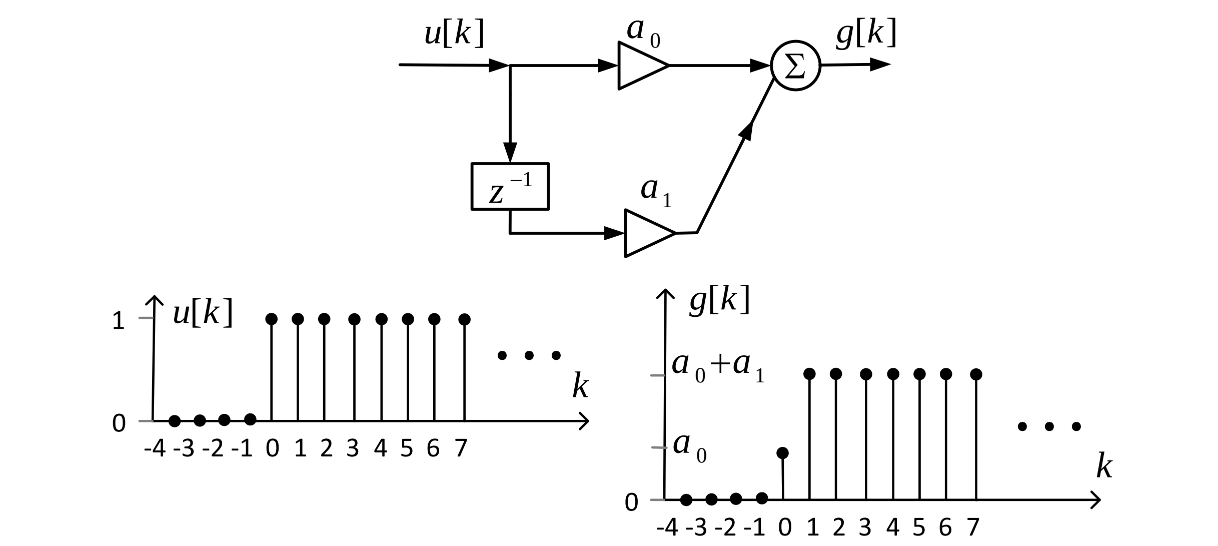
Вычисление импульсной характеристики нерекурсивного фильтра 1-ого порядка, случай $a_1 > a_0 > 0$

Переходная характеристика $g[k]$ ***фильтра*** — это его реакция на входное воздействие (при нулевой инициализации выхода)

$$u[k] = \begin{cases} 1, k \ge 0, \\ 0, k < 0. \end{cases}$$

Постановкой $x[k] = u[k]$ в разностное уравнение $y[k] = a_0 x[k] + a_1 x[k-1]$, получаем

$$g[k] = \begin{cases} 0, & \text{при } k < 1, \\ a_0, & \text{при } k = 0, \\ a_0 + a_1, & \text{при } k \ge 1. \end{cases} \quad (7)$$



Вычисление переходной характеристики нерекурсивного фильтра 1-ого порядка, случай $a_0, a_1 > 0$

Нерекурсивный фильтр 1-го порядка

Процесс установления занимает один такт дискретизации. Далее рассмотрим отдельно случай $a_0 = 1$. В таком случае частотная характеристика имеет вид $H(\theta) = 1 + a_1 \exp(-j\theta)$.

Случай $a_0 = 1,\ a_1 = 1$**.**

Если $a_1 = 1$, то частотная характеристика фильтра

$$H(\theta) = 1 + \exp(-j\theta) = 2\exp\left(-j\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = |H(\theta)|\exp(j\varphi(\theta)).$$

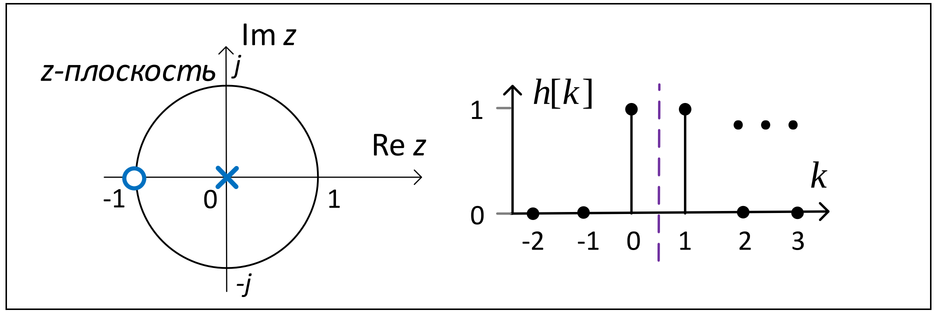
На интервале $[-\pi;\ \pi]$ ФЧХ имеет вид

$$\varphi(\theta) = -\theta/2,\ \theta \in [-\pi;\ \pi].$$

Такой фильтр будет вычислять скользящую сумму текущего и предыдущего отсчетов, его разностное уравнение и передаточная функция имеют вид

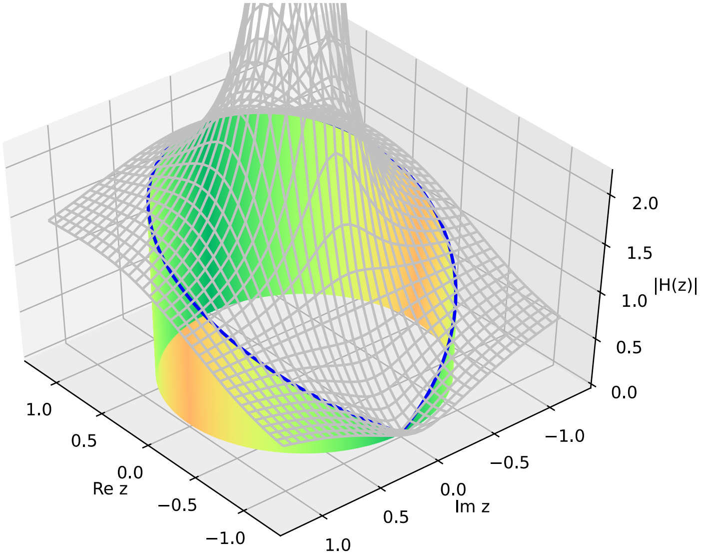
$$y[k] = x[k] + x[k-1],$$

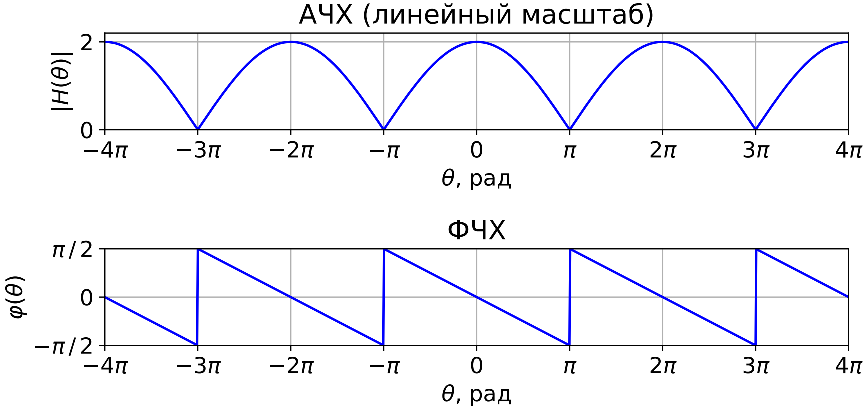
$$H(z) = 1 + z^{-1} = \frac{z+1}{z} = h[0] + h[1]z^{-1}.$$



Этот фильтр также относится к гребенчатым фильтрам, поскольку его АЧХ имеет гребенчатую структуру

$$|H(\theta)| = 2\left|\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right|$$





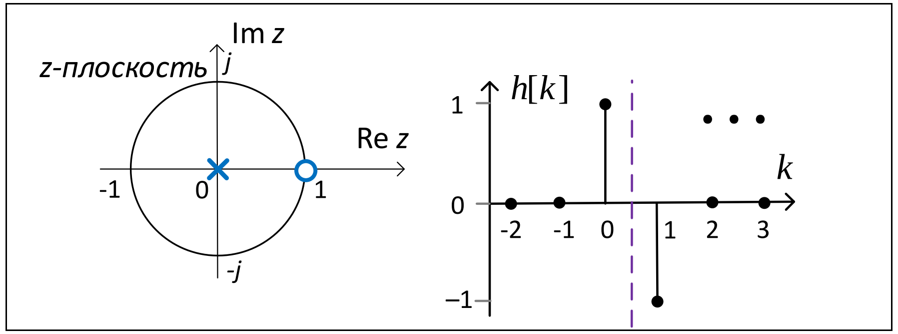
Нерекурсивный фильтр 1-го порядка

Случай $a_0 = 1,\ a_1 = -1$.

Если же $a_1 = -1$, то разностное уравнение имеет вид

$$y[k] = x[k] - x[k-1].$$

$$H(z) = 1 - z^{-1} = \frac{z-1}{z} = h[0] + h[1]z^{-1}.$$



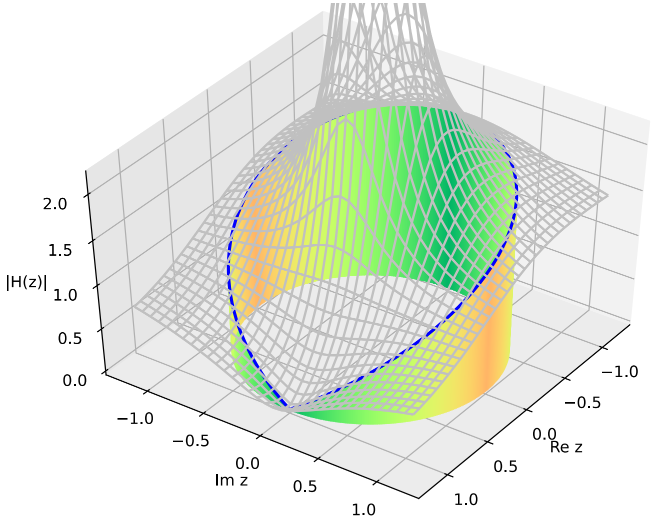
Такой фильтр ранее рассмотрен нами как дискретный дифференциатор.

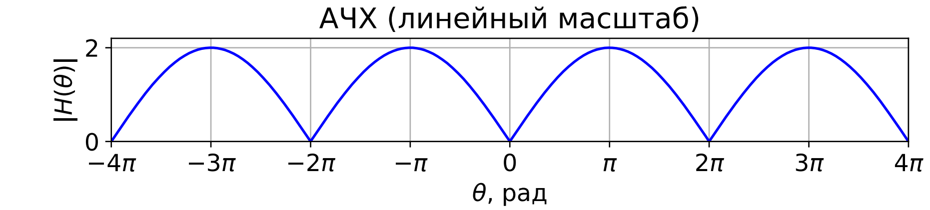
$$H(\theta) = 1 - \exp(-j\theta) = \exp\left(-j\frac{\theta}{2}\right)\left(\exp\left(j\frac{\theta}{2}\right) - \exp\left(-j\frac{\theta}{2}\right)\right) =$$

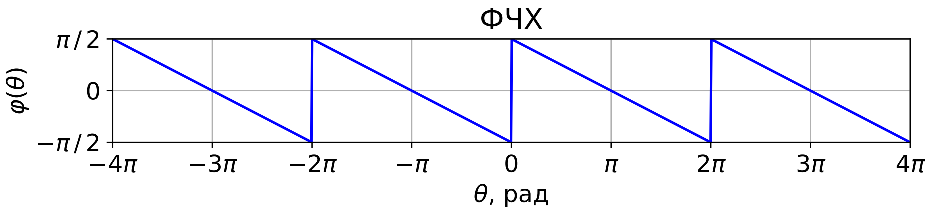
$$= 2j\exp\left(-j\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = 2\exp\left(j\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}\right)\right)\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

Учитывая изменение знака синуса в точке $\theta = 0$, $\exp(j\pi) = -1$, получаем ФЧХ фильтра на интервале $[-\pi; \pi]$

$$\varphi(\theta) = \begin{cases} \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\theta}{2}, & 0 < \theta \le \pi, \\ -\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\theta}{2}, & -\pi < \theta < 0. \end{cases} \qquad (8)$$





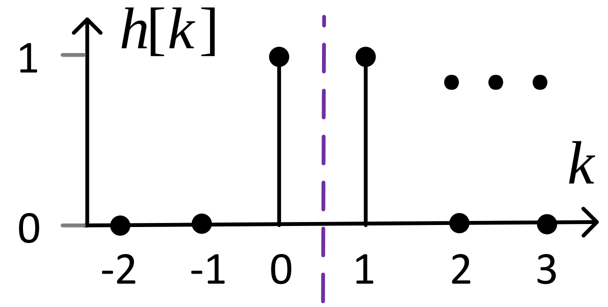


Нерекурсивный фильтр 1-го порядка

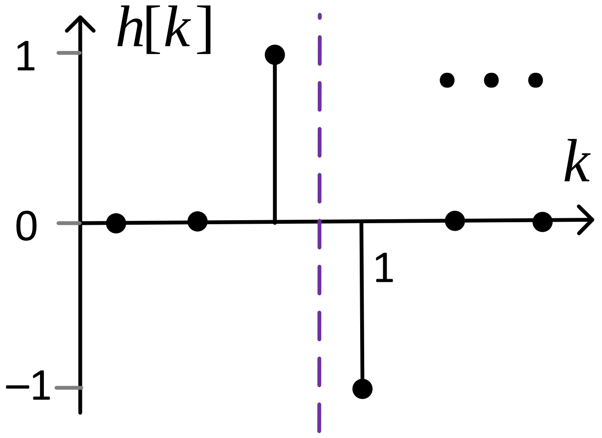
- Заметим, что здесь условие $a_1/a_0 = 1$ соответствует фильтру нижних частот, а $a_1/a_0 = -1$ соответствует фильтру верхних частот, что непосредственно видно из влияния расположения нуля на АЧХ фильтра.

- При $a_0 = 1, a_1 = \pm 1$ ФЧХ рабочей области $\theta \in [-\pi; \pi]$ будет кусочно-линейная. Линейность ФЧХ фильтра необходима для сохранения формы сигналов при цифровой обработке.
- При $a_1 = 1$ отсчеты импульсной характеристики симметричны, а при $a_1 = -1$ отсчеты антисимметричны на интервале $[0, N-1]$ (относительно вертикальной оси, проходящей через $k = N/2 = 0,5$), где $N = 1$ — порядок КИХ фильтра. Позже будет показано, что КИХ фильтры, обладающие такими свойствами, имеют кусочно-линейную ФЧХ в зоне Найквиста.

случай $a_0 = 1,\ a_1 = 1$



случай $a_0 = 1,\ a_1 = -1$



Рассмотрим также в качестве примера один из случаев, когда импульсная характеристика не обладает симметрией на интервале $[0, N-1]$.

Нерекурсивный фильтр 1-го порядка

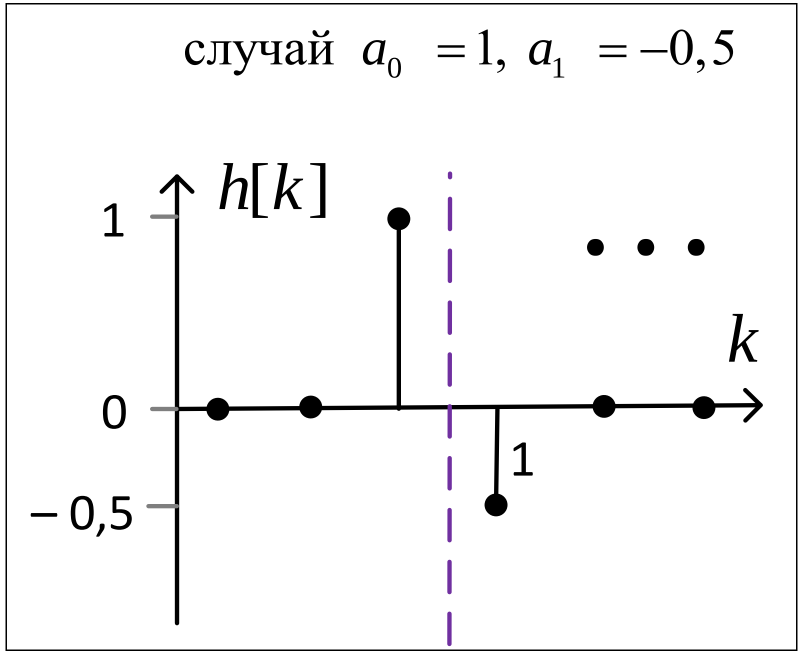
Случай $a_0 = 1,\ a_1 = -0{,}5$.

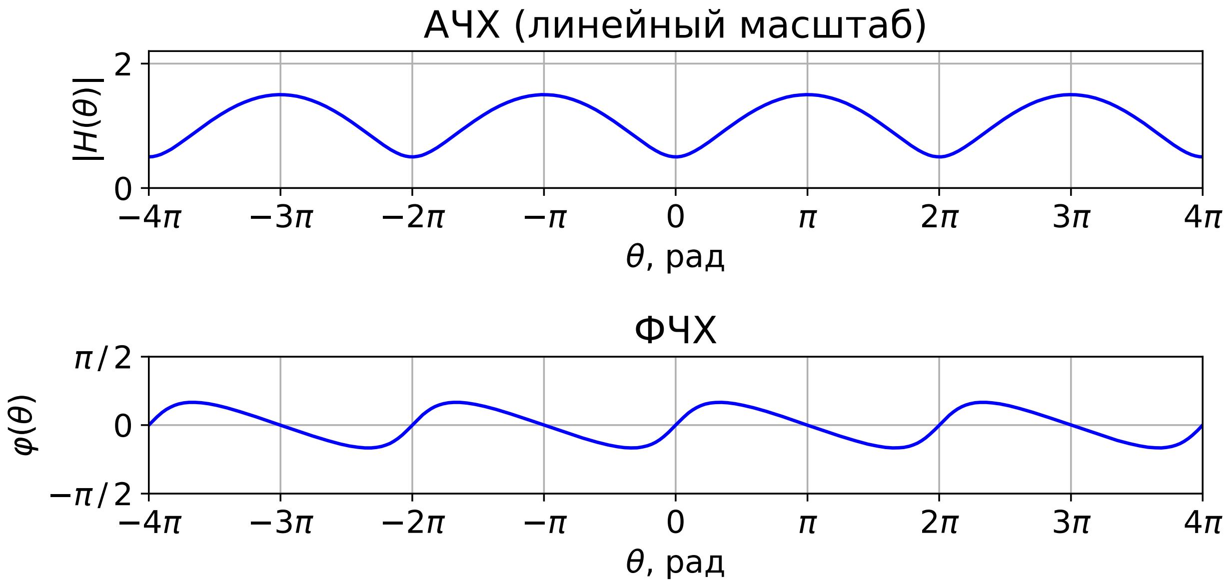
Разностное уравнение имеет вид

$$y[k] = x[k] - 0{,}5x[k-1].$$

Передаточная функция

$$H(z) = 1 - 0{,}5z^{-1} = \frac{z - 0{,}5}{z} = h[0] - h[1]z^{-1}.$$





- Импульсная характеристика не является симметричной или антисимметричной относительно $k = N/2$.
- ФЧХ такого фильтра не является линейной.

Нерекурсивный фильтр 2-го порядка

№20

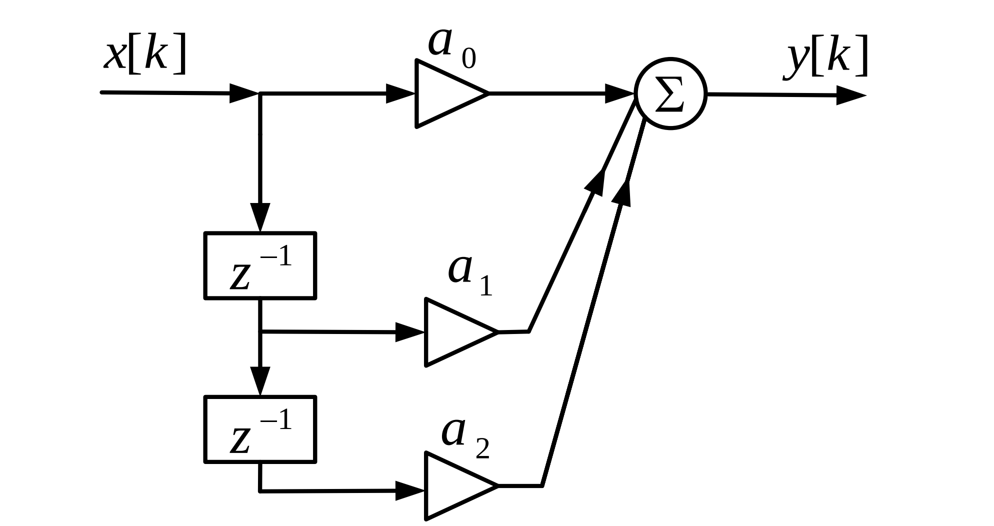
Нерекурсивный фильтр 2-го порядка

Передаточная функция нерекурсивного фильтра 2-го порядка по определению

$$H(z) = a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} \ ,$$

а его разностное уравнение

$$y[k] = a_0 x[k] + a_1 x[k-1] + a_2 x[k-2].$$



Блок-схема в прямой форме нерекурсивного фильтра 2-го порядка

Для нахождения частотной характеристики выполним постановку $z = \exp(j\theta)$ в передаточную функцию:

$$H(\theta) = a_0 + a_1 \exp(-j\theta) + a_2 \exp(-2j\theta) = |H(\theta)| e^{j\varphi(\theta)}. \quad (9)$$

В тригонометрической форме (9) имеет вид

$$H(\theta) = (a_0 + a_1 \cos\theta + a_2 \cos 2\theta) - j(a_1 \sin\theta + a_2 \sin 2\theta) \quad (10)$$

АЧХ $|H(\theta)|$ и ФЧХ $\varphi(\theta)$ определяются из выражений

$$|H(\theta)| = \sqrt{(a_0 + a_1 \cos\theta + a_2 \cos 2\theta)^2 + (a_1 \sin\theta + a_2 \sin 2\theta)^2} \quad (11)$$

$$\varphi(\theta) = \mathrm{arctg}\left\{\frac{\mathrm{Im}[H(\theta)]}{\mathrm{Re}[H(\theta)]}\right\} = -\mathrm{arctg}\,\frac{a_1 \sin\theta + a_2 \sin 2\theta}{a_0 + a_1 \cos\theta + a_2 \cos 2\theta}. \quad (12)$$

Найдем нули и полюса передаточной функции. Для этого представим ее в виде

$$H(z) = \frac{a_0 z^2 + a_1 z + a_2}{z^2}. \quad (13)$$

Откуда следует, что функция $H(z)$ имеет двойной полюс в начале координат и два нуля:

$$z_{p1,2} = 0; \ \ z_{n1,2} = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_0 a_2}}{2a_0}. \quad (14)$$

В зависимости от знака подкоренного выражения (дискриминанта) нули могут быть либо действительными, либо комплексно-сопряженными.

Нерекурсивный фильтр 2-го порядка

В выражении (13) числитель представим в виде

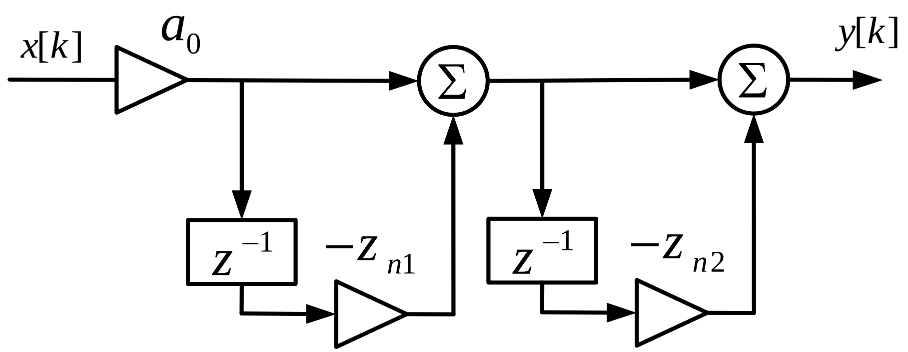
$$a_0 z^2 + a_1 z + a_2 = a_0 (z - z_{n1})(z - z_{n2}) = a_0 \left(z^2 - (z_{n1} + z_{n2}) z + z_{n1} z_{n2} \right)$$

Отсюда следуют известные соотношения между корнями и коэффициентами квадратного трехчлена (теорема Виета)

$$\frac{a_1}{a_0} = -(z_{n1} + z_{n2}); \quad \frac{a_2}{a_0} = z_{n1} z_{n2}. \qquad (15)$$

Действительные нули имеют место при $a_1^2 - 4a_0 a_2 \geq 0$ и располагаются на действительной оси. В этом случае нерекурсивный цифровой фильтр 2-го порядка можно представить также в виде последовательной структуры с передаточной функцией

$$H(z) = a_0 \frac{(z - z_{n1})(z - z_{n2})}{z^2} = a_0 (1 - z_{n1} z^{-1})(1 - z_{n2} z^{-1}) \quad (16)$$



Последовательная структура нерекурсивного фильтра 2-го порядка

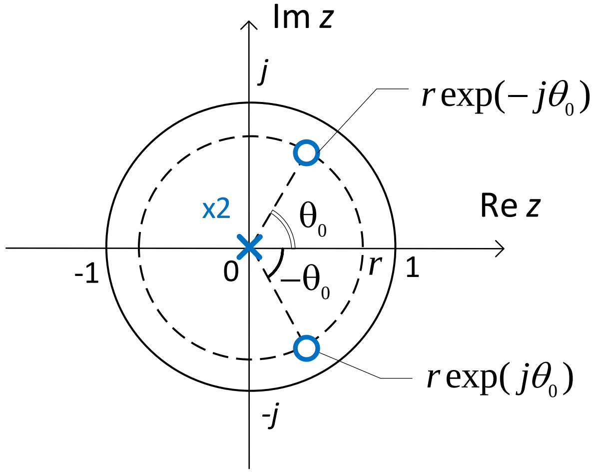
Комплексно-сопряженные нули имеют место при $a_1^2 - 4a_0 a_2 < 0$. Формулу для определения нулей запишем следующим образом

$$z_{n1,2} = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_0 a_2}}{2a_0} = r \exp(\pm j\theta_0) = r(\cos\theta_0 \pm j \sin\theta_0)$$

$$\frac{a_1}{a_0} = -(z_{n1} + z_{n2}) = 2r\cos\theta_0; \quad \frac{a_2}{a_0} = z_{n1} z_{n2} = r^2.$$

Передаточная функция

$$H(z) = a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} = a_0 + 2a_0 r \cos\theta_0 \cdot z^{-1} + a_0 r^2 z^{-2}.$$



Нуль-полюсная диаграмма нерекурсивного фильтра 2-го порядка с комплексно-сопряженными нулями

Нерекурсивный фильтр 2-го порядка

Импульсная характеристика фильтра $h[k]$ определяется коэффициентами передаточной функции

$$H(z) = a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} = h[0] + h[1]z^{-1} + h[2]z^{-2}$$

как для случая действительных нулей, так и для комплексно-сопряженных и содержит три отсчета при $k = 0, 1, 2.$

$$h[k] = \begin{cases} a_0, & k = 0, \\ a_1, & k = 1, \\ a_2, & k = 2, \\ 0, & \text{при других } k. \end{cases}$$

Переходную характеристику $g[k]$ получим с помощью подстановки в разностное уравнение сигнала $x[k] = u[k]$,

$$u[k] = \begin{cases} 1, k \ge 0, \\ 0, k < 0, \end{cases}$$

$$g[k] = a_0 u[k] + a_1 u[k-1] + a_2 u[k-2].$$

Процесс установления занимает два такта дискретизации и $g[k]$ имеет три отсчета:

$$g[k] = \begin{cases} a_0, & k = 0, \\ a_0 + a_1, & k = 1, \\ a_0 + a_1 + a_2, & k \ge 2. \end{cases}$$

Примечание.

- В контексте данной лекции мы считаем, что коэффициенты a_0 , a_1 и a_2 разностного уравнения фильтров являются действительными.
- Это означает, что если на вход системы поступает действительный цифровой сигнал, то и сигнал в каждой точке схемы фильтра также действительный.
- В общем случае это не так, цифровые фильтры могут быть применены для комплексных сигналов.

Рекурсивный блок 1-го порядка

Рекурсивный блок 1-го порядка

Разностное уравнение чисто рекурсивного фильтра 1-ого порядка имеет вид:

$$y[k] = a_0 x[k] + b_1 y[k-1].$$

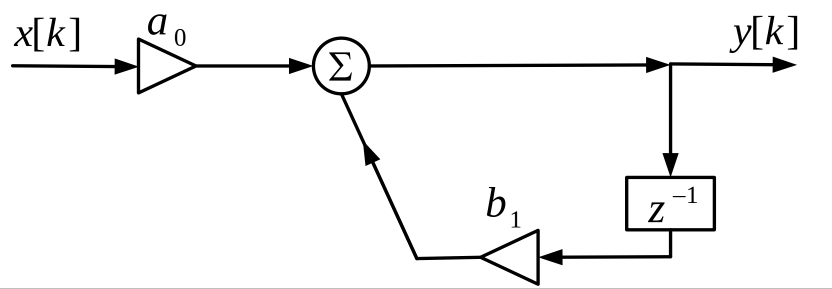
Передаточная функция фильтра

$$H(z) = \frac{a_0}{1 - b_1 z^{-1}} = \frac{a_0 z}{z - b_1} \qquad (17)$$

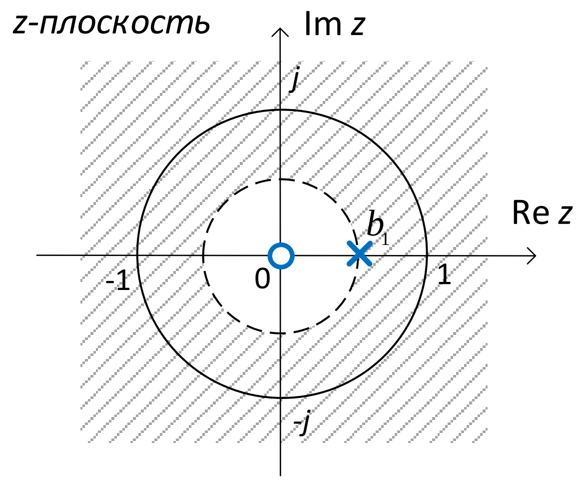
имеет один нуль $z_n = 0$ и один полюс $z_p = b_1$

Для нахождения частотных характеристик в координатах θ подставим в (17) значение $z = \exp(j\theta)$:

$$H(\theta) = \frac{a_0}{1 - b_1 e^{-j\theta}}. \qquad (18)$$



Структурная схема рекурсивного фильтра 1-го порядка в прямой форме



Нуль-полюсная диаграмма рекурсивного фильтра 1-го порядка при $b_1 > 0$.

В тригонометрической форме (18) имеет вид

$$H(\theta) = \frac{a_0}{(1 - b_1 \cos\theta) + j b_1 \sin\theta}.$$

Амплитудно-частотная характеристика фильтра

$$|H(\theta)| = \frac{a_0}{\sqrt{1 + b_1^2 - 2b_1 \cos\theta}}. \qquad (19)$$

Фазочастотная характеристика фильтра

$$\varphi(\theta) = \operatorname{arctg}\left\{\frac{\operatorname{Im}[H(\theta)]}{\operatorname{Re}[H(\theta)]}\right\} = -\operatorname{arctg}\frac{b_1 \sin\theta}{1 - b_1 \cos\theta}. \qquad (20)$$

Рекурсивный блок 1-го порядка

Передаточная функция фильтра

$$H(z)=\frac{a_0}{1-b_1 z^{-1}}=\frac{a_0 z}{z-b_1}$$

позволяет получить импульсную и частотную характеристики. В силу

$$b_1^k u[k] \overset{z}{\longleftrightarrow} \frac{1}{1-b_1 z^{-1}}$$

импульсная характеристика фильтра описывается уравнением

$$h[k]=a_0 b_1^k u[k] \qquad (21)$$

и имеет бесконечную протяженность, т. е. рекурсивный фильтр 1-го порядка является БИХ-фильтром.

Переходная характеристика — это реакция фильтра на функцию включения $u[k]$. Поэтому

$$G(z)=H(z)U(z), \qquad (22)$$

где $G(z)-z$-образ переходной характеристики, а $U(z)-z$-образ функции включения

$$U(z)=\sum_{k=0}^{\infty} u[k]z^{-k}=\frac{1}{1-z^{-1}}. \qquad (23)$$

Из (22) подставляя (18) и (23), получаем

$$G(z)=\frac{a_0}{1-b_1 z^{-1}}\frac{1}{1-z^{-1}}=\frac{a_0 z}{z-b_1}\frac{z}{z-1}.$$

Для получения переходной характеристики $g[k]$ найдем обратное z-преобразование от $G(z)$

$$g[k]=\frac{1}{2\pi j}\oint G(z)z^{k-1}dz=\frac{1}{2\pi j}\oint_C \frac{a_0 z^{k+1}}{(z-1)(z-b_1)}dz$$

с помощью теоремы Коши о вычетах (при $b_1 \neq 1$):

$$g[k]=\left[\frac{a_0 z^{k+1}(z-1)}{(z-1)(z-b_1)}\right]_{z=1}+\left[\frac{a_0 z^{k+1}(z-b_1)}{(z-1)(z-b_1)}\right]_{z=b_1}, k\ge 0.$$

$$g[k]=\frac{a_0(1-b_1^{k+1})}{(1-b_1)}, k\ge 0.$$

Здесь контур C охватывает все полюса подынтегрального выражения и начало координат.

Для случая $b_1=1$ при вычислении необходимо учесть двукратный полюс в точке $z=1$.

Рекурсивный блок 1-го порядка

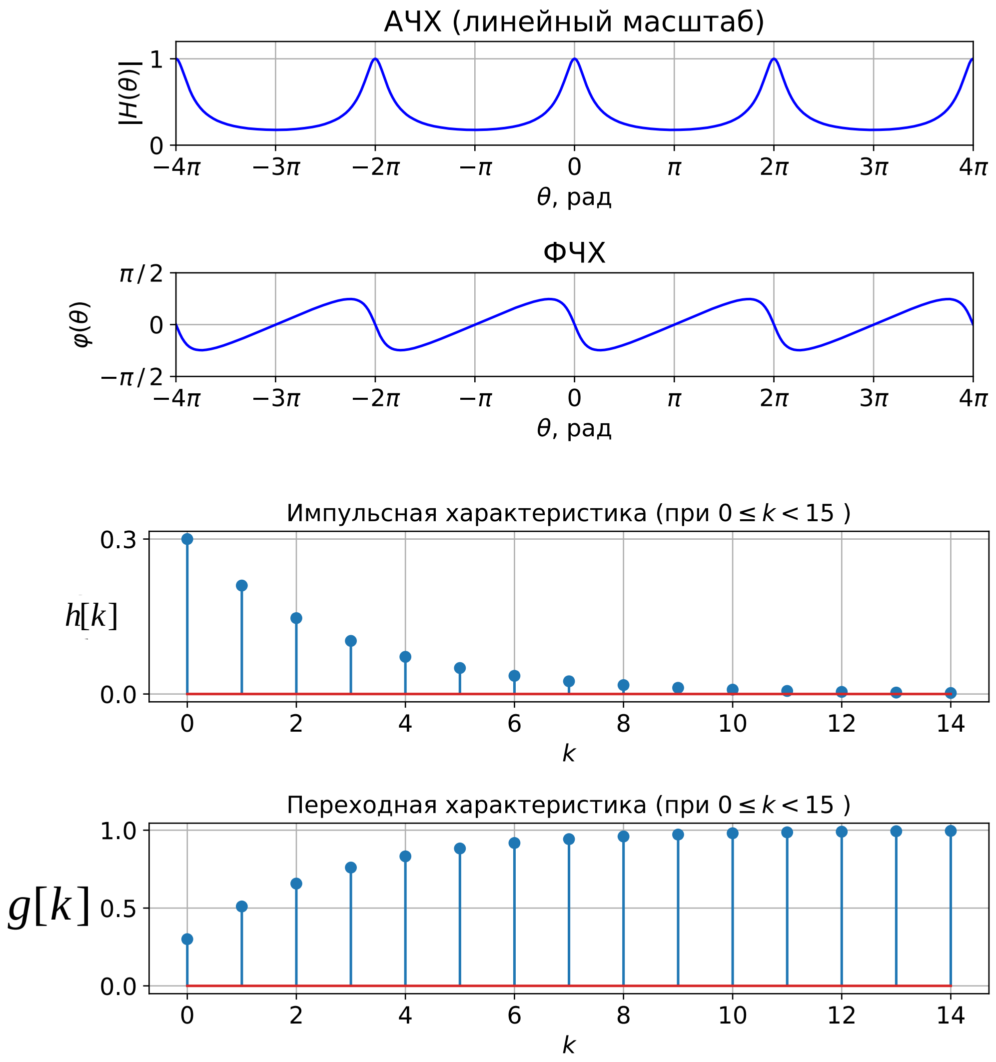
Случай $a_0 = 0{,}3\ b_1 = 0{,}7$ (частный случай квазиинтегратора).

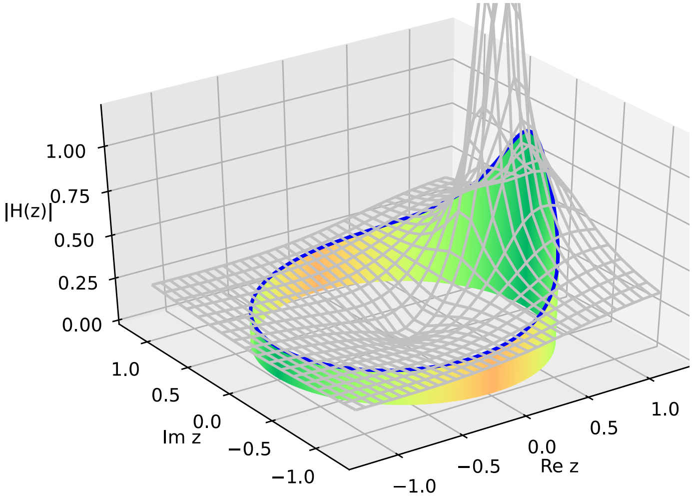
В таком случае разностное уравнение и передаточная функция принимают вид

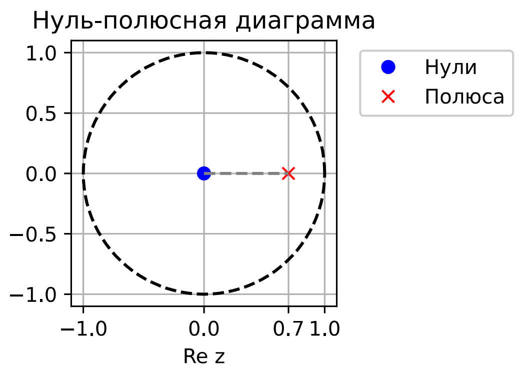
$$y[k] = 0{,}3x[k] + 0{,}7y[k-1].$$

$$H(z) = \frac{0{,}3}{1-0{,}7z^{-1}} = \frac{0{,}3z}{z-0{,}7}$$

Устойчивый рекурсивный фильтр 1-го порядка с действительными умножителями может быть либо фильтром нижних частот (при $b_1 > 0$), либо фильтром верхних частот (при $b_1 < 0$).







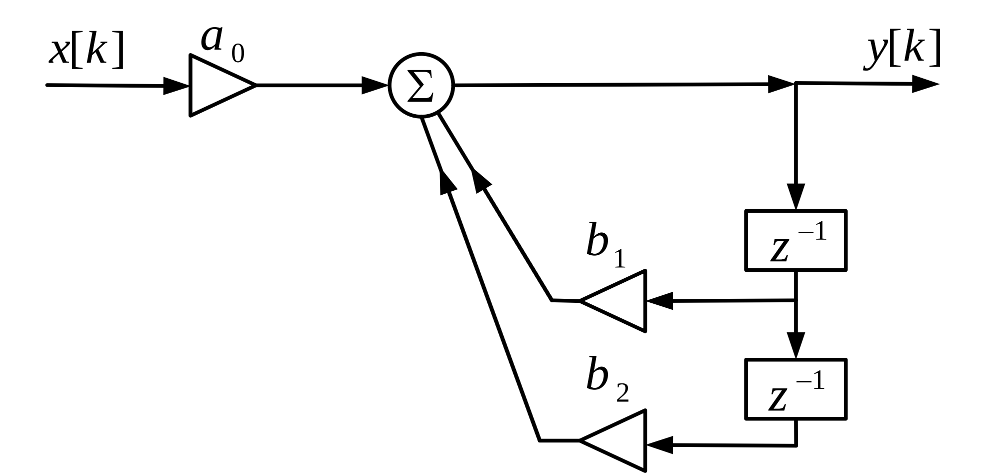
Рекурсивный блок 2-го порядка

Разностное уравнение чисто рекурсивного фильтра 2-ого порядка имеет вид:

$$y[k] = a_0 x[k] + b_1 y[k-1] + b_2 y[k-2].$$

Передаточная функция такого фильтра

$$H(z) = \frac{a_0}{1 - b_1 z^{-1} - b_2 z^{-2}}. \qquad (24)$$

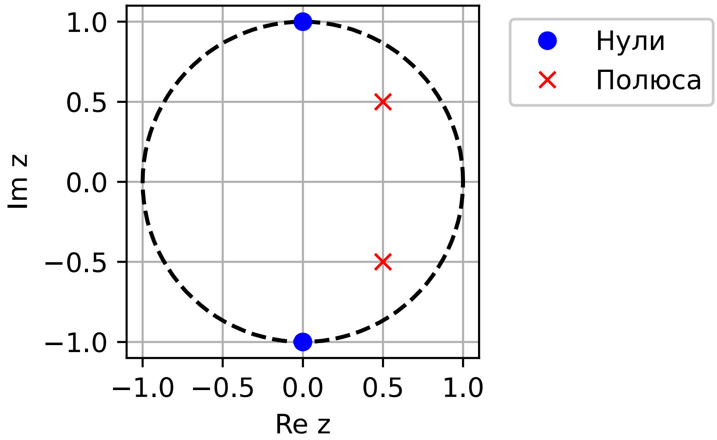


Структурная схема рекурсивного фильтра 2-го порядка в прямой форме

Примеры решения задач.

Пример 1.

Построить в прямой форме блок–схему реализации цифрового фильтра, диаграмма нулей и полюсов которого показана на рисунке, а значение частотной характеристики на нулевой частоте равно 4.



Решение. Согласно диаграмме нули передаточной функции находятся в точках $z = \pm j$, а полюсы – в точках $z = 0,5 \pm 0,5j$. Передаточная функция

$$H(z) = \frac{K(z-j)(z+j)}{(z-0,5-0,5j)(z-0,5+0,5j)} = \frac{K(z^2+1)}{z^2 - z + 0,5}.$$

Значению частотной характеристики на частоте $\theta = 0$ отвечает $z = \exp(j\theta) = 1$, откуда определяем, что коэффициент $K = 1$:

$$H(z)\big|_{z=1} = \left.\frac{K(z^2+1)}{z^2 - z + 0{,}5}\right|_{z=1} = 4.$$

После деления числителя и знаменателя $H(z)$ на z^2 получаем

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{(1+z^{-2})}{1 - z^{-1} - 0{,}5z^{-2}}.$$

Выполнив перекрестное умножение, найдем уравнение фильтра в z–плоскости

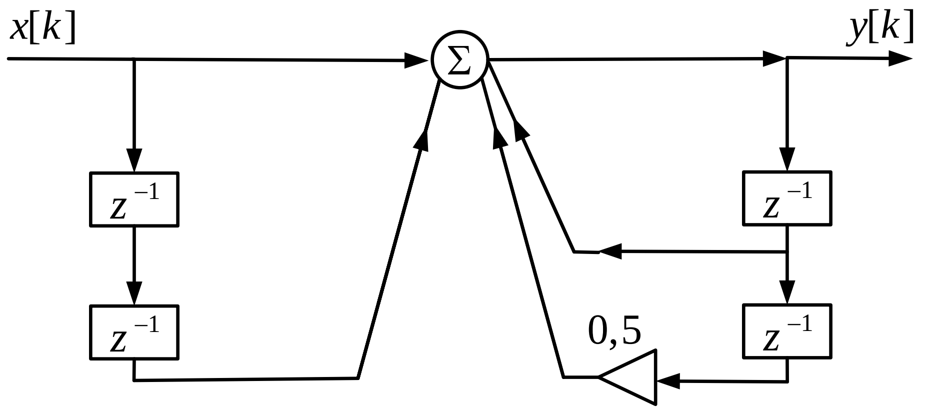
$$Y(z)(1 - z^{-1} - 0{,}5z^{-2}) = X(z)(1 + z^{-2}).$$

Воспользовавшись свойством задержки для *z*-преобразования, получаем

$$y[k] - y[k-1] - 0{,}5y[k-2] = x[k] + x[k-2].$$

$$y[k] = x[k] + x[k-2] + y[k-1] + 0{,}5y[k-2].$$

Это разностное уравнение рекурсивного фильтра второго порядка.

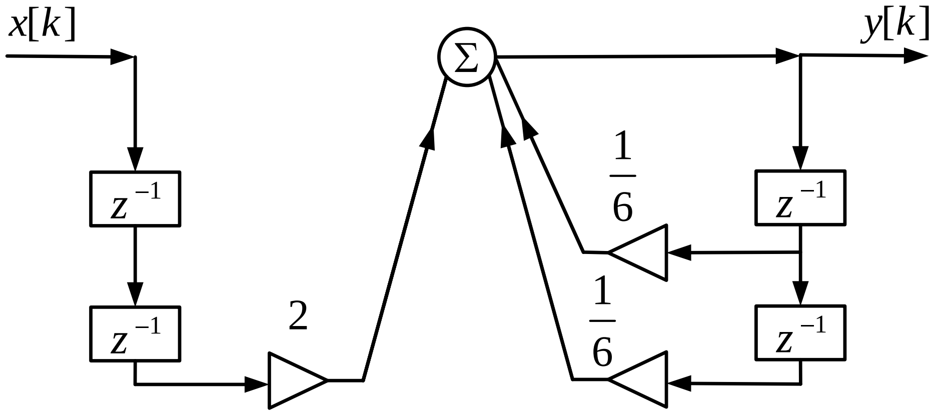


Пример 2.

Разностное уравнение фильтра

$$y[k] - \frac{1}{6}y[k-1] - \frac{1}{6}y[k-2] = 2x[k-2], \qquad y[-2] = 0, \quad y[-1] = 0.$$

Найти отклик на входной сигнал $u[k]$ (дискретная функция включения).



Рекурсивный блок 2-го порядка. Примеры решения задач.

Решение. Передаточная функция системы

$$H(z)=\frac{2z^{-2}}{1-\frac{1}{6}z^{-1}-\frac{1}{6}z^{-2}}=\frac{2}{z^2-\frac{1}{6}z-\frac{1}{6}}=\frac{2}{\left(z-\frac{1}{2}\right)\left(z+\frac{1}{3}\right)}$$

Поскольку $u[k]\leftrightarrow\frac{1}{1-z^{-1}}=\frac{z}{z-1}$, то z–образ реакции на входное воздействие $u[k]$ будет

$$G(z)=H(z)\frac{z}{z-1}=\frac{2z}{\left(z-\frac{1}{2}\right)\left(z+\frac{1}{3}\right)(z-1)}.$$

Осталось найти последовательность $g[k]$ по известному z–образу $G(z)$.

$$g[k]=\frac{1}{2\pi j}\oint_C G(z)z^{k-1}dz=\frac{1}{2\pi j}\oint_C\frac{2z^k}{\left(z-\frac{1}{2}\right)\left(z+\frac{1}{3}\right)(z-1)}dz.$$

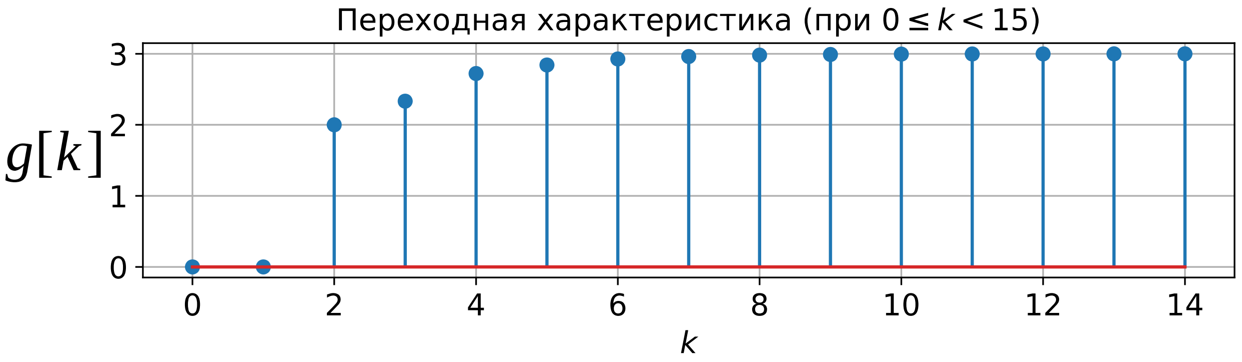
Здесь контур C охватывает все полюса подынтегрального выражения и начало координат. Интеграл можно найти, например, с помощью теоремы Коши о вычетах.

$$g[k]=\operatorname*{Res}_{z=\frac{1}{2}}\frac{2z^k\left(z-\frac{1}{2}\right)}{\left(z-\frac{1}{2}\right)\left(z+\frac{1}{3}\right)(z-1)}+\operatorname*{Res}_{z=-\frac{1}{3}}\frac{2z^k\left(z+\frac{1}{3}\right)}{\left(z-\frac{1}{2}\right)\left(z+\frac{1}{3}\right)(z-1)}+$$

$$+\operatorname*{Res}_{z=1}\frac{2z^k(z-1)}{\left(z-\frac{1}{2}\right)\left(z+\frac{1}{3}\right)(z-1)}$$

$$g[k]=\left(3-\frac{24}{5}\left(\frac{1}{2}\right)^k+\frac{9}{5}\left(-\frac{1}{3}\right)^k\right)u[k]$$

Заметим, что $g[k]=0$ при $k=0$ и при $k=1$, что непосредственно видно из разносного уравнения и блок-схемы фильтра.



Задачи с лекции

Задачи для самостоятельного решения с лекции 18 ноября 2024 г.

№1. Пусть выходные отсчеты нерекурсивного фильтра 1-ого порядка получаются усреднением текущего и предшествующего входных отсчетов:

$$y[k] = 0{,}5x[k] + 0{,}5x[k-1].$$

Найти импульсную характеристику $h[k]$ и переходную характеристику фильтра $g[k]$, определить время установления по переходной характеристике. Построить нуль-полюсную диаграмму и исследовать фильтр на устойчивость.

№2. Для нерекурсивного фильтра второго порядка с передаточной функцией

$$H(z) = 1 - 0{,}1z^{-1} - 0{,}9z^{-2}$$

построить блок-схему реализации в прямой форме и в виде последовательно соединенных нерекурсивных фильтров первого порядка. Построить нуль-полюсную диаграмму и исследовать фильтр на устойчивость. Определить импульсную характеристику $h[k]$ и переходную характеристику $g[k]$ фильтра.

№3. Записать разностное уравнение нерекурсивного фильтра второго порядка, передаточная функция которого содержит два комплексно-сопряженных нуля, расположенных на мнимой оси, а частотная характеристика фильтра $H(\theta)$ равна нулю в точках $\theta = \pm\frac{\pi}{2}$ и единице в точках $\theta = 0$ и $\theta = \pi$.

Найти АЧХ и ФЧХ фильтра. Вычислить импульсную характеристику такого фильтра.

Будет ли ФЧХ такого фильтра линейной? Определить, к какому классу частотно-избирательных фильтров его можно отнести:

а) фильтры нижних частот,

б) фильтры верхних частот,

в) полосовые фильтры,

г) режекторные фильтры.

Список литературы

Список литературы

1. Солонина А. И. Цифровая обработка сигналов в зеркале MATLAB: учеб. пособие. — СПб.: БХВ-Петербург, 2021. — 560 с.: ил. — (Учебная литература для вузов)

2. В.П. Васильев и др. Основы теории и расчета цифровых фильтров. Москва, ИНФРА-М, 2020

3. Ричард Лайонс. Цифровая обработка сигналов. Второе издание. Пер. с англ.—«Бином-Пресс», 2006г.

4. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов: учеб. пособие. — 3-е изд. — СПб.: БХВ-Петербург, 2011. — 768 с.: ил. — (Учебная литература для вузов)

Учебные пособия [1], [2] и [4] есть в библиотеке МФТИ.