МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МИРЭА – РОССИЙСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Дополнительные занятия по физике
для студентов первого курса

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Москва 2020

1. Краткая теория

1.1. Основные положения молекулярно-кинетической теории и их опытное обоснование

В основе молекулярно-кинетической теории строения вещества (МКТ) лежат следующие положения:

- любое тело − твёрдое, жидкое или газообразное − состоит из большого количества весьма малых обособленных частиц – молекул, которые, в свою очередь, состоят из атомов. Молекулы бывают одноатомными, двухатомными и т.д.;
- молекулы всякого вещества находятся в беспорядочном, хаотическом, не имеющем какого-либо преимущественного направления движения.

Самое очевидное доказательство движения молекул можно получить, наблюдая в микроскоп мельчайшие, взвешенные в воде частицы какого-либо твёрдого вещества. Эти частицы совершают беспорядочное движение, которое называют броуновским.

Броуновское движение – это тепловое движение взвешенных в жидкости (или газе) частиц.

Впервые это явление наблюдал английский ботаник Р. Броун в 1827 г., рассматривая в микроскоп взвешенные в воде споры плауна. Сейчас для наблюдения броуновского движения используют частички краски гуммигут, которые нерастворимы в воде. Самым поразительным является то, что беспорядочное, хаотическое движение этих частиц никогда не прекращается.

Причина броуновского движения частиц заключается в том, что удары молекул жидкости о частицу не компенсируют друг друга. При беспорядочном движении молекул передаваемые ими броуновской частице импульсы, например, слева и справа неодинаковы. Поэтому отлична от нуля результирующая сила давления молекул жидкости на броуновскую частицу, которая и вызывает изменение направления её движения. Броуновское движение – тепловое движение, и оно не может прекратиться. С увеличением температуры интенсивность его растёт.

1.2. Масса и размеры молекул. Молярная масса. Число Авогадро. Количество вещества.

Для характеристики масс атомов и молекул применяются величины, получившие название относительной атомной массы и относительной молярной массы вещества.

Относительной атомной массой (A_r) химического элемента называется отношение массы атома этого элемента к 1/12 массы атома ^{12}C (так обозначается изотоп углерода с массовым числом 12). **Относительной молекулярной массой** (M_r) вещества называется отношение массы молекулы этого вещества к 1/12 массы атома ^{12}C. A_r и M_r являются безразмерными величинами. Поэтому можно записать:

$$M_r = \frac{m_0}{\frac{1}{12} m_{^{12}C}} \qquad (1)$$

где m_0 – масса молекулы вещества.

Тогда масса молекулы любого вещества может быть найдена по формуле:

$$m_0 = M_r \cdot m_{ед} \qquad (2)$$

где $m_{ед}$ называется **атомной единицей массы**. Она равна $\frac{1}{12} \cdot m_{^{12}C}$

Количество вещества наиболее естественно было бы измерять числом молекул или атомов в теле. Но число молекул в любом макроскопическом теле так велико, что в расчетах используют не абсолютное число молекул, а относительное.

В Международной системе единиц количество вещества выражают в молях. **Один моль** – это количество вещества, в котором содержится столько же молекул или атомов, сколько атомов содержится в 0,012 кг изотопа углерода ^{12}C. Отсюда следует, что в одном моле любого вещества содержится одно и то же число атомов или молекул. Это число называется **числом Авогадро** N_A**.** Число Авогадро равно:

$$N_A = 6{,}023 \cdot 10^{23}\, моль^{-1} \qquad (3)$$

Число Авогадро впервые экспериментально определил Жан Перрен (1906 г.).

Так как число молекул в теле пропорционально числу молей $N = \nu \cdot N_A$, то **количество вещества** ν равно отношению числа молекул N в данном теле к постоянной Авогадро, то есть к числу молекул в одном моле вещества:

$$\nu = \frac{N}{N_A} \tag{4}$$

Массу моля M называют **молярной массой**. Очевидно, что

$$M = m_o \cdot N_A = N_A \cdot M_r \cdot m_{ед} \tag{5}$$

Поэтому масса одной молекулы любого вещества равна:

$$m_0 = \frac{M}{N_A} \tag{6}$$

Так как атомная единица массы равна $m_{ед} = 1{,}66 \cdot 10^{-27}\, кг$, то молярная масса связана с относительной молярной массой соотношением:

$$M = M_r \cdot 10^{-3}\, \frac{кг}{моль}, \tag{7}$$

то есть молярная масса, выраженная в граммах, численно равна относительной молярной массе.

Таким образом, из формулы (6) следует, что для определения массы одной молекулы надо молярную массу разделить на число Авогадро.

Например, масса одной молекулы кислорода равна:

$$m_{0_{O_2}} = \frac{M_{O_2}}{N_A} = \frac{32 \cdot 10^{-3}}{6{,}023 \cdot 10^{23}}\, кг \approx 5{,}31 \cdot 10^{-26}\, кг \tag{8}$$

Так как $M = m_0 \cdot N_A$ и $m = m_0 \cdot N$, где m – масса любого количества вещества, в которой содержится N молекул, то количество вещества можно определить и по следующей формуле:

$$\nu = \frac{m}{M} \tag{9}$$

Теперь произведем оценку размеров молекул. Естественно предположить, что в жидкостях молекулы располагаются довольно близко друг к другу. Поэтому приближённую оценку объёма одной молекулы, например, воды можно получить, разделив объём моля воды на число Авогадро.

Известно, что *1 моль* воды (то есть $18 \cdot 10^{-3}$ *кг*) занимает объём $18 \cdot 10^{-6}$ *м*^{3} (так как плотность воды $\rho_в = 1 \cdot 10^3 \frac{кг}{м^3}$). Следовательно, объём одной молекулы равен:

$$V_0 \approx \frac{18 \cdot 10^{-6}\,м^3}{6{,}02 \cdot 10^{23}} \approx 30 \cdot 10^{-30}\,м^3 \qquad (10)$$

Отсюда следует, что линейные размеры молекул воды приблизительно равны

$$\sqrt[3]{V_0} \approx 3 \cdot 10^{-10}\,м. \qquad (11)$$

Таким образом, из (8) и (11) следует, что молекулы большинства веществ – это очень маленькие частички с линейными размерами ~10^{-10} м и массой ~10^{-26} кг.

1.3. Идеальный газ. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории

Молекула – это сложная система, состоящая из отдельных заряженных частиц: электронов и атомных ядер. Хотя в целом молекулы электрически нейтральны, тем не менее, между ними на малых расстояниях действуют значительные электрические силы: происходит взаимодействие электронов и атомных ядер соседних молекул. Если молекулы находятся на расстояниях, превышающих их размеры в несколько раз, то силы взаимодействия практически не сказываются. Силы между электрически нейтральными молекулами являются короткодействующими.

В газах расстояние между атомами или молекулами, в среднем, во много раз больше размеров самих молекул. Например, при атмосферном давлении объем сосуда в десятки тысяч раз превышает объем находящихся в нем молекул.

Газы легко сжимаются, при этом уменьшается среднее расстояние между молекулами. Молекулы газа с огромными скоростями (сотни метров в секунду) движутся в пространстве. Сталкиваясь, они отскакивают друг от друга в разные стороны, подобно бильярдным шарам. Слабые силы притяжения молекул газа не способны удержать их друг возле друга. Поэтому газы могут неограниченно расширяться. Они не сохраняют ни формы, ни объема. Многочисленные упругие удары молекул о стенки сосуда создают давление газа.

Сформулируем условия, которым подчиняется **идеальный газ**:

1. Собственный объем молекул в сосуде намного меньше объема самого сосуда.
2. Взаимодействие молекул идеального газа друг с другом происходит только в моменты их столкновений, которые, также как и столкновения со стенками сосуда, происходит по закону абсолютно упругого удара.

Эти условия выполняются при не слишком большом давлении для достаточно разреженного газа, когда силами взаимодействия между молекулами можно пренебречь. Подавляющее большинство газов при условиях близких к нормальным (давление $P_0=10^5$ Па и температура $t=0°C$) удовлетворяют условию нормальности.

Вследствие хаотического теплового движения молекулы газа распределены равномерно по всему объему. В любой момент времени по данному направлению движется столько же молекул, сколько и по всякому другому. При столкновениях скорости молекул меняются по направлению и величине, благодаря чему возникает некоторое стационарное (устойчивое) распределение молекул по скоростям: одни молекулы движутся быстро, другие – медленно.

Введем понятие среднего значения квадрата скорости. Обозначим модули скоростей отдельных молекул через V_1, V_2, V_3, ..., V_N. Тогда среднее значение квадрата скорости определится следующей формулой:

$$\overline{V^2} = \frac{V_1^{\,2} + V_2^{\,2} + \ldots + V_N^{\,2}}{N} \tag{12}$$

где N – число молекул в сосуде.

Но квадрат модуля любого вектора равен сумме квадратов его проекций на оси координат Ox, Oy, Oz. Поэтому:

$$V^2 = V_x^2 + V_y^2 + V_z^2 \tag{13}$$

Между средним значением $\overline{V^2}$ и средними значениями квадратов проекций существует такое же соотношение, как (13):

$$\overline{V^2} = \overline{V_x^2} + \overline{V_y^2} + \overline{V_z^2} \tag{14}$$

Так как направления *Ox, Oy* и *Oz* вследствие хаотического движения молекул равноправны, то средние значения квадратов проекций скоростей должны быть равны друг другу:

$$\overline{V_x^2} = \overline{V_y^2} = \overline{V_z^2} \tag{15}$$

Из формул (14) и (15) следует, что среднее значение квадрата проекции скорости равно:

$$\overline{V_x^2} = \frac{1}{3}\overline{V^2} \tag{16}$$

Основное уравнение молекулярно–кинетической теории идеального газа

Ограничимся упрощенным выводом основного уравнения МКТ. Окончательный результат при этом получается верный.

Рассмотрим сосуд объемом V, в котором находится N молекул идеального газа. Введем понятие концентрации, то есть количества молекул, находящихся в единице объема:

$$n = \frac{N}{\mathrm{V}} \tag{17}$$

Вычислим давление газа на стенку сосуда, перпендикулярную координатной оси *Ox* (рис.1).

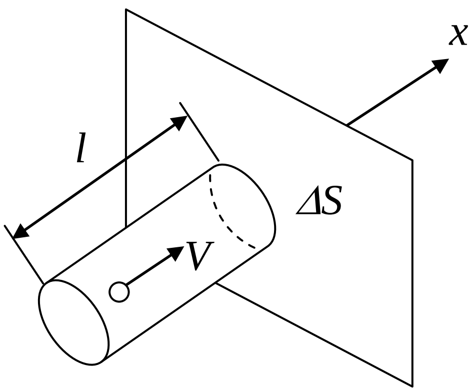

Рис.1

Выделим на стенке сосуда площадку величиной ΔS. Тогда по определению давления

$$P = \frac{\overline{F}}{\Delta S} = \frac{\overline{\Delta K}}{\Delta t \cdot \Delta S} \tag{18}$$

где $\overline{F}$ – средняя сила, действующая на эту площадку при ударе молекул, $\overline{\Delta K}$ - средний импульс, передаваемый молекулами площадке ΔS за время Δt.

Каждая молекула массой m_0, подлетающая к стенке сосуда со скоростью $\vec{V}$, проекция которой на ось *Ox* равна V_x, передает стенке при ударе импульс, равный

$$\Delta K_0 = 2m_0 V_x \tag{19}$$

За время Δt о стенку ударятся те молекулы, которые находятся внутри цилиндра, изображенного на рис.1, где $\ell = V_x \cdot \Delta t$. Объем V этого цилиндра равен $V = V_x \cdot \Delta t \cdot \Delta S$. Число молекул, ударившихся о стенку и имеющих проекцию скорости V_x на ось Ox, будет равно:

$$N = \frac{n \cdot V}{2} = \frac{1}{2} n \cdot V_x \cdot \Delta t \cdot \Delta S, \tag{20}$$

коэффициент $\frac{1}{2}$ в формуле (20) определяется тем, что, в среднем, только половина всех молекул движется к стенке. Другая половина движется в обратную сторону. Учитывая (19) и (20), найдем полный импульс, переданный площадке ΔS за время Δt:

$$\Delta K = \Delta K_0 \cdot N = n m_0 V_x^2 \Delta S \Delta t \tag{21}$$

В формуле (21) следует учесть распределение молекул по скоростям и вместо V_x^2 взять среднее значение квадрата скорости $\overline{V_x^2}$. Подставляя (21) в формулу (18) и учитывая (16), окончательно получим

$$P = \frac{1}{3} n m_0 \overline{V^2} \tag{22}$$

где n – концентрация молекул в сосуде, m_0 – масса одной молекулы. Уравнение (22) – это и есть основное уравнение МКТ.

Если через $\bar{E}$ обозначить среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекулы $\bar{E} = \frac{m_0 \overline{V_x^2}}{2}$, то уравнение (22) можно записать в форме

$$P = \frac{2}{3} n \cdot \bar{E} \tag{23}$$

Давление идеального газа пропорционально произведению концентрации молекул на среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекул.

1.4. Температура и её измерение. Абсолютная температурная шкала

Все мы хорошо знаем различие между холодными и горячими телами. На ощупь мы определяем, какое тело нагрето сильнее, и говорим, что это тело имеет более высокую температуру. Таким образом, температура характеризует степень нагретости тела (холодное, теплое, горячее).

К определению понятия температуры можно прийти на основании следующих соображений. Если соприкасающиеся тела находятся в состоянии **теплового равновесия**, то есть не обмениваются энергией путем теплопередачи, то этим телам приписывается **одинаковая температура**.

Ряд свойств тел – объем, электрическое сопротивление и т.п. – зависят от температуры. Любое из этих свойств может быть использовано для количественного определения температуры.

Приведем тело, выбранное нами для измерения температуры, в тепловое равновесие с тающим льдом, припишем телу в этом случае температуру 0°. Пусть объем тела при температуре 0^o равен V_0. Затем приведем то же тело в тепловое равновесие с кипящей под атмосферным давлением водой. Припишем ему в этом состоянии значение температуры, равное 100^o, и определим соответствующий объем V_{100}. Принимая, что объем тела изменяется с температурой линейно, состоянию, в котором термометрическое тело имеет объем V, следует приписать температуру

$$t = \frac{V - V_0}{V_{100} - V_0} \cdot 100^o \qquad (24)$$

Установленная таким образом температурная шкала называется, как известно, **шкалой Цельсия**. Проградуировав описанным способом термометр, его можно использовать для измерения температуры, приводя в тепловое равновесие с тем телом, температура которого нас интересует, и производя отсчет величины объема термометрического тела (спирт, ртуть и др.).

Измерение температуры

Чаще всего на практике используют зависимость объема жидкости (ртути или спирта) от температуры. Шкалу Цельсия между точками 0 и 100 делят на 100 равных частей, называемых градусами. Перемещение столбика жидкости на одно деление соответствует изменению температуры на 1°С. Таким образом, приводя термометр в тепловое равновесие с исследуемым телом, можно измерить его температуру.

Абсолютная температурная шкала

В физике более удобна абсолютная температурная шкала, введенная на основе законов идеального газа.

Количественное исследование зависимости объема газа от температуры при неизменном давлении показало, что увеличение объема газа пропорционально приращению температуры, причем, для газов этот закон соблюдается гораздо лучше, чем для твердых и жидких тел. Поэтому при измерении температуры в широких пределах лучше пользоваться газовым термометром.

Из основного уравнения МКТ (23) следует:

$$P = \frac{2}{3} \cdot \frac{N}{\mathrm{V}} \cdot \overline{E}, \tag{25}$$

или

$$\frac{P\mathrm{V}}{N} = \frac{2}{3} \cdot \overline{E} \tag{26}$$

Если средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы $\overline{E}$ – одна и та же величина для всех газов в состоянии теплового равновесия, то и величина $\frac{P\mathrm{V}}{N}$ должна быть тоже одинаковой для всех газов. Опыт подтверждает это. Так при 0°С и нормальном атмосферном давлении при тепловом равновесии разных газов с тающим льдом получаем:

$$\frac{P\mathrm{V}}{N} = \Theta_0 = 3{,}76 \cdot 10^{-21}\ Дж \tag{27}$$

Если же сосуды с газами поместить в кипящую воду при нормальном атмосферном давлении, то отношение $\frac{P\mathrm{V}}{N} = \Theta_{100}$, по-прежнему, будет одним и тем же для всех газов, но больше, чем предыдущее. Как показывает опыт:

$$\frac{PV}{N} = \Theta_{100} = 5{,}14 \cdot 10^{-21}\,Дж \tag{28}$$

Можно, следовательно, утверждать, что величина Θ растет с повышением температуры. Более того, Θ ни от чего, кроме температуры, не зависит.

Будем считать величину Θ прямо пропорциональной температуре T, измеряемой в градусах:

$$\Theta = kT, \tag{29}$$

где k – коэффициент пропорциональности. Определенная равенством (29) температура называется **абсолютной**.

Абсолютную шкалу температур ввел ученый У.Кельвин. Нулевая температура по абсолютной шкале соответствует **абсолютному нулю**, а каждая единица температуры по этой шкале равна градусу по шкале Цельсия.

Определим коэффициент k в формуле (29) так, чтобы один кельвин (1К) равнялся градусу по шкале Цельсия (1^{o}С). Согласно (29):

$$\Theta_{100} - \Theta_0 = k \cdot (T_2 - T_1). \tag{30}$$

Так как $T_2 - T_1$=100К, Θ_0=3,76·10^{-21}Дж и Θ_{100}=5,14·10^{-21}Дж, то:

$$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\,\frac{Дж}{К}. \tag{31}$$

Эта константа называется **постоянной Больцмана**.

Так как при 0^{o}С величина kT_1 равна $3{,}76 \cdot 10^{-21}\,Дж$, то T_1=273,15К. Один кельвин и один градус шкалы Цельсия совпадают, поэтому абсолютная температура T будет связана с температурой t по шкале Цельсия соотношением:

$$T = t + 273{,}15, \tag{32}$$

при этом изменение абсолютной температуры ΔT равно изменению температуры по шкале Цельсия Δt: $\Delta T = \Delta t$.

Предельную температуру, при которой давление идеального газа обращается в нуль при фиксированном объеме или объем газа стремится к нулю при неизменном давлении, называют **абсолютным нулем температуры**. Ему соответствует по шкале

Цельсия температура $t = -273{,}15\,°C$. Это – самая низкая температура в природе.

1.5. Уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева – Клапейрона). Скорость молекул газа.

Состояние заданной массы газа определяется значениями трех параметров: давления р, объема V и температуры T. Эти параметры закономерно связаны друг с другом, так что изменение одного их них влечет за собой изменение других. Соотношение, определяющее связь между параметрами идеального газа, называется уравнением состояния этого газа. Переход из одного состояния (p_1, V_1, T_1) в другое (p_2, V_2, T_2) называется процессом. Для идеальных газов при одинаковом количестве вещества выполняется следующее соотношение между параметрами p, V, и T:

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} = const \tag{33}$$

Для произвольной массы газа справедлива формула:

$$pV = \frac{m}{M}RT, \tag{34}$$

где m – масса газа, M – молярная масса, R – универсальная газовая постоянная, равная R=8,31Дж/(моль·К).

Уравнение в форме (33) называется уравнением Клапейрона. Уравнение состояния в форме (34) впервые получено русским ученым Д.И. Менделеевым, поэтому его называют уравнением Менделеева – Клапейрона.

Запишем уравнение (34) в другой форме. Так как масса газа, находящегося в сосуде, $m=m_0N$, где m_0 – масса одной молекулы, N – число молекул, и $m_0 = \frac{M}{N_A}$ (смотри формулу (6)), то уравнение Менделеева – Клапейрона примет вид:

$$pV = \frac{N}{N_A}RT, \tag{35}$$

где N_A − число Авогадро. Учитывая определение концентрации (смотри формулу (17)), окончательно получим:

$$p = nkT, \tag{36}$$

где $k = \dfrac{R}{N_A} = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ Дж/К$ - постоянная Больцмана.

Из сравнения уравнений (36) и основного уравнения МКТ (23) получим

$$\bar{E} = \frac{3}{2}kT \qquad (37)$$

Таким образом, средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул прямо пропорциональна абсолютной температуре. Подставляя в уравнение (37) $\bar{E} = \dfrac{m_0\overline{V^2}}{2}$, получим выражение для средней квадратичной скорости:

$$\bar{V}_{ср.кв.} = \sqrt{\overline{V^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \qquad (38)$$

Вычислим по этой формуле среднюю квадратичную скорость молекулы азота при комнатной температуре:

$$T \approx 300K;\ M = 28 \cdot 10^{-3}\ кг/моль$$

$$\bar{V}_{ср.кв.} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8{,}31 \cdot 300}{28 \cdot 10^{-3}}}\ \frac{м}{с} \approx 500\ м/с$$

Опыты по определению скоростей молекул доказали справедливость формулы (38).

Идеальный газ при нормальных условиях

Нормальными условиями называются такие условия, при которых температура газа равна $t = 0^o C$, или $T=273K$, и давление равно нормальному атмосферному давлению $p_0 = 1{,}01 \cdot 10^5\ Па.$

Используем формулу (34) для определения объема, который будет занимать один моль газа при этих условиях.

Один моль газа при нормальных условиях займет объем, равный:

$$V_0 = \frac{RT_0}{p_0} = \frac{8{,}31 \cdot 273}{1{,}01 \cdot 10^5} = 22{,}4 \cdot 10^{-3}\ м^3 = 22{,}4\ л.$$

1.6. Изотермический, изохорный и изобарный процессы. Закон Дальтона

С помощью уравнения Менделеева – Клапейрона можно исследовать процессы идеального газа, в которых масса газа и один из трех параметров – давление, объем или температура – остаются неизменными. Процессы, протекающие при неизменном значении одного из параметров, называют **изопроцессами**.

Изопроцессы идеального газа можно получить из уравнения Менделеева – Клапейрона, однако исторически они экспериментально исследовались учеными еще в XVII веке.

Изотермический процесс был открыт экспериментально учеными Р. Бойлем и Э. Мариоттом. Согласно этому закону произведение давления газа на его объем при неизменной температуре остается постоянным:

$$pV = const \text{ при } T = const \tag{39}$$

Из выражения (34) следует, что эта константа равна $const = \frac{m}{M} RT$; тогда:

$$pV = const = \frac{m}{M} RT\,. \tag{40}$$

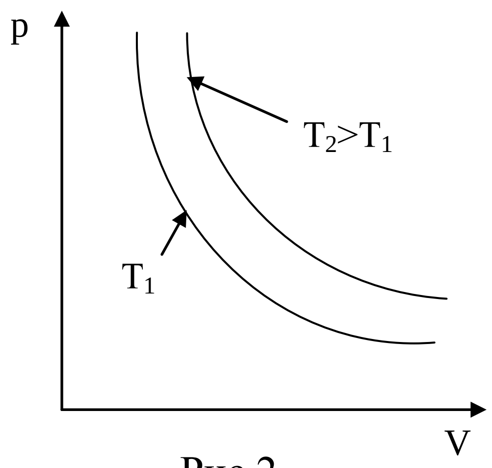

Рис.2

Графики, выражающие закон Бойля – Мариотта, изображены на рис.2. Это − семейство гипербол.

При изотермическом процессе давление газа изменяется пропорционально его плотности. Действительно:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{M}{RT} p = const \cdot p \tag{41}$$

Очевидно молекулярное толкование закона Бойля-Мариотта. Если плотность газа меняется, то во столько же раз меняется число молекул в 1 м^3. Поэтому при постоянстве температуры ($\overline{V^2} = const$) давление, оказываемое на стенки сосуда, будет прямо пропорционально числу молекул в единице объема, а, значит, и плотности, что является подтверждением (41).

Изобарный процесс. Процесс изменения состояния идеального газа при постоянном давлении называется изобарным. Уравнение изобарного процесса:

$$\frac{V}{T} = const = \frac{mR}{Mp} \quad \text{при } p = const. \qquad (42)$$

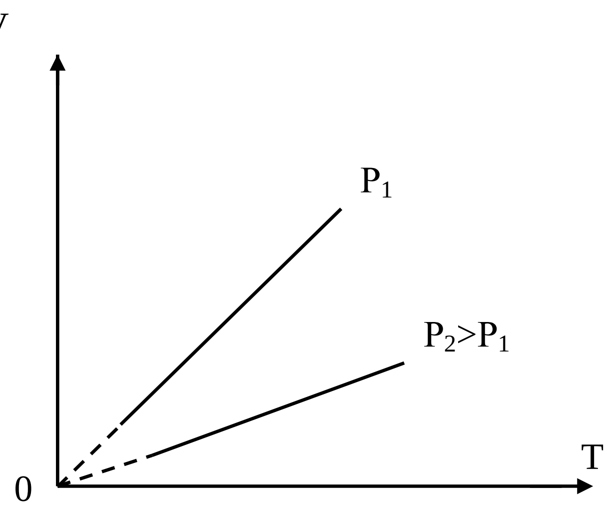

Рис.3

Этот закон был установлен экспериментально ученым Ж.Гей-Люссаком и носит название закон Гей-Люссака. Графики, выражающие закон Гей-Люссака, изображены на рис.3.

В области низких температур все изобары идеального газа сходятся в точке T=0. Но это не означает, что объем газа действительно обращается в нуль. Все газы при сильном охлаждении превращаются в жидкости. А к жидкостям уравнение состояния (34) неприменимо. Поэтому на рис.3 в области T~0 прямые продолжены пунктирными линиями.

Изохорный процесс. Процесс изменения состояния идеального газа при постоянном объеме называется изохорным. Уравнение изохорного процесса имеет вид:

$$\frac{p}{T} = const = \frac{m}{M}\frac{R}{V} \qquad \text{при } V = const \qquad (43)$$

Этот газовый закон был установлен физиком Ж.Шарлем и носит название закон Шарля.

Графики, отображающие закон Шарля, показаны на рис.4.

Пунктирные линии вблизи T=0 – это области нереализуемых состояний, где не выполняется закон (43).

С точки зрения молекулярной теории при неизменном объеме некоторой массы газа увеличение числа ударов молекул о

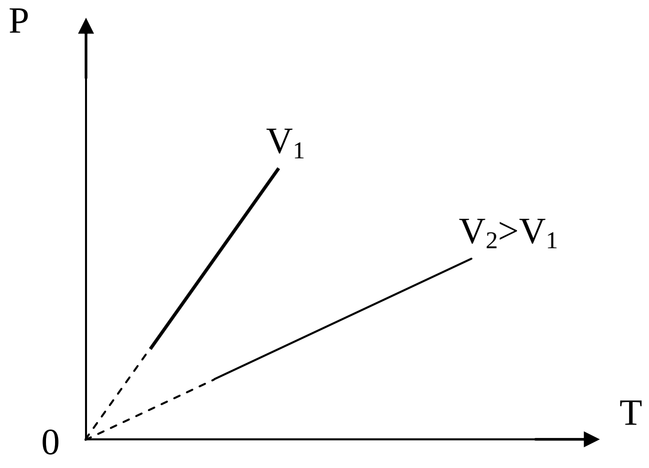

Рис.4

стенки сосуда могло произойти только при увеличении скорости молекул, то есть при увеличении температуры газа. При этом увеличивается давление, оказываемое на стенки сосуда.

Следует отметить, что рассмотренные выше газовые законы справедливы в том случае, когда газ находится при достаточно низких давлениях и не очень малых температурах, т.е. газ можно считать идеальным.

Закон Дальтона

Запишем уравнение Менделеева-Клапейрона в виде:

$$p = nkT$$

Это уравнение показывает, что давление идеального газа при данной температуре определяется только числом молекул в единице объема и не зависит от рода молекул.

Пусть у нас имеется смесь идеальных газов, не взаимодействующих друг с другом. Допустим, что их концентрации, соответственно, равны $n_1, n_2, n_3, ..., n_N$. Поэтому общее число молекул в единичном объеме равно:

$$n = n_1 + n_2 + n_3 + ... + n_N \tag{44}$$

Следовательно, общее давление смеси есть:

$$\begin{aligned} p = nkT &= (n_1 + n_2 + n_3 + ... + n_N)kT = \\ &= n_1kT + n_2kT + ... + n_NkT \end{aligned} \tag{45}$$

Поскольку всякий газ подчиняется уравнению (36), то:

$$p_1 = n_1kT,\ p_2 = n_2kT,\ \ldots,\ p_N = n_NkT \tag{46}$$

Здесь $p_1, p_2 ... p_N$ есть давления, которые оказывали бы газы смеси, если бы они заполняли весь данный объем по отдельности. Это давление называется парциальным. Поэтому из приведенных рассуждений вытекает закон Дальтона:

$$p = p_1 + p_2 + ... + p_N, \quad (47)$$

то есть давление смеси идеальных газов равно сумме парциальных давлений газов, входящих в смесь.

1.7. Внутренняя энергия идеального газа. Работа в термодинамике. Количество теплоты.

Внутренняя энергия макроскопического тела равна сумме кинетических энергий беспорядочного движения всех молекул (или атомов) и потенциальных энергий взаимодействия всех молекул друг с другом.

Вычислить внутреннюю энергию тела, учитывая движение отдельных молекул, практически невозможно из-за огромного числа молекул в макроскопических телах. Поэтому необходимо уметь определять значение внутренней энергии в зависимости от макроскопических параметров, которые можно непосредственно измерить.

Внутренняя энергия идеального одноатомного газа

Опыт показывает, что внутренняя энергия идеального газа зависит только от температуры:

$$U \sim T \quad (48)$$

Отсутствие зависимости внутренней энергии от занимаемого газом объема указывает на то, что молекулы идеального газа подавляющую часть времени не взаимодействуют друг с другом. Взаимодействие молекул происходит только тогда, когда они сближаются на очень малое расстояние. Однако такие столкновения в разреженном газе происходят редко. Подавляющую часть времени каждая молекула проводит в свободном полете.

Наиболее прост по своим свойствам одноатомный газ, состоящий из отдельных атомов, а не молекул. Вся внутренняя энергия такого идеального газа представляет собой кинетическую энергию беспорядочного поступательного движения атомов.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения одного атома, согласно (37), есть:

$$\overline{E} = \frac{3}{2}kT$$

где k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура.

Внутренняя энергия одного моля одноатомного идеального газа равна:

$$U_M = N_A \cdot \bar{E} = \frac{3}{2} N_A kT = \frac{3}{2} RT \qquad (49)$$

Внутренняя энергия произвольной массы одноатомного газа равна:

$$U = \nu U_M = \frac{3}{2}\frac{m}{M} RT \qquad (50)$$

Если идеальный газ состоит из более сложных молекул, чем одноатомный, то его внутренняя энергия также пропорциональна абсолютной температуре, только коэффициент пропорциональности другой. Это связанно с тем, что движение таких молекул представляет собой суперпозицию поступательного и вращательного движений.

Внутренняя энергия является функцией состояния. Это означает, что при переходе из одного состояния в другое изменение внутренней энергии будет равно разности значений внутренней энергии в этих состояниях, независимо от вида процесса при переходе из одного состояния в другое.

Работа газа в термодинамике

Вычислим работу расширения A' идеального газа, находящегося в сосуде под подвижным поршнем (см. рис. 5).

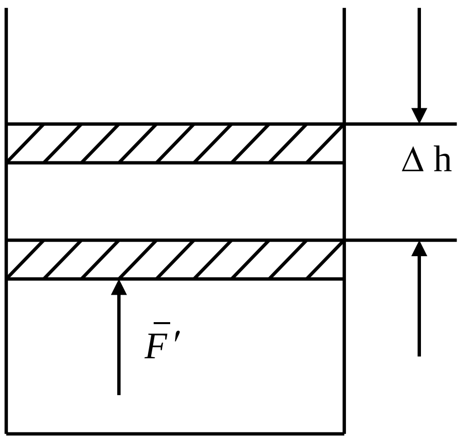

Рис.5

Модуль силы, действующей со стороны газа на поршень, равен:

$$F' = pS, \qquad (51)$$

где p – давление газа, S – площадь поверхности поршня. Пусть газ расширяется, и поршень смещается в направлении силы $\vec{F}'$ на малое расстояние Δh. Если Δh − мало, то давление газа можно считать постоянным. Тогда работа, совершаемая газом при расширении, будет равна:

$$A' = F'\Delta h = pS\Delta h = p\Delta V, \qquad (52)$$

где $\Delta V = V_2 - V_1$ – изменение объема газа. При расширении газ совершает положительную работу. Если газ сжимается, то работа отрицательна, следовательно, работа A внешних сил над газом равна $A = -A'$.

Геометрическое толкование работы при расширении газа

Построим графики зависимости давления газа от объема для изобарного (рис.6) и изотермического (рис.7) процессов.

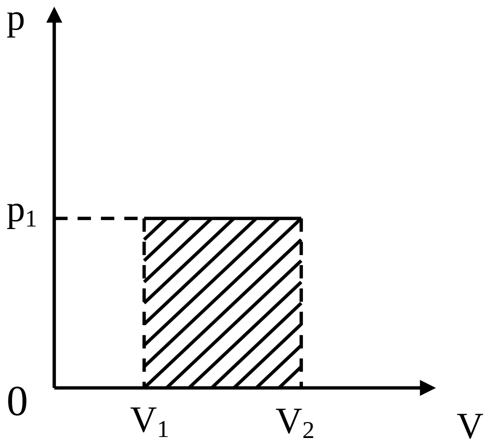

Рис.6

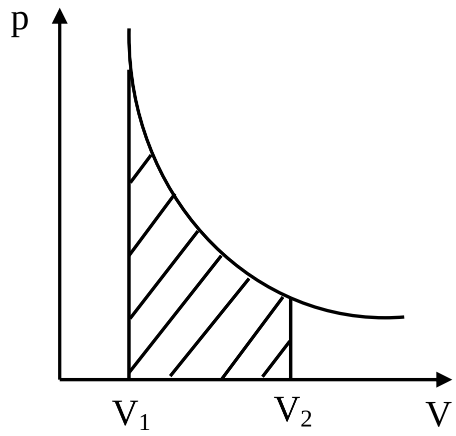

Рис.7

Работа, совершаемая газом при расширении от объема V_1 до объема V_2, очевидно, равна **площади под кривой** зависимости $p(V)$.

Количество теплоты

Внутренняя энергия тела меняется при нагревании или охлаждении, при парообразовании и конденсации, при плавлении и кристаллизации. Во всех случаях телу передается или от него отнимается некоторое количество теплоты.

Процесс передачи энергии от одного тела к другому без совершения работы называется теплообменом или теплопередачей.

Количественную меру изменения внутренней энергии при теплообмене называют количеством теплоты.

При теплообмене не происходит превращения внутренней энергии из одной формы в другую, часть внутренней энергии горячего тела передается холодному телу.

Удельная теплота парообразования

Для превращения жидкости в пар (газ) необходима передача ей определенного количества теплоты. Температура жидкости при таком превращении не меняется.

Количество теплоты, необходимое для превращения 1 кг жидкости в пар при постоянной температуре, называется **удельной теплотой парообразования**. Тогда количество тепла, которое нужно сообщить жидкости массой m, чтобы превратить ее в пар, равно:

$$Q_{пар.} = rm, \tag{53}$$

где r – удельная теплота парообразования, m – масса жидкости. При конденсации пара выделяется такое же тепло:

$$Q_{конд.} = -rm. \tag{54}$$

1.8. Кристаллические и аморфные тела. Удельная теплота плавления и удельная теплота сгорания.

Твердые тела отличаются от жидких тел тем, что в твердых телах возникают значительные упругие силы как при небольших изменениях объема (сжатие и растяжение), так и при небольших изменениях формы (сдвиг), не сопровождающихся изменением объема. В жидкостях же такие сдвиги (изменения формы) не сопровождаются возникновением упругих сил.

Твердые тела могут существовать в двух существенно различных состояниях, отличающихся своим внутренним строением, что приводит к различию многих их свойств. Это – **кристаллическое** и **аморфное** состояния твердых тел.

Наконец, к твердым телам можно отнести так называемые **полимеры** – тела, молекулы которых состоят из десятков и сотен тысяч атомов, что обусловливает их особые свойства, в частности, способность к сравнительно большим деформациям.

Кристаллические тела

У кристаллических веществ имеются естественные грани, образующие между собой определенные углы, у разных веществ, вообще говоря, разные. Наличие таких естественных граней служит признаком того, что вещество находится в кристаллическом состоянии. Иногда весь кусок вещества представляет собой один кристалл.

Примером этого могут служить крупинки сахарного песка.

Такие тела называются **монокристаллами,** или просто **кристаллами**.

В других случаях тело представляет собой множество мелких, причудливым образом сросшихся между собой кристаллов. Примером этого может служить кусок любого металла. Такие тела называют **поликристаллическими**.

Наиболее общим признаком кристаллического состояния вещества является различие физических свойств тела по разным направлениям: это относится и к механической прочности, и к теплопроводности, и к неодинаковому тепловому расширению вдоль разных направлений кристалла.

Оптические и электрические свойства кристаллов также зависят от направления. Все вышесказанное относится к монокристаллам.

В поликристаллах не наблюдается различия в свойствах по разным направлениям. Объясняется это тем, что по любому направлению встречается множество кристаллов, повернутых самым различным образом. Итак, поликристаллическое тело по своим свойствам похоже на некристаллическое тело.

Аморфные тела

Второй вид твердого состояния – аморфное состояние – резко отличается от кристаллического. Тепловые, электрические, оптические и другие свойства аморфных тел оказываются совершенно одинаковыми, независимо от направления.

Аморфное состояние вещества является неустойчивым. По прошествии некоторого времени аморфное вещество переходит в кристаллическое. Нередко, однако, это время бывает весьма значительным и измеряется годами и десятилетиями.

Наиболее важный пример аморфного состояния представляет собой стекло. Аморфными являются канифоль, смола, сахарный леденец и многие другие тела.

Если кристаллические вещества имеют определенные температуры плавления, то аморфные тела размягчаются при повышении температуры постепенно.

Удельная теплота плавления

При плавлении кристаллического тела вся подводимая к нему теплота идет на увеличение потенциальной энергии молекул, при этом совершается работа, связанная с разрывом связей между атомами, существовавшими в кристаллах. Кинетическая энергия молекул не меняется, так как плавление происходит при постоянной температуре.

Для того чтобы расплавить кристаллическое тело массой m, необходимо количество теплоты, равное:

$$Q_{плавл.} = \lambda m, \qquad (55)$$

где λ − удельная теплота плавления, равная количеству теплоты, необходимого для превращения 1 кг кристаллического вещества при температуре плавления в жидкость той же температуры. Количество теплоты, выделяемое при кристаллизации тела, равно:

$$Q_{крист.} = -\lambda m \qquad (56)$$

Удельная теплота сгорания

При полном сгорании топлива массы m выделяется тепло

$$Q_{сгор.} = qm, \qquad (57)$$

где q – удельная теплота сгорания топлива.

1.9. Первый закон термодинамики. Теплоемкость вещества. Применение первого закона термодинамики к изопроцессам идеального газа.

Первый закон термодинамики – это закон сохранения энергии, распространенный на тепловые явления. Он показывает, от каких величин зависит изменение внутренней энергии газа.

Можно дать следующие формулировки этого закона:

1). Изменение внутренней энергии системы при переходе из одного состояния в другое равно сумме работы внешних сил и количества теплоты, переданного системе:

$$\Delta U = A + Q. \qquad (58)$$

2). Количество теплоты, переданное системе, идет на изменение ее внутренней энергии и на совершение системой работы над внешними телами:

$$Q = \Delta U + A' \qquad (59)$$

В (58) A – это работа внешних сил, совершенная над термодинамической системой, а в (59) A' − работа, совершаемая самой системой, поэтому, очевидно, $A' = -A$.

Следует отметить, что ни работа, ни теплота, в отличие от внутренней энергии, не являются функциями состояния. Они зависят от вида процесса, по которому система переходит из одного состояния в другое.

Невозможность создания вечного двигателя

Из первого закона термодинамики вытекает невозможность создания вечного двигателя – устройства, способного совершать неограниченное количество работы без затрат топлива или каких-либо других материалов. Если к системе не поступает теплота ($Q = 0$), то работа A может быть совершена только за счет убыли внутренней энергии. После того как запас энергии окажется исчерпанным, двигатель перестает работать.

Теплоемкость

Теплоемкостью тела называется величина, равная количеству тепла, которое нужно сообщить телу, чтобы повысить его температуру на один кельвин:

$$C_{тела} = \frac{\Delta Q}{\Delta T}. \tag{60}$$

Эта величина измеряется в джоулях на кельвин (Дж/К).

Для нагревания тела массой m от температуры T_1 до температуры T_2 необходимо передать ему количество теплоты, равное:

$$Q = cm(T_2 - T_1) = cm\Delta T, \tag{61}$$

где c – удельная теплоемкость тела. Из формулы (61) следует определение удельной теплоемкости: **удельная теплоемкость** – это количество теплоты, которое необходимо сообщить телу, массой 1кг, чтобы нагреть его на 1К.

Для газов вводится понятие **молярной теплоемкости**: это количество тепла, которое необходимо сообщить одному молю газа, чтобы нагреть его на 1К.

Связь молярной и удельной теплоемкости определяется формулой

$$C = c \cdot M, \tag{62}$$

где C – молярная теплоемкость, c – удельная теплоемкость, M – молярная масса газа.

Удельная и молярная теплоемкости зависят не только от свойств вещества, но и от того, при каком процессе осуществляется теплопередача. Так если нагревать газ при постоянном давлении, то он будет расширяться и совершать работу. Поэтому для нагревания газа на 1К при постоянном давлении ему нужно передать большее количество теплоты, чем для нагревания его на 1К при постоянном объеме, когда работа не совершается.

Применение первого закона термодинамики к изопроцессам идеального газа

Запишем уравнение первого закона термодинамики (59), изменение внутренней энергии для произвольной массы одноатомного газа (50) и уравнение состояния идеального газа (34) в форме Менделеева-Клапейрона:

$$Q = \Delta U + A',$$

$$\Delta U = \frac{m}{M}\frac{3}{2}R\Delta T,$$

$$pV = \frac{m}{M}RT,$$

и рассмотрим изопроцессы идеального газа с использованием этих формул.

Изотермический процесс (T=const)

При изотермическом процессе внутренняя энергия идеального газа не меняется (см. формулу (50)). Согласно первому закону термодинамики, в этом случае:

$$Q = A', \tag{63}$$

то есть все переданное газу количество теплоты идет на совершение работы. Если газ получает теплоту ($Q > 0$),то он совершает положительную работу. Если же газ отдает теплоту окружающей среде, то $Q < 0$ и $A'<0$. Работа внешних сил над газом A в последнем случае положительна.

Для общего развития дадим без вывода формулу работы газа при изотермическом расширении. Как следует из рис. 7, она численно равна площади под гиперболой:

$$A'_{1,2} = \frac{m}{M}RT\ln\frac{V_2}{V_1}. \tag{64}$$

Формально можно считать, что теплоемкость газа при изотермическом процессе равна $c_{изотерм.} = \infty$, т.к. $\Delta T = 0$.

Изохорный процесс (V=const)

При изохорном процессе объем газа не меняется, и поэтому работа газа равна нулю. В этом случае:

$$Q = \Delta U \tag{65}$$

Если газ нагревается, то $\Delta U > 0$, и его температура увеличивается. Используя формулы (61), (62) и (50), получим выражения для удельной (66) и молярной теплоемкости (67) при постоянном объеме для одноатомного газа:

$$c_V = \frac{3}{2M} R, \tag{66}$$

$$C_V = \frac{3}{2} R \tag{67}$$

Изобарный процесс (p=const)

При изобарном процессе передаваемое газу количество теплоты идет на изменение его внутренней энергии и на совершение им работы при постоянном давлении:

$$Q = \Delta U + A', \tag{68}$$

где

$$\Delta U = \frac{m}{M} \frac{3}{2} R \Delta T = \frac{m}{M} C_V \Delta T \tag{69}$$

Работу при изобарном расширении газа от объема V_1 до V_2 можно найти, используя уравнение Менделеева-Клапейрона. Запишем его для состояний (p, V_2, T_2) и (p, V_1, T_1):

$$pV_2 = \frac{m}{M} RT_2 \tag{70}$$

$$pV_1 = \frac{m}{M} RT_1 \tag{71}$$

Вычитая из уравнения (70) уравнение (71), получим:

$$A' = p(V_2 - V_1) = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1) = \frac{m}{M} R \Delta T \tag{72}$$

Подставляя (69) и (72) в (68), получим:

$$Q = \frac{m}{M} C_V \Delta T + \frac{m}{M} R\Delta T \text{, или} \tag{73}$$

$$Q = \frac{m}{M} C_p \Delta T, \tag{74}$$

где C_P − молярная теплоемкость газа при постоянном давлении:

$$C_P = C_V + R \tag{75}$$

Соотношение (75) называется **уравнением Майера**. Формула (75) справедлива не только для одноатомных газов, но и для любых идеальных газов, состоящих из многоатомных молекул.

Для одноатомных идеальных газов молярные теплоемкости равны:

$$C_V = \frac{3}{2} R; \quad C_P = \frac{5}{2} R. \tag{76}$$

Из уравнения Майера следует, что универсальная газовая постоянная R численно равна работе, которую совершает моль идеального газа при повышении его температуры на один Кельвин при постоянном давлении.

1.10. Адиабатный процесс

Адиабатным называется процесс, протекающий без теплообмена с внешней средой (Q=0).

При адиабатном процессе, согласно первому закону термодинамики, изменение внутренней энергии происходит только за счет совершения работы:

$$\Delta U = -A'. \tag{77}$$

Конечно, нельзя окружить систему оболочкой, абсолютно не допускающей теплопередачу. Но в ряде случаев можно считать реальные процессы очень близкими к адиабатным. Для этого они должны протекать достаточно быстро: так, чтобы за время процесса не произошло заметного теплообмена между системой и окружающими телами.

Так как внутренняя энергия одноатомного газа равна $U = \frac{m}{M} \cdot \frac{3}{2} \cdot RT$ (см.(50)), то ее изменение при изменении температуры определяется как:

$$\Delta U = \frac{m}{M} \cdot \frac{3}{2} \cdot R \cdot (T_2 - T_1), \quad (78)$$

где T_2 и T_1 – конечная и начальная температура газа, соответственно.

Как видно из уравнения (77), при адиабатном сжатии газа ($A' < 0$) внутренняя энергия увеличивается, что сопровождается увеличением температуры газа. Если газ совершает положительную работу, то есть расширяется ($A' > 0$), то его температура уменьшается. Адиабатное охлаждение газов при их расширении используется в машинах для сжижения газов.

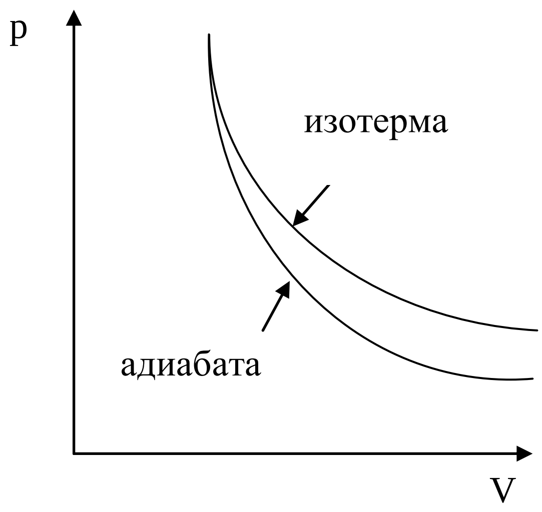

Рис.8

Используя первый закон термодинамики для адиабатного процесса (77) и уравнение состояния идеального газа, можно найти **уравнение адиабаты**, например, в переменных (*p, V*):

$$pV^{\gamma} = const, \quad (79)$$

где *p* – давление газа, *V* – его объем, $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ – так называемый **показатель адиабаты**. Так как $C_P > C_V$, то $\gamma > 1$. Уравнение (77) называется **уравнением Пуассона** для адиабатного процесса.

На рис. 8 представлены зависимости давления от объема для изотермы и адиабаты при одном и том же начальном состоянии газа. Видно, что адиабата идет круче изотермы. Для адиабатного процесса теплоемкость равна нулю, так как $\Delta Q = 0$.

1.11. Уравнение теплового баланса

Если внутри системы, состоящей из нескольких тел, происходит теплообмен в условиях тепловой изоляции от других тел и при равенстве нулю работы внешних сил, то суммарное изменение внутренней энергии такой системы равно нулю:

$$\Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_3 + ... = 0 \qquad (81)$$

Если изменения внутренней энергии тел системы происходят только в результате теплообмена между ними, то на основании первого закона термодинамики можно записать:

$$\Delta U_1 = Q_1; \Delta U_2 = Q_2; ...$$

Отсюда:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + ... = 0 \qquad (82)$$

Это уравнение называется **уравнением теплового баланса**. Здесь $Q_1, Q_2 Q_3, ...$- количества теплоты, полученные или отданные телами. Они определяются формулой (61) или формулами (53)÷(46), если происходит изменение агрегатных состояний тел, то есть когда твердое тело переходит в жидкое состояние, жидкое – в газообразное или наоборот.

Уравнение теплового баланса вначале было открыто экспериментально при наблюдении теплообмена между телами, находящимися в калориметре.

Калориметр представляет собой металлический сосуд, имеющий форму стакана. Этот сосуд снабжен теплоизолирующей крышкой. Его ставят на пробки, помещенные в другой большой сосуд, так что между обоими сосудами остается слой воздуха. Все эти предосторожности уменьшают отдачу тепла окружающим телам.

С помощью калориметра, пользуясь уравнением теплового баланса, можно экспериментально определить теплоемкость любого тела.

Например, это можно сделать следующим образом. Внутренний сосуд наполняют водой, масса которой $m_в$ и начальная температура T_0 известны. Затем исследуемое тело нагревают до температуры T_1 и опускают в воду. Закрывают крышку калориметра и, помешивая мешалкой, которая входит в устройство калориметра, ждут, пока температура в калориметре установится. Измеряют эту температуру T. Тогда из уравнения теплового баланса следует:

$$cm(T_1 - T) = c_в m_в (T - T_0) + c_к m_к (T - T_0), \tag{83}$$

где c – удельная теплоемкость исследуемого тела, m – его масса, $c_к$ – удельная теплоемкость калориметра и мешалки, $m_к$ – их масса. Тогда из (83) следует, что:

$$c = \frac{(T - T_0)(c_в m_в + c_к m_к)}{(T_1 - T)m}. \tag{84}$$

1.12. Испарение и конденсация. Насыщенные и ненасыщенные пары. Влажность воздуха. Кипение жидкости. Зависимость температуры кипения от давления.

На границе жидкости и газа могут идти два процесса: переход молекул из жидкости в пространство над ее поверхностью (испарение) и обратно – превращения пара в жидкость (конденсация). Если процесс парообразования происходит в закрытом сосуде, то по истечении некоторого времени количество жидкости перестает убывать, хотя как испарение, так и конденсация постоянно имеют место. Это означает, что в сосуде наступает динамическое равновесие между процессами парообразования и конденсации: число молекул, покидающих жидкость, равно числу возвращающихся молекул. Такое состояние называется **насыщением** и соответствует максимальной концентрации пара данной жидкости в пространстве над ней при данной температуре. Пар, находящийся в динамическом равновесии со своей жидкостью, называется **насыщенным**.

Введем физические величины, количественно характеризующие содержание водяных паров в воздухе. Первая из них – **абсолютная влажность воздуха**, под которой понимают плотность ρ (масса пара в 1 м^3 воздуха) или парциальное давление p содержащегося в воздухе водяного пара.

Отношение давления (или плотности) водяного пара, содержащегося в воздухе при данной температуре, к давлению p_0 (или плотности ρ_0) насыщенного водяного пара при той же температуре, называется **относительной влажностью воздуха φ**:

$$\varphi = \frac{\rho}{\rho_0} \cdot 100\% \quad (\text{или}\, \varphi = \frac{p}{p_0} \cdot 100\%) \tag{85}$$

Так как давление насыщенного пара уменьшается с понижением температуры, при охлаждении воздуха находящийся в нем водяной пар при некоторой температуре становится насыщенным. Температура, при которой находящийся в воздухе водяной пар становится насыщенным, называется **точкой росы**. В этом случае относительная влажность равна 100%.

Для определения влажности воздуха пользуются **гигрометром** и **психрометром.**

Основной частью **гигрометра** является обезжиренный человеческий волос, обладающий способностью удлиняться при увеличении относительной влажности воздуха. Проградуированный соответствующим образом он определяет относительную влажность воздуха. Если одновременно с этим измеряется и температура воздуха, то можно определить абсолютную влажность воздуха и давление водяного пара.

Психрометр состоит из двух одинаковых термометров, один из которых смачивается водой, другой – сухой. Разница между показаниями термометров тем больше, чем больше отличается давление водяного пара, содержащегося в воздухе, от давления насыщенного пара. По показаниям термометров при помощи_психрометрических таблиц находят давление водяного пара и относительную влажность.

Кипение жидкости.
Зависимость температуры кипения от давления

Поместим стеклянный сосуд с холодной водой на горелку и будем наблюдать. По мере увеличения температуры воды интенсивность испарения увеличивается. Наконец, вода начинает кипеть. При кипении по всему объему воды образуются быстро растущие пузырьки пара, которые всплывают на поверхность. Температура кипения воды остается постоянной. Это происходит потому, что вся подводимая к воде энергия расходуется на превращение ее в пар.

При каких условиях начинается кипение? С увеличением температуры воды дно и стенки сосуда покроются пузырьками, которые удерживаются на активных центрах сосуда. Активными центрами являются чужеродные включения, микроскопические углубления или микропоры на стенках сосуда, заполненные растворенными в воде газами.

Пары воды, которые находятся внутри пузырьков, являются насыщенными. При дальнейшем увеличении температуры давление насыщенных паров возрастает, и пузырьки увеличиваются в размерах. Под действием выталкивающей силы они всплывают наверх. Если верхние слои жидкости еще не прогрелись и имеют более низкую температуру, то в этих слоях происходит конденсация пара в пузырьках. Давление быстро падает, и пузырьки «схлопываются». Это «схлопывание» пузырьков сопровождается звуками: закипающая вода «шумит».

Наконец, вода прогреется в достаточной мере. Тогда поднимающиеся пузырьки уже не уменьшаются в размерах и лопаются на поверхности, выбрасывая пар во внешнее пространство. «Шум» прекращается, и начинается «бульканье» − вода закипела. Термометр, помещенный в пар над кипящей водой, все время, пока вода кипит, показывает одну и ту же температуру, около 100°С.

Кипение начинается при температуре, при которой давление насыщенного пара в пузырьках сравнивается с давлением в жидкости.

У каждой жидкости − своя температура кипения. Чем больше внешнее давление, тем выше температура кипения данной жидкости. Это используется в автоклавах (герметически закрытых сосудах) при стерилизации хирургических инструментов и др., так как в автоклавах температура кипения воды намного выше 100°С, и бактерии, живущие при t = 100°С, погибают при больших температурах.

Наоборот, при уменьшении внешнего давления температура кипения понижается. Так на высоте 7134м (пик Ленина на Памире) давление равно $4\cdot10^4$Па. Вода кипит там примерно при 70°С.

Зависимость давления насыщенного пара от температуры объясняет, почему температура кипения жидкости зависит от давления на ее поверхности. Пузырек пара может расти, когда давление насыщенного пара внутри него немного превосходит давление в жидкости, которое складывается из давления воздуха на поверхности жидкости (внешнее давление) и гидростатического давления столба жидкости.

1.13. Циклические процессы. Тепловые двигатели и холодильные машины. К.П.Д. теплового двигателя. Цикл Карно.

Основное назначение большинства тепловых машин состоит в превращении внутренней энергии топлива в механическую энергию, то есть механическая работа совершается за счет количества теплоты, получаемого при сжигании топлива.

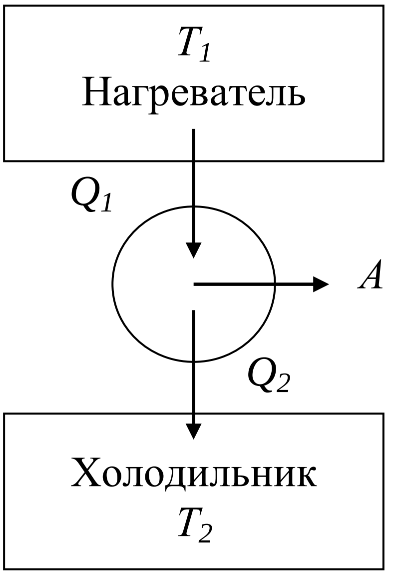

Рис.9

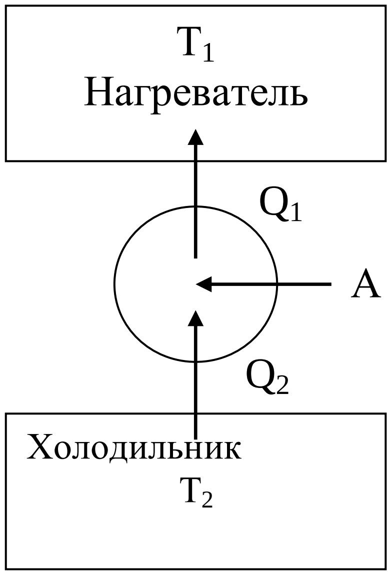

Рис.10

Устройство, от которого рабочее тело получает количество теплоты, называется **нагревателем**. Для того, чтобы создать тепловую машину периодического действия, необходимо вернуть расширившийся газ в исходное состояние, т.е. сжать. При этом работа, совершаемая при сжатии газа, должна быть меньше той, что затрачена при расширении. Для этого газ нужно предварительно охладить. Следовательно, для периодической работы тепловой машины необходима еще одна составляющая часть – **холодильник.**

На рис.9 и 10 изображены, соответственно, идеализированные схемы работы всякой тепловой и холодильной машин с двумя тепловыми резервуарами.

Тепловая машина периодически возвращается в исходное состояние, т.е. работает циклами. Нагреватель передает рабочему веществу теплоту Q_1 при высокой температуре T_1. Часть тепла Q_2 передается холодильнику при более низкой температуре T_2. При этом рабочим веществом совершается работа A.

Холодильная машина также работает циклами, но процессы идут в обратном, по сравнению с тепловой машиной, направлении. Рабочее вещество забирает количество тепла Q_2 от холодильника при температуре T_2 и отдает количество теплоты Q_1 при более высокой температуре T_1 нагревателю. При этом затрачивается работа A.

Коэффициент полезного действия η любой тепловой машины определяется как:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} \tag{86}$$

Эффективность холодильной машины характеризуется коэффициентом ε, который определяется как отношение отнятого от холодильника тепла Q_2 к работе A, которая затрачивается на приведение машины в действие:

$$\varepsilon = \frac{Q_2}{|A|} = \frac{|Q_2|}{|Q_1| - |Q_2|} \tag{87}$$

Цикл Карно

Тепловая машина, работающая по циклу Карно, имеет максимальный К.П.Д. Цикл Карно состоит из двух изотермических и двух адиабатных процессов. График цикла в переменных (p, V) изображен на рис. 11.

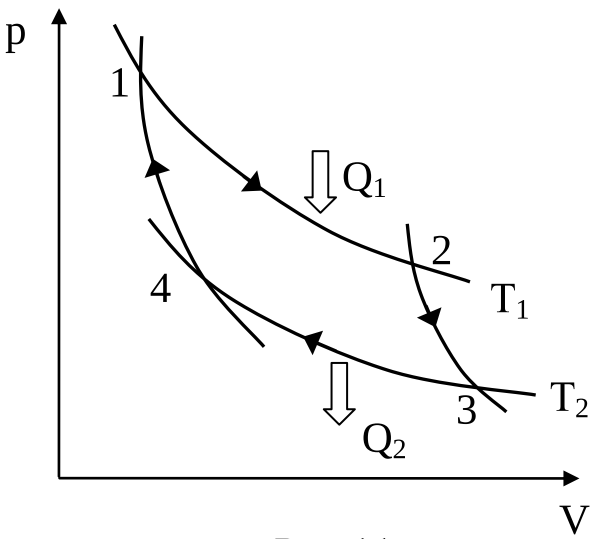

Рис.11

Процесс 1-2 − изотермический при температуре T_1. Газ получает от нагревателя тепло Q_1. Процесс 2-3 − адиабатный. Расширяясь адиабатно, газ охлаждается до температуры

T_2. Процесс 3-4 − изотермический. Газ отдает холодильнику тепло Q_2 при температуре T_2. Процесс 4-1 − адиабатный, газ возвращается в исходное состояние.

К.П.Д. цикла Карно равен:

$$\eta_{\max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \qquad (88)$$

Тепловая машина, работающая по любому другому циклу, имеет К.П.Д., меньший, чем К.П.Д. цикла Карно, определяемый соотношением (88).

Отметим, что холодильный коэффициент машины, работающей по обратному циклу Карно, равен:

$$\varepsilon = \frac{T_2}{T_1 - T_2}. \qquad (89)$$

2. ЗАДАЧИ

2.1 Задачи с решениями

2.1.1. Условия задач

1. Газ массой 58,5 г находится в сосуде объемом 5 л. Концентрация молекул газа равна $2{,}2 \cdot 10^{26}$ м$^{-3}$. Чему равна относительная молярная масса этого газа? Какой это газ?

2. Один моль идеального газа нагревается при постоянном давлении p= 100 кПа. На сколько повысится температура газа, если его объем увеличится с 5 л до 10 л?

3. При нагревании идеального газа на 1К при постоянном давлении его объем увеличился на 1/300 первоначального объема. Найти начальную температуру газа.

4. В сосуде объемом V=0,5л находится идеальный газ при давлении $p_0=10^5$Па и температуре $t=27^{\circ}$C. Сколько молекул газа ΔN нужно выпустить из сосуда при постоянной температуре, чтобы давление уменьшилось в 2 раза? Постоянная Больцмана $k=1{,}38 \cdot 10^{-23}$Дж/К.

5. Внутри закрытого с обоих концов горизонтального цилиндра имеется поршень, который скользит в цилиндре без трения. С одной стороны поршня находится 3г водорода, а с другой – 17г азота. Какую часть объема цилиндра занимает водород? Температура газов одинакова. Молярная масса водорода $M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3}\ \dfrac{кг}{моль}$, молярная масса азота $M_{N_2} = 28 \cdot 10^{-3}\ \dfrac{кг}{моль}$.

6. Какая масса азота протекает в одну секунду по трубке, если объемный расход газа 0,1 м^3/с? Давление азота в трубке p=8$\cdot$10^4 Па, температура 300 К. Молярная масса азота 28$\cdot$10^{-3} кг/моль.

7. Найти температуру воздуха внутри воздушного шара объемом 3 м^3 и массой 0,2 кг, если шар парит в воздухе с температурой 10^{0}С и давлением 100 кПа. Молярная масса воздуха 29$\cdot$10^{-3} кг/моль.

8. Из сосуда объемом V насосом, объем рабочей камеры которого в 100 раз меньше объема сосуда, откачивают воздух. Первоначальное давление в сосуде p_0. Определить давление p в сосуде после 100 ходов поршня в насосе.

9. В вертикально расположенном цилиндре с площадью основания $S=40см^2$ под поршнем массой $m=0,2кг$ находится столб воздуха высотой $h=60см$. На сколько опустится поршень, если на него поставить гирю массой $M=10кг$? Атмосферное давление равно $P_0=10^5Па$. Температура воздуха под поршнем остается постоянной.

10. Открытую с обоих концов узкую цилиндрическую трубку длиной 100см погружают до половины в ртуть. Затем закрывают верхний конец трубки и вынимают ее из ртути. Какой длины столбик ртути останется в трубке? Плотность ртути *13,6 г/см*^{3}.

11. Запаянная с одного конца трубка длиной 75 см погружается в воду открытым концом до тех пор, пока ее запаянный конец не окажется на одном уровне с поверхностью воды. Начальная температура воздуха в трубке 330 К. На каком расстоянии от запаянного конца трубки будет уровень воды в ней, когда температура воздуха сравняется с температурой воды, если температура воды 300 К, атмосферное давление 100 кПа? Плотность воды равна 1000 кг/м^3.

12. В запаянную с одного конца U- образную трубку налита вода, причем за счет присутствия в трубке воздуха разность уровней воды в коленах трубки оказалась равной h=10 см, и уровень воды в открытом колене на h_0=2 см ниже конца запаянного колена. Во сколько раз нужно изменить температуру воздуха в запаянном колене трубки, чтобы разность уровней воды в ее коленах уменьшилась вдвое? Плотность воды ρ=10^3 кг/ м^3, атмосферное давление P_0=10^5 Па.

13. Стеклянная трубка, запаянная с одного конца, расположена горизонтально. В трубке находится воздух, отделенный от атмосферы столбиком ртути длиной 10 см. Трубку начинают двигать равноускоренно с ускорением 10 м/с^2 в направлении ее оси, сначала - в сторону запаянного конца, а затем - в противоположную. Определить величину атмосферного давления, если в первом случае длина воздушного столбика в трубке в n=1,3 раза больше, чем во втором. Температура воздуха постоянна. Плотность ртути ρ= $13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3.

14. На дне прочного цилиндра, заполненного воздухом, лежит полый стальной шарик радиусом r=2см и массой $m_ш$=5г. До какого давления надо сжать газ, чтобы шарик поднялся наверх? Считать воздух идеальным газом. Температура воздуха T=300К. Молярная масса воздуха $M = 29 \cdot 10^{-3}\,\dfrac{кг}{моль}$.

15. Два одинаковых сосуда, содержащих одинаковое количество атомов гелия, соединены краном. В первом сосуде средняя скорость атомов равна 10^3 м/с, во втором – $2 \cdot 10^3$ м/с. Какова будет средняя скорость атомов гелия через некоторое время после открытия крана?

16. В комнате объемом 200 м^3 при температуре 20^{0}С относительная влажность воздуха 60%. Определить массу водяных паров в воздухе комнаты. Давление насыщенных паров при 20^{0}С равно 2,3 кПа.

17. В сосуде объемом V=100 л при температуре t=30^{0}С находится воздух с относительной влажностью φ=30%. Какова будет относительная влажность при той же температуре, если в сосуд дополнительно испарить Δm= 1 г воды? Давление насыщенных паров при 30^0С составляет 4,2 кПа. Молярная масса воды 18 г/моль. Универсальная газовая постоянная R= 8,3 Дж/(моль К).

18. На сколько изменится сила натяжения троса, удерживающего воздушный шар объемом 20 м^3, при увеличении относительной влажности наружного воздуха на 20% при температуре 27^0С? Давление насыщенного пара при 27^0С равно 3,55 кПа.

19. В теплоизолированный сосуд помещают 0,5 кг льда при температуре -15^0С и 0,2 кг воды при температуре 80^0С. Какая температура установится в сосуде, и что будет в нем находиться? Удельная теплота плавления льда 334 кДж/ кг, удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг К), удельная теплоемкость льда 2100 Дж/(кг К).

20. Нагретый металлический порошок высыпают в жидкость массой m, находящуюся при температуре T_1. Масса порошка − M, его удельная теплоемкость − c. После установления теплового равновесия температура системы стала равна T_2, а масса жидкости уменьшилась на Δm. Удельная теплоемкость жидкости − c_1, ее удельная теплота парообразования − r, температура кипения − $T_к$. Найти температуру T_3, которую имел нагретый порошок.

21. С какой высоты должен упасть свинцовый шарик, чтобы при абсолютно неупругом ударе о неподвижное тело большой массы, находящееся внизу, он расплавился? Начальная температура шарика T. Температура плавления свинца − T_0, удельная теплота плавления свинца − λ, удельная теплоемкость − c.

22. Какую массу керосина потребовалось бы сжечь, чтобы вывести спутник массой *1000 кг* на круговую орбиту вблизи поверхности Земли, если бы все количество теплоты превратить в работу? Радиус Земли *6400 км*, удельная теплота сгорания керосина *46Мдж/ кг*.

23. Рассеянная хозяйка забыла про стоящий на плите чайник, который вскоре закипел. Определить скорость истечения пара из носика чайника, если мощность электроплитки 1,6 кВт, ее КПД - 85%, удельная теплота парообразования воды 2,26 Мдж/кг, атмосферное давление 100 кПа, сечение носика чайника 2 см^2, универсальная газовая постоянная 8,31 Дж/(моль К).

24. В колбе находилась вода при 0^0С. Выкачивая из колбы воздух, воду заморозили. Какая часть воды испарилась, если притока тепла извне не было? Удельная теплота испарения воды при 0^0С r=2,54$\cdot$10^6 Дж/кг, удельная теплота плавления льда λ=335$\cdot$10^{3}Дж/кг.

25. Какое количество теплоты нужно сообщить гелию массой m=3г, чтобы нагреть его при постоянном давлении на ΔT=4К? Молярная масса гелия $M = 4 \cdot 10^{-3}\ \frac{кг}{моль}$. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}3 \frac{Дж}{К \cdot моль}$.

26. В цилиндре под поршнем площадью 1000 см^2 находятся 2 моля газа при температуре 20^0С. Газ нагревается до температуры 100^0С. На какую высоту поднимется поршень массой 1 кг? Атмосферное давление считать равным 100 кПа.

27. В цилиндре под тяжелым поршнем находятся m=40 г углекислого газа. Газ нагревают от t_1=20^0С до t_2=100^0С. Определите работу, которую совершает углекислый газ, и количество теплоты Q, которое ему необходимо сообщить. Удельная теплоемкость углекислого газа при постоянном объеме c_V=0,655 кДж/(кг·К). Молярная масса углекислого газа M=44 г/моль.

28. В вертикально расположенном цилиндрическом сосуде находится газ, массой m, с молярной массой M. Газ отделен от атмосферы тяжелым поршнем, соединенным с дном сосуда пружиной жесткостью k, так что пружина остается все время сжатой. При температуре T_1 поршень расположен на расстоянии h от дна сосуда. До какой температуры надо нагреть газ, чтобы поршень поднялся до высоты H?

29. Определите количество теплоты Q, которое необходимо сообщить трем молям идеального одноатомного газа, чтобы нагреть его при постоянном давлении от температуры T_1= 300 К до температуры T_2=2 T_1.

30. Идеальный газ, совершающий цикл Карно, получил от нагревателя тепло 5,9 кДж и произвел работу 590 Дж. Во сколько раз температура нагревателя больше температуры холодильника?

31. Один моль одноатомного газа сначала нагревают, затем охлаждают так, что замкнутый цикл 1-2-3-1 на P-V - диаграмме состоит из отрезков прямых 1-2 и 3-1, параллельных осям P и V, соответственно, и изотермы 2-3. Найти количество тепла, отданное газом в процессе охлаждения. Давление и объем газа в состоянии 1 равны P_1 и V_1, давление газа в состоянии 2 равно P_2.

32. Определить работу, совершаемую тепловой машиной за один цикл, график которого в переменных (V,T) показан на рис. 12. В качестве рабочего вещества используется ν=4 моля идеального газа. T_1=260К, T_2=350К, V_1=10л, V_2=25л. Значение универсальной газовой постоянной $R = 8{,}3\,\dfrac{Дж}{моль\cdot К}$.

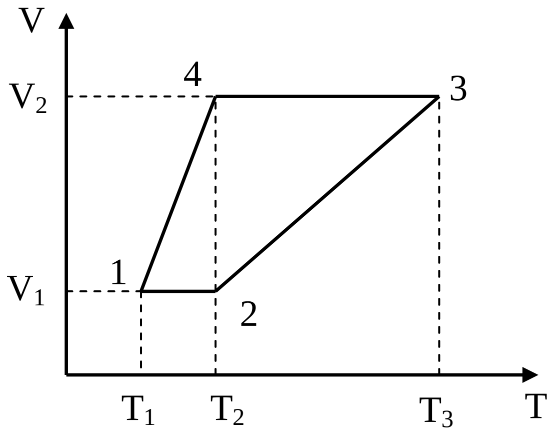

Рис.12

33. На P-V -диаграмме изображен процесс расширения газа, при котором он переходит из состояния 1 с давлением P и объемом V в состояние 2 с давлением $P/2$ и объемом $2V$. Найти количество теплоты, которое сообщили этому газу. Линия 1-2 − отрезок прямой.

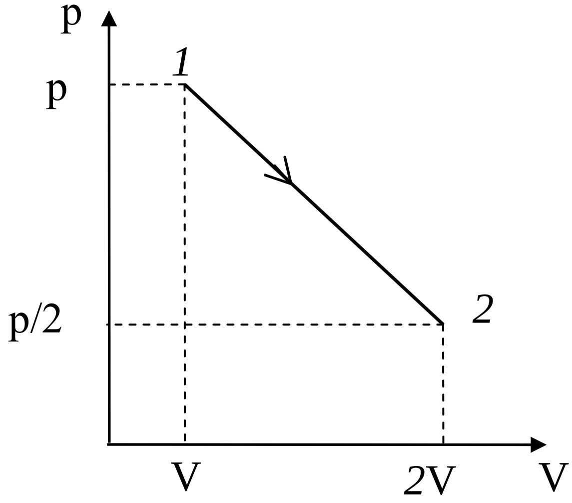

Рис.13

2.1.2. Решения задач

1. Концентрация n молекул газа представляет собой число молекул газа, находящихся в единице объема, то есть

$$n = \frac{N}{V}, \tag{90}$$

где N – число молекул газа, находящихся в объеме V.

Для того, чтобы найти N воспользуемся определением количества вещества (или числа молей) ν:

$$\nu = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}, \tag{91}$$

где m – масса газа, M - его молярна масса, N_A - число Авогадро.

Подставляя N из (91) в (90), найдем

$$M = \frac{mN_A}{nV}. \tag{91}$$

Учитывая, что в системе СИ m=58,5 $\cdot 10^{-3}$ кг, V=5$\cdot 10^{-3}$ м^3, N_A=6,03$\cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$, n=2,2$\cdot 10^{26}$м$^{-3}$, получим M=32$\cdot 10^{-3}$кг/моль.

Следовательно, искомым газом является кислород (O_2).

Ответ: газ с молярной массой M=32$\cdot 10^{-3}$ кг/моль – кислород (O_2).

2. Состояние идеального газа описывается с помощью уравнения Менделеева-Клапейрона. В начальном состоянии при давлении P, объеме V_1 и температуре газа T уравнение имеет вид

$$pV_1 = \nu\ RT, \tag{92}$$

где ν – число молей газа, R – универсальная газовая постоянная.

Для другого состояния при том же давлении P, объеме V_2 и температуре T+ΔT (ΔT – увеличение температуры) получим

$$pV_2 = \nu\ R(T + \Delta T). \tag{93}$$

Из (93) получим

$$pV_2 - \nu\ R\Delta T = \nu RT. \tag{94}$$

Тогда, сравнивая (92) и (94), найдем

$$\Delta T = \frac{p(V_2 - V_1)}{\nu\ R}.$$

После перевода численных данных в систему СИ (p=10^5 Па, V_1=5$\cdot 10^{-3}$ м^3, V_2=10$\cdot 10^{-3}$ м^3) имеем ΔT=60 К.

Ответ: $\Delta T = \dfrac{p(V_2 - V_1)}{\nu\ R}$ =*60 К*.

3.Используем закон изобарного нагревания газа:

$$\frac{V_0}{T_0} = \frac{V_1}{T_1}.$$

Отсюда:

$$T_0 = T_1 \cdot \left(\frac{V_0}{V_1} \right).$$

Так как $T_1 = T_0 + \Delta T$, где $\Delta T = 1K$, а $V_1 = V_0 + V_0 / 300$, то получим следующее уравнение для начальной температуры газа:

$$T_0 = \frac{(T_0 + \Delta T) \cdot V_0}{V_0 \cdot \left(1 + \dfrac{1}{300} \right)}.$$

Решая его относительно T_0, найдем:

$$T_0 = 300\Delta T = 300K$$

Ответ: $T_0 = 300\Delta T = 300K$.

4. Запишем уравнение Менделева-Клапейрона в форме:

$$p = nkT,$$

где $n=N/V$ – концентрация молекул газа. Перед тем, как часть молекул газа выпустили из сосуда, давление в нем равно:

$$p_0 = \frac{N_0}{V} kT. \tag{95}$$

После этого давление в нем стало:

$$p_1 = \frac{N_1}{V} kT. \tag{96}$$

Вычитая (96) из (95), получим:

$$p_0 - p_1 = \frac{(N_0 - N_1)}{V} kT.$$

Поэтому число ушедших из сосуда молекул равно:

$$\Delta N = N_0 - N_1 = \frac{\left(p_0 - \dfrac{p_0}{2} \right) \cdot V}{kT} = \frac{p_0 \cdot V}{2kT}$$

Подставляя численные значения, получим:

$$\Delta N = 6 \cdot 10^{21} \text{ штук.}$$

Ответ: $\Delta N = \dfrac{p_0 \cdot V}{2kT} = 6 \cdot 10^{21}$ штук.

5. Очевидно, что весь объем равен сумме объемов, которые занимает водород и азот:

$$V_{H_2} + V_{N_2} = V \tag{97}$$

Поршень установится в таком положении, когда давления водорода и азота по обе стороны поршня будут одинаковыми:

$$p_{H_2} = p_{N_2}$$

Используя уравнение Менделеева-Клапейрона для каждого из газов, можно записать:

$$p_{H_2} \cdot V_{H_2} = \frac{m_{H_2}}{M_{H_2}} \cdot RT$$

$$p_{N_2} \cdot V_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} \cdot RT$$

Используя три последних уравнения, получаем:

$$\frac{V_{H_2}}{V_{N_2}} = \frac{m_{H_2} \cdot M_{N_2}}{m_{N_2} \cdot M_{H_2}} \tag{98}$$

Подставляя (98) в (97), имеем:

$$V_{H_2} \cdot \left(1 + \frac{m_{N_2} \cdot M_{H_2}}{m_{H_2} \cdot M_{N_2}} \right) = V$$

откуда окончательно получаем:

$$\frac{V_{H_2}}{V} = \frac{1}{1 + \dfrac{m_{N_2} \cdot M_{H_2}}{m_{H_2} \cdot M_{N_2}}} = 0{,}71$$

Ответ: $\dfrac{V_{H_2}}{V} = \dfrac{1}{1 + \dfrac{m_{N_2} \cdot M_{H_2}}{m_{H_2} \cdot M_{N_2}}} = 0{,}71$.

6. Если за время Δt=1с через поперечное сечение трубки при давлении p и температуре T проходит объем ΔV азота, то согласно уравнению Менделеева-Клапейрона

$$p\Delta V = \frac{\Delta m}{M} RT, \tag{99}$$

где Δm − масса азота, проходящего через сечение трубки за время Δt, M − молярная масса, R − универсальная газовая постоянная.

Из уравнения (99) следует, что

$$\Delta m = \frac{p\Delta VM}{RT}.$$

После подстановки числовых данных получим Δm=$9 \cdot 10^{-2}$ кг.

Ответ: $\Delta m = \frac{p\Delta VM}{RT}$ =*9·10*$^{-2}$ *кг.*

7. На парящий в воздухе шар действуют две силы: сила тяжести $(m+\Delta m)g$ (здесь m − масса шара, Δm − масса находящегося в нем воздух) и выталкивающая сила Архимеда $F_A=\rho Vg$, где ρ − плотность окружающего шар воздуха, V − объем шара. Эти две силы уравновешивают друг друга:

$$(m+\Delta m)g=\rho Vg . \tag{100}$$

Внутри шара при давлении p и температуре T_1 уравнение состояния идеального газа имеет вид:

$$pV = \frac{\Delta m}{M} RT_1. \tag{101}$$

Вне шара уравнение состояния после деления на объем будет выглядеть следующим образом:

$$p = \frac{\rho}{M} RT_2, \tag{102}$$

где T_2 − температура воздуха вне шара. В уравнениях (101) и (102) M − молярная масса воздуха. Давление внутри и вне шара будем считать одинаковым.

Выражая Δm из (101) и ρ из (102) и подставляя их значения в (100), после преобразований получим выражение для температуры воздуха внутри шара

$$T_1 = \frac{pVMT_2}{pVM - mRT_2}.$$

После подстановки числовых значений получим T_1=310 К или t_1=37^{0}С.

Ответ: $T_1 = \dfrac{pVMT_2}{pVM - mRT_2}$=*310 К.*

8. Принцип действия вакуумного насоса можно описать следующим образом. К откачиваемому сосуду объемом V присоединяется с помощью поршня (рис. 14) рабочая камера объемом ΔV. После того, как поршень соединяет сосуд с рабочей камерой, объем газа увеличивается, а давление падает. При обратном ходе поршня связь между объемами V иΔV прерывается и находящийся в рабочей камере газ выбрасывается в атмосферу.

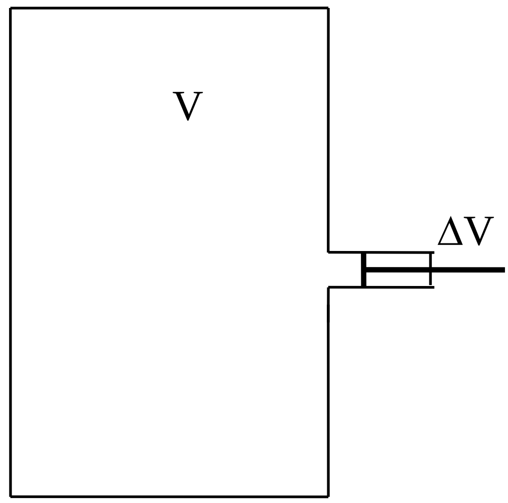

Рис.14

Считая температуру газа постоянной, можно написать уравнение изотермического процесса для одного хода поршня

$$p_0V = p_1(V + \Delta V). \qquad (103)$$

Из (103) следует, что после одного хода поршня давление в сосуде понизится до

$$p_1 = p_0\frac{V}{V + \Delta V}. \qquad (104)$$

В дальнейшем процесс повторяется: после второго хода

$$p_2 = p_1\frac{V}{V + \Delta V},$$

что после подстановки p_1 из (104) даст

$$p_2 = p_0\left(\frac{V}{V + \Delta V}\right)^2.$$

Нетрудно сообразить, что после n ходов поршня

$$p_n = p_0\left(\frac{V}{V+\Delta V}\right)^n = p_0\left(\frac{1}{1+\Delta V/V}\right)^n. \qquad (105)$$

Таким образом, после 100 ходов поршня, учитывая, что по условию $\Delta V/V$=0,1, из (105) получим искомое давление

$$p = p_0\left(\frac{1}{1{,}01}\right)^{100} = 0{,}37 p_0 \ .$$

Ответ: p= $p_0\left(\frac{1}{1+\Delta V/V}\right)^{100} = p_0\left(\frac{1}{1{,}01}\right)^{100} = 0{,}37 p_0$.

9. Напишем условия равновесия для поршня в начальном состоянии и после того, как на него поставили гирю (см.рис.15):

$$mg + P_0 \cdot S = p_1 \cdot S \qquad (106)$$

$$(m+M)g + P_0 \cdot S = p_2 \cdot S \qquad (107)$$

где p_1 и p_2 – давления газа под поршнем в первом о втором случаях. Так как температура по условию задачи не меняется, то процесс сжатия – изотермический:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 .$$

Но так как $V_1 = S \cdot h$, а $V_2 = S \cdot H$, то:

$$p_1 \cdot h = p_2 \cdot H . \qquad (108)$$

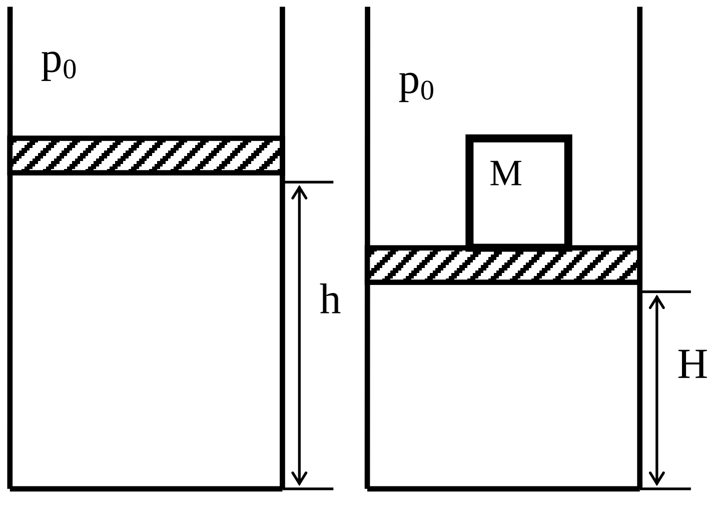

Рис.15

Решая уравнения (106), (107), (108), получим:

$$h - H = \frac{Mg \cdot H}{(M+m)g + P_0 \cdot S} = 0{,}12м.$$

Ответ: $h - H = \frac{Mg \cdot H}{(M+m)g + P_0 \cdot S} = 0{,}12м.$

10. Когда трубка погружена в ртуть до половины, воздух в верхней ее части находится под атмосферным давлением $p_0=10^5$ Па (рис.16а). Когда мы закрываем верхний конец трубки и вынимаем ее из ртути, то часть ртути выльется, а часть высотой h останется в трубке и будет удерживаться за счет разности давлений (рис.16б). Условие равновесия столбика ртути запишется:

$$mg = (p_0 - p_1)\cdot S,$$

где m – масса оставшейся ртути, p_1 – давление воздуха под пробкой. Так как процесс – изотермический, то:

$$p_0V_0 = p_1V_1.$$

Поскольку $m = \rho h S$, $V_0 = \frac{l}{2}S$ и $V_1 = (l-h)S$,

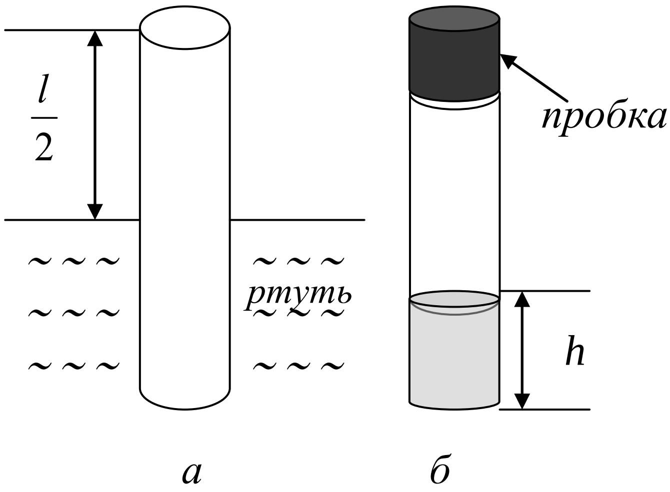

Рис.16

то для давления p_1 получаем два уравнения:

$$p_1 = p_0 - \rho g h$$

$$p_1 = \frac{p_0 l}{2(l-h)}$$

Приравнивая правые части двух последних уравнений, получаем квадратное уравнение относительно h:

$$h^2 - (l + \frac{p_0}{\rho g})\cdot h + \frac{p_0 l}{2\rho g},$$

которое имеет следующие корни:

$$h_{1,2} = \frac{1}{2}\left(l + \frac{p_0}{\rho g}\right) \pm \sqrt{\frac{1}{4}\left(l + \frac{p_0}{\rho g}\right)^2 - \frac{p_0 l}{2\rho g}}.$$

Подставив численные значения, получим: h_1=1,49 м, h_2=0,25 м. Первый корень не соответствует условию задачи.

Ответ: $h = \frac{1}{2}\left(l + \frac{p_0}{\rho g}\right) - \sqrt{\frac{1}{4}\left(l + \frac{p_0}{\rho g}\right)^2 - \frac{p_0 l}{2\rho g}} = 0{,}25\,м.$

11. Первоначально воздух в трубке занимал объем $V_1 = ls$ (l – длина трубки, s – ее поперечное сечение) при атмосферном давлении

p_0 и температуре T_1. После погружения трубки в воду и изменения температуры до T_2 объем воздуха уменьшится до $(l\text{-}x)s$, давление увеличится до $p_0+\rho g(l\text{-}x)$, где ρ – плотность воды (это давление на глубине $l\text{-}x$ (см.рис.17)).

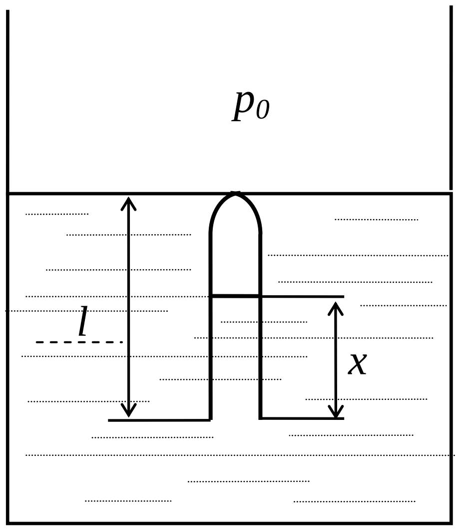

Рис.17

Уравнение Менделеева-Клапейрона для двух указанных случаев имеет вид:

$$p_0 ls = \nu\ RT_1, \tag{109}$$

и

$$(p_0 + \rho\ g(l-x))(l-x)s = \nu\ RT_2. \tag{110}$$

(см. решение задачи 1)

После исключения из уравнений (109) и (110) $\nu R/s$, получим квадратное уравнение относительно x. Ввиду чрезмерной громоздкости полученного уравнения целесообразно решать его после подстановки численных данных:

$$x^2 + 11{,}5x + 1{,}18 = 0. \tag{111}$$

Решение (111) дает два корня: x_1=11,4 м, x_2= 0,1 м. Первый корень x_1 явно не подходит, так как $x_1>l$ – длины трубки.

Ответ: x= 0,1 м.

12. В первоначальном состоянии объем газа в запаянном колене трубки $V = hs$ (s – площадь сечения трубки), а давление равно

$$p_0 + \ \rho gh$$

(см. рис. 18).

Используя уравнение Менделеева-Клапейрона, получим

$$(\,p_0 + \rho gh\,)s(\,h + h_0\,) = \nu RT_1, \tag{112}$$

где ν – число молей запертого в трубке воздуха, T_1 – его первоначальная температура.

После изменения температуры воздуха до T_2, когда разность уровней станет $h/2$, давление воздуха в трубке уменьшится до $p_0+\rho gh/2$, а объем станет равным $(h_0+3h/4)s$ (см. рис. 18). Соответствующее уравнение состояния идеального газа будет следующим:

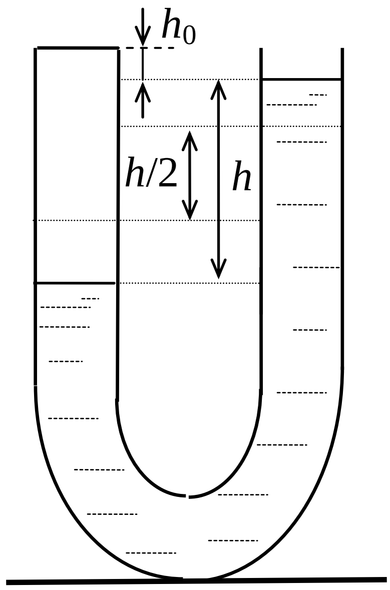

Рис. 18

$$(p_0 + \rho\ gh/2)(h_0 + \frac{3}{4}h)s = \nu\ RT_2. \qquad (113)$$

Взяв отношение уравнений (112) и (113), получим

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{(p_0 + \rho\ gh/2)(h_0 + \frac{3}{4}h)}{(p_0 + \rho\ gh)(h_0 + h)}. \qquad (114)$$

Подстановка числовых значений в (114) дает $T_2/T_1 \approx 0{,}8$.

Ответ: $\frac{T_2}{T_1} = \frac{(p_0 + \rho gh/2)(h_0 + \frac{3}{4}h)}{(p_0 + \rho gh)(h_0 + h)} \approx 0{,}8.$

13. Для того чтобы столбик ртути двигался вместе с трубкой, необходимо, согласно 2-му закону Ньютона, чтобы на него действовала сила, создающая то же самое ускорение, что и у трубки. Не учитывая силу трения ртути о стенки, можно считать, что эта сила возникает благодаря разности сил давления воздуха в запаянной части трубки и атмосферы со стороны открытой ее части.

В первом случае, когда трубку начинают двигать в сторону ее запаянного конца, ртуть сдвигается в направлении открытого конца, и воздух в трубке расширяется. При этом атмосферное давление p_0 становится больше давления воздуха p_1 в запаянной части трубки. Сила, действующая на ртуть, будет равна разности этих давлений, умноженной на площадь сечения трубки:

$$ma=(p_0 - p_1)s\ , \qquad (115)$$

где m - масса ртути.

Аналогично при движении в противоположную сторону ртуть сожмет зажатый в трубке воздух до давления $p_2>p_0$, и второй закон Ньютона примет вид

$$ma=(p_2 - p_0)s. \qquad (116)$$

Массу ртути m можно выразить через ее плотность ρ и объем $V = ls$ (l- длина столбика ртути)

$$m=\rho ls\ . \qquad (117)$$

После подстановки m из (117) в (115) и в (116) давления газа в трубке p_1 и p_2 можно записать следующим образом:

$$p_1 = p_0 - \rho la \quad \text{и} \quad p_2 = p_0 + \rho la \,. \qquad (118)$$

Поскольку газ в трубке находится при постоянной температуре, произведение давления газа на его объем постоянно, то есть:

$$p_1 l_1 s = p_2 l_2 s \,, \qquad (119)$$

где l_1 и l_2 - длина воздушного столбика в трубке в первом и во втором случаях.

По условию задачи и с учетом (119) $l_1/l_2 = p_1/p_2 = n$. Тогда отношение выражений для p_1 и p_2 из (118) дает

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_0 + \rho la}{p_0 - \rho la} = n \ ,$$

откуда находим:

$$p_0 = \rho la \frac{n+1}{n-1} \ . \qquad (120)$$

Подставляя в (120) числовые данные, получим $p_0 = 1{,}04 \cdot 10^5$ Па.

Ответ: $p_0 = \rho la \dfrac{n+1}{n-1} = 1{,}04 \cdot 10^5$ *Па.*

14. Шарик начнет подниматься, когда сила Архимеда превысит значение $m_ш g$:

$$\rho V_ш g \geq m_ш g \,,$$

где ρ - плотность воздуха, $V_ш$ – объем шарика.

Из уравнения Менделеева-Клапейрона можно найти плотность воздуха как функцию давления:

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot RT \,, \rho = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT} \,.$$

Поэтому шарик начнет подниматься наверх, когда плотность воздуха ρ будет:

$$\rho \geq \frac{m_ш}{V_ш} \,, \text{ или } \frac{pM}{RT} \geq \frac{m_ш}{V_ш} \,.$$

Окончательно получаем:

$$p \ge \frac{m_ш RT}{MV_ш}.$$

Выразив объем шарика по формуле:

$$V_ш = \frac{4}{3}\pi r^3,$$

имеем:

$$p \ge \frac{m_ш RT}{\frac{4}{3}\pi r^3 \cdot M}.$$

Подставив данные задачи, получим: $p \ge 1{,}28 \cdot 10^7$ $Па$.

Ответ: $p \ge \dfrac{m_ш RT}{\frac{4}{3}\pi r^3 \cdot M} = 1{,}28 \cdot 10^7$ $Па$.

15. Из молекулярно-кинетической теории известно, что температура газа представляет собой меру средней кинетической энергии движения атомов или молекул. Если принять среднюю скорость движения молекул в первом сосуде за V_1, а во втором – за V_2, то для одноатомного газа (каким является гелий) можно записать:

$$\frac{m_1 V_1^{\ 2}}{2} = \frac{3}{2}kT_1 \quad \text{и} \quad \frac{m_1 V_2^{\ 2}}{2} = \frac{3}{2}kT_2 \quad , \tag{121}$$

где m_1 – масса атома гелия, k – постоянная Больцмана.

При смешении двух газов тепло от более горячего перейдет к более холодному газу. Так как по условию $V_2 > V_1$, то $T_2 > T_1$, и, согласно уравнению теплового баланса,

$$cm(T_2 - T) = cm(T - T_1), \tag{122}$$

где c – теплоемкость газа, m – масса газа, T – установившаяся после смешивания температура. При этом учитывается, что теплоемкости газа в обоих сосудах одинаковы (так как смешивается одинаковый газ) и одинаковы массы газов (так как по условию в обоих сосудах содержится одинаковое количество атомов).

Из (122) следует, что

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2}. \tag{123}$$

Так как искомая скорость V связана с установившейся температурой T соотношением, аналогичным (121), то

$$\frac{m_1 V^2}{2} = \frac{3}{2} kT \quad . \tag{124}$$

Подставляя выражения (121) и (124) в (123), получим

$$V = \sqrt{\frac{V_1^2 + V_2^2}{2}} = 1{,}58 \cdot 10^3 \textit{м/с} \,.$$

Ответ: $V = \sqrt{\frac{V_1^2 + V_2^2}{2}} = 1{,}58 \cdot 10^3$ *м/с.*

16. Согласно закону Дальтона, полное давление смеси газов равно сумме парциальных давлений каждого из газов, составляющих смесь (компонентов смеси). Воздух, являясь смесью газов, содержит в качестве одного из компонентов водяной пар. Парциальное давление водяного пара в воздухе называется абсолютной влажностью. Максимальное парциальное давление пара при данной температуре – давление насыщенного пара $p_н$. Отношение

$$\varphi = p/p_n \text{ -} \tag{125}$$

есть относительная влажность воздуха.

При данной температуре водяной пар удовлетворяет уравнению Менделеева-Клапейрона

$$pV = \frac{m}{M} RT \quad , \tag{126}$$

где m – масса водяного пара, M – его молярная масса.

Подставляя выражения для абсолютной влажности из (125) в (126), получим

$$p_H \varphi V = \frac{m}{M} RT \;, \tag{127}$$

откуда искомая масса водяных паров

$$m = \frac{p_H \varphi V M}{RT} .$$

Численное значение m=2 кг.

Ответ: $m = \frac{p_H \varphi V M}{RT}$ =*2 кг.*

17. Для первоначального состояния водяных паров запишем (см. уравнение (127), задача 16):

$$p_H \varphi_1 V = \frac{m}{M} RT \qquad , \tag{128}$$

где p – давление, V – объем , m – масса, T – температура, M – молярная масса водяных паров, φ_1 – относительная влажность.

После испарения дополнительной массы Δm воды относительная влажность возрастет до φ_2, и уравнение Менделеева - Клапейрона будет следующим

$$p_H \varphi_2 V = \frac{m + \Delta m}{M} RT \,. \tag{129}$$

Вычитая уравнение (128) из (129) после несложных преобразований, получим

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \frac{\Delta m}{M} \frac{RT}{P_H V} \,. \tag{130}$$

Подставляя в (130) числовые данные в системе СИ, получаем φ_2=0,63, или φ_2=63%.

Ответ: $\varphi_2 = \varphi_1 + \frac{\Delta m}{M} \frac{RT}{P_H V}$ *=0,63*, или φ_2*=63%.*

18. Сила натяжения троса, на котором удерживается воздушный шар, равна разности выталкивающей силы Архимеда F_A и силы тяжести mg, действующих на шар:

$$T = F_A - mg \,.$$

Сила тяжести не зависит от влажности воздуха. Следовательно, изменение веса ΔT будет равно изменению выталкивающей силы: $\Delta T = \Delta F_A$.

По определению сила Архимеда

$$F_A = \rho V g = m_в g \,,$$

где ρ – плотность воздуха, V – объем шара, $m_в$ – масса воздуха, “вытесненного” шаром. Так как воздух является смесью газов (в том числе и водяного пара), то $m_в$ равна сумме масс компонентов смеси, входящих в состав воздуха. Изменение силы F_A по условию задачи вызвано изменением массы водяных паров $m_п$ из-за изменения влажности.

Таким образом, $\Delta F_A = \Delta m_n g$. Масса водяных паров (128) (см. решение задачи 17)

$$m_n = \frac{\varphi p_H VM}{RT} ,$$

откуда

$$\Delta m_n = \frac{p_H VM}{RT} \Delta\varphi ,$$

где $\Delta\varphi$ - изменение относительной влажности воздуха.

Следовательно, изменение силы натяжения троса, удерживающей воздушный шар, равно:

$$\Delta T = \Delta F_A = \Delta m_n g = = \frac{p_H VMg}{RT} \Delta\varphi$$

или, после подстановки чисел, ΔT=1 Н.

Ответ: $\Delta T = \frac{p_H VMg}{RT} \Delta\varphi = 1$ *Н.*

19. В процессе теплообмена в системе вода-лед тепловая энергия, отдаваемая охлаждающейся водой, пойдет на нагрев льда. Когда один из компонентов системы достигнет температуры 0ºС, начнется или плавление льда, или замерзание воды. Направление фазового перехода, вообще говоря, не очевидно из условий задачи. Поэтому предварительно необходимо определить количество тепла ΔQ_1, которое потребуется для нагревания льда до температуры плавления, и ΔQ_2 - количество тепла, отдаваемого водой при охлаждении до 0ºС.

Из определения удельной теплоемкости

$$c = \frac{\Delta Q}{m\Delta T}$$

(m – масса вещества, при изменении температуры которого на ΔT потребуется количество тепла ΔQ) следует, что

$$\Delta Q_1 = c_1 m_1 \Delta T_1 = 15{,}75 \text{ кДж}, \text{ и } \Delta Q_2 = c_1 m_1 \Delta T_1 = 67{,}2 \text{ кДж}. \quad (131)$$

Здесь c_1 и c_2 – теплоемкости льда и воды, m_1 и m_2 – массы льда и воды, ΔT_1 и ΔT_2 – изменения температур льда и воды, соответственно. Так как конечная температура равна 0ºС, $\Delta T_1 = |T_1|$, $\Delta T_2 = T_2$.

Из (131) следует, что $\Delta Q_1 < \Delta Q_2$, то есть охлаждающаяся вода нагреет лед и начнет его растапливать. Количество тепла, которое потребуется для этого

$$\Delta Q_3 = \lambda m_1 = 167 \text{ кДж}, \qquad (132)$$

где λ – удельная теплота плавления льда.

Согласно (132) $\Delta Q_3 > \Delta Q_2 - \Delta Q_1$, это значит, что запаса тепловой энергии воды при ее охлаждении до 0ºС недостаточно для того, чтобы и нагреть, и растопить весь лед. Таким образом, растоплена будет только часть льда массой Δm . На этот процесс будет израсходовано количество тепла, равное $\Delta Q_2 - \Delta Q_1$:

$$\Delta m = \frac{\Delta Q_2 - \Delta Q_1}{\lambda} = 0{,}15 \text{ кг}.$$

Следовательно, масса воды в системе увеличится, а масса льда уменьшится на Δm, то есть окончательная масса воды $m_2 + \Delta m = 0{,}35$ кг и масса льда $m_1 - \Delta m = 0{,}35$ кг. Установившаяся температура смеси равна 0ºС, так как смесь воды и льда может существовать только при этой температуре.

Ответ: установившаяся температура 0^0С, окончательные массы льда и воды равны 0,35 кг.

20. В данной задаче направление теплообмена определено следующим условием: тепловая энергия отбирается у охлаждающегося металлического порошка и расходуется на нагрев и испарение воды. Поэтому нет необходимости, как в задаче 19, проводить предварительные оценки.

Тепло, отданное порошком, согласно определению удельной теплоемкости, равно

$$Q_1 = cM(T_2 - T_3).$$

Тепло, поглощаемое водой, складывается из количества теплоты, расходуемого на нагревание части жидкости до температуры T_2, и дальнейший нагрев массы жидкости Δm до температуры кипения $T_к$ с последующим ее испарением :

$$Q_2 = c_1(m - \Delta m)(T_2 - T_1) + c_1 \Delta m (T_k - T_1) + r\Delta m.$$

(Здесь c_1 – удельная теплоемкость жидкости, r – удельная теплота парообразования жидкости.)

Так как отдаваемое тепло Q_1 отрицательно, а получаемое Q_2 – положительно, уравнение теплового баланса примет вид:

$$cM(T_2 - T_3) + c_1(m - \Delta m)(T_2 - T_1) + c_1\Delta m(T_K - T_1) + r\Delta m = 0. \quad (133)$$

Из выражения (133) получим

$$T_3 = \frac{c_1 m(T_2 - T_1) + c_1\Delta m(T_K - T_2) + cMT_2 + r\Delta m}{cM}$$

Ответ: $T_3 = \dfrac{c_1 m(T_2 - T_1) + c_1\Delta m(T_K - T_2) + cMT_2 + r\Delta m}{cM}$.

21. Первоначальная потенциальная энергия, которой обладает свинцовый шарик, находясь на искомой высоте h_0, после абсолютно неупругого столкновения с массивным телом перейдет в тепловую энергию. Эта энергия будет израсходована на нагрев шарика до температуры плавления и последующее расплавление шарика.

Таким образом, закон сохранения энергии будет выглядеть следующим образом:

$$mgh_0 = cm(T_0 - T) + \lambda m \ , \quad (134)$$

где m - масса шарика.

Из уравнения (134) получим

$$h_0 = \frac{1}{g}(c(T_0 - T) + \lambda).$$

Ответ: $h_0 = \dfrac{1}{g}(c(T_0 - T) + \lambda)$.

22. Вывод спутника на орбиту вблизи поверхности Земли требует сообщения ему первой космической скорости V_1. При движении спутника по круговой орбите на высоте, много меньшей радиуса Земли R, центростремительное ускорение спутника V_1^2/R можно считать совпадающим с ускорением свободного падения вблизи поверхности Земли. Тогда по второму закону Ньютона

$$m\frac{V_1^2}{R} = mg \quad (135)$$

откуда $V_1 = \sqrt{Rg}$.

Работа, необходимая для сообщения спутнику первой космической скорости, равна кинетической энергии спутника $mV_1^2/2$ (без учета сопротивления воздуха). Если использовать для совершения этой работы тепловую энергию, выделяющуюся при сгорании керосина, то по закону сохранения энергии

$$\frac{mV_1^2}{2} = Mq \quad , \tag{136}$$

где M – масса керосина, q – удельная теплота сгорания керосина.

Используя значение V_1^2 из уравнения (135) и, подставляя его в (136), получим

$$M = \frac{mgR}{2q}.$$

Числовое значение M=0,7·10³ кг.

Ответ: $M = \dfrac{mgR}{2q}$ =*700 кг.*

23. Коэффициент полезного действия η равен, по определению, отношению полезной мощности к затраченной. В данной задаче полезная мощность расходуется на испарение воды при кипении. Эта мощность N_1 равна количеству тепла, расходуемого за единицу времени на испарение:

$$N_1 = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{r\Delta m}{\Delta t}, \tag{137}$$

где r – удельная теплота парообразования, Δm – масса воды, испаряемой за время Δt. Затраченная мощность равна мощности электроплитки N.

Таким образом, с учетом (137), КПД плитки равен

$$\eta = \frac{r\Delta m}{N\Delta t} \ . \tag{138}$$

Очевидно, что

$$\Delta m = \rho\Delta V = \rho s\Delta x \ , \tag{139}$$

где ΔV – объем пара, испаряемого за время Δt, s – площадь сечения носика чайника, Δx - длина столба пара, выбрасываемого из носика за указанное время.

Плотность водяного пара ρ можно определить с помощью уравнения Менделеева -Клапейрона. При этом нужно учесть, что при кипении жидкости давление ее насыщенных паров равно атмосферному, а пар является насыщенным. Тогда

$$p_0 = \frac{\rho}{\mu} RT. \qquad (140)$$

Здесь p_0 – атмосферное давление, M – молярная масса воды, T – температура кипения воды (100^0С или 373 К).

Подставляя Δm из (139) и ρ из (140) в выражение (138), получим

$$\eta = \frac{r}{N} \rho \; s \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{r}{N} \frac{p_0 M}{RT} s \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{r p_0 M s}{NRT} V \qquad (141)$$

где $V = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ - скорость истечения пара из носика чайника.

Из (141) получим

$$V = \frac{\eta \; NRT}{r p_0 M s}.$$

Численное значение V= 5,2 м/с.

Ответ: $V = \dfrac{\eta \; NRT}{r p_0 M s}$ *=5,2 м/с.*

24. На испарение воды требуется энергия, равная rm_1 (r – удельная теплота парообразования воды, m_1 – масса образовавшегося пара). Эта энергия может быть взята только из той же воды. Так как температура воды не может опуститься ниже 0ºС, она начинает замерзать. Отдаваемая при этом энергия равна λm_2 (λ – удельная теплота плавления льда, m_2 – масса замороженной воды). Когда вода частично испарится, а частично замерзнет, процесс прекратится.

При этом энергия, ушедшая на испарение, будет равна энергии, выделившейся при замерзании

$$rm_1 = \lambda m_2, \qquad (142)$$

а суммарная масса пара и льда будет равна первоначальной массе воды m

$$m_1+m_2=m. \qquad (143)$$

В результате решения системы уравнений (142) и (143) найдем испарившуюся часть воды

$$m_1/m=\lambda/(r+\lambda)=0,12.$$

Ответ: $m_1/m=\lambda/(r+\lambda)=0,12$.

25. Запишем первый закон термодинамики:

$$Q = A + \Delta U, \qquad (144)$$

где Q – количество переданной гелию теплоты, A – работа, совершаемая при изобарическом расширении газа, ΔU – изменение внутренней энергии. Так как гелий – одноатомный газ, то:

$$\Delta U = \frac{m}{M}\cdot\frac{3}{2}R\Delta T \qquad (145)$$

Работу найдем, используя уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$A = p\Delta V,$$

$$p\Delta V = \frac{m}{M}R\Delta T. \qquad (146)$$

Подставляя (144) и (145) в (146), получим:

$$Q = \frac{5}{2}\cdot\frac{m}{M}\cdot R\Delta T = 62,2\,Дж.$$

Ответ: $Q = \frac{5}{2}\cdot\frac{m}{M}\cdot R\Delta T = 62,2\,Дж$.

26. При увеличении температуры газа совершается работа A по перемещению поршня. Работа газа равна произведению давления p на изменение объема газа

$$A=p\Delta V. \qquad (147)$$

Давление газа складывается из давления поршня mg/s и атмосферного давления p_0:

$$p = {}^{mg}\!/_{s} + p_0. \qquad (148)$$

При перемещении поршня изменение объема $\Delta V = hs$ (h – высота подъема поршня, s – площадь его сечения).

Согласно уравнению Менделеева-Клапейрона при постоянном давлении

$$p\Delta V = \nu\ R\Delta T \qquad (149)$$

где ν – число молей газа, $\Delta T = T_2 - T_1$ – изменение температуры газа.

Тогда из (148) и (149) получим

$$\left(\frac{mg}{s} + p_0\right)hs = \nu\ R(T_2 - T_1). \qquad (150)$$

Из (150) имеем выражение для h:

$$h = \frac{\nu\ R(T_2 - T_1)}{\left(\frac{mg}{s} + p_0\right)s} \qquad (151)$$

После перевода данных в систему СИ и подстановки их в (151) получим h= 0,13 м.

Ответ: $h = \dfrac{\nu\ R(T_2 - T_1)}{\left(\frac{mg}{s} + p_0\right)s}$ *=0,13 м.*

27. Работа, совершаемая газом при постоянном давлении, определяется выражением (147) (см. решение задачи 26). С учетом уравнения Менделеева-Клапейрона (149) получим

$$A = \frac{m}{\mu} R\Delta T\ , \qquad (152)$$

где m – масса газа, M – его молярная масса, ΔT – изменение температуры.

Согласно первому началу термодинамики тепло, получаемое газом, идет на увеличение внутренней энергии ΔU и на совершение работы A:

$$Q = \Delta U + A. \qquad (153)$$

В изохорном процессе газ не совершает работы, и первое начало термодинамики запишется в виде:

$$Q_V = \Delta U.$$

Таким образом, удельная теплоемкость газа при постоянном объеме

$$c_V = \frac{Q_V}{m\Delta T} = \frac{\Delta U}{m\Delta T}\ . \qquad (154)$$

Выразив ΔU из (154) и используя (152), запишем (153) в виде

$$Q = mc_V \Delta T + \frac{m}{\mu} R\Delta T \ . \qquad (155)$$

Из (152) и (155) находим, что A=600 Дж, Q=1700 Дж.

Ответ: $A = \frac{m}{\mu} R\Delta T$ =*600 Дж,* $Q = mc_V \Delta T + \frac{m}{\mu} R\Delta T$ = *2700 Дж.*

28. На поршень (рис. 19) действуют четыре силы: две из них – сила тяжести m_1g и сила атмосферного давления p_0s (s – площадь поршня, p_0 – атмосферное давление) – направлены вниз; две другие – сила упругости сжатой пружины $kx_{1(2)}$ и сила давления газа $p_{1(2)}s$ – направлены вверх. Поскольку в обоих рассмотренных в задаче случаях (первый случай – давление газа p_1, деформация пружины x_1, второй – p_2 и x_2, соответственно) поршень находится в равновесии, сумма сил, направленных вверх, равна сумме сил, направленных вниз:

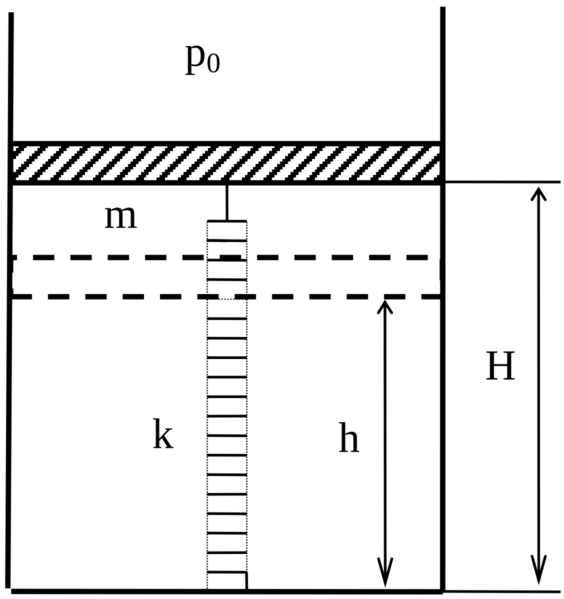

Рис.19

$$m_1g + p_0s = kx_1 + p_1s \ \text{ и } \ m_1g + p_0s = kx_2 + p_2s. \qquad (156)$$

Очевидно, что $x_1 - x_2 = H - h$ (см. рис.19). Тогда из (156) следует, что

$$k(H-h) = (p_2 - p_1)s. \qquad (157)$$

Давления газа p_2 и p_1 можно определить из уравнения Менделеева-Клапейрона для первого и второго состояния газа

$$p_1sh = \frac{m}{M}RT_1 \ \text{ и } \ p_2sH = \frac{m}{M}RT_2, \qquad (158)$$

где $sh = V_1$ и $sH = V_2$ – объемы газов в двух состояниях.

Выражая из уравнений (158) p_1 и p_2 и подставляя их в (157), получим после преобразований:

$$T_2 = \frac{H}{h}T_1 + \frac{k(H-h)MH}{mR}.$$

Ответ: $T_2 = \frac{H}{h} T_1 + \frac{k(H-h)MH}{mR}$.

29. Согласно первому началу термодинамики для определения количества теплоты необходимо рассчитать изменение внутренней энергии и совершенную работу.

Изменение внутренней энергии одноатомного идеального газа

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu \ R \Delta T \ ,$$

где ν – число молей.

Работа газа при постоянном давлении определяется согласно (152) (см. решение задачи 27). Таким образом, количество теплоты:

$$Q = \frac{5}{2} \nu \ R \Delta T . \qquad (159)$$

После подстановки в (159) численных значений получим Q= *18700 Дж.*

Ответ: $Q = \frac{5}{2} \nu \ R \Delta T$ = *18700 Дж.*

30. Запишем коэффициент полезного действия η цикла Карно:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}, \qquad (160)$$

где T_1 – температура нагревателя, а T_2 – температура холодильника.

Коэффициент полезного действия произвольного цикла (в том числе и цикла Карно) равен

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{A}{Q_1}, \qquad (161)$$

где Q_1 – количество тепла, переданного нагревателем, Q_2 – количество тепла, отданного холодильнику, A – произведенная за цикл работа.

Из (160) и (161) получим

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{Q_1}{Q_1 - A}.$$

Численное значение T_1/T_2=*1,1*.

Ответ: $\frac{T_1}{T_2} = \frac{Q_1}{Q_1 - A}$=*1,1*.

31. Количество тепла, отдаваемое одноатомным идеальным газом в процессе изобарного охлаждения 3 - 1 , равно, согласно (159) (см. решение задачи 29):

$$Q = \frac{5}{2}\nu\ R\Delta T\ ,$$

где $\Delta T = T_1 - T_3$ - изменение температуры в процессе 3 - 1, T_1 и T_3 – температуры в точках 1 и 3, соответственно (рис. 20).

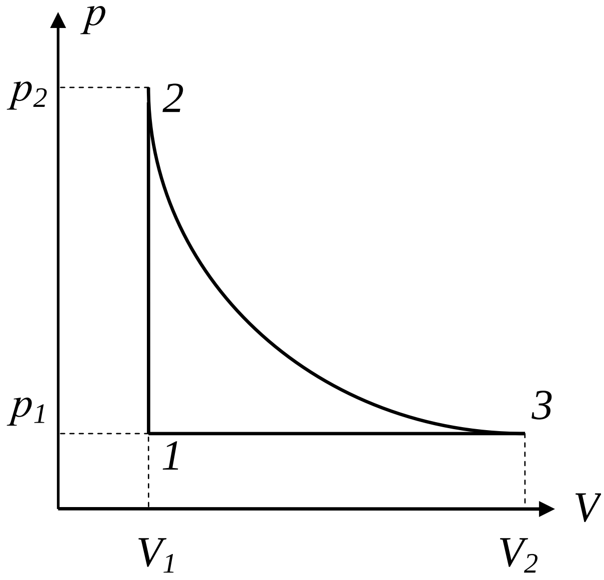

Рис.20

Уравнения Менделеева-Клапейрона для состояний 1 и 3 имеют вид

$$p_1V_1 = \nu\ RT_1 \qquad \text{и} \qquad p_1V_2 = \nu\ RT_3. \qquad (162)$$

Из уравнений (162) получим

$$T_1 - T_3 = \frac{p_1}{\nu\ R}(V_1 - V_2). \qquad (163)$$

Величину V_2 определим из уравнения изотермического процесса 2 - 3 (рис. 20):

$$p_2V_1 = p_1V_2\ . \qquad (164)$$

Тогда, подставляя V_2 из (164) в (163), имеем

$$\Delta T = T_1 - T_3 = \frac{V_1}{\nu\ R}(p_1 - p_2). \qquad (165)$$

Используя (165), находим $Q = \frac{5}{2}V_1(p_1 - p_2)$.

Ответ: $Q = \frac{5}{2}V_1(p_1 - p_2)$.

32. Нарисуем данный цикл в переменных *(p,V)* (см. рис.21). Работа, совершаемая за цикл, равна площади цикла, изображенного в этих переменных:

$$A = (p_2 - p_1)\cdot(V_2 - V_1) \quad (166)$$

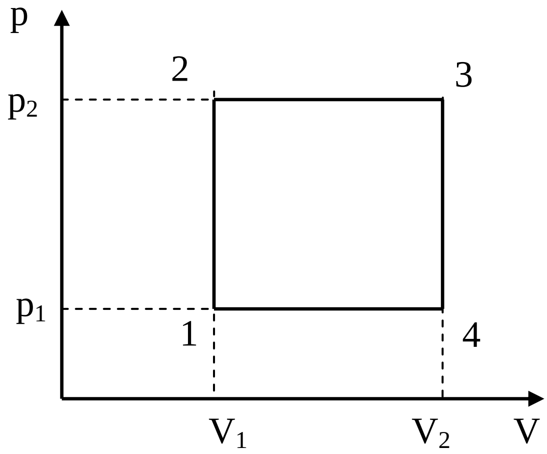

Рис.21

Выразим давление в точке 1 из уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$p_1 = \frac{\nu RT_1}{V_1}. \quad (167)$$

Так как процесс 1→2 – изохорный, то:

$$\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1}{T_1},$$

откуда:

$$p_2 = p_1\frac{T_2}{T_1} = \frac{\nu RT_2}{V_1} \quad (168)$$

Подставляя (167) и (168) в (166), получим:

$$A = \frac{\nu R}{V_1}(T_2 - T_1)\cdot(V_2 - V_1) = 3{,}5\cdot 10^3\ Дж.$$

Ответ: $A = \frac{\nu R}{V_1}(T_2 - T_1)\cdot(V_2 - V_1) = 3{,}5\cdot 10^3\ Дж.$

33. Работа, совершенная газом, равна площади под графиком процесса в *p*-*V* координатах (см. рис. 13), т.е. равна площади трапеции:

$$A = \frac{1}{2}(p + \frac{p}{2})(2V - V) = \frac{3}{4}pV. \quad (169)$$

Внутренняя энергия *U* зависит только от температуры газа в данном состоянии. Так как в начале процесса (точка1) и в его конце (точка 2) произведения давления на объем одинаковы, то и температуры в этих точках одни и те же ($\frac{pV}{T} = const$). Следовательно, $U_1=U_2$, и изменение внутренней энергии $\Delta U=0$.

Таким образом, согласно первому закону термодинамики, в данном процессе $Q=A$, и тогда (см. (169)) мы имеем: $Q = 3pV/4$.

Ответ: $Q = 3pV/4$.

2.2. Задачи без решений

2.2.1. Условия задач

1. Давление воздуха внутри плотно закупоренной бутылки при температуре T_0=280К было равно $p_0=10^5$ Па. При нагревании бутылки пробка выскочила. Найти, до какой температуры T_1 нагрели бутылку, если известно, что пробка вылетела при давлении воздуха в бутылке $p_1=1{,}3\cdot10^5$ Па.

2. Некоторая масса водорода находится при температуре T_1=200K и давлении p_1=0,4кПа. Газ нагревают до температуры T_2=10000K, при которой молекулы водорода практически полностью распадаются на атомы. Найти давление p_2 газа, если его объем и масса остались без изменения.

3. Сколько молекул содержится в объеме V=1мм^3 некоторого газа при температуре $t=27^{o}$C и давлении $p=10^{-11}$мм рт.ст.? Плотность ртути $\rho = 13{,}6 \cdot 10^3 \frac{кг}{м^3}$; постоянная Больцмана $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \frac{Дж}{К}$.

4. На (p,V)- диаграмме (рис. 22) изображены процессы, происходящие с идеальным газом. Точки 2 и 3 принадлежат гиперболе. Изобразите те же процессы на (p,T)- диаграмме.

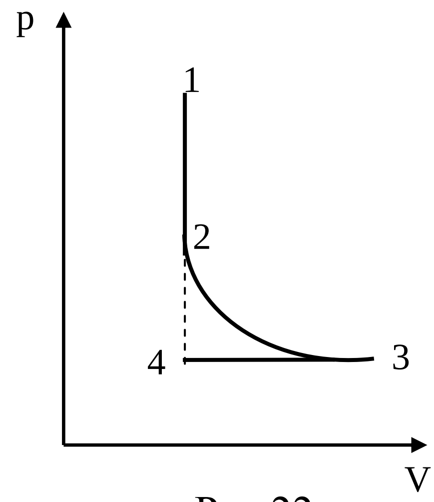

Рис.22

5. Чему равна средняя кинетическая энергия <ε> молекул гелия, если давление газа в сосуде p=5·10^{5}Па, а его плотность ρ= 0,5кг/м^3? Постоянная Авогадро N_A=6·10^{23}моль$^{-1}$, молярная масса гелия $M = 4 \cdot 10^{-3}\ \frac{кг}{моль}$.

6. Узкая трубка, закрытая с одного конца, содержит воздух, отделенный от наружного воздуха столбиком ртути. Когда трубка обращена закрытым концом кверху, воздух внутри нее занимает длину l_1. Если же трубку перевернуть кверху открытым концом, то воздух внутри нее под столбиком ртути займет длину l_2. Определить атмосферное давление, если длина ртутного столбика в трубке равна h, а плотность ртути − ρ.

7. Определить плотность смеси, состоящей из m_1=0,5 г водорода и m_2=32 г кислорода, которая находится при температуре T=300К и давлении p=10^5 Па. Молярная масса водорода M_1=2·10^{-3} $\frac{кг}{моль}$, молярная масса кислорода М$_2$=32·10^{-3}$\frac{кг}{моль}$.

8. Сосуд объемом V=20л содержит смесь водорода и гелия при температуре t=20^{o}С и давлении p=2·10^5 Па. Масса смеси m=5г. Найти отношение массы водорода m_1 к массе гелия m_2 в данной смеси. Молярная масса водорода $M_1 = 2 \cdot 10^{-3}\ \frac{кг}{моль}$, молярная масса гелия $M_2 = 4 \cdot 10^{-3}\ \frac{кг}{моль}$.

9. Сколько молекул водяного пара содержится в комнате объемом V=100м^3 при нормальных условиях и относительной влажности φ=20%. Давление насыщенных паров воды при 0^{o}С $p_{нас}$=4,6мм рт.ст. Плотность ртути ρ=13,6·10^3 кг/м^3; постоянная Больцмана $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \frac{Дж}{К}$.

10. Кубический метр влажного воздуха при относительной влажности φ=60%, температуре 20^{o}С и давлении p=10^{5}Па имеет массу m=1,186кг. Определить давление насыщающего водяного пара

$p_{нас.}$ при температуре 20°C. Молярная масса воздуха M_1=29·10^{-3} $\dfrac{кг}{моль}$., молярная масса водяного пара $M_2 = 18 \cdot 10^{-3} \dfrac{кг}{моль}$.

11. В стеклянный стакан массой $m_{ст.}$=0,12 кг при температуре t_1=15°C налили воду при температуре t_2=100°C. Чему равна масса воды $m_в$, если в стакане установилась температура t_3=90°C? Теплообменом с внешней средой пренебречь. Удельные теплоемкости воды и стакана равны, соответственно, $c_в = 4{,}2 \cdot 10^3 \dfrac{Дж}{кг \cdot К}$ и $c_{ст.} = 850 \dfrac{Дж}{кг \cdot К}$.

12. В каком соотношении следует смешать две массы воды m_1 и m_2 с температурами t_1=50°C и t_2=10°C, соответственно, чтобы температура смеси стала равна Θ=20°C?

13. Колба, теплоемкостью которой можно пренебречь, содержит m=600 г воды при t_1=80°C. Какое количество льда m_1 при температуре t_2=–15°C нужно добавить в воду, чтобы окончательная температура смеси стала равной Θ=50°C? Удельная теплота плавления льда λ=3,34·10^5 $\dfrac{Дж}{кг}$. Удельные теплоемкости воды и льда равны $c = 4{,}2 \cdot 10^3 \dfrac{Дж}{кг \cdot К}$ и $c_1 = 2{,}1 \cdot 10^3 \dfrac{Дж}{кг \cdot К}$, соответственно.

14. Теплоизолированный сосуд емкостью V разделен тонкой непроницаемой, проводящей тепло перегородкой на две равные части. В одну половину сосуда вводят m_1 кг газа при температуре T_1, во вторую – m_2 того же газа при температуре T_2. Какие давления p_1 и p_2 установятся в каждой части сосуда после выравнивания температуры? Молярная масса газа M.

15. Теплоизолированный сосуд разделен пополам тонкой перегородкой. В одной половине сосуда находится газ при давлении p_1=0,4 МПа и температуре t_1=27°C, в другой – такой же газ при давлении p_2=0,6 МПа и температуре t_2=127°C. Какова будет температура T газа, если убрать перегородку?

16. Газ, имеющий в начальном состоянии температуру T, охлаждают при постоянном объеме, пока давление его не уменьшится в n раз, после чего газ нагревают при постоянном давлении до первоначальной температуры. Найти совершенную газом работу A, если его масса m, а молярная масса M.

17. В цилиндре с площадью основания S=100 см^2 находится воздух при температуре t_1=17^{o}C. На высоте H=60 см от основания цилиндра расположен легкий поршень, на котором лежит гиря массой m=100 кг. Какую работу А совершит газ при расширении, если его нагреть на Δt=50^{o}C? Атмосферное давление p_A=10^5 Па.

18. Какую работу A совершит идеальный тепловой двигатель, имеющий температуру нагревателя t_1=527^{o}C и холодильника t_2=47^{o}C, если от нагревателя получено количество теплоты Q_1=20кДж?

19. Тепловая машина имеет КПД, равный η=40% . В результате ее усовершенствования количество теплоты, получаемое от нагревателя за цикл, не изменилось, а количество теплоты, отдаваемое за цикл холодильнику, уменьшилось на 10%. Каким стал КПД η' тепловой машины?

20. Тепловая машина с максимально возможным КПД имеет в качестве нагревателя резервуар с кипящей водой при температуре t_1=100^{o}C, а в качестве холодильника - сосуд со льдом при температуре t_2=0^{o}C. Какая масса льда m растает при совершении машиной работы A=1МДж? Удельная теплота плавления льда $\lambda = 3{,}34 \cdot 10^5 \,\frac{Дж}{кг}$.

2.2.2. Ответы

1) $T_1 = T_0 \cdot \dfrac{p_1}{p_0} = 364K$;

2) $p_2 = 2p_1 \cdot \dfrac{T_2}{T_1} = 40кПа$;

3) $N = \dfrac{pV}{kT} = 320 молекул$;

4) См. рис. 23.

5) $<\varepsilon> = \dfrac{3}{2} \cdot \dfrac{Mp}{\rho N_A} = 10^{-20}\,Дж$;

6) $p_{атм.} = \rho g h \dfrac{(l_1 + l_2)}{(l_1 - l_2)}$;

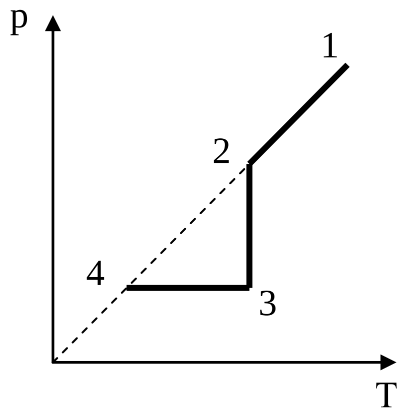

Рис.23

7) $\rho = \dfrac{(m_1 + m_2)\cdot p}{RT\cdot\left(\dfrac{m_1}{M_1}+\dfrac{m_2}{M_2}\right)} = 1{,}04\,\dfrac{кг}{м^3}$;

8) $\dfrac{m_1}{m_2} = \dfrac{\left(1-\dfrac{a}{M_2}\right)}{\left(\dfrac{a}{M_1}-1\right)} = 0{,}46$, где $a = \dfrac{mRT}{pV}$;

9) $N = \dfrac{V}{kT}p_{нас.}\cdot\varphi = 3{,}3\cdot 10^{24}\,молекул$;

10) $p_{нас.} = \dfrac{1}{\varphi\cdot(M_1 - M_2)}\cdot\left(M_1 p - \dfrac{mRT}{V}\right) = 2{,}4\cdot 10^3\,Па$;

11) $m_в = m_{ст.}\cdot\dfrac{c_{ст.}}{c_в}\cdot\dfrac{(t_3 - t_1)}{(t_2 - t_3)} = 0{,}18кг$;

12) $\dfrac{m_1}{m_2} = \dfrac{\Theta - t_2}{t_1 - \Theta} = \dfrac{1}{3}$;

13) $m_1 = \dfrac{cm(t_1 - \Theta)}{c_1(t_0 - t_2) + \lambda + c(\Theta - t_0)} = 0{,}13кг$, где t_0 – температура плавления льда;

14) $p_1 = \dfrac{m_1}{M}\dfrac{2RT}{V}$, $p_2 = \dfrac{m_2}{M}\dfrac{2RT}{V}$, где $T = \dfrac{m_1T_1 + m_2T_2}{m_1 + m_2}$;

15) $T = \dfrac{T_1T_2(p_1 + p_2)}{p_1T_2 + p_2T_1} = 353K$; **16)** $A = \dfrac{m}{M}RT\left(1 - \dfrac{1}{n}\right)$;

17) $A = \left(p_A + \dfrac{mg}{S}\right)\cdot\dfrac{HS\cdot\Delta t}{T_1} = 205\,Дж$; **18)** $A = Q_1\left(1 - \dfrac{T_2}{T_1}\right) = 12кДж$;

19) $\eta' = 1 - 0{,}9(1 - \eta) = 46\%$; **20)** $m = \dfrac{AT_2}{\lambda(T_1 - T_2)} = 8{,}2кг$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Перышкин А.В., Гутник Е.М. Физика. Учеб. для 9 кл. средн. шк.- М.: Просвещение, 2019.
2. Мякишев Г.Я., Буховцев Б.Б., Сотский Н.Н. Физика. Учеб. для 10 кл. сред. шк. - М.: Просвещение, 2020.
3. Мякишев Г.Я., Буховцев Б.Б. Физика. Учеб. для 11 кл. сред. шк. - М.: Просвещение, 2018.
4. Кабардин О.Ф. Физика. Справочные материалы. Учеб. пособие для учащихся. М.; Аст, 2018 (или любое издание прошлых лет).
5. Рымкевич А.П. Физика. Задачник. 10-11 кл.: Пособие для общеобразовательных учреждений. М. Дрофа, 2019.
6. Бендриков Г.А., Буховцев Б.Б., Керженцев В.В., Мякишев Г.Я. Задачи по физике для поступающих в вузы. - М.: Наука, 1919
7. Гольдфарб Н.И. Задачники «Дрофы». Физика. - М.: Дрофа, 2018.

СОДЕРЖАНИЕ