



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«МИРЭА – Российский технологический университет»

РТУ МИРЭА

Институт информационных технологий (ИИТ)

Кафедра прикладной математики (ПМ)

ОТЧЁТ ПО УЧЕБНОЙ ПРАКТИКЕ

Ознакомительная практика

приказ Университета о направлении на практику от «09» февраля 2023 г. № 663-С

Отчет представлен к
рассмотрению:

Студент группы ИМБО-01-22

«__» июня 2023

Ким К.С.

(подпись и расшифровка подписи)

Отчет утвержден.
Допущен к защите:

Руководитель практики
от кафедры

«__» июня 2023

Лаговский Б.А.

(подпись и расшифровка подписи)

Москва 2023 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ	3
2 РЕАЛИЗАЦИЯ.....	4
2.1 Метод решения	4
2.2 Алгоритм решения	4
2.3 Решение	5
3 ВЫВОДЫ	12
4 ИНФОРМАЦИОННЫЙ ИСТОЧНИК.....	13

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Дан треугольник ABC с вершинами A, B, C:

1) Найти его площадь.

2) Найти уравнение прямой $y = k * x + b$ (т.е. значения параметров k и b), проходящей через середину отрезка BC и делящую треугольник на две равные по площади части.

3) Найти уравнение параболы $y = a * x^2 + F$ (т.е. значения параметров a и F), делящей треугольник на две части с отношением площадей $1 : 2$. Найти количество решений при $a = 1$. При каких F решение существует? Построить график зависимости $F(a)$, т.е. значения F при заданных a (учитывая при этом количество решений).

4) Построить трёхмерный график зависимости F от координат точки C, т.е. $F(x_c, y_c)$ при $a = 3$.

Персональный вариант: 1) $A = (0, 2)$, $B = (6, 4)$, $C = (8, 0)$.

2 РЕАЛИЗАЦИЯ

2.1 Метод решения

Для решения данных 1 – 3 задач была использована программа Mathcad 15. Решение 4 задачи представлено на языке Python 3.10, с использованием среды разработки Jupyter Notebook. Используются такие дополнительные библиотеки как:

- numpy – предоставляет реализации вычислительных алгоритмов (в виде функций и операторов), оптимизированные для работы с многомерными массивами.

- matplotlib – библиотека для визуализации данных.

- mpl_toolkits.mplot3d – библиотека, для возможности построения 3D-построения графиков.

2.2 Алгоритм решения

Задание 1:

В данной задаче ищем стороны треугольника по формуле нахождения расстояния между двумя данными точками. $AB = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 - (b_2 - a_2)^2}$. Чтобы найти S использовал формулу Герона. Найдем p – полупериметр. А потом найдем S – площадь треугольника.

Задание 2:

В этом задании требуется найти уравнение прямой $y = k \cdot x + b$. Так как прямая проходит через середину стороны BC . Назовем точку M . Ищем координаты точки M . Каждая координата середины отрезка равна полусумме соответствующих координат концов отрезка. Составим систему уравнений для нахождения k и b .

Задание 3:

В данной задаче требуется найти площади, чтобы найти уравнение параболы $y = a \cdot x^2 + F$, делящей треугольник на две части с отношением площадей 1 : 2. При $a = 1$, первый интеграл от: $(y_1(x) - y_3(x))$. Пределы интегрирования – от первой точки пересечения $y_1(x)$ и $y_3(x)$, до точки пересечения $y_3(x)$ и $y(x)$. Точку пересечения находим с помощью `root` – ищет корень уравнения численными

методами, передав в аргументы: $(y_3(p) - p^2 - F, p)$. p – приближенное значение точки пересечения. Вторым интеграл от: $(y_1(x) - x^2 - F)$. Пределы интегрирования – от первой точки пересечения $y_1(x)$ и $y_3(x)$, до точки пересечения $y_1(x)$ и $y(x)$. Точку пересечения находим с помощью `root`, передав в аргументы: $(y_1(p) - p^2 - F, p)$. При нахождении a и F , сделал все аналогично через интегралы.

Задание 4:

В этом задании, чтобы построится трехмерный график зависимости F от координат точки C , т.е. $F(x_c, y_c)$ при $a = 3$, сделал с помощью функции `plot_surface` из `mpl_toolkits.mplot3d`.

2.3 Решение

$$\begin{aligned}
 &\text{№} \\
 &1 \\
 &a1 := 0 \quad b1 := 6 \quad c1 := 8 \\
 &a2 := 2 \quad b2 := 4 \quad c2 := 0 \\
 &AB := \sqrt{(b1 - a1)^2 + (b2 - a2)^2} \\
 &AC := \sqrt{(c1 - a1)^2 + (c2 - a2)^2} \\
 &BC := \sqrt{(c1 - b1)^2 + (c2 - b2)^2} \\
 &AB = 6.325 \\
 &AC = 8.246 \\
 &BC = 4.472 \\
 &p := \frac{(AB + BC + AC)}{2} \\
 &p = 9.521 \\
 &S := \sqrt{p \cdot (p - AB) \cdot (p - BC) \cdot (p - AC)} \\
 &S = 14
 \end{aligned}$$

Рисунок 1 – Решение первого задания

№

2

Пусть точка М лежит на середине ВС

$$M_x := \frac{(b1 + c1)}{2}$$

$$M_y := \frac{(b2 + c2)}{2}$$

$$k0 := 0$$

$$b0 := 0$$

Given

$$k0 \cdot a1 + b0 = a2$$

$$k0 \cdot M_x + b0 = M_y$$

$$\text{Find}(k0, b0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad k := 0 \quad b := 2$$

А так как прямая АМ совпадает с функцией $f(x)=k \cdot x+b$,
составляем систему уравнений. Надо найти k и b

Рисунок 2 – Решение второго задания

Прямая АВ

$$a_2 = b = 2, k = (b_2 - a_2) / (b_1 - a_1) = (4 - 2) / (6 - 0) = 1/3$$

$$y_1(x) := \frac{1}{3}x + 2$$

Прямая ВС

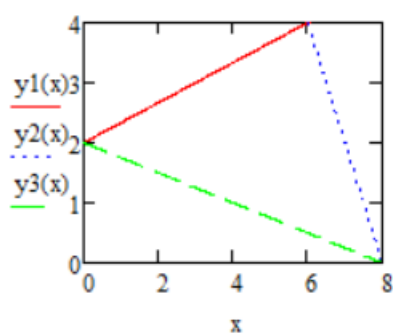
$$b = 16, k = (b_2 - c_2) / (b_1 - c_1) = (4 - 0) / (6 - 8) = -2$$

$$y_2(x) := -2x + 16$$

Прямая АС

$$a_2 = b = 2, k = (a_2 - c_2) / (a_1 - c_1) = (2 - 0) / (0 - 8) = -1/4$$

$$y_3(x) := -\frac{1}{4}x + 2$$



Прямая АМ

$$b = 2, k = 0$$

+

$$y_4(x) := 0 \cdot x + 2$$

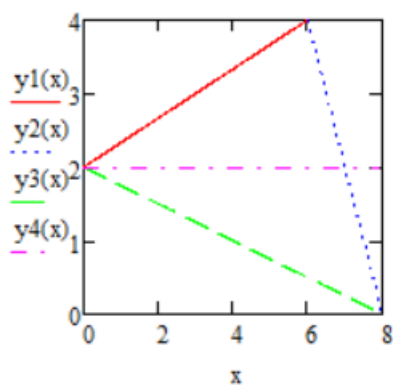


Рисунок 3 – Продолжение решения второго задания

$$\begin{aligned}\text{№3} \quad S &= 14 \\ S_1 &:= 0 \\ S_2 &:= 0\end{aligned}$$

Given

$$\begin{aligned}S_1 + S_2 &= S \\ S_2 &= 2 \cdot S_1\end{aligned}$$

$$\text{Find}(S_1, S_2) = \begin{pmatrix} 4.667 \\ 9.333 \end{pmatrix}$$

Прямая АВ

$$a_2 = b = 2, k = (b_2 - a_2) / (b_1 - a_1) = (4 - 2) / (6 - 0) = 1/3$$

$$y_1(x) := \frac{1}{3}x + 2$$

Прямая ВС

$$b = 16, k = (b_2 - c_2) / (b_1 - c_1) = (4 - 0) / (6 - 8) = -2$$

$$y_2(x) := -2x + 16$$

Прямая АС

$$a_2 = b = 2, k = (a_2 - c_2) / (a_1 - c_1) = (2 - 0) / (0 - 8) = -1/4$$

$$y_3(x) := \frac{-1}{4}x + 2$$

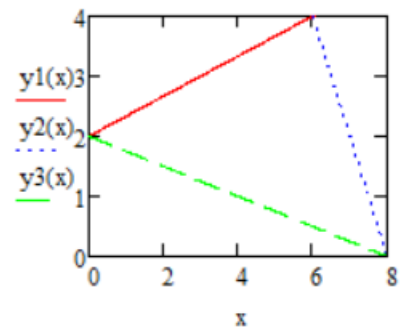


Рисунок 4 – Решение третьего задания

$$Y(F) := \int_{\text{root}(y1(p)-y3(p),p)}^{\text{root}(y3(p)-p^2-F,p)} y1(x) - y3(x) \, dx + \int_{\text{root}(y3(p)-p^2-F,p)}^{\text{root}(y1(p)-p^2-F,p)} y1(x) - x^2 - F \, dx$$

Приближенное значение $f1 := -13.819$

Уравнение $\text{Given } Y(f1) = \frac{14}{3}$

Найденный коэффициент $\text{Find}(f1) = -13.819$

Приближенное значение $f2 := -29.75$ Нашёл F => 2 решения, при a = 1

Уравнение $\text{Given } Y(f2) = \frac{14 \cdot 2}{3}$

Найденный коэффициент $\text{Find}(f2) = -29.75$

$$Y1(F,a) := \int_{\text{root}(y1(p)-y3(p),p)}^{\text{root}(y3(p)-a \cdot p^2-F,p)} y1(x) - y3(x) \, dx + \int_{\text{root}(y3(p)-a \cdot p^2-F,p)}^{\text{root}(y1(p)-a \cdot p^2-F,p)} y1(x) - a \cdot x^2 - F \, dx$$

Приближенное значение $f3 := -1 \quad a11 := 1$

Уравнение $\text{Given } Y1(f3, a11) = \frac{14}{3}$

Найденный коэффициент $\text{Find}(f3, a11) = \begin{pmatrix} -3.181 \\ 0.337 \end{pmatrix}$

Рисунок 5 – Продолжение решения третьего задания

Код программы на языке программирования Python 3 представлен листингами 1-5.

Листинг 1 – Код программы, решающий задачу 4

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from mpl_toolkits import mplot3d

def F(x, y):
    return 3 * x ** 2 + (y - 3) ** 2

xc = np.linspace(0, 8, 100)
yc = np.linspace(0, 4, 100)
```

```

X, Y = np.meshgrid(xc, yc)
Z = F(X, Y)

fig = plt.figure(figsize=(10, 8))
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')

surf = ax.plot_surface(X, Y, Z, cmap='viridis', alpha=0.8)
ax.set_xlabel('x')
ax.set_ylabel('y')
ax.set_zlabel('F')
plt.title('Зависимость F от координат точки C')
plt.show()

```

График, построенный программой, представлен на рисунке 1.

Зависимость F от координат точки C

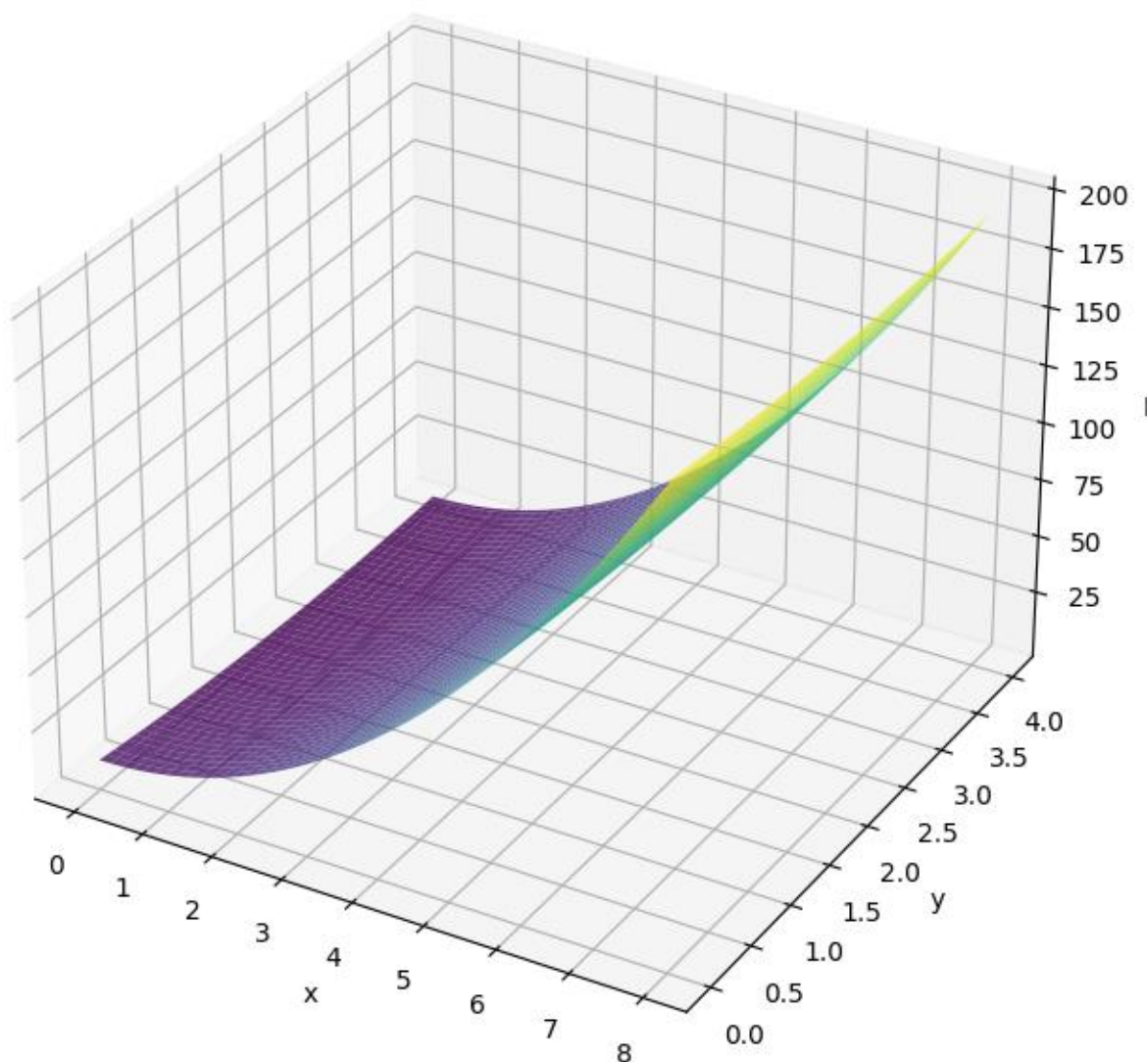


Рисунок 6 – Трехмерный график зависимость F от координат точки C

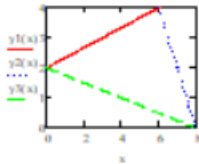
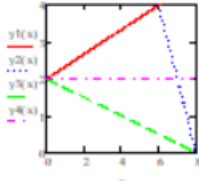
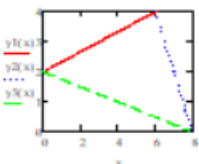
<pre> №1 a1 := 0 b1 := 6 c1 := 8 a2 := 2 b2 := 4 c2 := 0 AB := sqrt((b1 - a1)^2 + (b2 - a2)^2) AC := sqrt((c1 - a1)^2 + (c2 - a2)^2) BC := sqrt((c1 - b1)^2 + (c2 - b2)^2) AB = 6.325 AC = 8.246 BC = 4.472 p := (AB + BC + AC) / 2 p = 9.521 S := sqrt(p * (p - AB) * (p - BC) * (p - AC)) S = 14 №2 Пусть точка M лежит на середине BC Mx := (b1 + c1) / 2 My := (b2 + c2) / 2 k0 := 0 b0 := 0 Given k0 * a1 + b0 = a2 k0 * Mx + b0 = My Find(k0, b0) = (0 / 2) k := 0 b := 2 </pre> <p>А так как прямая AM совпадает с функцией f(x) := k * x + b, составляем систему уравнений. Надо найти k и b</p>	<pre> Прямая AB a2 = b = 2, k = (b2 - a2) / (b1 - a1) = (4 - 2) / (6 - 0) = 1/3 y1(x) := 1/3 * x + 2 Прямая BC b = 16, k = (b2 - c2) / (b1 - c1) = (4 - 0) / (6 - 8) = -2 y2(x) := -2 * x + 16 Прямая AC a2 = b = 2, k = (a2 - c2) / (a1 - c1) = (2 - 0) / (0 - 8) = -1/4 y3(x) := -1/4 * x + 2 </pre>  <pre> Прямая AM b = 2, k = 0 y4(x) := 0 * x + 2 </pre> 
<pre> №3 S = 14 S1 := 0 S2 := 0 Given S1 + S2 = S S2 = 2 * S1 Find(S1, S2) = (4.667 / 9.333) </pre> <p>Прямая AB a2 = b = 2, k = (b2 - a2) / (b1 - a1) = (4 - 2) / (6 - 0) = 1/3 y1(x) := 1/3 * x + 2</p> <p>Прямая BC b = 16, k = (b2 - c2) / (b1 - c1) = (4 - 0) / (6 - 8) = -2 y2(x) := -2 * x + 16</p> <p>Прямая AC a2 = b = 2, k = (a2 - c2) / (a1 - c1) = (2 - 0) / (0 - 8) = -1/4 y3(x) := -1/4 * x + 2</p> 	<pre> Y(F) := int((y1(p) - p^2 - r, p) / (y1(p) - y3(p, p))) * y1(x) - y3(x) dx + int((y1(p) - p^2 - r, p) / (y1(p) - y3(p, p))) * y1(x) - x^2 - F dx </pre> <p>Приближенное значение Уравнения: $\Omega := -13.819$ Найденный коэффициент: $\text{Given } Y(\Omega) = \frac{14}{3}$ $\text{Find}(\Omega) = -13.819$</p> <p>Приближенное значение Уравнения: $\Omega := -29.75$ Найденный коэффициент: $\text{Given } Y(\Omega) = \frac{14.2}{3}$ $\text{Find}(\Omega) = -29.75$</p> <p>Приближенное значение Уравнения: $\Omega := -1$ Найденный коэффициент: $\text{Given } Y(\Omega, a1) = \frac{14}{3}$ $\text{Find}(\Omega, a1) = (-3.181 / 0.337)$</p> <p>Найдем F => 2 решения, при a = 1</p>

Рисунок 7 – Полный скриншот программы

3 ВЫВОДЫ

В рамках данной работы были исследованы треугольник и парабола. В задании 1 были найдены стороны треугольника и площадь треугольника. Площадь треугольника равен 14. В задании 2 была найдена уравнение прямой $y = 0 \cdot x + 2$. В задании 3 было найти уравнение параболы, делящей треугольник на две части с отношением площадей 1 : 2. В задании 4 была построена трехмерная графика зависимости F от координат точки C .

4 ИНФОРМАЦИОННЫЙ ИСТОЧНИК

1. Бергер Е.Г. Нормоконтроль документации [Электронный ресурс]: метод. рекомендации / Е. Г. Бергер, А. С. Зуев. — М.: РТУ МИРЭА, 2020. — Электрон. опт. диск (ISO)