

Проверочная работа

Краткие сведения по уравнению состояния Ван-дер-Ваальса. Это уравнение используется для описания реального газа с учетом межмолекулярных взаимодействий и конечного объема молекул (для простоты рассмотрим его для одного моля вещества):

$$P(V,T) = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}, \text{ где:}$$

- P – давление,
- V – объем,
- T – температура,
- R – универсальная газовая постоянная,
- a, b – константы для конкретного газа.

Рассмотрим это уравнение для кислорода:

- $a = 0.1382 \text{ Па} \cdot \text{м}^6 / \text{моль}^2$
- $b = 3.19 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3 / \text{моль}$
- $R = 8.314 \text{ Дж} / (\text{моль} \cdot \text{К})$

Задание 1: Построение графиков

Построить графики уравнения Ван-дер-Ваальса при температурах -140, -130, -120, -110, -100 градусов Цельсия. Выделить красным цветом кривую, начиная с которой начинаются изменения в поведении функции (см. пояснение).

Пояснение: Критическая температура и её влияние на график давления

Критическая температура — это температура, выше которой исчезает различие между жидкостью и газом. При $T = T_{\text{crit}}$ изотерма Ван-дер-Ваальса имеет особенность:

- График имеет **единственную точку перегиба**.
- Исчезает **запрещенная зона** — область с локальными экстремумами.
- Фазовый переход первого рода (конденсация) перестаёт быть возможным.

Физически это означает, что при критической температуре жидкость и газ становятся **неразличимыми** по плотности и физическим свойствам, образуя **сверхкритическое состояние**.

Напоминание: перевод из градусов Цельсия в Кельвины: $T(\text{К}) = T(^{\circ}\text{C}) + 273.15$

Диапазон изменения объема: $[b + 10^{-5}, 10^{-3}] \text{ (м}^3 / \text{моль)}$. Настоятельно рекомендуется отрисовывать значения функции как минимум по 1000 точек!

Задание 2: Поиск локальных экстремумов

Рассмотрим изотерму при температуре, равной -130 °C. Все дальнейшие задание проводятся именно с этой изотермой!

- Найти локальный максимум и минимум функции $P(V,T)$.
- Эти точки определяют границы **запрещенной зоны**, где изотерма имеет нестабильный участок.

Напоминание: Запрещенная зона — это область, где производная давления по объему положительна, то есть это означает, что при расширении вещества растет и его давление, что невозможно для реального вещества.

Задание 3: Длина кривой запрещенной зоны

Найти длину кривой в запрещенной зоне. **Настоятельно рекомендуется разбивать интервал подсчета длины кривой как минимум на 1000 точек!**

Замечание: Длина кривой не имеет физического смысла, но полезна для проверки навыков интегрирования.

Задание 4: Нахождение корней уравнения

Рассчитать корни уравнения: $P(V, T) - P_{\text{нас}} = 0$ с точностью до 10^{-7} .

Здесь $P_{\text{нас}} = 3664186.998$ Па — давление насыщенного пара кислорода при -130°C .

Ожидаемые три корня:

- Самый левый (жидкость) назовем его V_l ,
- Центральный (нефизическая область),
- Самый правый (газ) назовем его V_g .

Задание 5: Проверка правила Максвелла

Вычислить два интеграла:

$$\begin{aligned} 1. & \int_{V_l}^{V_g} P(V, T) dV \\ 2. & \int_{V_l}^{V_g} P_{\text{нас}} dV \end{aligned}$$

Сравнить значения этих интегралов, если они равны, значит правило Максвелла выполняется. **Настоятельно рекомендуется разбивать интервал интегрирования как минимум на 1000 точек!**