



Лекция 2

Метрические алгоритмы

Содержание



1. Знакомимся с метрическими алгоритмами
2. Учимся оценивать качество и подбирать параметры
3. Улучшаем алгоритм
4. Алгоритмы на текстах и домашнее задание 1
5. Практический кейз: Рекомендательные системы

Часть 1

Ваш первый алгоритм





Объект описывается вектором его наблюдаемых характеристик (признаков) $x \in X$ и скрытых характеристик $y \in Y$ (целевая переменная).

Существует некоторая функция $f : X \rightarrow Y$

Задача: имея ограниченный набор объектов, построить функцию $a : X \rightarrow Y$, приближающую f на всем множестве объектов

$$\{x_1, \dots, x_N\} = X_{train}, \{y_1, \dots, y_N\} = Y_{train}$$

Обучение с учителем — известны X_{train}, Y_{train}

1) Классификация — $Y = \{1, \dots, M\}$

2) Регрессия — $Y = \mathbb{R}, Y = \mathbb{R}^M$



Функция потерь $L(a, x, y)$ — неотрицательная функция, показывающая величину ошибки алгоритма a на объекте x с ответом y .

Функционал качества

$$Q(a, X, Y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N L(a, x_i, y_i), x_i \in X, y_i \in Y$$

Принцип минимизации эмпирического риска:

$$a^* = \underset{A}{\operatorname{argmin}} Q(a, X_{\text{train}}, Y_{\text{train}}), A — \text{семейство алгоритмов.}$$

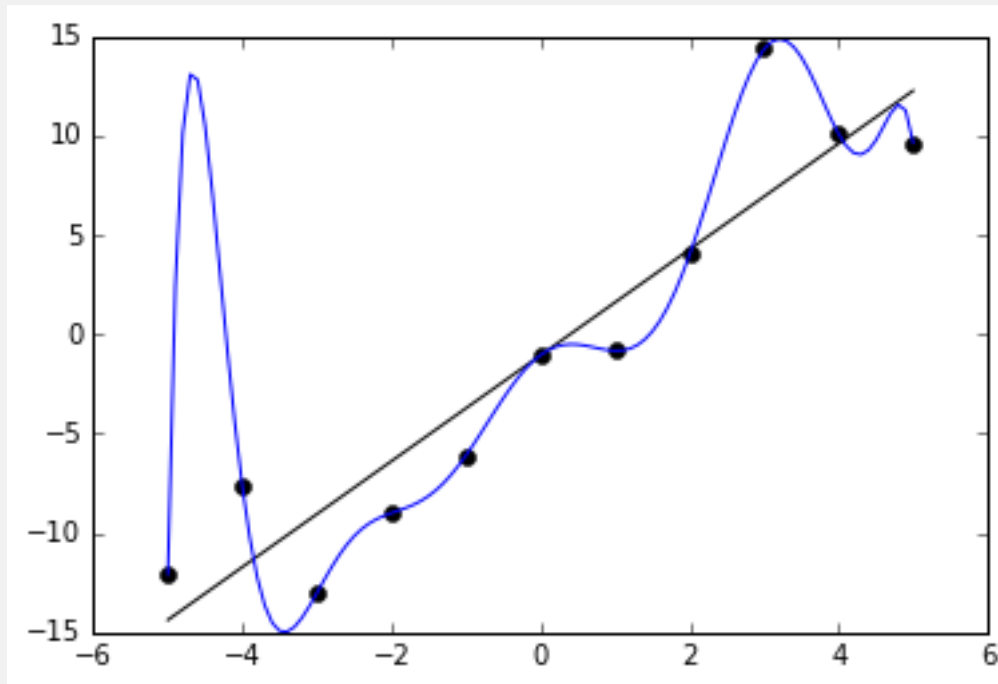
Переобучение — $Q(a, X_{\text{train}}, Y_{\text{train}}) \ll Q(a, X_{\text{test}}, Y_{\text{test}})$

Формула обучения:

Learning = Representation + Evaluation + Optimization

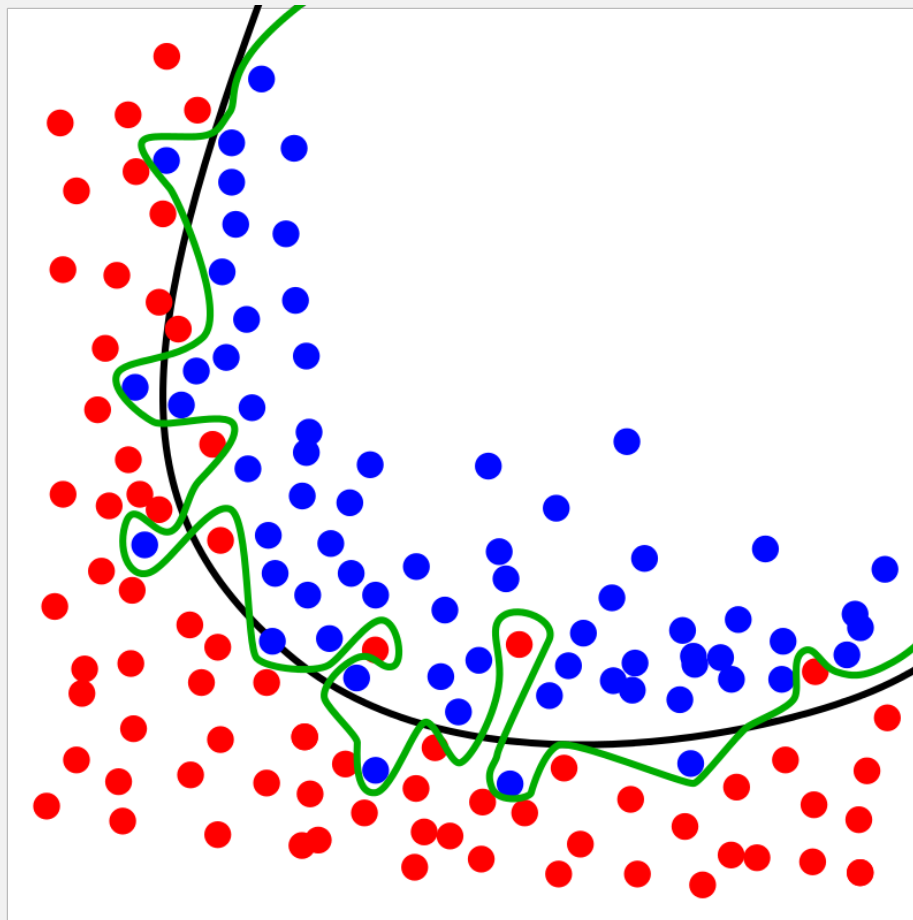
Источник: homes.cs.washington.edu/~pedrod/papers/cacm12.pdf

Пример переобучения



Источник: en.wikipedia.org/wiki/Overfitting

Пример переобучения



Источник: en.wikipedia.org/wiki/Overfitting

Какие бывают алгоритмы



- Параметрические (имеют фиксированное число параметров) Имеют четкие предположения о структуре данных, работают быстро.
- Непараметрические (число параметров растет с размером датасета). Не имеют никаких предположений о структуре данных, работают очень медленно на больших данных.

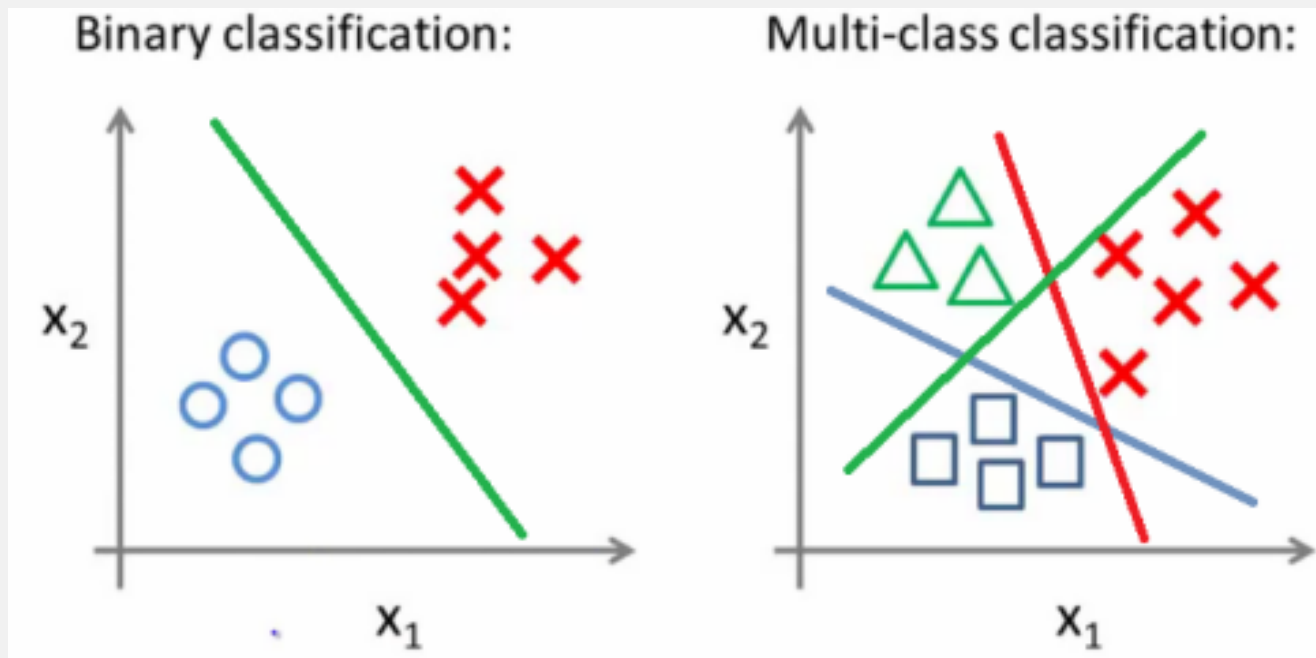
Сегодня вся лекция про **непараметрические** алгоритмы

Гипотеза компактности



Гипотеза:

Похожие объекты лежат в одном классе



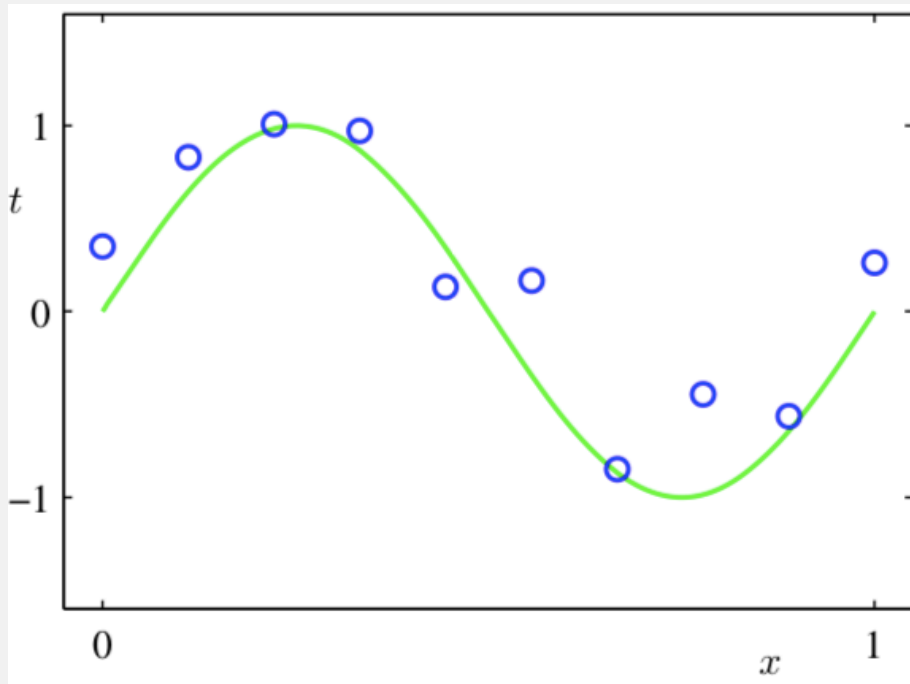
Источник: medium.com/@b.terryjack

Гипотеза непрерывности



Гипотеза:

Похожие объекты имеют похожий ответ



Источник: Bishop



Пусть обучающая выборка размера N .

Общая формула для классификации:

$$a(x, X_{train}) = \operatorname{argmax}_c \sum_{i=1}^N w(x, x_i) I[y_i = c], x_i \in X_{train}$$

Общая формула для регрессии:

$$a(x, X_{train}) = \frac{\sum_{i=1}^N w(x, x_i) y_i}{\sum_{i=1}^N w(x, x_i)}, x_i \in X_{train}$$

Непараметрический, ленивый алгоритм



- Если ненулевой вес только у ближайшего объекта, то алгоритм называют алгоритмом ближайшего соседа
- Если ненулевые веса для k ближайших объектов, то алгоритм называют алгоритмом k ближайших соседей (k-nearest neighbors, knn).

Пусть x_i — i -тый ближайший сосед объекта x

- $w(x, x_i) = 1/k$
- $w(x, x_i) = \frac{k+1-i}{k}$
- $w(x, x_i) = \alpha^i, \alpha \in (0,1)$



Проблема: в прошлом варианте никак не учитываем величину расстояния.

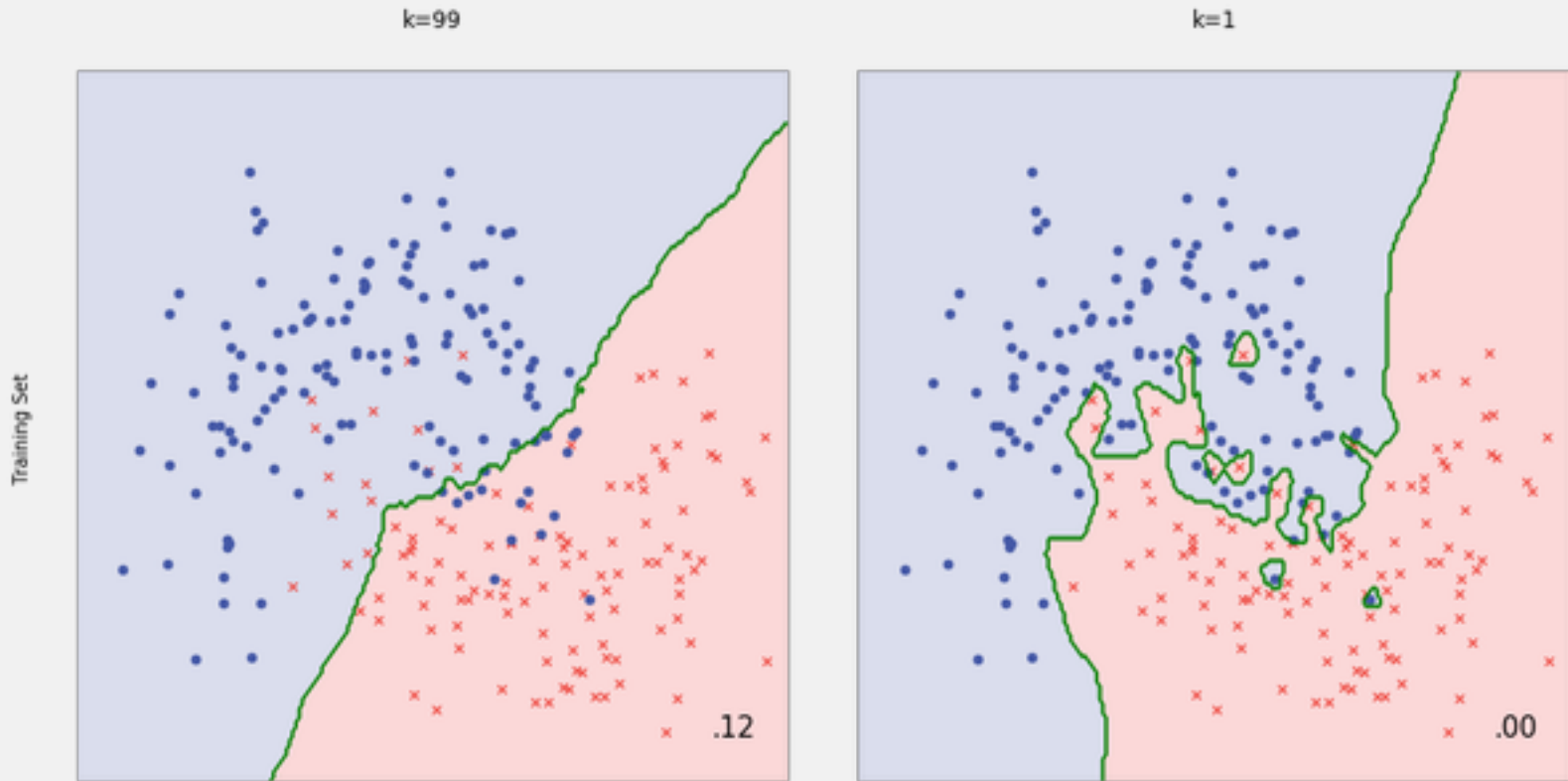
$$w(x, x_i) = K(\rho(x, x_i)),$$

где $K(x)$ — любая монотонно убывающая функция.

Примеры:

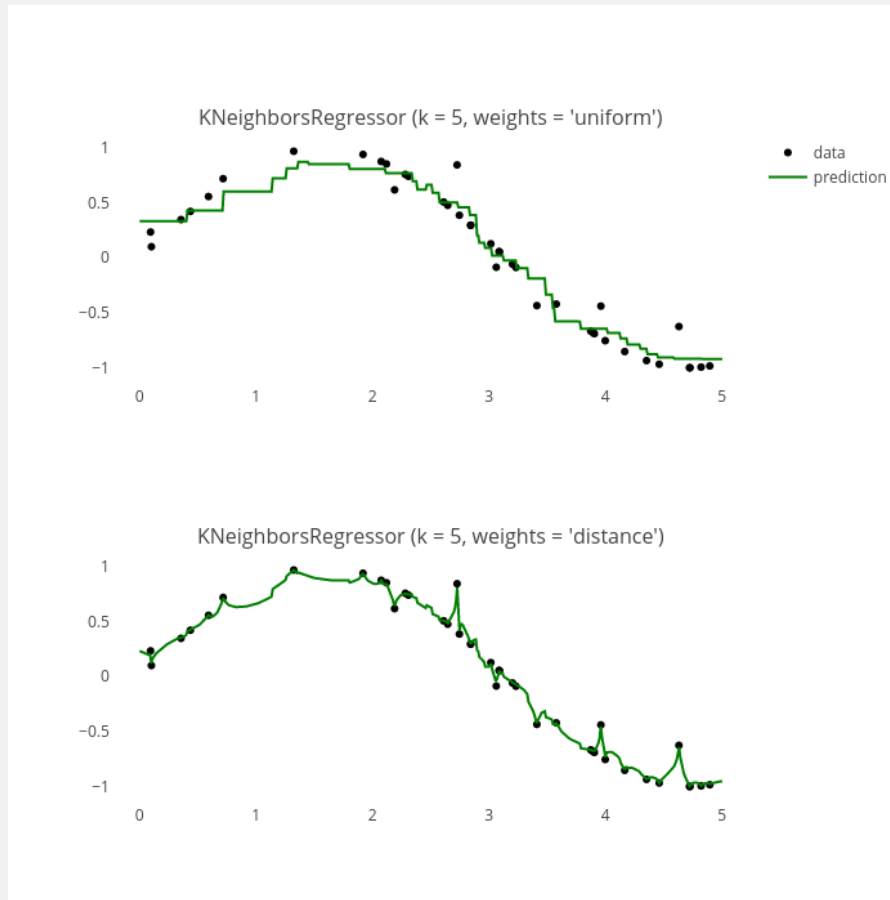
- $K(x) = \frac{1}{x + \beta}$
- $K(x) = \exp(-x)$
- $K(x) = \alpha^x, \alpha \in (0, 1)$

Пример классификации



Источник: cambridgecoding.wordpress.com/2016/03/24/

Пример регрессии



Источник: plot.ly/python

Часть 2

Оцениваем качество, выбираем параметры



Структурные параметры



? *Параметры метрических алгоритмов настраивать на обучающей выборке? На тестовой? Почему?*

$$Q(a, X, Y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N L(a, x_i, y_i), x_i \in X, y_i \in Y$$

! *Переобучение возникает из-за излишней сложности модели*

Параметры, которые нельзя настраивать на обучающей выборке, будем называть **структурными**.

Обучающую выборку нужно разделить на обучающую и **валидационную**. На ней настраиваем структурные параметры!

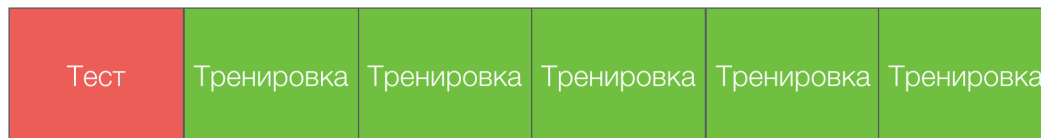
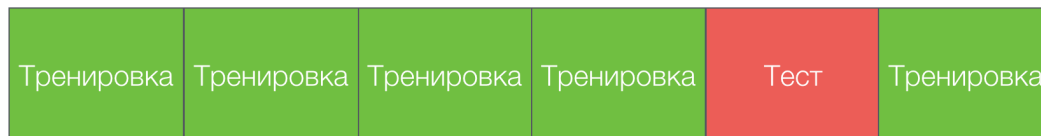
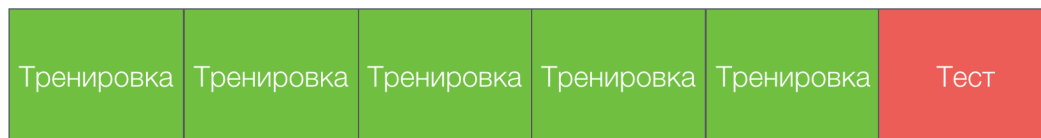
Скольльзящий контроль



Качество зависит от объектов в валидации!

Решение — скользящий контроль (cross-validation).

В пределе, когда только 1 объект в тесте — LOO (leave one out).



Оцениваем качество регрессии



$$Q(a, X, Y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N L(a, x_i, y_i), x_i \in X, y_i \in Y$$

Функции потерь:

1. **Квадратичная** (Q — MSE)

$$L(a, x, y) = (a(x) - y)^2$$

2. **Абсолютная** (Q — MAE)

$$L(a, x, y) = |a(x) - y|$$

3. **Логарифмическая** (Q — MSLE)

$$L(a, x, y) = (\log(a(x) + 1) - \log(y + 1))^2$$

4. **Абсолютная-процентная** (Q — MAPE)

$$L(a, x, y) = \frac{|a(x) - y|}{y}$$

Оцениваем качество классификации



- **Accuracy** (точность) — процент правильно классифицированных объектов $L(a, x, y) = [a(x) = y]$
- **Precision** (аккуратность) — процент правильно классифицированных объектов класса 1 среди всех объектов, которым алгоритм присвоил метку 1.
- **Recall** (полнота) — процент правильно классифицированных объектов класса 1 среди всех объектов класса 1
- **F1-score** — среднее гармоническое Precision и Recall

$$F1 = \frac{2}{\frac{1}{Precision} + \frac{1}{Recall}} = \frac{2 \cdot Precision \cdot Recall}{Precision + Recall}$$



Тестовая выборка содержит 10 объектов класса 1 и 990 объектов класса 0. Какая точность у константного алгоритма?



Почему именно среднее гармоническое?

Не всегда нужно разбивать случайно



Нельзя никогда забывать, какую задачу мы решаем!

Если выборка маленькая, то нужно сохранять баланс классов — stratified валидация.



Как сделать валидацию в случае:

- *Спам-фильтра*
- *Предсказания объема продаж на следующую неделю*
- *Предсказания стоимости квартир для всего дома целиком*

Часть 3

Улучшаем алгоритм





Аксиомы:

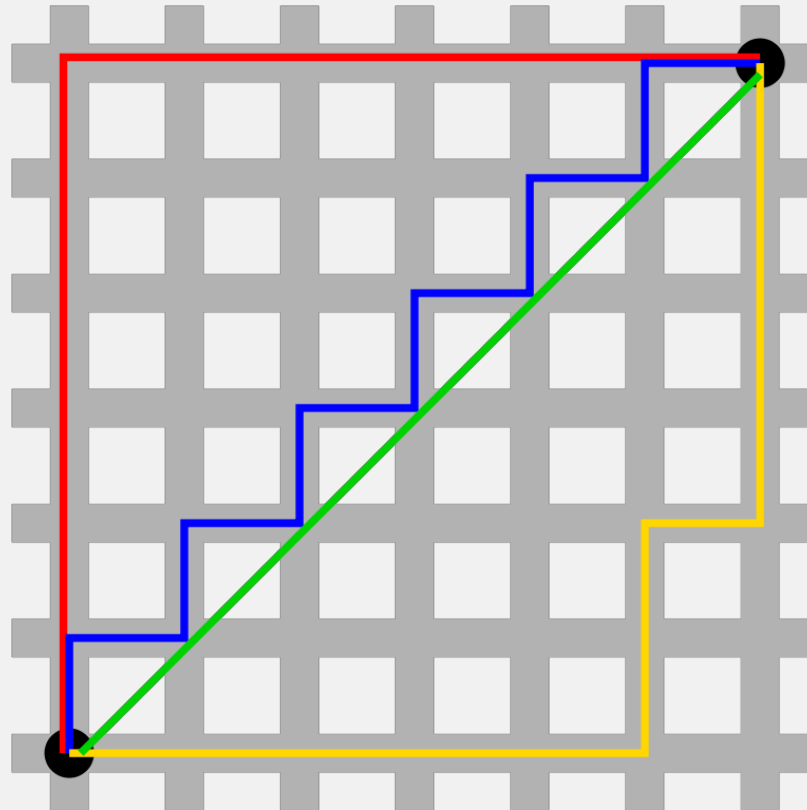
1. $\rho(x, y) = 0$, т.и.т.д $x = y$
2. $\rho(x, y) = \rho(y, x)$
3. $\rho(x, z) \leq \rho(x, y) + \rho(y, z)$

Пусть D — число признаков. Метрика Минковского (при $p \in (0, 1)$ не метрика):

$$\rho(x, y) = \left(\sum_{j=1}^D |x_j - y_j|^p \right)^{\frac{1}{p}}$$

- $p = 2$ — Евклидово расстояние
- $p = 1$ — Манхэттенское расстояние
- $p = \infty$ — Расстояние Чебышева (максимальное расстояние между двумя признаками)

Манхэттенское расстояние



Источник: en.wikipedia.org/wiki/Taxicab_geometry

Нормировка признаков



$$\rho(x, y) = \left(\sum_{j=1}^D |x_j - y_j|^p \right)^{\frac{1}{p}}$$

Нельзя так считать расстояния с признаками разных масштабов!

Два вида нормировки:

1. Стандартизация — $x^j = \frac{x^j - \text{mean}(x^j)}{\text{std}(x^j)}$

2. Нормализация — $x^j = \frac{x^j - \min(x^j)}{\max(x^j) - \min(x^j)}$



В каком диапазоне будет лежать признак теперь?

Расстояния на категориальных признаках



1. Расстояние Хэмминга — число категориальных признаков, которые имеют разные значения.
2. Счетчики — среднее значение признака/целевой переменной с такой категорией.

При кодировании признака с помощью целевой переменной нельзя использовать целевую переменную данного объекта!

Тренировка	Тренировка	Тренировка	Тренировка	Тренировка	Тест
------------	------------	------------	------------	------------	------

Тренировка	Тренировка	Тренировка	Тренировка	Тест	Тренировка
------------	------------	------------	------------	------	------------



Тест	Тренировка	Тренировка	Тренировка	Тренировка	Тренировка
------	------------	------------	------------	------------	------------

Косинусное расстояние



По определению скалярного произведения считаем угол между векторами:

$$\rho(x, y) = \alpha = \arccos \frac{x \cdot y}{|x| |y|}$$

На практике обычно считают так:

$$\text{sim}(x, y) = \frac{x \cdot y}{|x| |y|}$$

$$\text{rho}(x, y) = 1 - \text{sim}(x, y)$$



Косинусное расстояние часто используют для текстов. Почему?

Расстояние Джаккарда



Как померить расстояние между множествами?
Например, предложение — мешок (множество) слов.

$$\rho(X, Y) = 1 - \frac{X \cap Y}{X \cup Y}$$



Приведите пример задачи, где удобно использовать расстояние над множествами

Расстояние Левенштейна



Минимальное количество операций вставки одного символа, удаления одного символа и замены одного символа на другой, необходимых для превращения одной строки в другую.


$$\rho(kitten, sitting) = 3$$

? В каких задачах часто применяется расстояние Левенштейна?



Посчитали расстояние по вещественным признакам, по категориальным, строковое, для множеств... Как теперь все объединить?

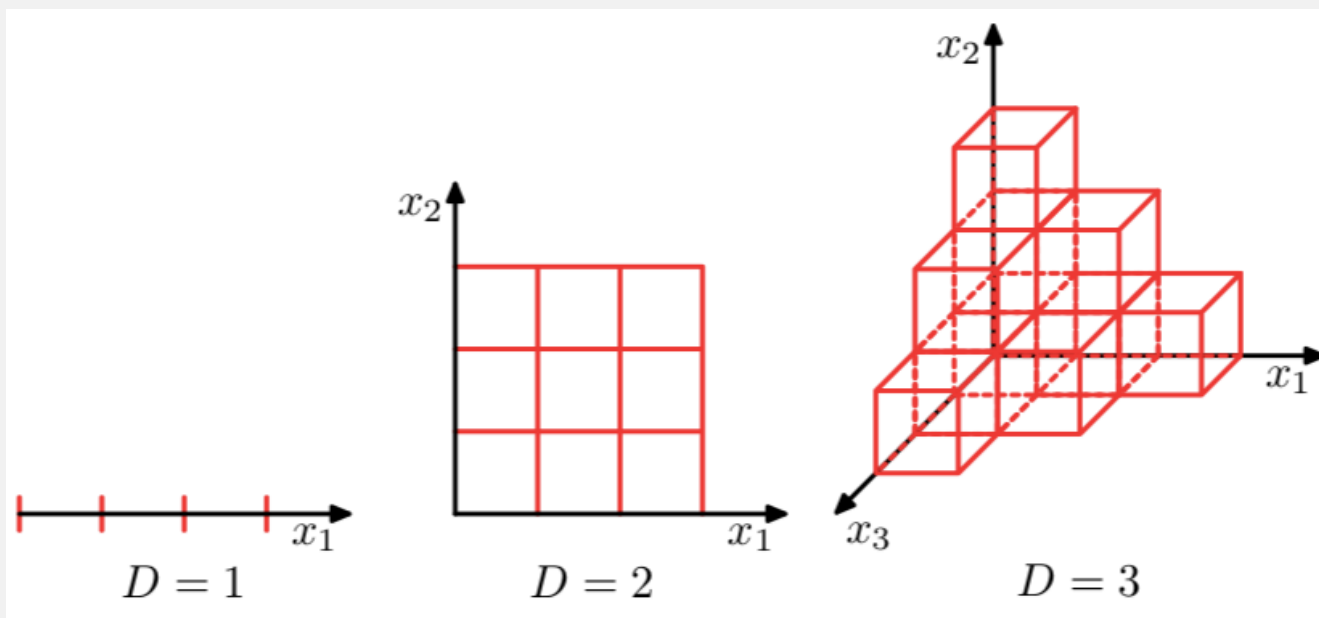
$$\rho(x, y) = c_1\rho_1(x, y) + c_2\rho_2(x, y) + \dots$$

? *Как найти коэффициенты?*

Проклятие размерности



В пространстве большой размерности объекты сильно удалены друг от друга.

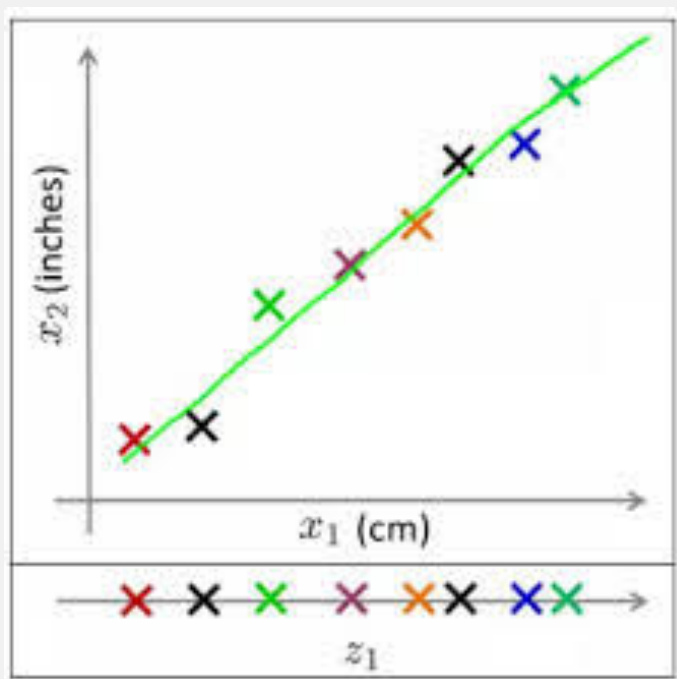


Источник: Bishop

Уменьшаем размерность



- Методы снижения размерности
- Отбор признаков



Источник: analyticsvidhya.com/blog/2015/07/dimension-reduction-methods



Задача: найти и удалить вредные признаки.

? *Какие признаки для нас вредные?*

- Перебрать все варианты и посмотреть качество (лучший, если признаков мало)
- Посчитать корреляцию с целевой функцией и удалить шумные
- Посчитать корреляцию всех пар признаков и удалить скоррелированные
- Последовательно удалять худшие
- Последовательно добавлять лучшие



Алгоритм:

- Наглядный, понятный
- Идеально работает, если правильно выбрана метрика
- Ленивый алгоритм, совсем не учится, тяжело работает на бигдате
- Позволяет делать **беспризнаковое распознавание**
- На признаковом распознавании, как правило, работает хуже других алгоритмов



Какие можете придумать примеры беспризнакового распознавания?



Какая сложность обучения алгоритма ближайшего соседа?
Предсказания одного объекта?

Сложность алгоритма



Сложность обучения — $O(ND)$ (запоминаем выборку)

Сложность предсказания — $O(ND)$ (считаем все расстояния)

В таком виде это в real time системах это работать не будет!

? Зачем мы тогда все это учим?

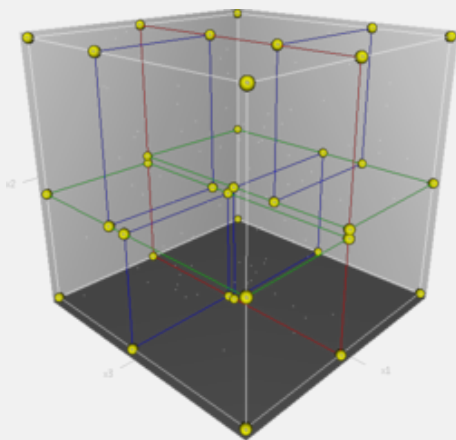
Ускоряем базовый алгоритм



Структурируем признаковое пространство, чтобы по нему быстрее искать.

- KD-tree
- Ball tree

Если признаков мало (несколько десятков), то сложность по числу объектов логарифмическая. Если много — линейная (проклятие размерности), внедрять нельзя!



Приближенный поиск ближайших соседей



В среднем имеют логарифмическую сложность даже для больших признаков пространств.

Примеры методов:

- ANNOY — делим пространство случайными плоскостями, строим дерево
- Navigable Small World — гуляем по графу тесного мира
- FAISS — кластеризуем пространство и ищем расстояния до центров кластеров
- LSH (Locality-sensitive hashing) — делаем хэш функцию, которая близким объектам присваивает близкие значения хэша

На семинаре разбираем ANNOY!

Применяют ли метрические алгоритмы?



Применяют!

Все большие поисковые/рекомендательные системы состоят из двух компонент:

- Грубый отбор кандидатов
- Использование финальной модели

Быстрый приближенный поиск ближайших соседей идеально подходит под задачу выборов кандидатов.

Величину $\rho(x, y)$ можно подавать в финальную модель!

Часть 4

Алгоритмы на текстах и домашнее задание 1



Обработка естественного языка



- Категоризация новостей
- Автоответы в почте
- Машинный перевод
- Информационный поиск
- Чат боты

? Как мы представляем текст в виде вектора?

Представление текста



В виде вектора размера размерность словаря, где единицы стоят в тех ячейках, которые соответствуют слову, которое есть в тексте

Можно рассматривать не слова, а

- N-граммы слов
- N-граммы букв

? В чем достоинства и недостатки каждого подхода?



Можно вставлять не просто единички, а значение, которое показывает, насколько слово важно для данного текста

Важность слова в **тексте** * Важность слова **вообще**

$Tfidf = TF * IDF$

TF — *term frequency*, **IDF** — *inverse document frequency*

$TF(w, d) = \frac{n_w}{n_d}$, где n_w — сколько раз встретилось слово в документе,

n_d — длина документа

$IDF(w) = \log \frac{|D|}{|D_w|}$, $|D|$ — число документов, $|D_w|$ — число

документов, в которых есть слово w

И что, это все руками считать?



`sklearn.model_selection.KFold`

```
class sklearn.model_selection.KFold(n_splits=5, shuffle=False, random_state=None)
```

[\[source\]](#)

K-Folds cross-validator

`sklearn.model_selection.cross_val_score`

```
sklearn.model_selection.cross_val_score(estimator, X, y=None, groups=None, scoring=None, cv=None, n_jobs=None, verbose=0, fit_params=None, pre_dispatch='2*n_jobs', error_score=nan)
```

[\[source\]](#)

Evaluate a score by cross-validation



sklearn.feature_extraction.text.CountVectorizer

```
class sklearn.feature_extraction.text.CountVectorizer(input='content', encoding='utf-8', decode_error='strict',
strip_accents=None, lowercase=True, preprocessor=None, tokenizer=None, stop_words=None, token_pattern='(?u)|b|w|w+|b', ngram_range=(1, 1), analyzer='word', max_df=1.0, min_df=1, max_features=None, vocabulary=None,
binary=False, dtype=<class 'numpy.int64'>)
```

[\[source\]](#)

Convert a collection of text documents to a matrix of token counts

sklearn.feature_extraction.text.TfidfVectorizer

```
class sklearn.feature_extraction.text.TfidfVectorizer(input='content', encoding='utf-8', decode_error='strict',
strip_accents=None, lowercase=True, preprocessor=None, tokenizer=None, analyzer='word', stop_words=None,
token_pattern='(?u)|b|w|w+|b', ngram_range=(1, 1), max_df=1.0, min_df=1, max_features=None, vocabulary=None,
binary=False, dtype=<class 'numpy.float64'>, norm='l2', use_idf=True, smooth_idf=True, sublinear_tf=False)
```

[\[source\]](#)

Convert a collection of raw documents to a matrix of TF-IDF features.

Возвращает разреженную матрицу! В домашней работе для простоты работайте с обычной, так что выбирайте разумно `max_features`



**Спасибо за
внимание!**