

- Определите истинность заданных утверждений. Считайте, что $a \neq b$ – урэлементы.

(a) $a \in \{\{a\}, b\}$	(h) $\emptyset \in \emptyset$	(o) $a \in 2^{\{a\}}$
(b) $a \in \{a, \{b\}\}$	(i) $\emptyset \subseteq \emptyset$	(p) $2^{\{a, \emptyset\}} \subset 2^{\{a, b, \emptyset\}}$
(c) $\{a\} \in \{a, \{a\}\}$	(j) $\emptyset \subset \emptyset$	(q) $\{a, b\} \subseteq 2^{\{a, b\}}$
(d) $\{a\} \subset \{a, b\}$	(k) $\emptyset \in \{\emptyset\}$	(r) $\{a, a\} \in 2^{\{a, a\}}$
(e) $\{a\} \subseteq \{\{a\}, \{b\}\}$	(l) $\emptyset \subseteq \{\{\emptyset\}\}$	(s) $\{\{a\}, \emptyset\} \subseteq 2^{\{a, a\}}$
(f) $\{\{a\}\} \subset \{\{a\}, \{a, b\}\}$	(m) $\{\emptyset, \emptyset\} \subset \{\emptyset\}$	(t) $\{a, \{a\}\} \subset 2^{\{a, 2^{\{a\}}\}}$
(g) $\{\{a\}, b\} \subseteq \{a, \{a, b\}, \{b\}\}$	(n) $\{\{\emptyset\}\} \subset \{\{\emptyset\}, \{\emptyset\}\}$	(u) $\{\{a, \{\emptyset\}\}\} \subseteq 2^{\{a, 2^{\emptyset}\}}$
- Дано множество-универсум¹ $\mathcal{U} = \{1, 2, \dots, 10\}$ и его подмножества: $A = \{x \mid x \text{ – чётное}\}$, $B = \{x \mid x \text{ – простое}\}$ ², $C = \{2, 4, 7, 9\}$. Нарисуйте диаграмму Венна для A, B, C, \mathcal{U} и найдите:

(a) $B \Delta (A \cap C)$	(c) $\overline{A \cup C} \cup (C \Delta B)$	(e) $(2^A \cap 2^C) \setminus 2^B$
(b) $\overline{B} \setminus (A \Delta C)$	(d) $ \{A \cup B \cup 2^{\emptyset} \cup 2^{\mathcal{U}}\} $	(f) $2^{B \cap C} \setminus \{2^{\{2^{\emptyset}\}}\}, \overline{B \cap C} $
- Даны следующие множества³:

* $A = \{1, 2, 4\}$	* $C = 2^{\emptyset} \setminus \{\emptyset\}$	* $E = 2^{A \setminus D} \cap 2^{\{B \setminus D\}}$
* $B = \{\square, \blacktriangle\} \cup \emptyset$	* $D = \{\blacktriangle, 2^{\{\emptyset, C\}} \}$	* $F = 2^{\{\{\emptyset, \emptyset\} \setminus \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset\} \Delta C, \{\emptyset, C\}, 2^{\emptyset}\}}$

 Найдите:

(a) $A \Delta D$	(c) $B \times E$	(e) $D^{ C }$
(b) $E \Delta 2^C$	(d) $E \times 2^B$	(f) F^3
- Пусть $A = \{3, |B|\}$, $B = \{1, |A|, |B|\}$. Найдите, чему равны множества A и B .
- Изобразите на графиках \mathbb{R}^2 следующие множества точек:

(a) $\{1, 2, 3\} \times [1; 3]$	(d) $\{\langle x, y \rangle \in [1; 5] \times [1; 4] \mid (y > x) \vee (x \geq 4)\}$
(b) $[1; 4) \times (2; 4] \setminus \{\langle 2, 3 \rangle\}$	(e) $\{\langle x, y \rangle \in (1; 5]^2 \mid 4(x - 2)^2 + 9(y - 3)^2 \leq 36\}$
(c) $([1; 6] \times (1; 5]) \setminus ([4; 5] \times (2; 4))$	(f) $\{\langle x, y \rangle \in \mathbb{N}^2 \mid \exists z \in \mathbb{N} : x^3 + y^3 = z^3\}$
- Подробно докажите (или опровергните) следующие утверждения:

(a) Если $A \subseteq B$ и $B \subseteq C$, то $A \subseteq C$.
(b) $ \mathcal{P}(A) = 2^{ A }$.
(c) Множество рациональных ⁴ чисел \mathbb{Q} счётно.
(d) $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ – несчётное множество.

¹ Здесь под универсумом имеется в виду множество доступных урэлементов. Считайте, что $\overline{A} = \mathcal{U} \setminus A$.

² Считайте, что 1 не является простым числом.

³ \square – самый обыкновенный квадрат, \blacktriangle – самый обыкновенный кот.

⁴ Рациональное число можно представить в виде дроби m/n , где $m \in \mathbb{Z}$ – целое, а $n \in \mathbb{N}$ – натуральное.