1. Определите истинность заданных утверждений. Считайте, что  $a \neq b$  – урэлементы.

- (a)  $a \in \{\{a\}, b\}$
- (h)  $\emptyset \in \emptyset$

(o)  $a \in 2^{\{a\}}$ 

- (b)  $a \in \{a, \{b\}\}$
- (i)  $\emptyset \subseteq \emptyset$

(p)  $2^{\{a,\emptyset\}} \subset 2^{\{a,b,\emptyset\}}$ 

- (c)  $\{a\} \in \{a, \{a\}\}$
- (j)  $\emptyset \subset \emptyset$

(q)  $\{a, b\} \subseteq 2^{\{a, b\}}$ 

- (d)  $\{a\} \subset \{a, b\}$
- (k)  $\emptyset \in \{\emptyset\}$

(r)  $\{a, a\} \in 2^{\{a, a\}}$ 

- (e)  $\{a\} \subseteq \{\{a\}, \{b\}\}$
- (1)  $\emptyset \subseteq \{\{\emptyset\}\}$
- (s)  $\{\{a\},\varnothing\}\subseteq 2^{\{a,a\}}$

- (f)  $\{\{a\}\}\subset\{\{a\},\{a,b\}\}$
- $(m)\{\emptyset,\emptyset\}\subset\{\emptyset\}$
- (t)  $\{a, \{a\}\} \subset 2^{\{a, 2^{\{a\}}\}}$

- (g)  $\{\{a\}, b\} \subseteq \{a, \{a, b\}, \{b\}\}$
- $(n) \{\{\emptyset\}\} \subset \{\{\emptyset\}, \{\emptyset\}\}\}$
- (u)  $\{\{a, \{\emptyset\}\}\}\}\subseteq 2^{\{a,2^{\emptyset}\}}$

2. Дано множество-универсум  $\mathfrak{U} = \{1, 2, ..., 10\}$  и его подмножества:  $A = \{x \mid x$  – чётное $\}$ ,  $B = \{x \mid x$  – простое $^2\}$ ,  $C = \{2, 4, 7, 9\}$ . Нарисуйте диаграмму Венна для заданных множеств, отметьте на ней все элементы и найдите:

- (a)  $B \triangle (A \cap C)$
- (c)  $\overline{A \cup C} \cup (C \triangle B)$
- (e)  $(2^A \cap 2^C) \setminus 2^B$

- (b)  $\overline{B} \setminus (A \triangle C)$
- (d)  $|\{A \cup B \cup 2^{\varnothing} \cup 2^{\mathfrak{U}}\}|$
- (f)  $2^{B\cap C}\setminus\{2^{|2^{\{\emptyset\}}|}, |\overline{B\cap C}|\}$

3. Даны следующие множества<sup>3</sup>:

 $* A = \{1, 2, 4\}$ 

 $*\ C=2^{\emptyset}\setminus\{\emptyset\}$ 

 $*~E=2^{A\setminus D}\cap 2^{\{|B\setminus D|\}}$ 

- $*B = \{\Box, A\} \cup \emptyset$
- $* D = \{ A, |2^{\{\emptyset,C\}}| \}$
- $*F = 2\{\{\emptyset,\emptyset\}\setminus\{\{\emptyset\}\},\{\emptyset\}\triangle C,\{\emptyset,C\},2^{\emptyset}\}\}$

Найти:

(a)  $A \triangle D$ 

(c)  $B \times E$ 

(e)  $D^{|C|}$ 

(b)  $E \triangle 2^C$ 

(d)  $E \times 2^B$ 

(f)  $F^3$ 

4. Найдите все множества A, B и C, которые удовлетворяют следующим условиям:

$$A = \{1, |B|, |C|\}$$

$$B = \{2, |A|, |C|\}$$

$$C = \{1, 2, |A|, |B|\}$$

5. Изобразите на графиках  $\mathbb{R}^2$  следующие множества точек:

(a)  $\{1, 2, 3\} \times [1; 3]$ 

(d)  $\{\langle x, y \rangle \in [1, 5] \times [1, 4] \mid (y > x) \lor (x \ge 4) \}$ 

(b)  $[1;4) \times (2;4] \setminus \{(2,3)\}$ 

- (e)  $\{\langle x, y \rangle \in (1; 5]^2 \mid 4(x-2)^2 + 9(y-3)^2 \le 36\}$
- (c)  $([1;6] \times (1;5]) \setminus ([4;5] \times (2;4))$
- (f)  $\{\langle x, y \rangle \in \mathbb{N}^2 \mid \exists z \in \mathbb{N} : x^3 + y^3 = z^3 \}$

6. Подробно докажите (или опровергните) следующие утверждения:

- (a) Если  $A \subseteq B$  и  $B \subseteq C$ , то  $A \subseteq C$ .
- (b)  $|\mathcal{P}(A)| = 2^{|A|}$ .
- (c) Множество рациональных⁴ чисел ℚ счётно.
- (d)  $\mathcal{P}(\mathbb{N})$  несчётное множество.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Здесь под универсумом имеется в виду множество доступных урэлементов. Считайте, что  $\overline{A} = \mathfrak{U} \setminus A$ .

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Считайте, что 1 не является простым числом.

<sup>3 □ –</sup> самый обыкновенный квадрат, 🔏 – самый обыкновенный кот.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Рациональное число можно представить в виде дроби m/n, где  $m \in \mathbb{Z}-$  целое, а  $n \in \mathbb{N}-$  натуральное.