ТЕОРИИ

- Теория чисел

- Натуральные числа

ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

- Черные кошки

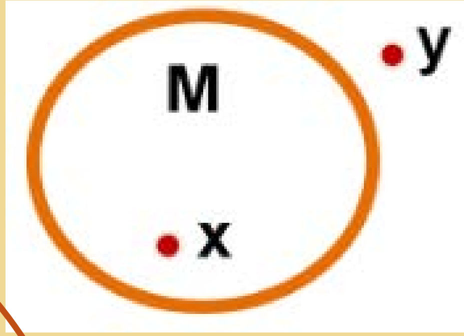
- Теория категорий

- Теория вероятностей

МНОЖЕСТВА

ЧТО ТАКОЕ МНОЖЕСТВА?

Множество – это совокупность объектов, называемых элементами множества. Эти элементы могут быть чем угодно: числа, буквы, фигуры и даже другие множества.



$x \in M$

$y \notin M$

КАКИЕ БЫВАЮТ МНОЖЕСТВА?

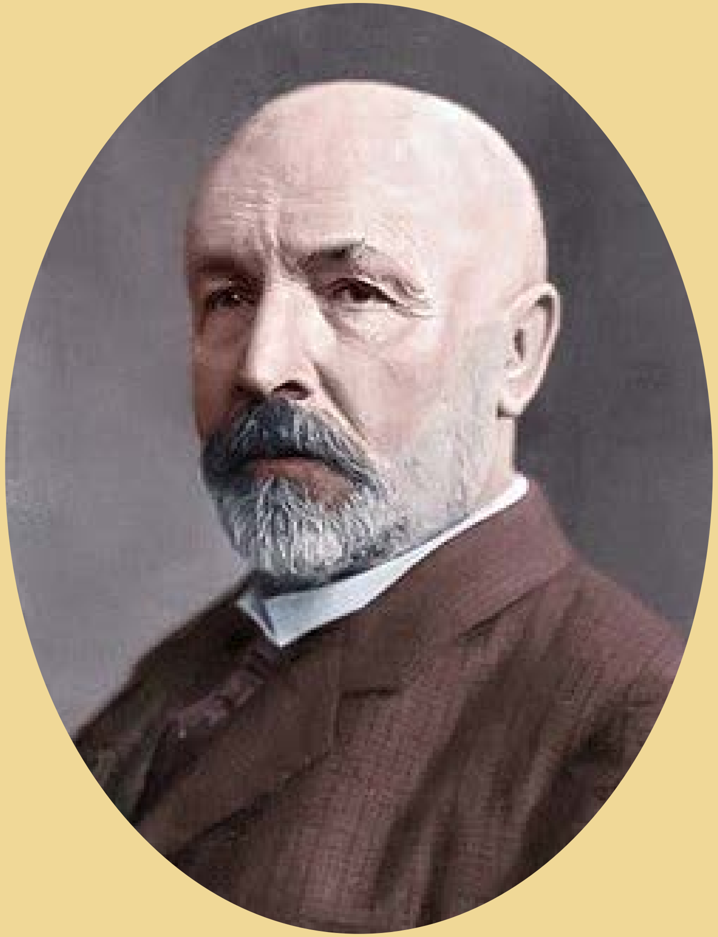
- Конечные и бесконечные

- Пустое множество

- Упорядоченные и неупорядоченные

ИСТОРИЯ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

Георг Кантор



- Ввёл основные понятия теории множеств
- В частности, он определил множество как «единое имя для совокупности всех объектов, обладающих данным свойством»

$$\{x \mid A(x)\}$$

Система Цермело – Френкеля

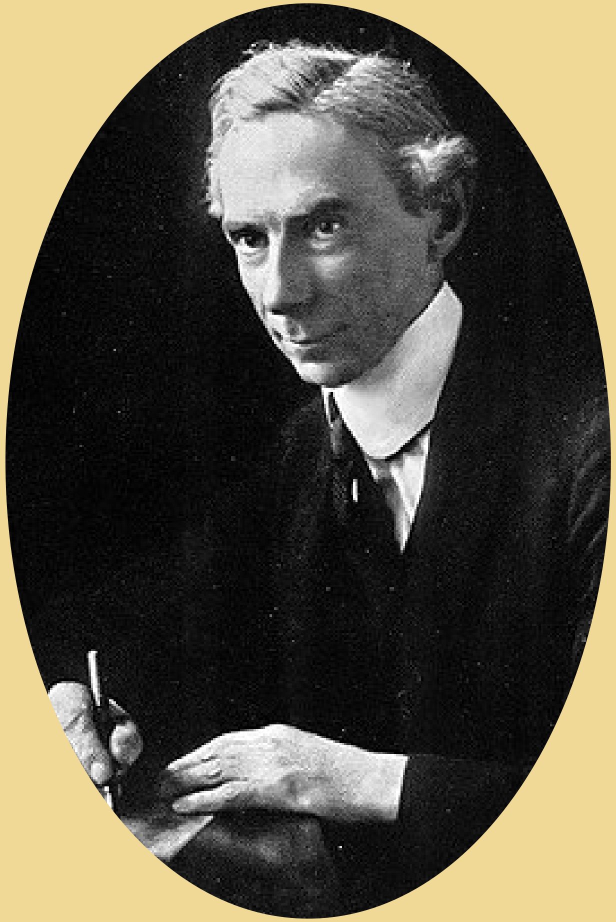
Система аксиом Цермело – Френкеля (ZF)

система Цермело – Френкеля с аксиомой выбора (ZFC)

Эрнст Цермело

Теория типов Рассела

Простые объекты в этой теории имеют тип 0, множества простых объектов имеют тип 1, множества множеств простых объектов имеют тип 2 и так далее.



Бертран Рассел

Таким образом, ни одно множество не может иметь себя в качестве элемента.

АКСИОМЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

Аксиома выбора

Для всякого семейства *X* непустых множеств существует функция *f*, которая каждому множеству семейства сопоставляет один из элементов этого множества. Функция *f* называется функцией выбора для заданного семейства.

$$\forall X \left[\varnothing \notin X \Rightarrow \exists f\colon X \to \bigcup X \quad \forall A \in X \, (f(A) \in A) \right]$$

Аксиома объемности

Каковы бы ни были два множества, если каждый элемент 1-го множества принадлежит 2-му множеству, а каждый элемент 2-го множества принадлежит 1-му множеству, тогда первое множество идентично второму множеству.

$$\forall a_1 \forall a_2 \left(\forall b \left(b \in a_1 \leftrightarrow b \in a_2\right) \rightarrow a_1 = a_2\right)$$

Аксиома пары

Из любых двух [одинаковых или разных] множеств можно образовать [по меньшей мере одну] „неупорядоченную пару“, то есть такое множество c, каждый элемент b которого идентичен данному множеству a1 или данному множеству a2.

$$\forall a_1 \forall a_2 \exists c \forall b \left(b \in c \leftrightarrow b = a_1 \lor b = a_2\right)$$

Аксиома степени

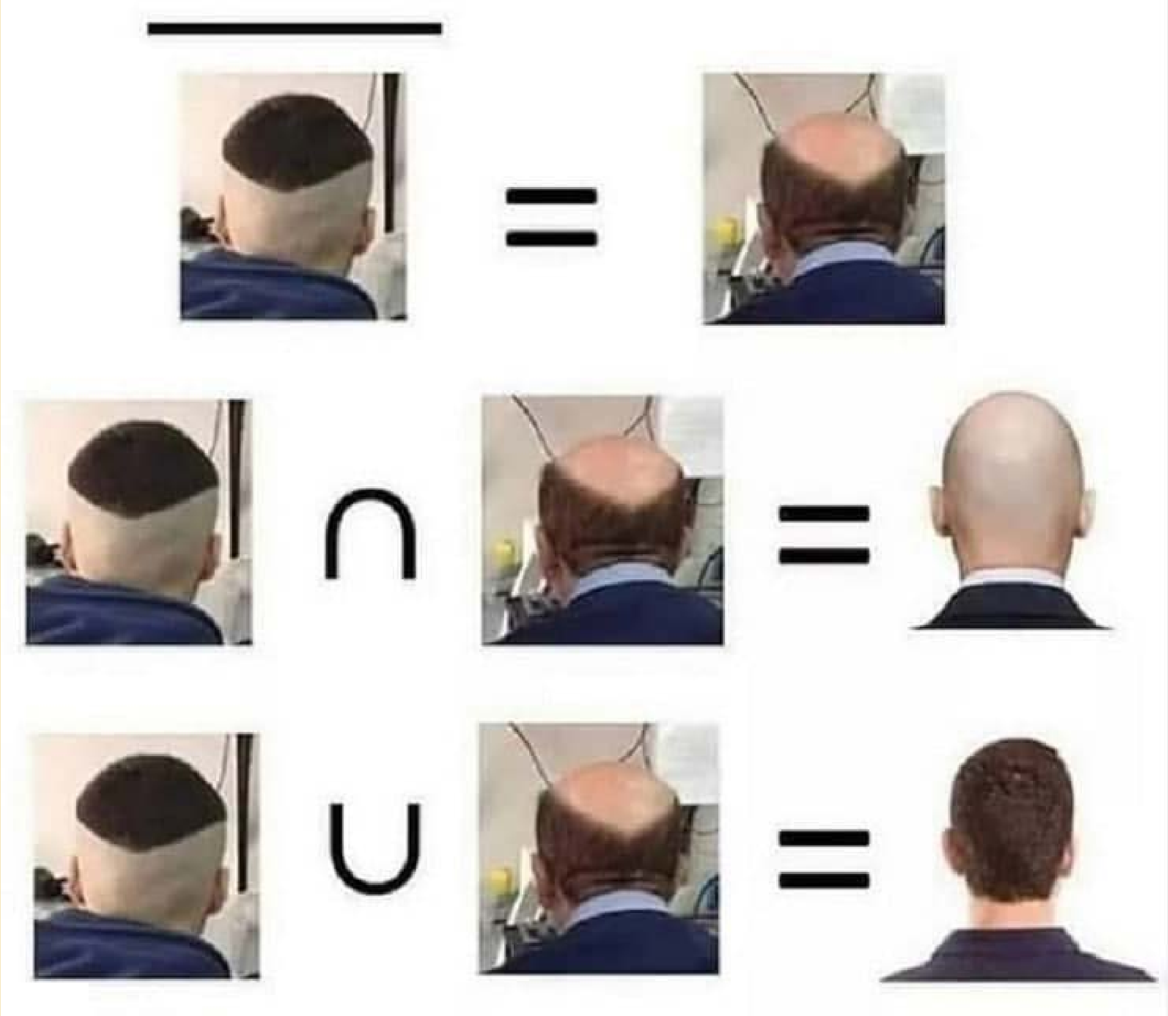
На основе любого множества можно образовать множество его подмножеств, то есть такое множество d, которое состоит из всех собственных и несобственных подмножеств b данного множества a.

$$\forall a \exists d \forall b \, (b \in d \leftrightarrow \forall c \, (c \in b \rightarrow c \in a))$$

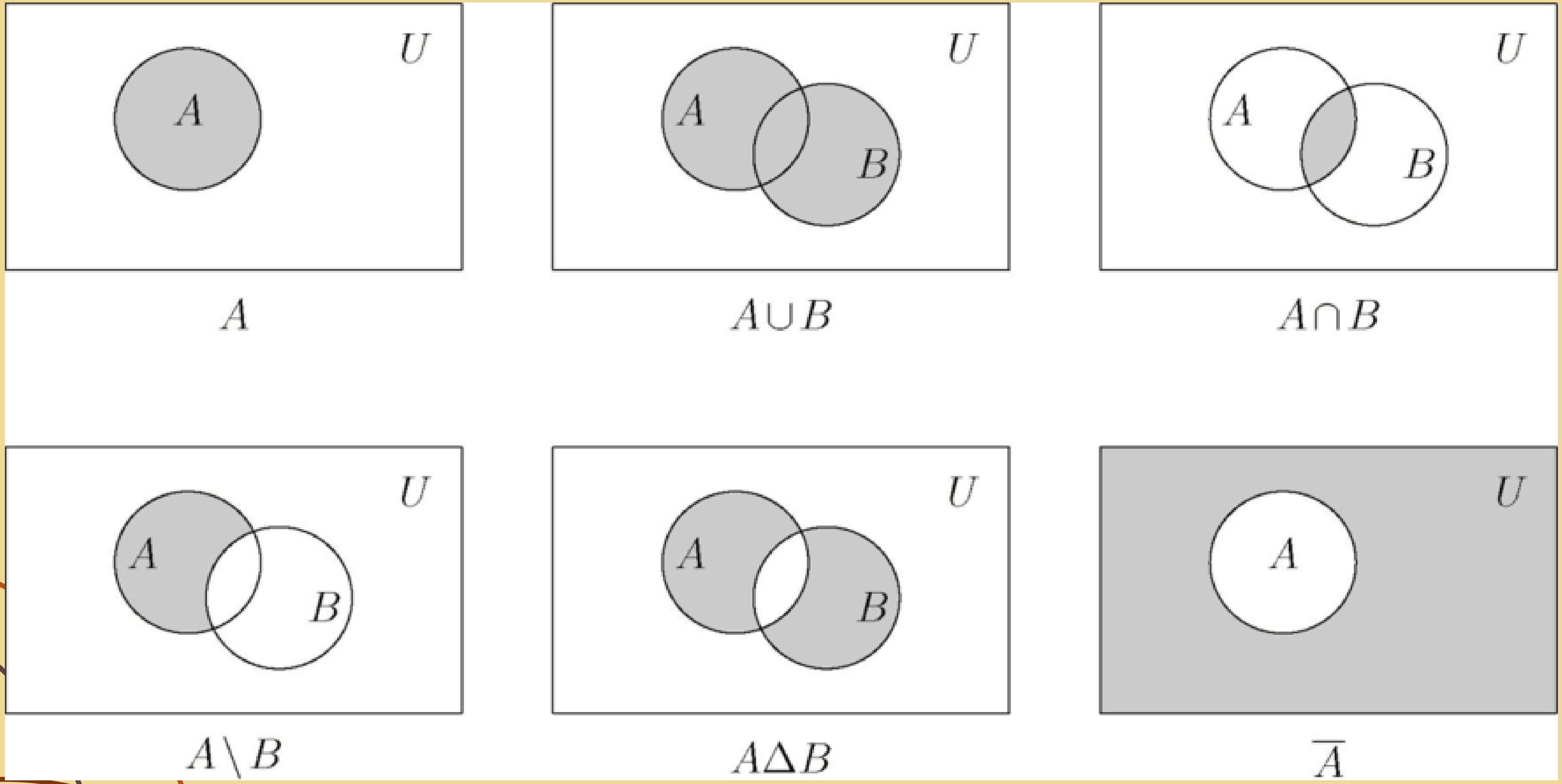
Аксиома существования пустого множества

$$\exists a \forall b \, (b \notin a).$$

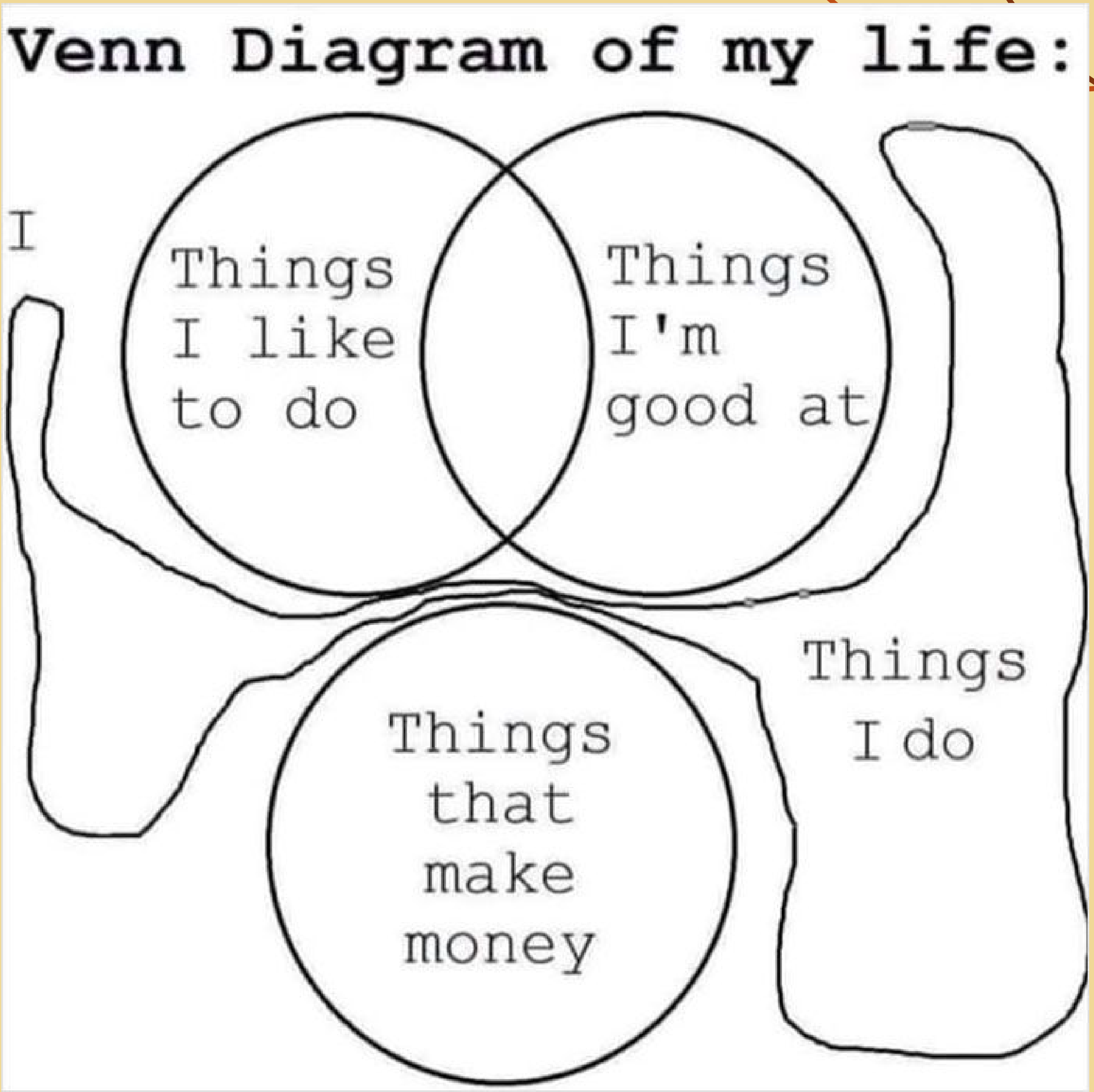
ОПЕРАЦИИ С МНОЖЕСТВАМИ



ОПЕРАЦИИ С МНОЖЕСТВАМИ



ВОПРОСЫ


Venn Diagram of my life:
I
Things I like to do
Things I'm good at
Things that make money
Things I do