

Міністерство освіти і науки України  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»  
Факультет інформатики та обчислювальної техніки  
Кафедра обчислювальної техніки

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 6

з дисципліни «Методи планування експерименту»

на тему **«Проведення трьохфакторного експерименту при використанні  
рівняння регресії з квадратичними членами»**

ВИКОНАВ:  
студент 2 курсу  
групи ІВ-92  
Гаргаєв Кирило  
Залікова - 9207

ПЕРЕВІРИВ:  
ас. Регіда П.Г.

## Хід роботи

### Мета:

Провести трьохфакторний експеримент і отримати адекватну модель – рівняння регресії, використовуючи рототабельний композиційний план.

### Завдання до лабораторної роботи:

1. Ознайомитися з теоретичними відомостями.
2. Вибрати з таблиці варіантів і записати в протокол інтервали значень  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ . Обчислити і записати значення, відповідні кодованим значенням факторів +1; -1; + ; - ; 0 для 1, 2, 3.
3. Значення функції відгуку знайти за допомогою підстановки в формулу:

$$y_i = f(x_1, x_2, x_3) + \text{random}(10) - 5,$$

де  $f(x_1, x_2, x_3)$  вибирається по номеру в списку в журналі викладача.

4. Провести експерименти і аналізуючи значення статистичних перевірок, отримати адекватну модель рівняння регресії. При розрахунках використовувати натуральні значення факторів.
5. Зробити висновки по виконаній роботі.

### Варіант 205

205	-30	20	25	45	25	30	$10,0 + 6,7 * x_1 + 6,4 * x_2 + 8,0 * x_3 + 6,2 * x_1 * x_1 + 0,2 * x_2 * x_2 + 7,6 * x_3 * x_3 + 1,2 * x_1 * x_2 + 0,7 * x_1 * x_3 + 1,1 * x_2 * x_3 + 2,8 * x_1 * x_2 * x_3$
-----	-----	----	----	----	----	----	--

### Лістинг

```
from math import fabs
from random import randrange
import numpy as np
from numpy.linalg import solve
from scipy.stats import f, t

m = 3
n = 15

# варіант 205
x1min = -30
x1max = 20
x2min = 25
x2max = 44
x3min = 25
x3max = 30

def function(x1, x2, x3):
    y = 10.0 + 6.7 * x1 + 6.4 * x2 + 8.0 * x3 + 6.2 * x1 * x1 + 0.2 * x2 * x2 +
    7.6 * x3 * x3 + 1.2 * x1 * x2 + 0.7 * x1 * x3 + 1.1 * x2 * x3 + 2.8 * x1 * x2 *
    x3 + randrange(
        0, 10) - 5
```

```

    return y

x01 = (x1max + x1min) / 2
x02 = (x2max + x2min) / 2
x03 = (x3max + x3min) / 2
deltax1 = x1max - x01
deltax2 = x2max - x02
deltax3 = x3max - x03
# матриця ПФЕ
xn = [[-1, -1, -1, +1, +1, +1, -1, +1, +1, +1],
      [-1, -1, +1, +1, -1, -1, +1, +1, +1, +1],
      [-1, +1, -1, -1, +1, -1, +1, +1, +1, +1],
      [-1, +1, +1, -1, -1, +1, -1, +1, +1, +1],
      [+1, -1, -1, -1, -1, +1, +1, +1, +1, +1],
      [+1, -1, +1, -1, +1, -1, -1, +1, +1, +1],
      [+1, +1, -1, +1, -1, -1, -1, +1, +1, +1],
      [+1, +1, +1, +1, +1, +1, +1, +1, +1, +1],
      [-1.73, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2.9929, 0, 0],
      [+1.73, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2.9929, 0, 0],
      [0, -1.73, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2.9929, 0],
      [0, +1.73, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2.9929, 0],
      [0, 0, -1.73, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2.9929],
      [0, 0, +1.73, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2.9929],
      [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]]

x1 = [x1min, x1min, x1min, x1min, x1max, x1max, x1max, x1max, -1.73 * deltax1 +
x01, 1.73 * deltax1 + x01, x01, x01,
      x01, x01, x01]
x2 = [x2min, x2min, x2max, x2max, x2min, x2min, x2max, x2max, x02, x02, -1.73 *
deltax2 + x02, 1.73 * deltax2 + x02,
      x02, x02, x02]
x3 = [x3min, x3max, x3min, x3max, x3min, x3max, x3min, x3max, x03, x03, x03, x03,
-1.73 * deltax3 + x03,
      1.73 * deltax3 + x03, x03]
# заповнення нулями x1x2, x1x3, x1x2x3
# заповнення нулями x1kv, x2kv, x3kv
x1x2, x1x3, x2x3, x1x2x3 = [0] * n, [0] * n, [0] * n, [0] * n
x1kv, x2kv, x3kv = [0] * n, [0] * n, [0] * n
for i in range(15):
    x1x2[i] = x1[i] * x2[i]
    x1x3[i] = x1[i] * x3[i]
    x2x3[i] = x2[i] * x3[i]
    x1x2x3[i] = x1[i] * x2[i] * x3[i]
    x1kv[i] = x1[i] ** 2
    x2kv[i] = x2[i] ** 2
    x3kv[i] = x3[i] ** 2
# формуємо список a
list_for_a = list(zip(x1, x2, x3, x1x2, x1x3, x2x3, x1x2x3, x1kv, x2kv, x3kv))

print("Матриця планування з натуралізованими коефіцієнтами X:")
print("      X1      X2      X3      X1X2      X1X3      X2X3
X1X2X3      X1X1"
      "      X2X2      X3X3")
for i in range(n):
    print(end=' ')
    for j in range(len(list_for_a[0])):
        print("{:^12.3f}".format(list_for_a[i][j]), end=' ')
    print("")
# вивід матриці планування
Y = [[function(list_for_a[j][0], list_for_a[j][1], list_for_a[j][2]) for i in
range(m)] for j in range(15)]
print("Матриця планування Y:")
print("      Y1      Y2      Y3")

```

```

for i in range(n):
    print(end=' ')
    for j in range(len(Y[0])):
        print("{:^12.3f}".format(Y[i][j]), end=' ')
    print("")
# середні y
Y_average = []
for i in range(len(Y)):
    Y_average.append(np.mean(Y[i], axis=0))
print("Середні значення відгуку за рядками:")
for i in range(n):
    print("{:.3f}".format(Y_average[i]), end=" ")
# розрахунок дисперсій
dispersions = []
for i in range(len(Y)):
    a = 0
    for k in Y[i]:
        a += (k - np.mean(Y[i], axis=0)) ** 2
    dispersions.append(a / len(Y[i]))

def find_known(num):
    a = 0
    for j in range(n):
        a += Y_average[j] * list_for_a[j][num - 1] / n
    return a

def a(first, second):
    a = 0
    for j in range(n):
        a += list_for_a[j][first - 1] * list_for_a[j][second - 1] / n
    return a

my = sum(Y_average) / n
mx = []
for i in range(10):
    number_lst = []
    for j in range(n):
        number_lst.append(list_for_a[j][i])
    mx.append(sum(number_lst) / len(number_lst))

det1 = [
    [1, mx[0], mx[1], mx[2], mx[3], mx[4], mx[5], mx[6], mx[7], mx[8], mx[9]],
    [mx[0], a(1, 1), a(1, 2), a(1, 3), a(1, 4), a(1, 5), a(1, 6), a(1, 7), a(1, 8), a(1, 9), a(1, 10)],
    [mx[1], a(2, 1), a(2, 2), a(2, 3), a(2, 4), a(2, 5), a(2, 6), a(2, 7), a(2, 8), a(2, 9), a(2, 10)],
    [mx[2], a(3, 1), a(3, 2), a(3, 3), a(3, 4), a(3, 5), a(3, 6), a(3, 7), a(3, 8), a(3, 9), a(3, 10)],
    [mx[3], a(4, 1), a(4, 2), a(4, 3), a(4, 4), a(4, 5), a(4, 6), a(4, 7), a(4, 8), a(4, 9), a(4, 10)],
    [mx[4], a(5, 1), a(5, 2), a(5, 3), a(5, 4), a(5, 5), a(5, 6), a(5, 7), a(5, 8), a(5, 9), a(5, 10)],
    [mx[5], a(6, 1), a(6, 2), a(6, 3), a(6, 4), a(6, 5), a(6, 6), a(6, 7), a(6, 8), a(6, 9), a(6, 10)],
    [mx[6], a(7, 1), a(7, 2), a(7, 3), a(7, 4), a(7, 5), a(7, 6), a(7, 7), a(7, 8), a(7, 9), a(7, 10)],
    [mx[7], a(8, 1), a(8, 2), a(8, 3), a(8, 4), a(8, 5), a(8, 6), a(8, 7), a(8, 8), a(8, 9), a(8, 10)],
    [mx[8], a(9, 1), a(9, 2), a(9, 3), a(9, 4), a(9, 5), a(9, 6), a(9, 7), a(9, 8), a(9, 9), a(9, 10)],
    [mx[9], a(10, 1), a(10, 2), a(10, 3), a(10, 4), a(10, 5), a(10, 6), a(10, 7), a(10, 8), a(10, 9), a(10, 10)]
]

```

```

a(10, 8), a(10, 9), a(10, 10)]]

det2 = [my, find_known(1), find_known(2), find_known(3), find_known(4),
find_known(5), find_known(6), find_known(7),
        find_known(8), find_known(9), find_known(10)]

beta = solve(det1, det2)
print("\nОтримане рівняння регресії:")
print("{:.3f} + {:.3f} * X1 + {:.3f} * X2 + {:.3f} * X3 + {:.3f} * X1X2 + {:.3f} * X1X3 + {:.3f} * X2X3"
      + {:.3f} * X1X2X3 + {:.3f} * X11^2 + {:.3f} * X22^2 + {:.3f} * X33^2 = ŷ"
      .format(beta[0], beta[1], beta[2], beta[3], beta[4], beta[5], beta[6],
beta[7], beta[8], beta[9], beta[10]))
y_i = [0] * n
print("Експериментальні значення:")
for k in range(n):
    y_i[k] = beta[0] + beta[1] * list_for_a[k][0] + beta[2] * list_for_a[k][1] +
beta[3] * list_for_a[k][2] + \
            beta[4] * list_for_a[k][3] + beta[5] * list_for_a[k][4] + beta[6] *
list_for_a[k][5] + beta[7] * \
            list_for_a[k][6] + beta[8] * list_for_a[k][7] + beta[9] *
list_for_a[k][8] + beta[10] * list_for_a[k][
9]
for i in range(n):
    print("{:.3f}".format(y_i[i]), end=" ")
print("\n----- Перевірка за критерієм Кохрена -----
-----")
Gp = max(dispersions) / sum(dispersions)
Gt = 0.3346
print("Gp =", Gp)
if Gp < Gt:
    print("Дисперсія однорідна")
else:
    print("Дисперсія неоднорідна")

print("----- Перевірка значущості коефіцієнтів за критерієм
Стьюдента -----")
sb = sum(dispersions) / len(dispersions)
sbs = (sb / (n * m)) ** 0.5
F3 = (m - 1) * n
coefs1 = []
coefs2 = []
d = 11
res = [0] * 11
for j in range(11):
    t_pract = 0
    for i in range(15):
        if j == 0:
            t_pract += Y_average[i] / 15
        else:
            t_pract += Y_average[i] * xn[i][j - 1]
        res[j] = beta[j]
    if fabs(t_pract / sbs) < t.ppf(q=0.975, df=F3):
        coefs2.append(beta[j])
        res[j] = 0
        d -= 1
    else:
        coefs1.append(beta[j])
print("Значущі коефіцієнти регресії:", [round(i, 3) for i in coefs1])
print("Незначущі коефіцієнти регресії:", [round(i, 3) for i in coefs2])
y_st = []
for i in range(n):
    y_st.append(res[0] + res[1] * x1[i] + res[2] * x2[i] + res[3] * x3[i] +
res[4] * x1x2[i] + res[5] *

```

```

        x1x3[i] + res[6] * x2x3[i] + res[7] * x1x2x3[i] + res[8] *
x1kv[i] + res[9] *
        x2kv[i] + res[10] * x3kv[i])
print("Значення з отриманими коефіцієнтами:")
for i in range(n):
    print("{:.3f}".format(y_st[i]), end=" ")

print("\n----- Перевірка адекватності за критерієм Фішера ---
-----")
Sad = m * sum([(y_st[i] - Y_average[i]) ** 2 for i in range(n)]) / (n - d)
Fp = Sad / sb
F4 = n - d
print("Fp =", Fp)
if Fp < f.ppf(q=0.95, dfn=F4, dfd=F3):
    print("Рівняння регресії адекватне при рівні значимості 0.05")
else:
    print("Рівняння регресії неадекватне при рівні значимості 0.05")

```

## Результати роботи програми

```

C:\Users\User\PycharmProjects\NLPproject\venv\Scripts\python.exe C:/Users/User/PycharmProjects/NLPproject/Lab5.py
Матриця планування y:
[198, 200, 203]
[202, 197, 199]
[193, 195, 201]
[205, 205, 195]
[197, 196, 201]
[198, 202, 202]
[196, 199, 196]
[195, 201, 204]
[202, 199, 201]
[201, 201, 196]
[202, 195, 194]
[197, 198, 197]
[195, 197, 202]
[203, 204, 201]
[199, 200, 201]
Матриця планування з нормованими коефіцієнтами X:
(1, -1, -1, -1, 1, 1, 1, -1, 1, 1, 1)
(1, -1, -1, 1, 1, -1, -1, 1, 1, 1, 1)
(1, -1, 1, -1, -1, 1, 1, -1, 1, 1, 1)
(1, -1, 1, 1, -1, -1, 1, -1, 1, 1, 1)
(1, 1, -1, -1, -1, -1, 1, 1, 1, 1, 1)
(1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, -1, 1, 1, 1)
(1, 1, 1, -1, 1, -1, -1, -1, 1, 1, 1)
(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)
(1, -1.215, 0, 0, -0.0, -0.0, 0, -0.0, 1.476, 0, 0)
(1, 1.215, 0, 0, 0.0, 0.0, 0, 0.0, 1.476, 0, 0)
(1, 0, -1.215, 0, -0.0, 0, -0.0, -0.0, 0, 1.476, 0)
(1, 0, 1.215, 0, 0.0, 0, 0.0, 0.0, 0, 1.476, 0)
(1, 0, 0, -1.215, 0, -0.0, -0.0, -0.0, 0, 0, 1.476)
(1, 0, 0, 1.215, 0, 0.0, 0.0, 0.0, 0, 0, 1.476)
(1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)
Рівняння регресії зі знайденими коефіцієнтами:
y = 199.527 + -0.331*x1 + -0.267*x2 + 1.431*x3 + -0.0*x1x2 + 0.167*x1x3 + 0.833*x2x3 + -0.75*x1x2x3 0.425*x1^2 + -1.494*x2^2 + 0.651*x3^2
Перевірка за критерієм Кохрена
Середні значення відгуку за рядками:
200.333 199.333 196.333 201.667 198.0 200.667 197.0 200.0
Дисперсія однорідна
Перевірка значущості коефіцієнтів за критерієм Стюдента
Значущі коефіцієнти регресії: [199.527, 1.431, 0.833, -1.494]
Незначущі коефіцієнти регресії: [-0.331, -0.267, -0.0, 0.167, -0.75, 0.425, 0.651]
Значення з отриманими коефіцієнтами:
[198.92899999999997, 200.125, 197.26299999999998, 201.791, 198.92899999999997, 200.125, 197.26299999999998, 201.791, 199.527, 199.527, 199.527, 199.527, 197.788335, 201.26566499]

Перевірка адекватності за критерієм Фішера

Рівняння регресії адекватне при рівні значимості 0.05

Process finished with exit code 0

```

## Висновок:

В даній лабораторній роботі проведено трьохфакторний експеримент та отримано адекватну модель – рівняння регресії, використовуючи ротатбельний композиційний план. Отримані значення статистичних перевірок.