

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №2

Моделирование задачи "Погоня"

дисциплина: Математическое моделирование

Студент: Койфман Кирилл Дмитриевич

Группа: НПИбд-01-21

Введение.

Цель работы.

Разработать решение для задачи "Погоня" с помощью математического моделирования на языке Julia.

Описание задания

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 19.5 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4.9 раза больше скорости браконьерской лодки.

Задачи.

- Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
- Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
- Найти точку пересечения траектории катера и лодки.

Ход работы

1 задание

Для начала запишем уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для 2-х случаев: Определим такие условия:

- $x_{l0}=0$ - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения катером береговой охраны;
- $t_0=0$ - момент обнаружения катером береговой охраны;
- $x_{k0}=19.5$ - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

Также введём полярные координаты:

- $x_{l0}=0$ ($x_{l0}=\Theta=0$) - точка обнаружения лодки браконьеров (полюс). В том время как ось γ проходит через точку нахождения катера береговой охраны.

Для того чтобы катер и лодка всё время были на одном расстоянии от полюса Θ , катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

Теперь, чтобы найти x (расстояние, после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), составим уравнение. Установим, что через время t катер

и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса Θ , таким образом за это время t лодка пройдёт x , а катер $19.5-x$ или $19.5+x$, исходя из начального положения катера относительно Θ . Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x/v или $19.5-x/4.9v$ или $19.5+x/4.9v$, соответственно. Получаем эти уравнения: $\frac{x}{v} = \frac{19.5-x}{4.9v}$, $\frac{x}{v} = \frac{19.5+x}{4.9v}$

И их решения для 2-х случаев:

$$x_1 = 5 \quad x_2 = 3.305$$

После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v . Для этого разобьём скорость катера на v_γ - радиальную скорость (скорость, с которой катер удаляется от полюса, $v_\gamma = \frac{dr}{dt}$) и v_τ - тангенциальную скорость (линейная скорость вращения катера относительно полюса, $v_\tau = r \frac{d\Theta}{dt}$). При этом необходимо, чтобы скорость v_γ была равна скорости лодки, поэтому:

$$\frac{dr}{dt} = v$$

В итоге получаем такую систему дифференциальных уравнений:
$$\begin{aligned} \frac{dr}{dt} &= v \\ v &= r \frac{d\Theta}{dt} \end{aligned}$$

Либо при условии №1:
$$\begin{aligned} \Theta &= 0 \\ r_0 &= x_1 = 5 \end{aligned}$$
 Либо при условии №2:
$$\begin{aligned} \Theta &= -\pi \\ r_0 &= x_2 = 3.305 \end{aligned}$$

Исключив из этой системы уравнений производную по t , получаем такое уравнение:
$$\frac{dr}{d\Theta} = \frac{r}{\sqrt{23.01}}$$

Решив данное уравнение с применением начальных условий, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

2 задание

А сейчас построим траекторию движения катера и лодки для двух случаев, написав алгоритм для этого:

```
using Plots
using DifferentialEquations

s = 19.5
fi = 3 * pi / 4
dr(r, p, tetha) = r / sqrt(23.01)
x = (s*10)/39
r = x
tetha = 0
tethaRange = (tetha, tetha + 2*pi)

problem = ODEProblem(dr, r, tethaRange)
solution = solve(problem, Tsit5(), reltol=1e-8, abstol=1e-8)
solution.u[1]

gr()
plot(solution.t[1:21], solution.u[1:21], proj = :polar, line = (:blue, 2), label = "Лодка браконьеров")
plot!([fi, fi+0.000001], [0,10], line = (:red, 1), label = "Катер береговой охраны", legend = :bottomright)

savefig("test1.png")
```

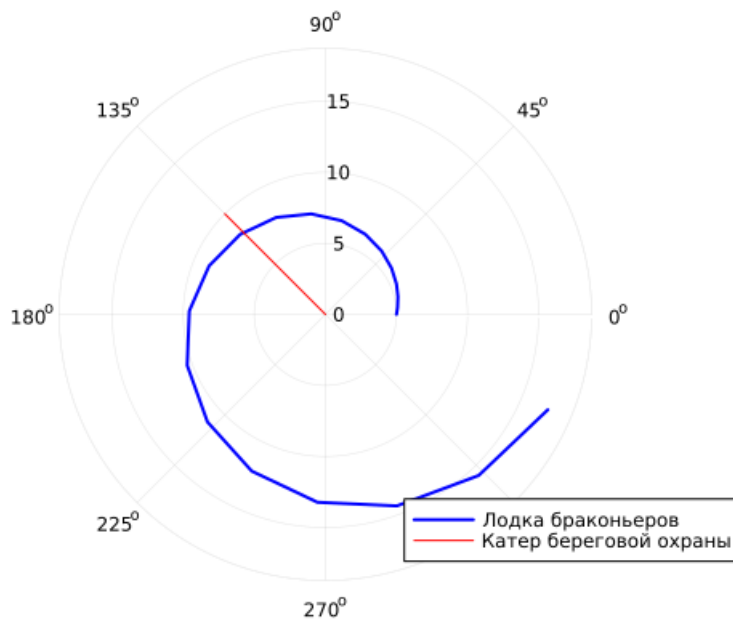


РИС.1(Для 1-го случая)

```
using Plots
using DifferentialEquations

s = 19.5
fi = 3 * π / 4
dr(r, p, tetha) = r / sqrt(23.01)
x = (s*10)/59
r = x
tetha = -pi
tethaRange = (tetha + 2*pi, tetha)

problem = ODEProblem(dr, r, tethaRange)
solution = solve(problem, Tsit5(), reltol=1e-8, abstol=1e-8)
solution.u[1]

gr()
plot!(solution.t[1:21], solution.u[1:21], proj = :polar, line = (:green, 2), label = "Лодка браконьеров")
plot!([fi, fi+0.000001], [0,10], line = (:red, 1), label = "Катер береговой охраны", legend = :bottomright)

savefig("test2.png")
```

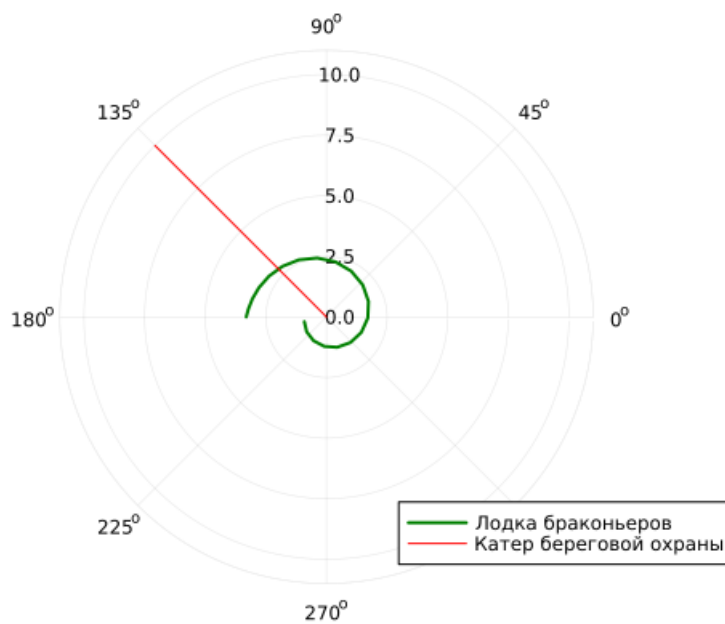


РИС.2(Для 2-го случая)

3 задание

Найдём точку пересечения траектории катера и лодки для обоих случаев: Исходя из рис.1, в 1-м случае значение $\theta = 2.4$, а значение расстояния $r = 8.2$. Исходя из рис.2, во 2-м случае значение $\theta = 2.3$, а значение расстояния $r = 2.7$.

Заключение

В ходе проделанной лабораторной работы мной были усвоены навыки решения задачи математического моделирования с применением языка программирования для работы с математическими вычислениями Julia.