

РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

Факультет физико-математических и естественных наук

ОТЧЕТ

ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №8

=====

Модель "конкуренция двух фирм"

дисциплина: Математическое моделирование

Студент: Койфман Кирилл Дмитриевич

Группа: НПИбд-01-21

Введение.

Цель работы.

Разработать решение для модели "эффективность рекламы" с помощью математического моделирования на языках Julia и OpenModelica.

Описание задания

Случай 1. Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в

ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dM_1}{d\Theta} = M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\Theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2$$

где $a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^{2Nq}}$,
 $a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p}_2^{2Nq}}$,
 $b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^{2Nq} \tau_2^2 \tilde{p}_2^{2Nq}}$,
 $c_1 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_1 \tilde{p}_1}$,
 $c_2 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_2}{\tau_2 \tilde{p}_2}$.

Также введена нормировка $t = c_1 \Theta$.

Случай 2. Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед $M_1 M_2$ будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dM_1}{d\Theta} = M_1 - (\frac{b}{c_1} + 0.00069) M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\Theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2$$

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами:

$$M_0^1 = 7.5, M_0^2 = 6.5,$$

$$p_{cr} = 40, N = 45, q = 1,$$

$$\tau_1 = 20, \tau_2 = 25,$$

$$\tilde{p}_1 = 15.5, \tilde{p}_2 = 9$$

Замечание: Значения p_{cr} , $\tilde{p}_{1,2}$, N указаны в тысячах единиц, а значения $M_{1,2}$ указаны в млн. единиц.

Обозначения:

N - число потребителей производимого продукта.

τ - длительность производственного цикла

p - рыночная цена товара

\tilde{p} - себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции.

q - максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени

$\Theta = \frac{t}{c_1}$ - безразмерное время

1. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 1.
2. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 2.

Задачи.

1. Реализовать модель "конкуренция двух фирм" и построить графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случаев 1 и 2 на языке Julia.
2. Реализовать модель "конкуренция двух фирм" и построить графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случаев 1 и 2 на языке OpenModelica.

Ход работы

1 задание

Реализуем данную модель на языке Julia и построим графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для 2-х случаев (рис.1 - рис.2):

```

using Plots;
using DifferentialEquations;

const M1_0 = 7.5 #working capital of the 1st firm
const M2_0 = 6.5 #working capital of the 2nd firm
const p_cr = 40 #critical cost of the product
const N = 45 #number of consumers of the produced product
const q = 1 #maximum need of one person for a product per unit of time
const t1 = 20 #production cycle duration for 1st firm
const p1 = 15.5 #market price of the product for 1st firm
const t2 = 25 #production cycle duration for 2nd firm
const p2 = 9 #market price of the product for 2nd firm

const a1 = p_cr / (t1 * t1 * p1 * p1 * N * q)
const a2 = p_cr / (t2 * t2 * p2 * p2 * N * q)
const b = p_cr / (t1 * t1 * p1 * p1 * t2 * t2 * p2 * p2 * N * q)
const c1 = (p_cr - p1) / (t1 * p1)
const c2 = (p_cr - p2) / (t2 * p2)

function equations_system(du, u, p, t)
    M1, M2 = u
    du[1] = M1 - (b / c1) * M1 * M2 - (a1 / c1) * M1 * M1
    du[2] = (c2 / c1) * M2 - (b / c1) * M1 * M2 - (a2 / c1) * M2 * M2
end

u0 = [M1_0, M2_0]
timeSpan = (0.0, 20.0)

problem = ODEProblem(equations_system, u0, timeSpan)
solution = solve(problem, dtmax = 0.01)

M1 = [u[1] for u in solution.u]
M2 = [u[2] for u in solution.u]
time = [t for t in solution.t]

plot(time, M1, label = "оборотные средства фирмы №1", legend = true, title =
"Изменение оборотных средств\n(1-й сценарий)")
plot!(time, M2, label = "оборотные средства фирмы №2")
savefig("julia_1.png")

```

Изменение оборотных средств (1-й сценарий)

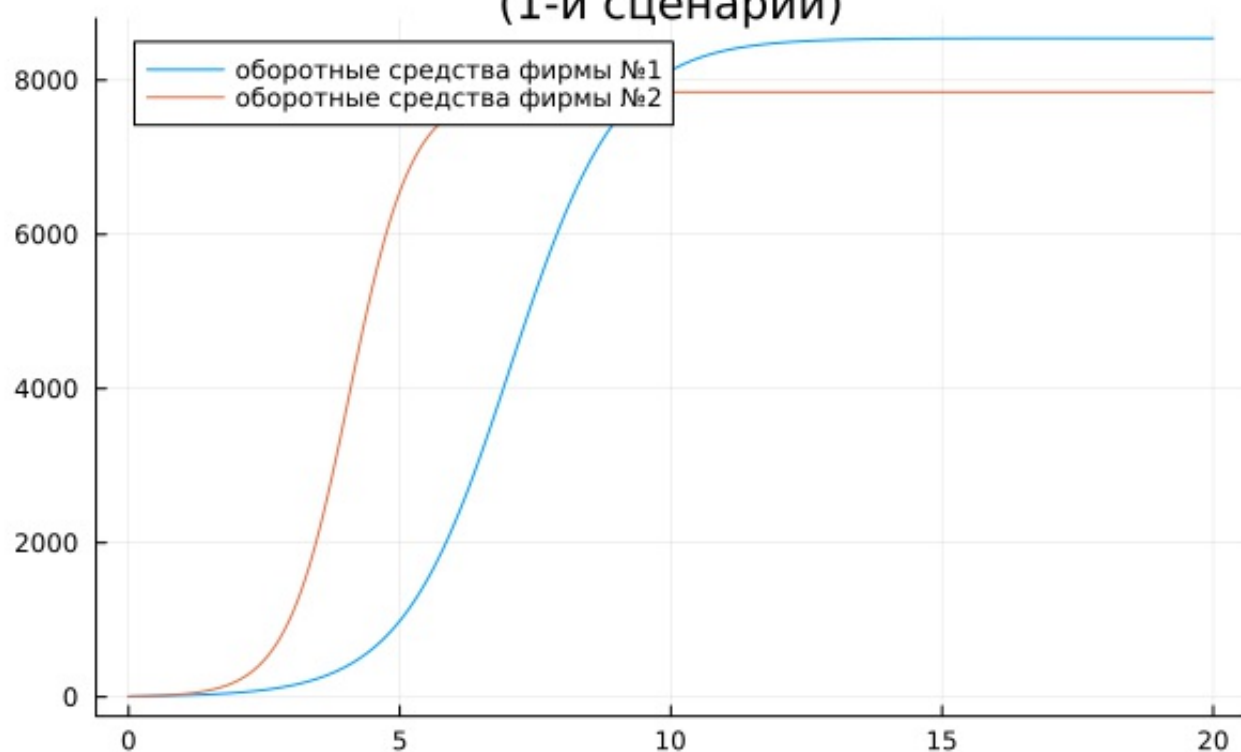


РИС.1(изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 для 1-го случая)

```

using Plots;
using DifferentialEquations;

const M1_0 = 7.5 #working capital of the 1st firm
const M2_0 = 6.5 #working capital of the 2nd firm
const p_cr = 40 #critical cost of the product
const N = 45 #number of consumers of the produced product
const q = 1 #maximum need of one person for a product per unit of time
const t1 = 20 #production cycle duration for 1st firm
const p1 = 15.5 #market price of the product for 1st firm
const t2 = 25 #production cycle duration for 2nd firm
const p2 = 9 #market price of the product for 2nd firm

const a1 = p_cr / (t1 * t1 * p1 * p1 * N * q)
const a2 = p_cr / (t2 * t2 * p2 * p2 * N * q)
const b = p_cr / (t1 * t1 * p1 * p1 * t2 * t2 * p2 * p2 * N * q)
const c1 = (p_cr - p1) / (t1 * p1)
const c2 = (p_cr - p2) / (t2 * p2)

function equations_system(du, u, p, t)
    M1, M2 = u
    du[1] = M1 - (b / c1 + 0.00069) * M1 * M2 - (a1 / c1) * M1 * M1
    du[2] = (c2 / c1) * M2 - (b / c1) * M1 * M2 - (a2 / c1) * M2 * M2
end

u0 = [M1_0, M2_0]
timeSpan = (0.0, 20.0)

problem = ODEProblem(equations_system, u0, timeSpan)
solution = solve(problem, dtmax = 0.01)

M1 = [u[1] for u in solution.u]
M2 = [u[2] for u in solution.u]
time = [t for t in solution.t]

plot(time, M1, label = "оборотные средства фирмы №1", legend = true, title =
"Изменение оборотных средств\n(2-й сценарий)")
plot!(time, M2, label = "оборотные средства фирмы №2")
savefig("julia_2.png")

```

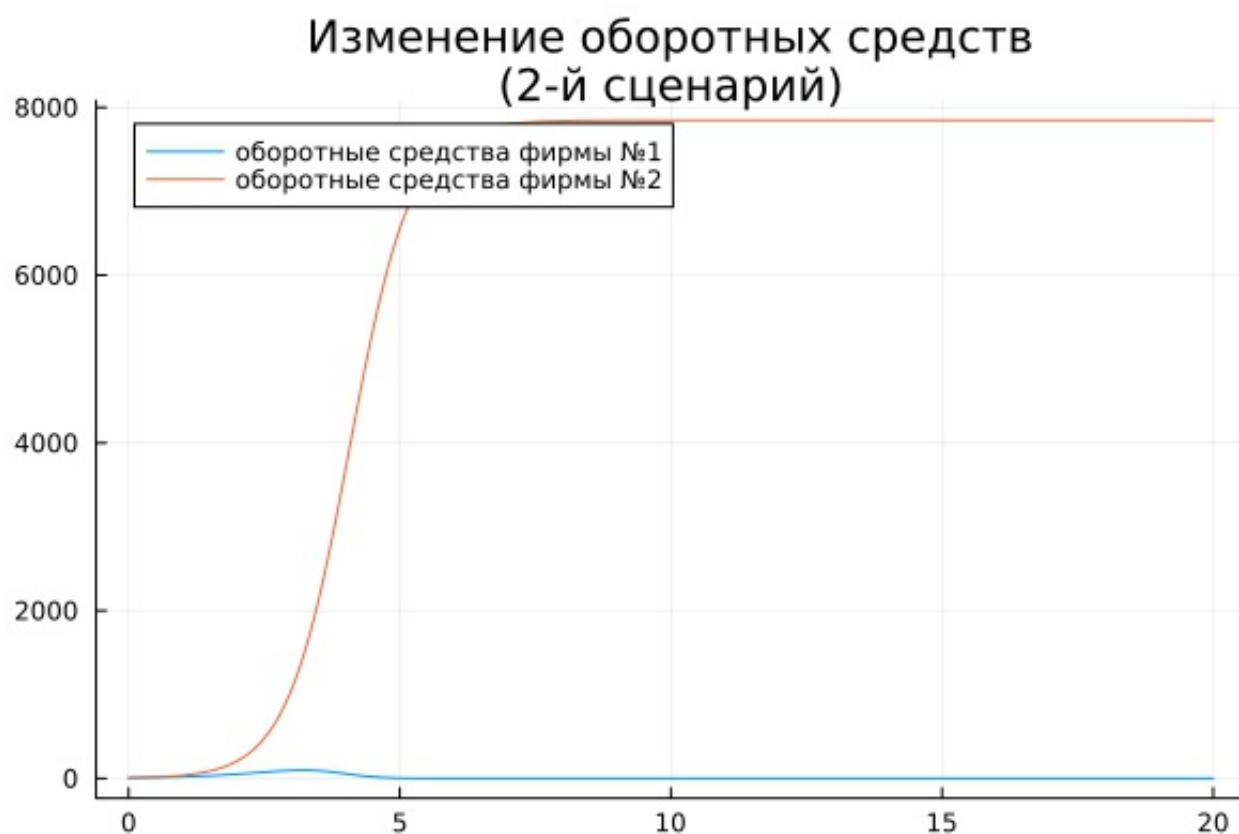


РИС.2(изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 для 2-го случая)

2 задание

Теперь реализуем данную модель на языке Julia и построим графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для 2-х случаев(рис.3 - рис.4):

```

model model_1
constant Real p_cr = 40; //critical cost of the product
constant Real N = 45; //number of consumers of the produced product
constant Real q = 1; //maximum need of one person for a product per unit of
time
constant Real t1 = 20; //production cycle duration for 1st firm
constant Real p1 = 15.5; //market price of the product for 1st firm
constant Real t2 = 25; //production cycle duration for 2nd firm
constant Real p2 = 9; //market price of the product for 2nd firm

constant Real a1 = p_cr / (t1 * t1 * p1 * p1 * N * q);
constant Real a2 = p_cr / (t2 * t2 * p2 * p2 * N * q);
constant Real b = p_cr / (t1 * t1 * p1 * p1 * t2 * t2 * p2 * p2 * N * q);
constant Real c1 = (p_cr - p1) / (t1 * p1);
constant Real c2 = (p_cr - p2) / (t2 * p2);

Real M1; //working capital of the 1st firm
Real M2; //working capital of the 2nd firm

initial equation
M1 = 7.5;
M2 = 6.5;

equation
der(M1) = M1 - (b / c1) * M1 * M2 - (a1 / c1) * M1 * M1;
der(M2) = (c2 / c1) * M2 - (b / c1) * M1 * M2 - (a2 / c1) * M2 * M2;

end model_1;

```

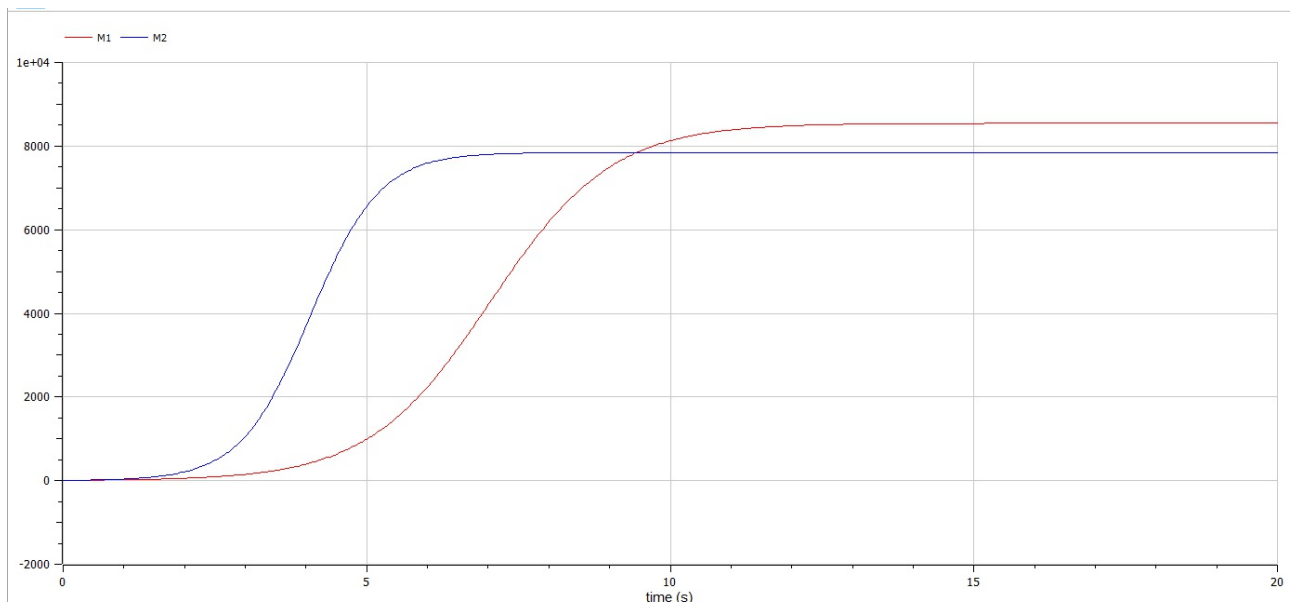


РИС.3(изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 для 1-го случая)


```

model model_2
constant Real p_cr = 40; //critical cost of the product
constant Real N = 45; //number of consumers of the produced product
constant Real q = 1; //maximum need of one person for a product per unit of
time
constant Real t1 = 20; //production cycle duration for 1st firm
constant Real p1 = 15.5; //market price of the product for 1st firm
constant Real t2 = 25; //production cycle duration for 2nd firm
constant Real p2 = 9; //market price of the product for 2nd firm

constant Real a1 = p_cr / (t1 * t1 * p1 * p1 * N * q);
constant Real a2 = p_cr / (t2 * t2 * p2 * p2 * N * q);
constant Real b = p_cr / (t1 * t1 * p1 * p1 * t2 * t2 * p2 * p2 * N * q);
constant Real c1 = (p_cr - p1) / (t1 * p1);
constant Real c2 = (p_cr - p2) / (t2 * p2);

Real M1; //working capital of the 1st firm
Real M2; //working capital of the 2nd firm

initial equation
M1 = 7.5;
M2 = 6.5;

equation
der(M1) = M1 - (b / c1 + 0.00069) * M1 * M2 - (a1 / c1) * M1 * M1;
der(M2) = (c2 / c1) * M2 - (b / c1) * M1 * M2 - (a2 / c1) * M2 * M2;

end model_2;

```

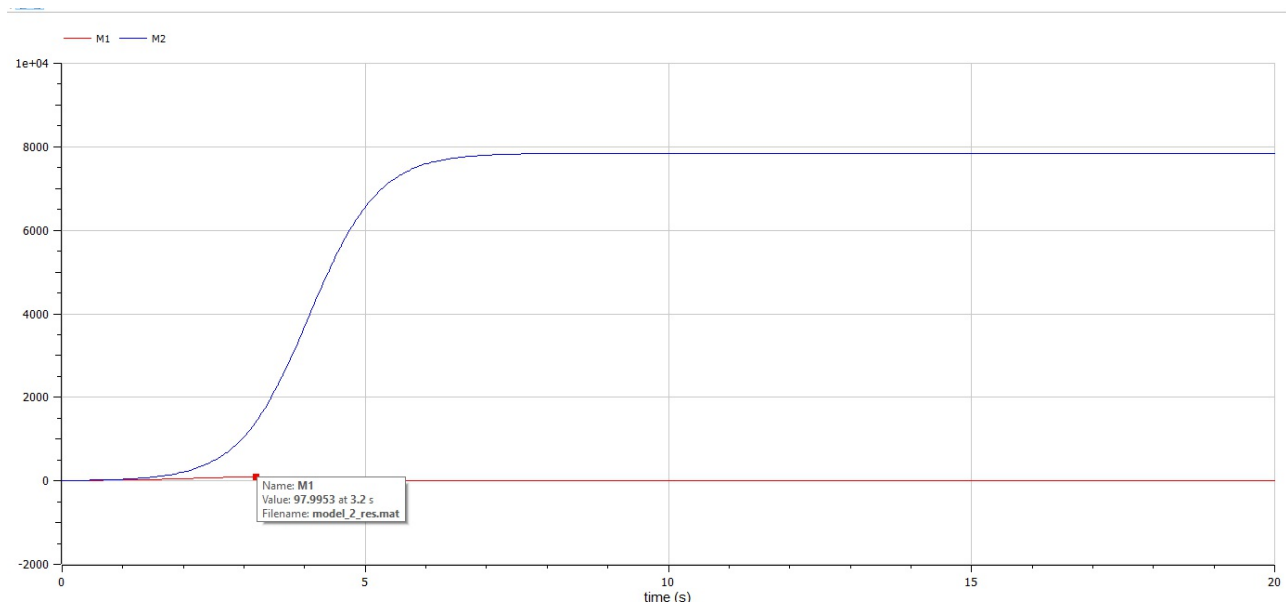


РИС.4(изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 для 2-го случая)

Заключение

В ходе проделанной лабораторной работы мной были усвоены навыки решения задачи математического моделирования с применением языков программирования для работы с математическими вычислениями Julia и OpenModelica.