

# РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

Факультет физико-математических и естественных наук

<br/>

<br/>

<br/>

<br/>

ОТЧЕТ

ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №6

=====

## Модель "эпидемия"

<br/>

<br/>

<br/>

<br/>

<br/>

<br/>

<br/>

<br/>

дисциплина: Математическое моделирование

Студент: Койфман Кирилл Дмитриевич

Группа: НПИбд-01-21

<br/>

<br/>

<br/>

<br/>

## Введение.

### Цель работы.

Разработать решение для модели "эпидемия" с помощью математического моделирования на языках Julia и OpenModelica.

### Описание задания

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове  $(N=13013)$  в момент начала эпидемии  $(t=0)$  число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции)  $I(0)=113$ , а число здоровых людей с иммунитетом к болезни  $R(0)=31$ . Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени  $S(0)=N-I(0)-R(0)$ .

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп.

Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. если  $I(0) \leq I^*$
2. если  $I(0) > I^*$

## Задачи.

1. Реализовать модель "эпидемии" и построить графики изменения числа особей в каждой из 3-х групп для обоих случаев на языке Julia.
2. Реализовать модель "эпидемии" и построить графики изменения числа особей в каждой из 3-х групп для обоих случаев на языке OpenModelica.

## Ход работы

### 1 задание

---

Реализуем данную модель на языке Julia и построим графики изменения численности каждой из 3-х групп в процессе эпидемии для обоих случаев:

- в случае  $I(0) \leq I^*$  (начальная численность инфицированных меньше или равна критическому значению) (рис.1);
- в случае  $I(0) > I^*$  (начальная численность инфицированных больше критического значения) (рис.2);

```

using Plots;
using DifferentialEquations;

const N = 13013 #number of all citizens living on the island
const I0 = 113 #number of infected people at t=0
const R0 = 31 #number of immune people at t=0
const S0 = N - I0 - R0 #number of healthy people at t=0
const alpha = 0.23 #coefficient of disease
const beta = 0.085 #coefficient of recure

function equations_system(du, u, p, t)
    S, I, R = u
    du[1] = 0
    du[2] = -beta * u[2]
    du[3] = beta * I
end

u0 = [S0, I0, R0]
timeSpan = (0.0, 80.0)

problem = ODEProblem(equations_system, u0, timeSpan)
solution = solve(problem, dtmax = 0.01)

S = [u[1] for u in solution.u] #number of healthy people during 'time'
I = [u[2] for u in solution.u] #number of infected people during 'time'
R = [u[3] for u in solution.u] #number of immune people during 'time'
time = [t for t in solution.t] #defined period of epidemia

plot(time, S, label = "Восприимчивые к болезни", color = :blue, legend = :top,
title = "Протекание эпидемии\n(1-й сценарий)")
plot!(time, I, label = "Инфицированные", color = :green)
plot!(time, R, label = "Носители иммунитета", color = :red)
savefig("julia_1.png")

```

## Протекание эпидемии (1-й сценарий)

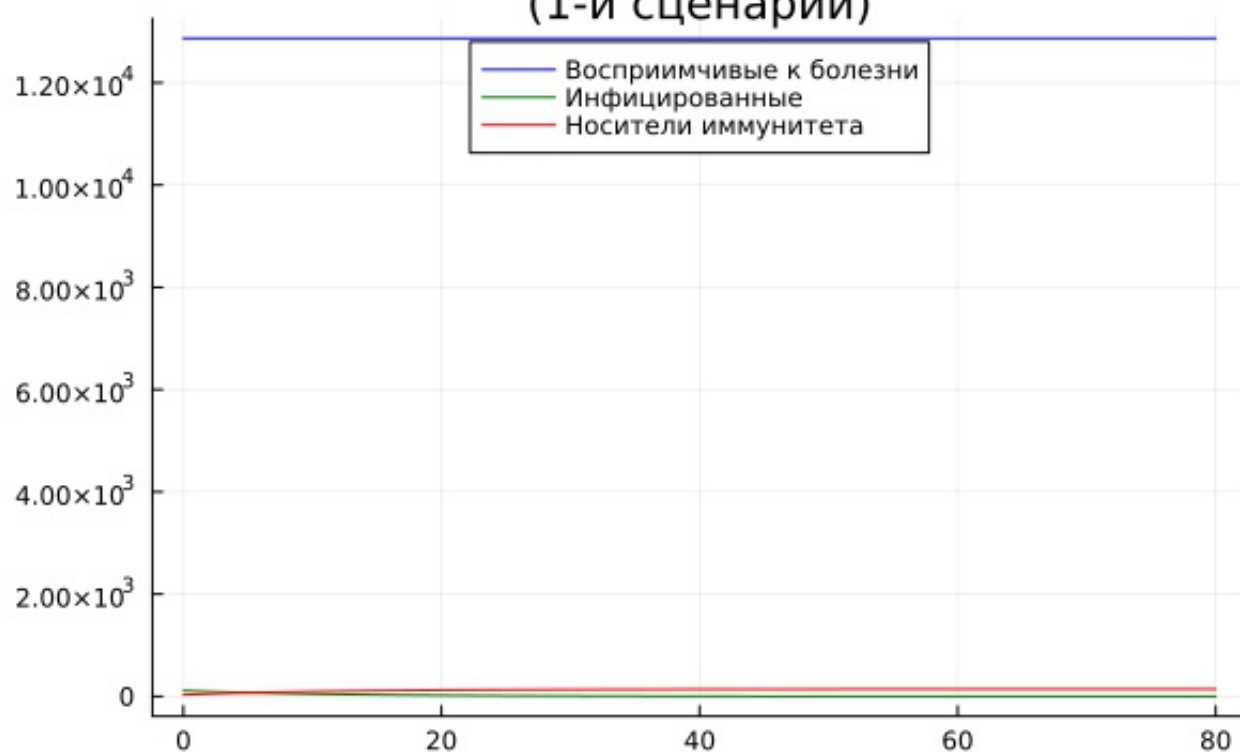


РИС.1(протекание эпидемии при 1-м сценарии)

```

using Plots;
using DifferentialEquations;

const N = 13013 #number of all citizens living on the island
const I0 = 113 #number of infected people at t=0
const R0 = 31 #number of immune people at t=0
const S0 = N - I0 - R0 #number of healthy people at t=0
const alpha = 0.23 #coefficient of disease
const beta = 0.085 #coefficient of recure

function equations_system(du, u, p, t)
    S, I, R = u
    du[1] = -alpha * u[1]
    du[2] = alpha * u[1] - beta * u[2]
    du[3] = beta * I
end

u0 = [S0, I0, R0]
timeSpan = (0.0, 80.0)

problem = ODEProblem(equations_system, u0, timeSpan)
solution = solve(problem, dtmax = 0.01)

S = [u[1] for u in solution.u] #number of healthy people during 'time'
I = [u[2] for u in solution.u] #number of infected people during 'time'
R = [u[3] for u in solution.u] #number of immune people during 'time'
time = [t for t in solution.t] #defined period of epidemia

plot(time, S, label = "Восприимчивые к болезни", color = :blue, legend = :top,
title = "Протекание эпидемии\n(2-й сценарий)")
plot!(time, I, label = "Инфицированные", color = :green)
plot!(time, R, label = "Носители иммунитета", color = :red)
savefig("julia_2.png")

```

## Протекание эпидемии (2-й сценарий)

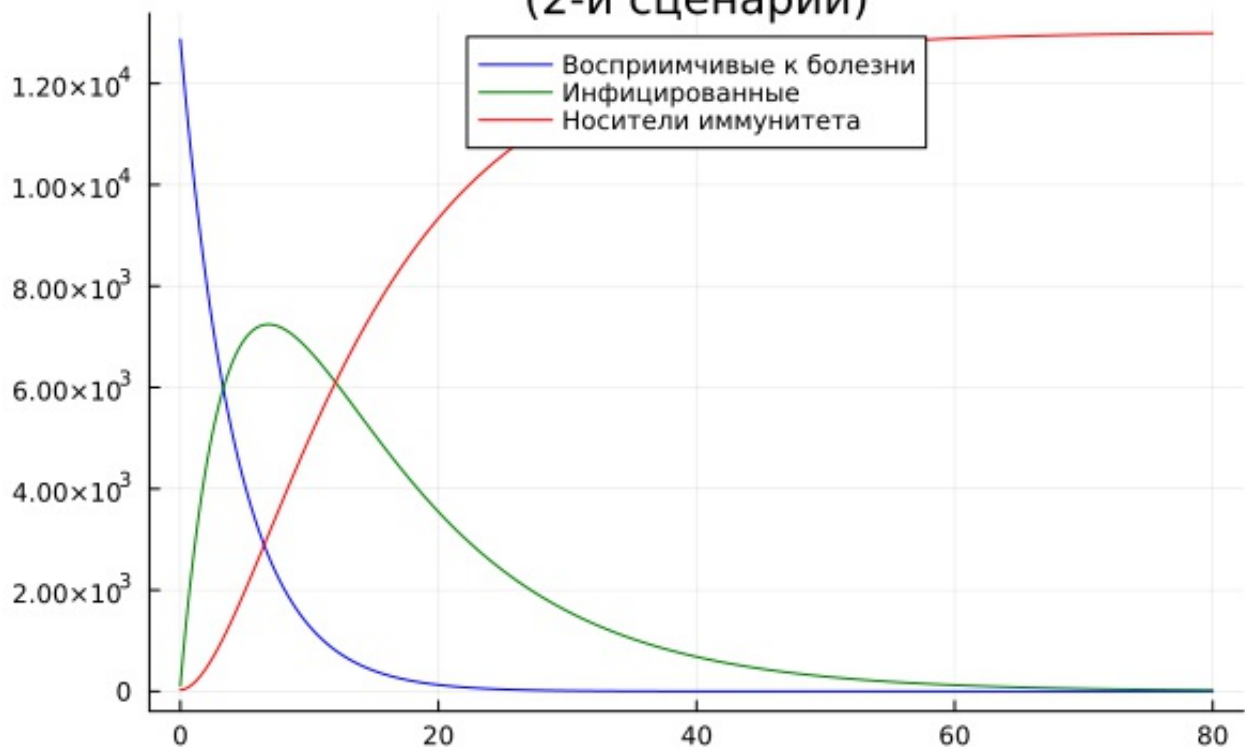


РИС.2(протекание эпидемии при 2-м сценарии)

Исходя из данных, полученных от графиков на рис.1, рис.2, при таких коэффициентах заболеваемости и выздоровления в 1-м случае мы можем наблюдать быстрый рост и падение числа людей с иммунитетом и инфицированных соответственно. При этом количество здоровых, но восприимчивых к болезни людей остаётся неизменным на протяжении всей эпидемии по причине того, что в такой модели заражённые изолированы и не могут заражать здоровых людей.

Тем не менее, во 2-й модели можно увидеть иное развитие эпидемии. При реализации такой модели здоровые люди могут быть заражены инфицированы, что и видно на графике: быстрый рост инфицированных, стремительное падение числа восприимчивых к болезни и соответствующий рост количества переболевших, то есть людей с иммунитетом.

## 2 задание

Теперь реализуем данную модель на языке OpenModelica и построим графики изменения численности каждой из 3-х групп в процессе эпидемии для обоих случаев:

- в случае  $I(0) \leq I^*$  (начальная численность инфицированных меньше или равна критическому значению)(рис.3);
- в случае  $I(0) > I^*$  (начальная численность инфицированных больше критического значения)(рис.4);

```

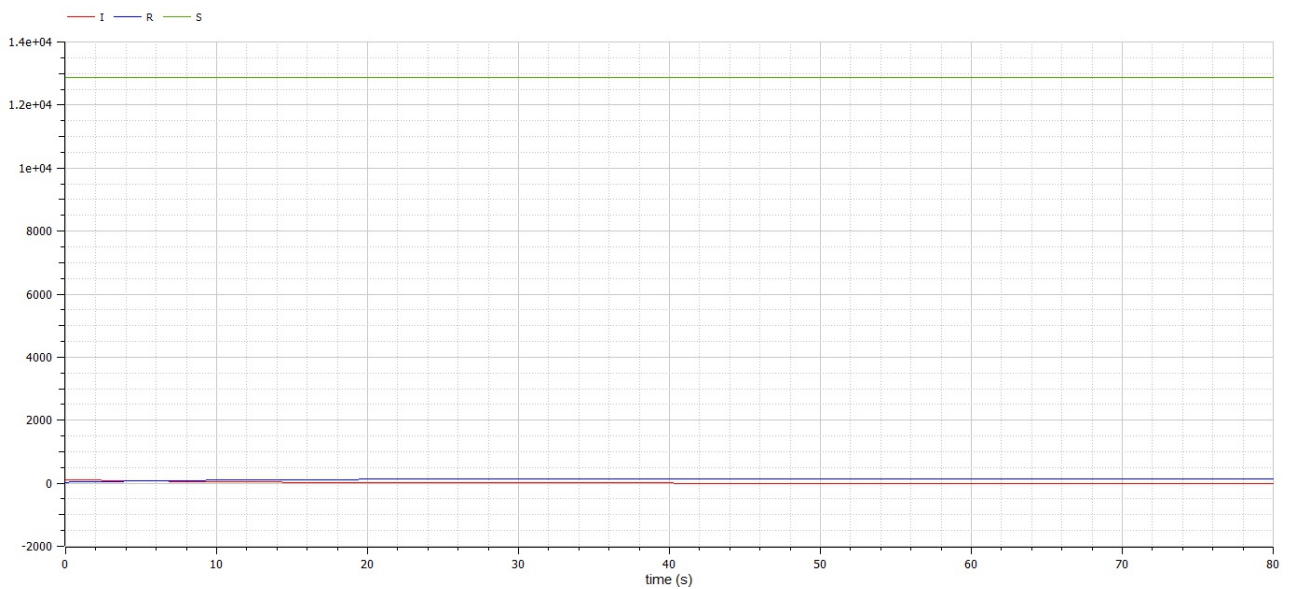
model model_1
  constant Real N = 13013; //number of all citizens living on the island
  Real I; //number of infected people at t=0
  Real R; //number of immune people at t=0
  Real S; //number of healthy people at t=0
  constant Real alpha = 0.23; //coefficient of disease
  constant Real beta = 0.085; //coefficient of recure

initial equation
  I = 113;
  R = 31;
  S = N - I - R;

equation
  der(S) = 0;
  der(I) = -beta * I;
  der(R) = beta * I;

end model_1;

```



**РИС.3**(протекание эпидемии при 1-м сценарии)

```

model model_2
  constant Real N = 13013; //number of all citizens living on the island
  Real I; //number of infected people at t=0
  Real R; //number of immune people at t=0
  Real S; //number of healthy people at t=0
  constant Real alpha = 0.23; //coefficient of disease
  constant Real beta = 0.085; //coefficient of recure

initial equation
  I = 113;
  R = 31;
  S = N - I - R;

equation
  der(S) = -alpha * S;
  der(I) = alpha * S - beta * I;
  der(R) = beta * I;

end model_2;

```

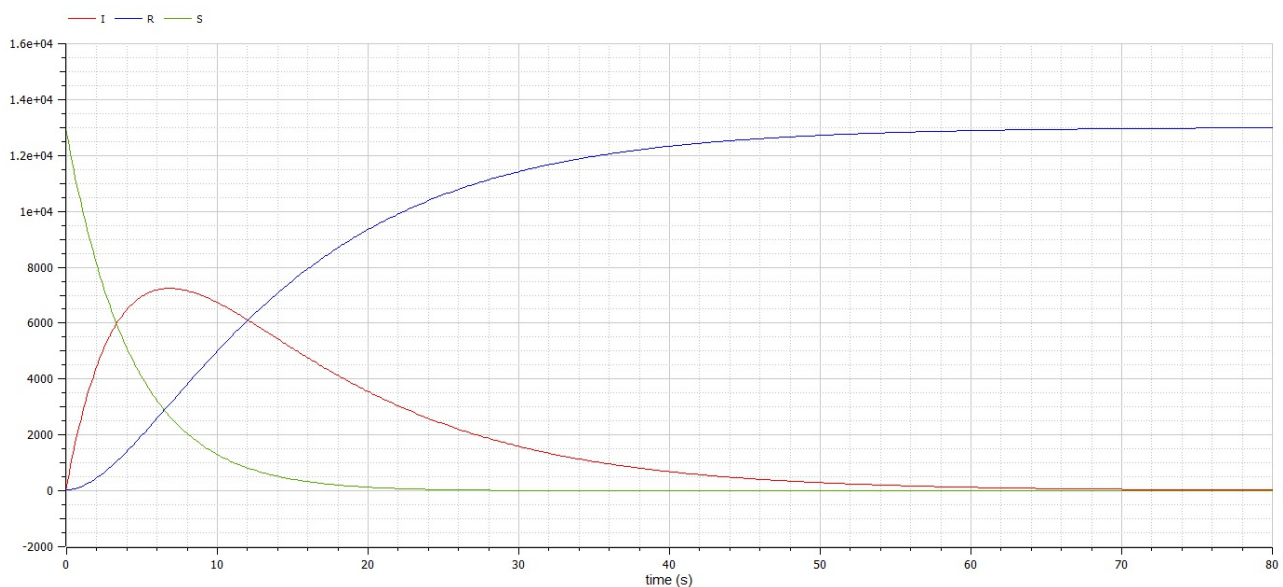


РИС.4(протекание эпидемии при 2-м сценарии)

Исходя из полученных данных (рис.3, рис.4), мы получили результаты, идентичные тем, что были представлены в ходе выполнения 1-го задания.

## Заключение

В ходе проделанной лабораторной работы мной были усвоены навыки решения задачи математического моделирования с применением языков программирования для работы с математическими вычислениями Julia и OpenModelica.