# РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

Факультет физико-математических и естественных наук

# ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №2

## Моделирование задачи "Погоня"

#### дисциплина: Математическое моделирование

Студент: Койфман Кирилл Дмитриевич Группа: НПИбд-01-21

## Введение.

### Цель работы.

Разработать решение для задачи "Погоня" с помощью математического моделирования на языке Julia.

### Описание задания

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 19.5 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении.

Известно, что скорость катера в 4.9 раза больше скорости браконьерской лодки.

### Задачи.

1. Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найти точку пересечения траектории катера и лодки.

## Ход работы

### задание

Для начала запишем уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для 2-х случаев: Определим такие условия:

$x\_{л0}=0$ - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения катером береговой охраны;

$t\_0=0$ - момент обнаружения катером береговой охраны;

$x\_{к0}=19.5$ - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

Также введём полярные координаты:

$x\_{л0}=0 (x\_{л0}=\Theta=0)$ - точка обнаружения лодки браконьеров (полюс). В том время как ось $\gamma$ проходит через точку нахождения катера береговой охраны.

Для того чтобы катер и лодка всё время были на одном расстоянии от полюса $\Theta$, катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

Теперь, чтобы найти $x$ (расстояние, после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), составим уравнение. Установим, что ререз время $t$ катер

и лодка окажутся на одном расстоянии $x$ от полюса $\Theta$, таким образом за это время $t$ лодка пройдёт $x$, а катер $19.5-x$ или $19.5+x$, исходя из начального положения катера относительно $\Theta$. Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как $x/v$ или $19.5-x/4.9v$ или

$19.5+x/4.9v$, соответсвенно. Получаем эти уравнения: $$ \frac{x}{v}=\frac{19.5-x}{4.9v}, \frac{x}{v}=\frac{19.5+x}{4.9v} \ $$

#### И их решения для 2-х случаев:

$$ x\_1=5 \ x\_2=3.305 $$

После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v. Для этого разобьём скорость катера на $v\_\gamma$ - радиальную скорость (скорость, с которой катер удаляется от полюса, $v\_\gamma=\frac{dr}{dt}$) и $v\_\tau$ - тангенциальную скорость (линейная скорость вращения катера относительно полюса, $v\_\tau=r\frac{d\Theta}{dt}$). При этом необходимо, чтобы скорость $v\_\gamma$ была равна скорости лодки, поэтому:

$$\frac{dr}{dt}=v$$

В итоге получаем такую систему дифференциальных уравнений: $$ \left{ \begin{aligned} \frac{dr}{dt}=v \ \sqrt{23.01}v= r\frac{d\Theta}{dt} \end{aligned} \right.

$$

Либо при условии №1: $$ \left{ \begin{aligned} \Theta=0 \ r\_0=x1=5 \end{aligned} \right. $$ Либо при условии №2: $$ \left{ \begin{aligned} \Theta=-\pi \ r\_0=x2=3.305 \end{aligned} \right. $$

Исключив из этой системы уравнений производную по $t$, получаем такое уравнение: $$ \frac{dr}{d\Theta}=\frac{r}{\sqrt{23.01}} $$ Решив данное уравнение с применением начальных условиев, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

### задание

А сейчас построим траекторию движения катера и лодки для двух случаев, написав алгоритм для этого:

using Plots

using DifferentialEquations

s = 19.5

fi = 3 \* π / 4

dr(r, p, tetha) = r / sqrt(23.01) x = (s\*10)/39

r = x tetha = 0

tethaRange = (tetha, tetha + 2\*pi)

problem = ODEProblem(dr, r, tethaRange)

solution = solve(problem, Tsit5(), reltol=1e-8, abstol=1e-8) solution.u[1]

gr()

plot(solution.t[1:21], solution.u[1:21], proj = :polar, line = (:blue, 2), label = "Лодка браконьеров") plot!([fi, fi+0.000001], [0,10], line = (:red, 1), label = "Катер береговой охраны", legend = :bottomright)

savefig("test1.png")

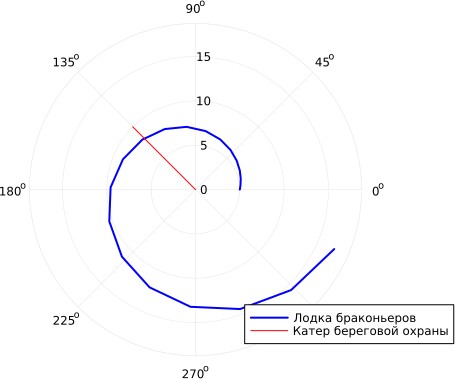
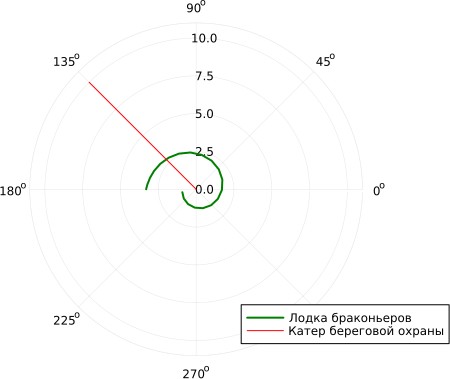


РИС.1(Для 1-го случая)



using Plots

using DifferentialEquations

s = 19.5

fi = 3 \* π / 4

dr(r, p, tetha) = r / sqrt(23.01) x = (s\*10)/59

r = x tetha = -pi

tethaRange = (tetha + 2\*pi, tetha)

problem = ODEProblem(dr, r, tethaRange)

solution = solve(problem, Tsit5(), reltol=1e-8, abstol=1e-8) solution.u[1]

gr()

plot!(solution.t[1:21], solution.u[1:21], proj = :polar, line = (:green, 2), label = "Лодка браконьеров") plot!([fi, fi+0.000001], [0,10], line = (:red, 1), label = "Катер береговой охраны", legend = :bottomright)

savefig("test2.png")

РИС.2(Для 2-го случая)

### задание

Найдём точку пересечения траектории катера и лодки для обоих случаев: Исходя из рис.1, в 1-м случае значение tetha = 2.4, а значение расстояния r = 8.2. Исходя из рис.2, во 2-м случае значение tetha = 2.3, а значение расстояния r = 2.7.

## Заключение

В ходе продеданной лабораторной работы мной были усвоены навыки решения задачи математического моделирования с применением языка программирования для работы с математическими вычислениями Julia.