> #Тимфеев К.А, 153501, подгруппа номер 1
#Задание 1
restart :

> $expr := \dfrac{\dfrac{7x^4 - 126x^2 + 567}{x^5 - 8x^4 - 27x^2 + 216x}}{\dfrac{x^3 + 3x^2 - 9x - 27}{x^3 - 5x^2 - 15x - 72}}$:

> $simplify(expr)$; #упрощение выражения

$$\frac{7}{x} \qquad (1)$$

>

#Задание 2
restart :
$expr := (2x - 5)\cdot(3x^2 + 2)\cdot(4x + 3)$;

$$expr := (2x - 5)(3x^2 + 2)(4x + 3) \qquad (2)$$

> $expand(expr)$; # раскрытие скобок

$$24x^4 - 42x^3 - 29x^2 - 28x - 30 \qquad (3)$$

>

>

> #Задание 3
restart :
$expr := x^4 + x^3 - 9x^2 + 11x - 4$;

$$expr := x^4 + x^3 - 9x^2 + 11x - 4 \qquad (4)$$

> $factor(expr)$; # разложение многочлена на множители

$$(x + 4)(x - 1)^3 \qquad (5)$$

>

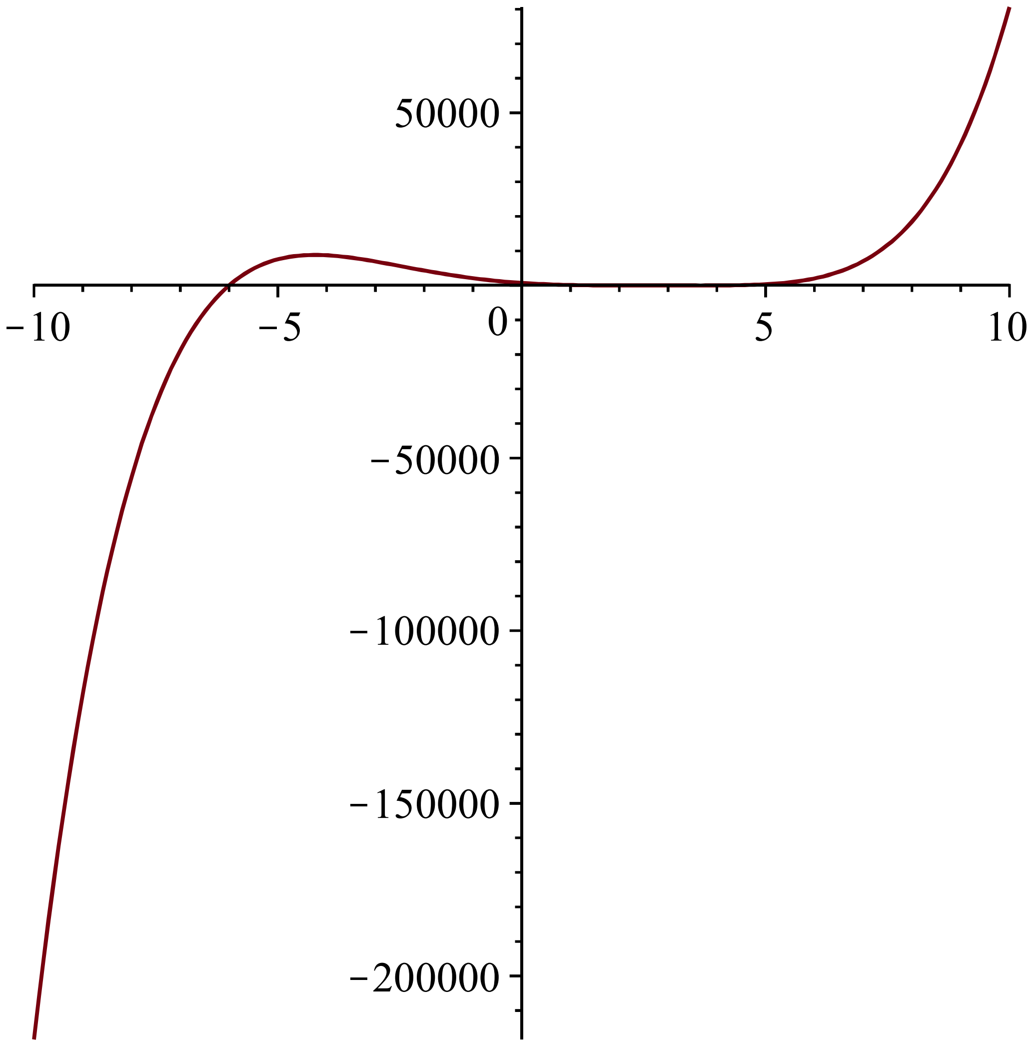
#Задание 4
restart :
$P := 2x^5 - 11x^4 - 41x^3 + 404x^2 - 948x + 720$;

$$P := 2x^5 - 11x^4 - 41x^3 + 404x^2 - 948x + 720 \qquad (6)$$

> $f := unapply(P, x)$; #преобразование выражения в функцию

$$f := x \mapsto 2x^5 - 11x^4 - 41x^3 + 404x^2 - 948x + 720 \qquad (7)$$

> $plot(f)$; # график многочлена



> *solve*($f(x), x$); *# рещение уравнения f(x) = 0*

$$2, 3, 4, -6, \frac{5}{2} \qquad \textbf{(8)}$$

>

>

> *#Задание 5*
restart :

> $expr := \frac{2x^4 + 3x^3 + 5x - 4}{(x^2+1)\cdot(x-3)^2\cdot(x^2-4)}$;

$$expr := \frac{2x^4 + 3x^3 + 5x - 4}{(x^2+1)(x-3)^2(x^2-4)} \qquad \textbf{(9)}$$

> *convert*(*expr*, *parfrac*, x); *#разложение на сумму простейших дробей*

$$\frac{31}{10(x-2)} + \frac{127}{25(x-3)^2} + \frac{-x+7}{125(x^2+1)} + \frac{3}{250(x+2)} - \frac{388}{125(x-3)} \qquad \textbf{(10)}$$

>

>

> *#Задание 7*

$a := (n) \rightarrow \dfrac{(6\,n-5)}{5\,n+1};$

$A := \dfrac{6}{5};$

$\varepsilon := 0.1;$

$$a := n \mapsto \frac{6\,n-5}{5\,n+1}$$

$$A := \frac{6}{5}$$

$$\varepsilon := 0.1 \tag{11}$$

> *expr1* $:= \mathrm{abs}(a(n) - A) < \varepsilon;$ *# определение предела*
expr2 $:= n > 0;$

$$expr1 := \left|\frac{6\,n-5}{5\,n+1} - \frac{6}{5}\right| < 0.1$$

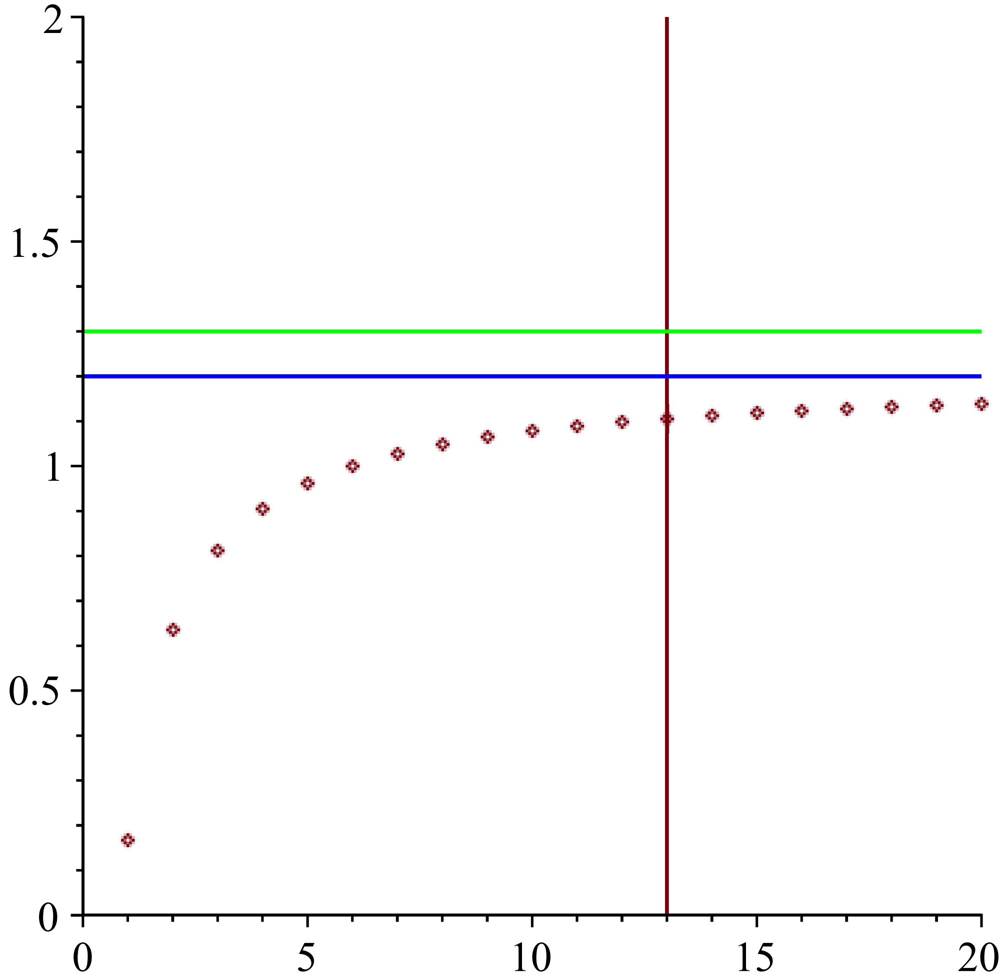
$$expr2 := 0 < n \tag{12}$$

> $solve(\{expr1, expr2\}, n);$
#решение системы неравенств. Результат: значение n, начиная с которого a(n) входит в заданную эпсилон-окрестность

$$\{12.20000000 < n\} \tag{13}$$

> $N := 13;$ *#график, показывающий решение*
$t1 := plot(\{seq([n, a(n)], n = 1..20)\}, style = point):$
$t2 := plot(\{seq([N, r], r = 0..2)\}):$
$t3 := plot((x) \rightarrow A, 0..20, colour = blue):$
$t4 := plot\big((x) \rightarrow A - \varepsilon, 0..20, color = green\big):$
$t4 := plot\big((x) \rightarrow A + \varepsilon, 0..20, color = green\big):$
$plots[display]([t1, t2, t3, t4]);$

$$N := 13$$



>

>

>

> #Задание 6
restart :
$expr1 := \ln^2(x+1)$:
$f1 := unapply(expr1, x);$

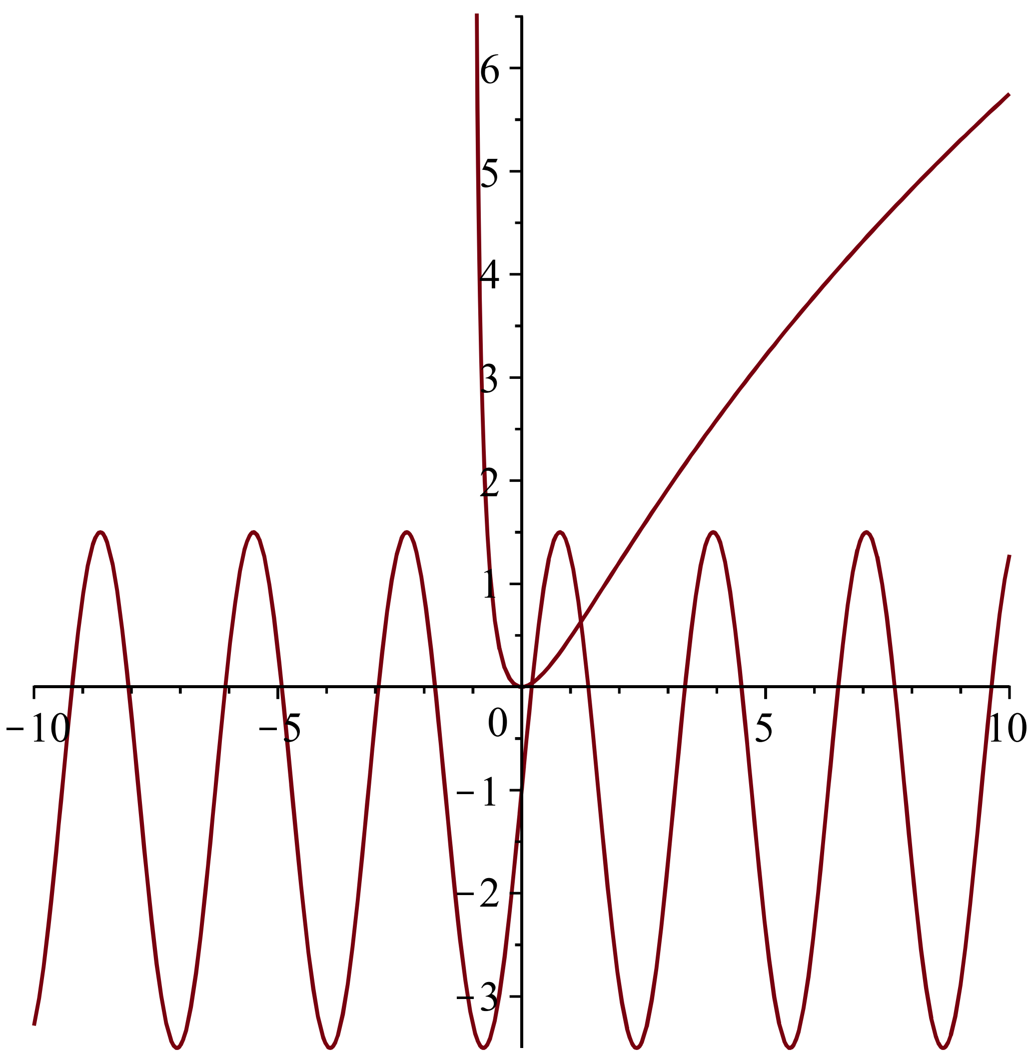
$$f1 := x \mapsto \ln(x+1)^2 \quad \textbf{(14)}$$

> $expr2 := 2.5 \cdot \sin(2x) - 1$:
$f2 := unapply(expr2, x);$

$$f2 := x \mapsto 2.5 \sin(2x) - 1 \quad \textbf{(15)}$$

> $t1 := plot(f1)$: #пересечения графиков будут показывать решения

> $t2 := plot(f2)$:
$plots[display]([t1, t2]);$

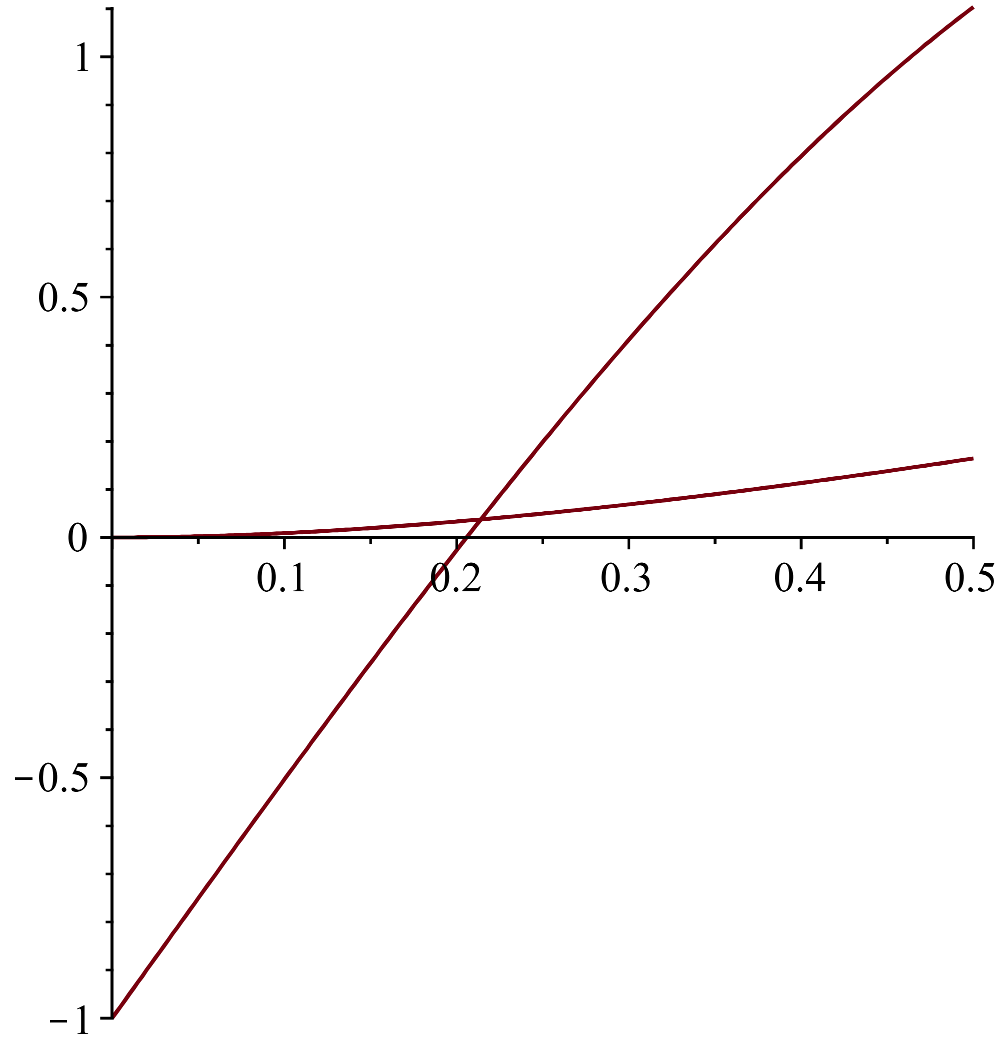


> #нас интересуют промежутки 0..0.5 и 1..1.5 для поиска корней
#начнем с первого. будем приближать график пока не получим нужную точность

"_noterminate" **(16)**

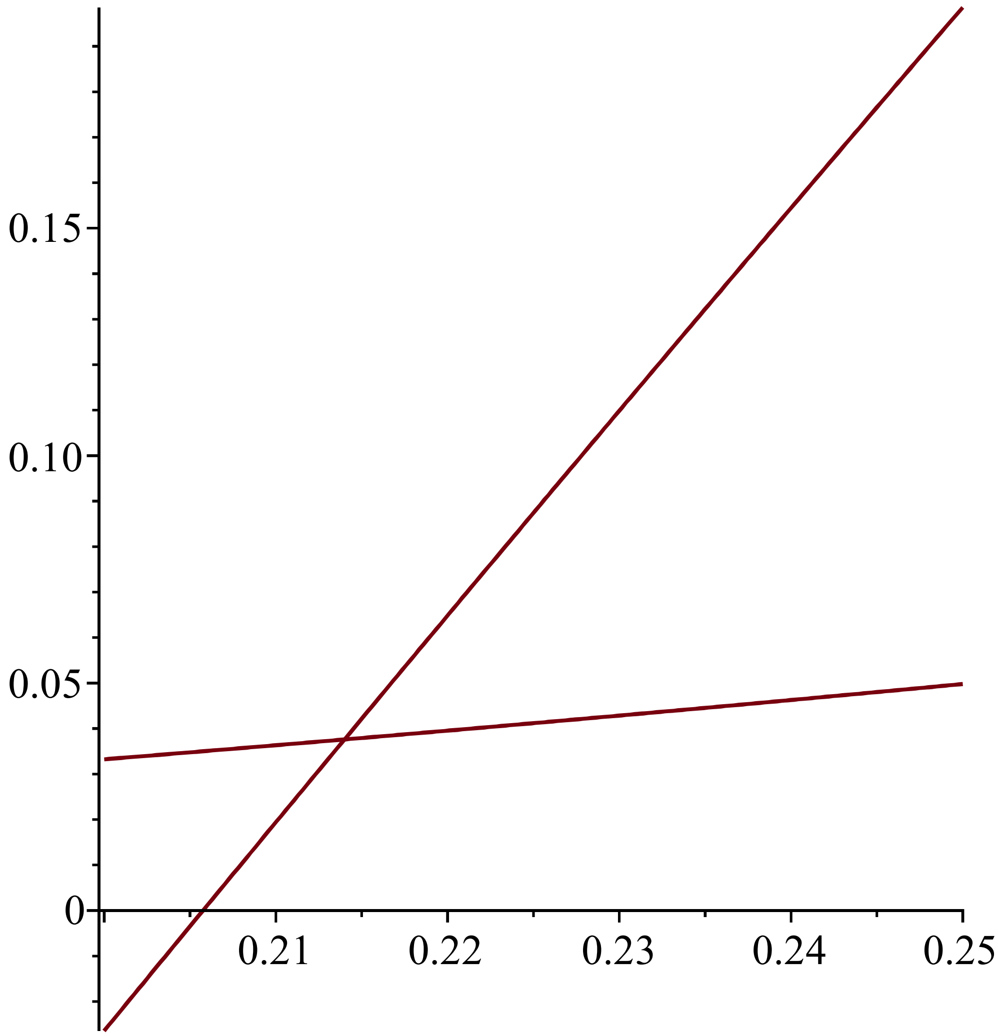
> $t1 := plot(f1, 0..0.5)$:

> $t2 := plot(f2, 0..0.5)$:
$plots[display]([t1, t2]);$



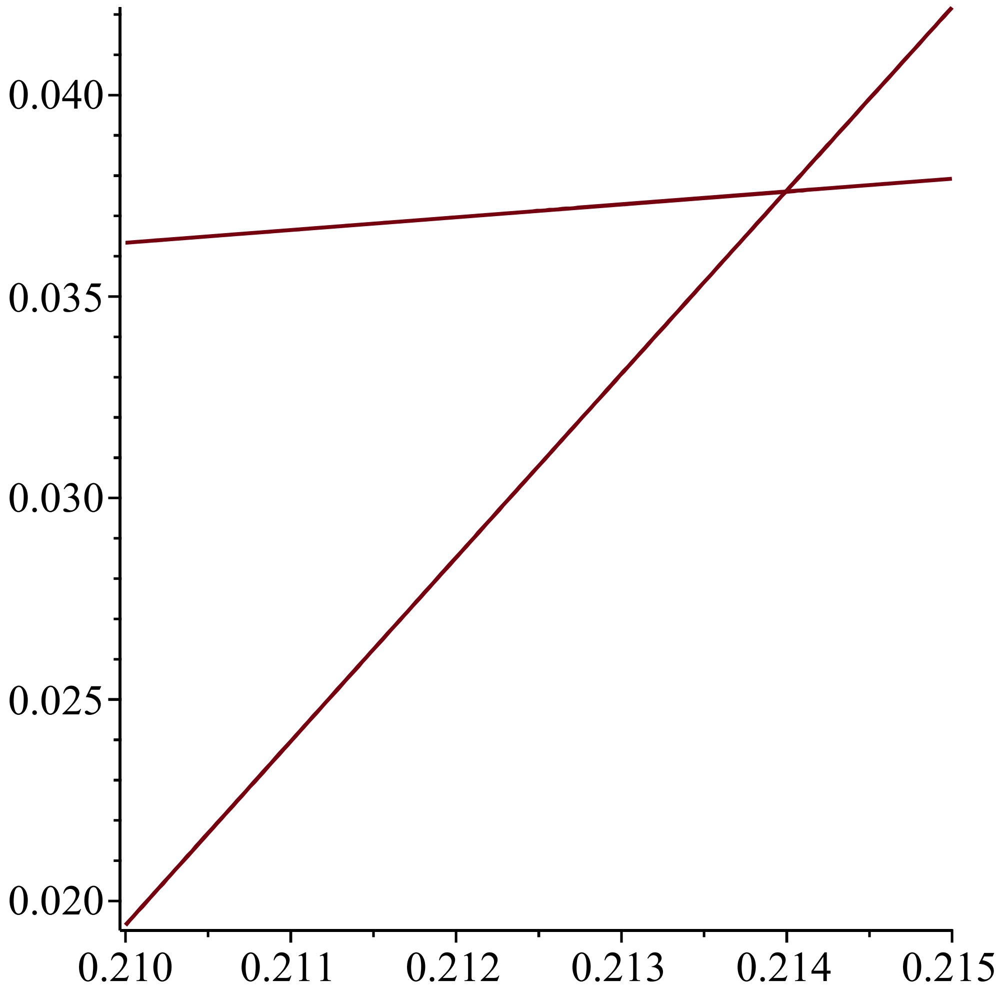
> $t1 := plot(f1, 0.2 ..0.25)$:

> $t2 := plot(f2, 0.2 ..0.25)$:
$plots[display]([t1, t2]);$



> $t1 := plot(f1, 0.21 ..0.215)$:

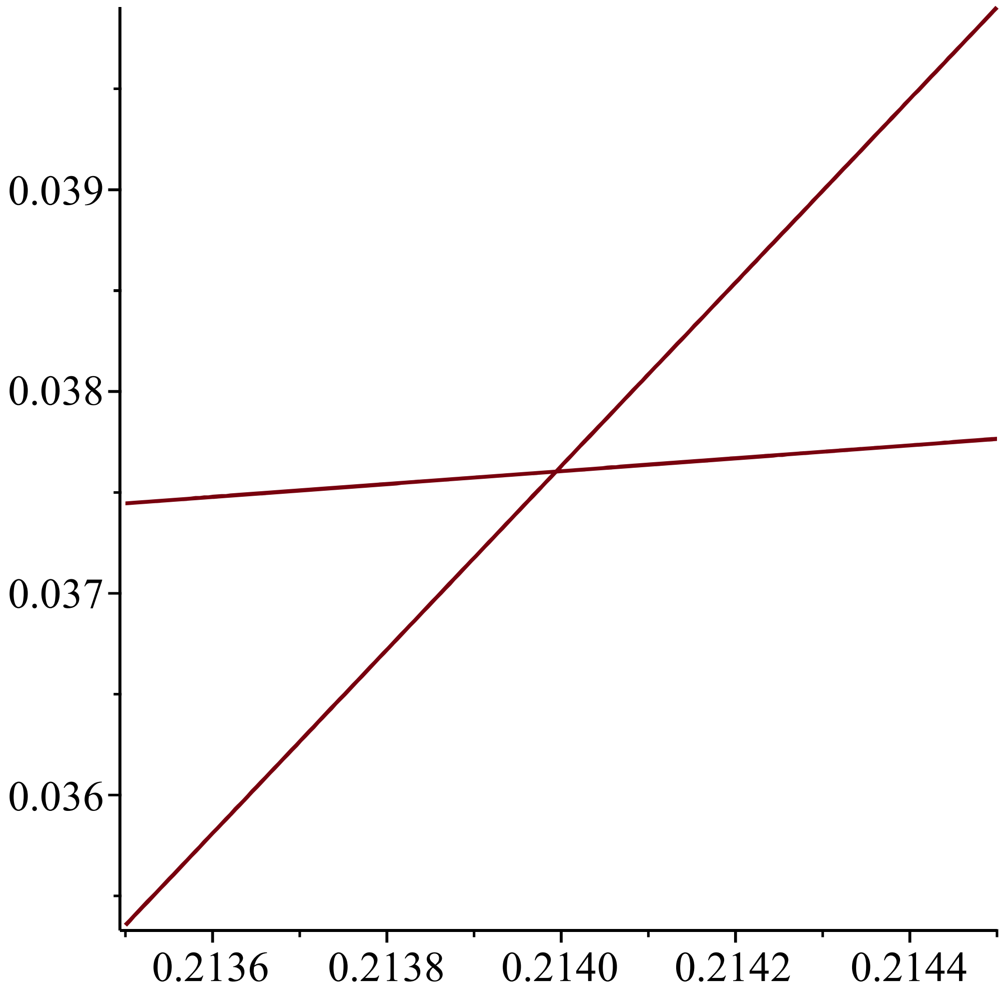
> $t2 := plot(f2, 0.21 ..0.215)$:
$plots[display]([t1, t2])$;



> *interval* ≔ 0.2135 ..0.2145 :

> *t1* ≔ *plot*(*f1*, *interval*) :

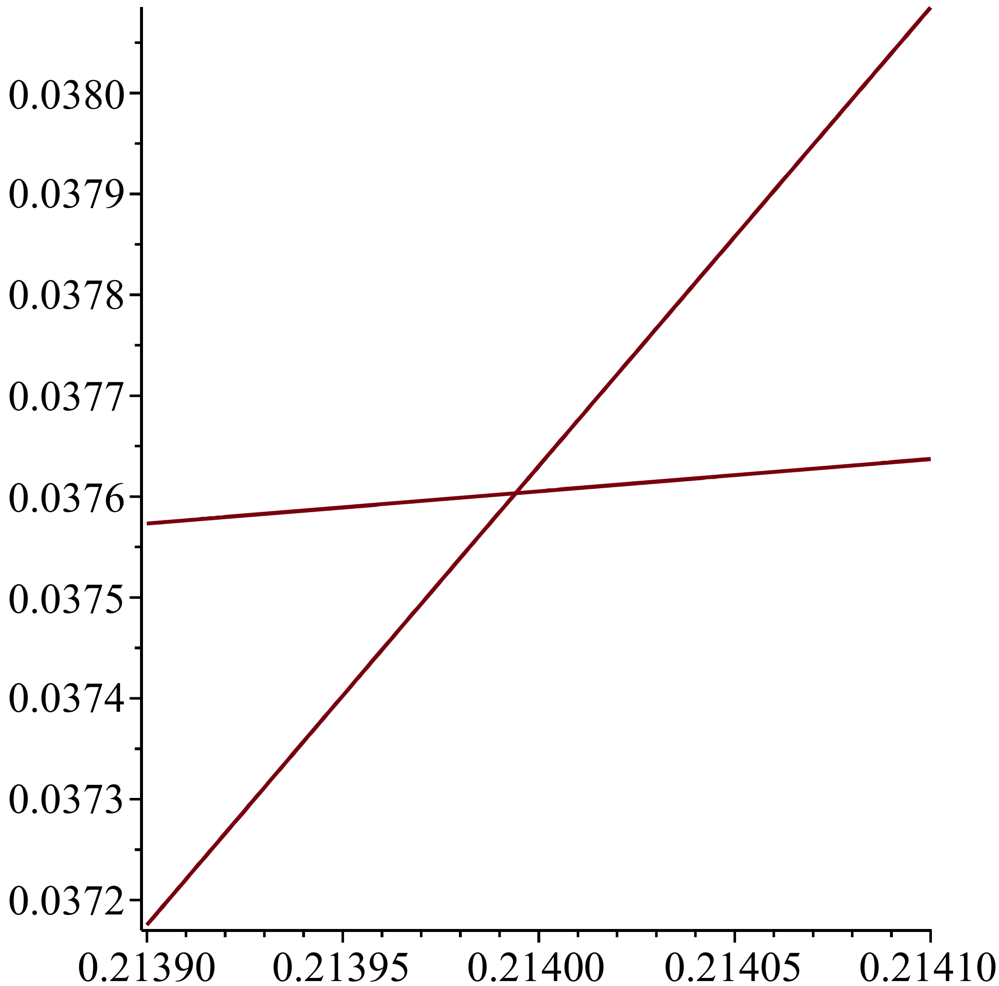
> *t2* ≔ *plot*(*f2*, *interval*) :
plots[*display*]([*t1*, *t2*]);



> $interval := 0.2139 .. 0.2141$:

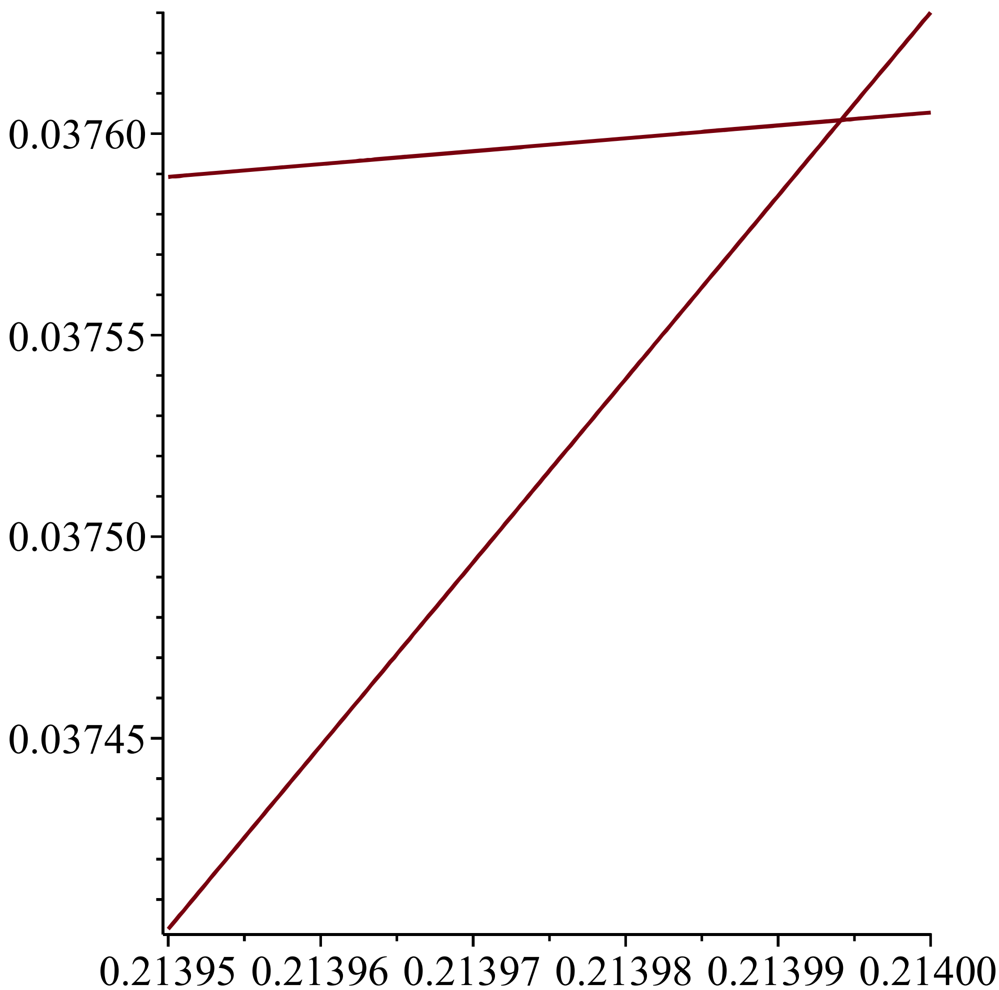
> $t1 := plot(f1, interval)$:

> $t2 := plot(f2, interval)$:
> $plots[display]([t1, t2]);$



> $interval := 0.21395..0.21400:$

> $t1 := plot(f1, interval):$
$t2 := plot(f2, interval):$
$plots[display]([t1, t2]);$



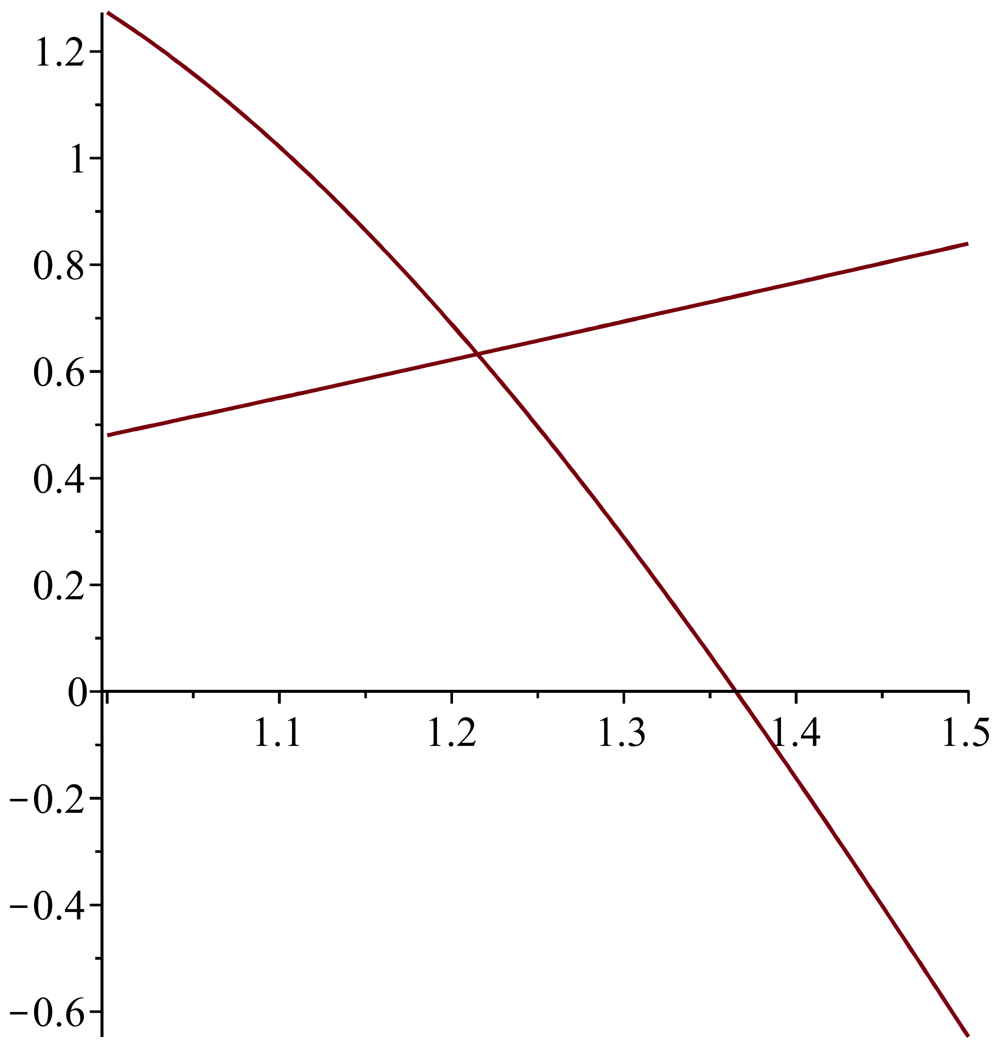
>

> *#Т. о. точное решение находится в промежутке 0.213990 ..0.21394*
$\rightarrow$*ответ* с *точностью до* 10^{-5} $x1 = 0.21399$
#аналогично для 2ого промежутка

"_noterminate" **(17)**

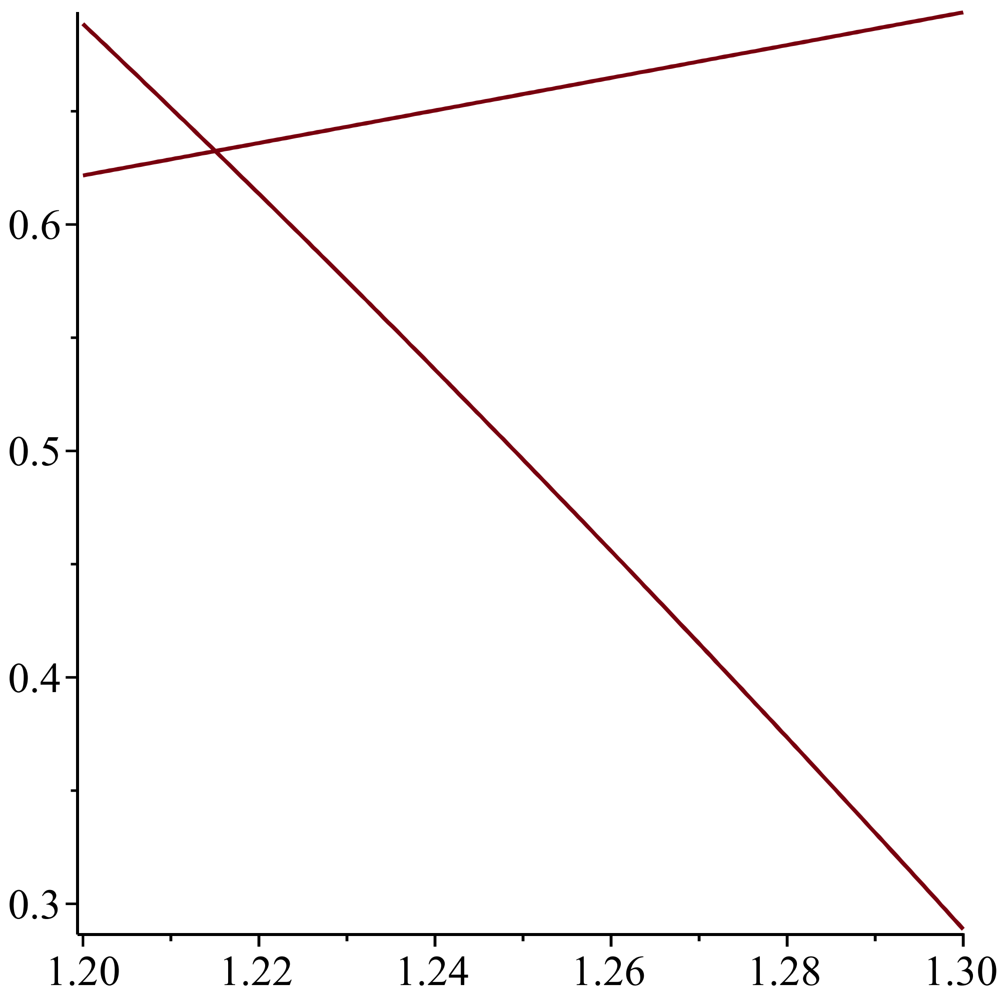
> $interval := 1 ..1.5 :$

> $t1 := plot(f1, interval) :$
$t2 := plot(f2, interval) :$
$plots[display]([t1, t2]);$



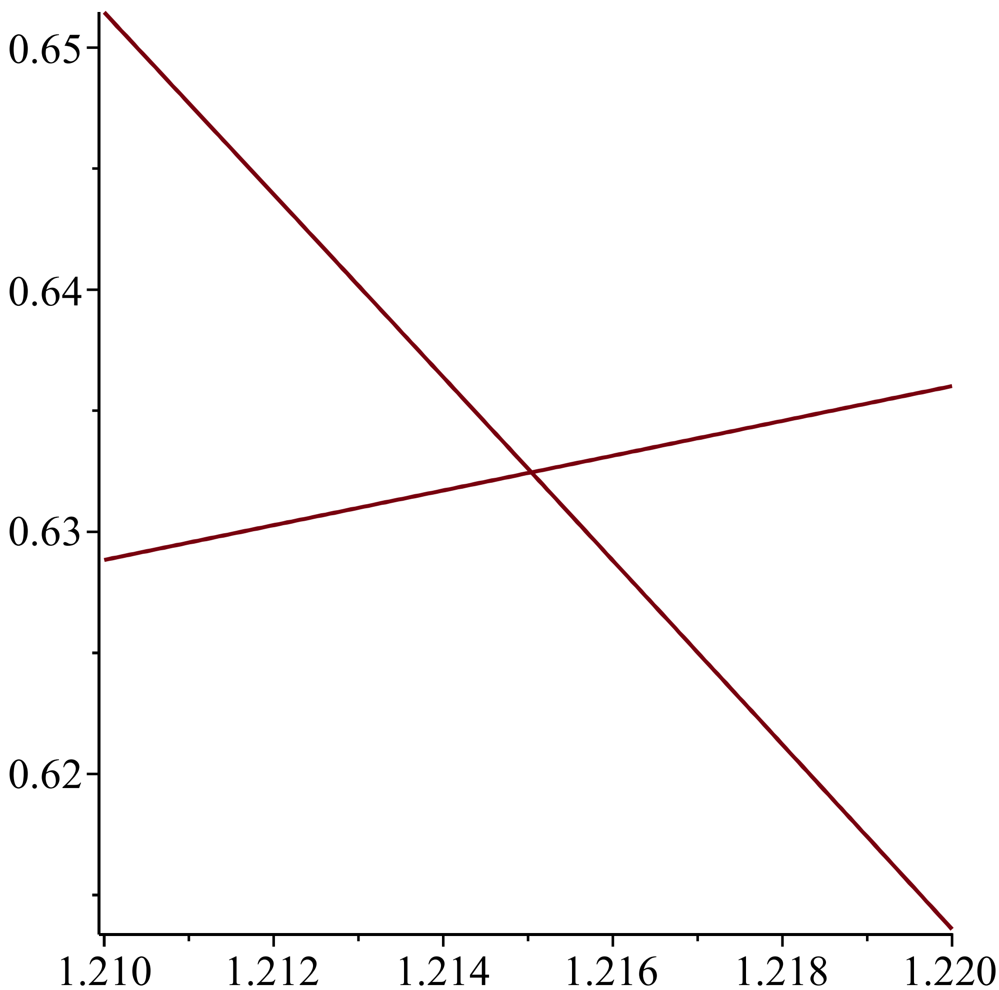
> $interval := 1.2 .. 1.3$:

> $t1 := plot(f1, interval)$:
$t2 := plot(f2, interval)$:
$plots[display]([t1, t2])$;



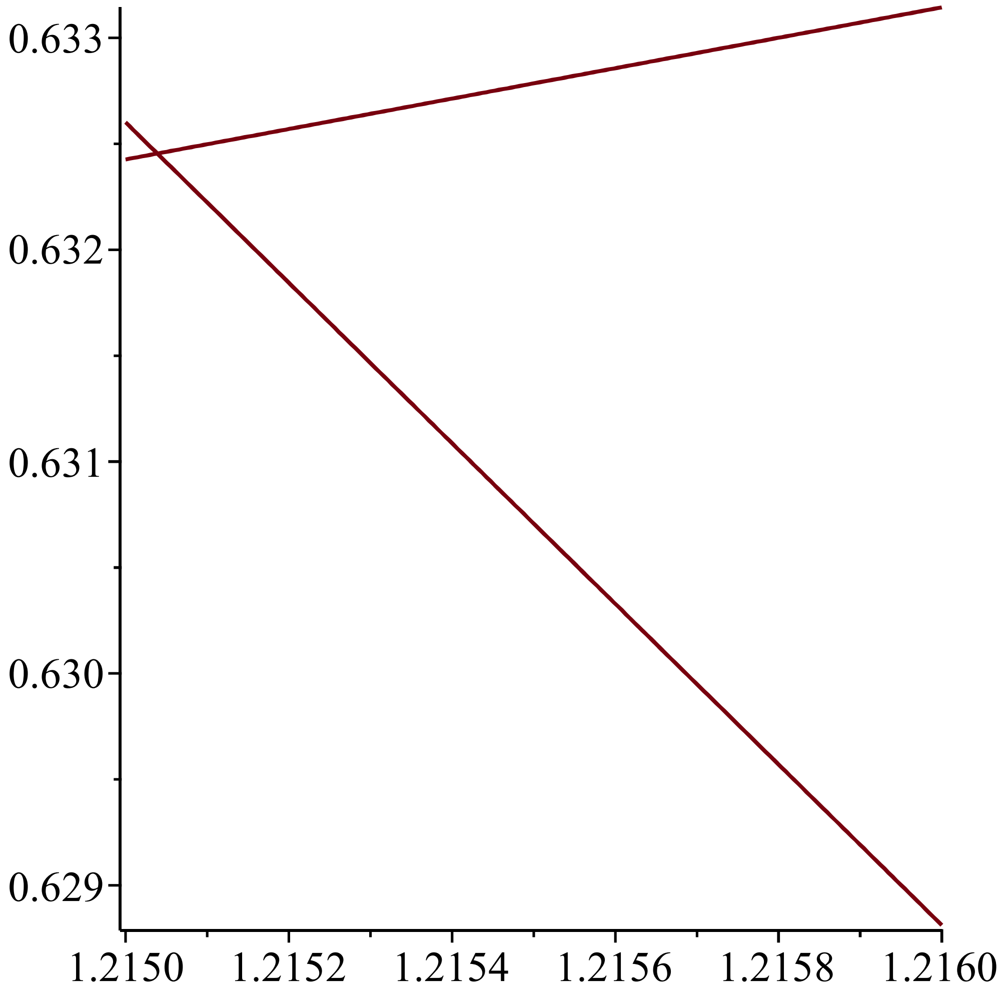
> $interval := 1.21 .. 1.22 :$

> $t1 := plot(f1, interval) :$
$t2 := plot(f2, interval) :$
$plots[display]([t1, t2]);$



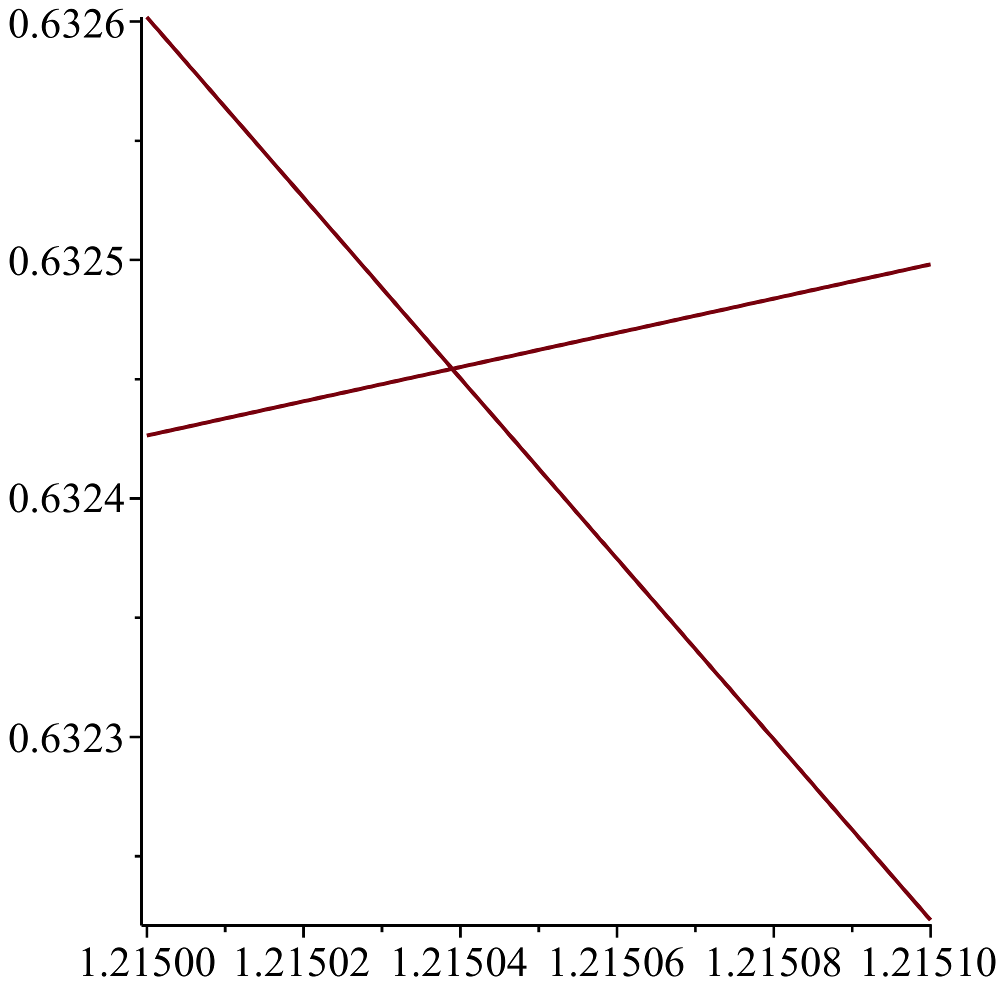
> $interval := 1.215 .. 1.216 :$

> $t1 := plot(f1, interval) :$
$t2 := plot(f2, interval) :$
$plots[display]([t1, t2]);$



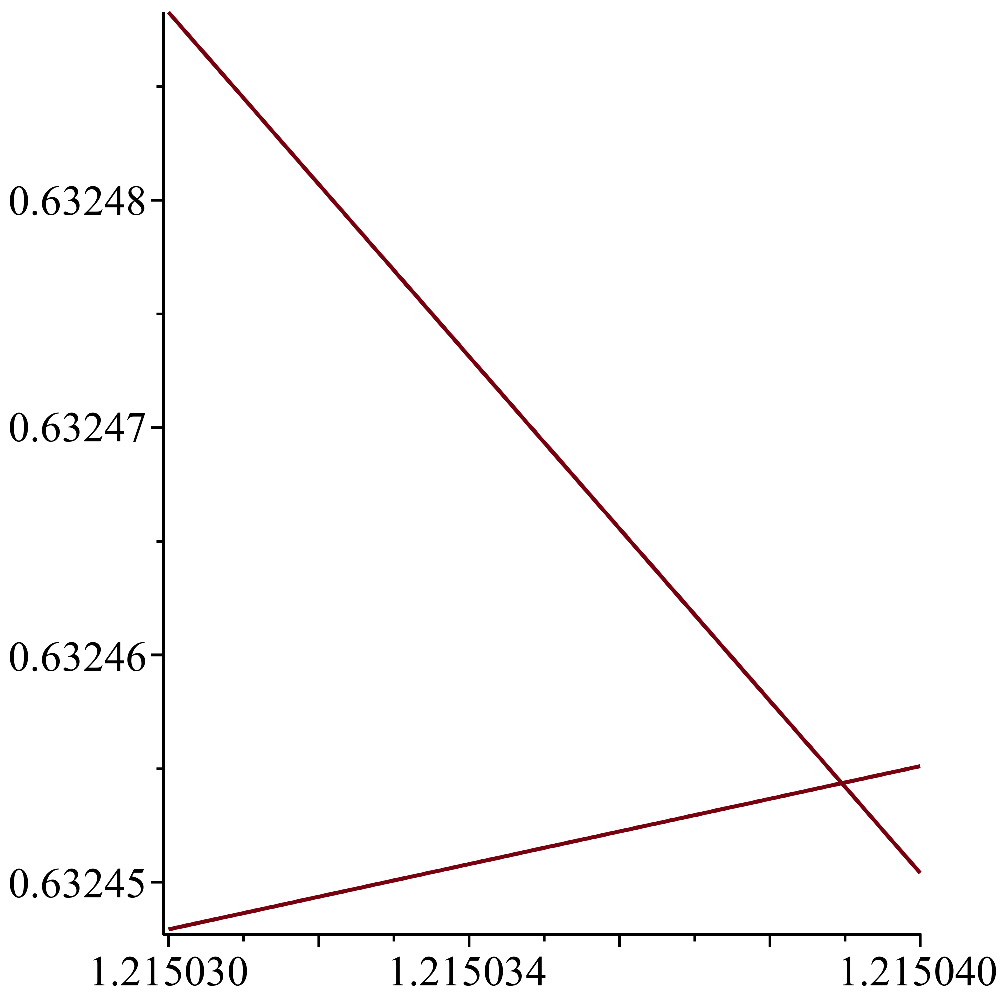
> $interval := 1.2150 .. 1.2151:$

> $t1 := plot(f1, interval):$
> $t2 := plot(f2, interval):$
> $plots[display]([t1, t2]);$



> $interval := 1.21503..1.21504:$

> $t1 := plot(f1, interval):$
> $t2 := plot(f2, interval):$
> $plots[display]([t1, t2]);$



> *#Следовательно с учётом окургления x2 = 1.215040*
#Ответ x1 = 0.21399, x2 = 1.215040

#Задание 8
#а)
$expr := \mathrm{sqrt}(x)\cdot(\mathrm{sqrt}(x+2)-\mathrm{sqrt}(x-3));$

$$expr := \sqrt{x}\,\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-3}\right) \tag{18}$$

> $f := unapply(expr, x);$

$$f := x \mapsto \sqrt{x}\,\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-3}\right) \tag{19}$$

> $limit(f(x), x = \mathrm{infinity});$ *#поиск предела*

$$\frac{5}{2} \tag{20}$$

> *#б*)

$expr := \left(\frac{3x^2+4x-1}{3x^2+2x+7}\right)^{2x+5};$

$$expr := \left(\frac{3\,x^2+4\,x-1}{3\,x^2+2\,x+7}\right)^{2\,x+5} \quad \textbf{(21)}$$

```
> f := unapply(expr, x);
```

$$f := x \mapsto \left(\frac{3\,x^2+4\,x-1}{3\,x^2+2\,x+7}\right)^{2\,x+5} \quad \textbf{(22)}$$

```
> limit(f(x), x = infinity); #поиск предела
```

$$e^{\frac{4}{3}} \quad \textbf{(23)}$$

```
>
>
>
> #Задание 9
  restart :
  cond1 := x < -Pi :
> cond2 := x ≥ -Pi :
  expr1 := 5·cos(2 x) :
  expr2 := 7·exp(-0.5 x) :
  f := unapply(piecewise(cond1, expr1, cond2, expr2), x);
      #создание кусочно-непрерывной функции
```

$$f := x \mapsto \begin{cases} 5\cos(2\,x) & x < -\pi \\ 7\,e^{-0.5\,x} & -\pi \le x \end{cases} \quad \textbf{(24)}$$

```
>
> discont(f(x), x);  #поиск точек разрыва
```

$$\{-\pi\} \quad \textbf{(25)}$$

```
> limit(f(x), x = -Pi, left); # поиск левостороннего предела
```

$$5. \quad \textbf{(26)}$$

```
> limit(f(x), x = -Pi, right); # поиск правостороннего предела
```

$$33.67334167 \quad \textbf{(27)}$$

```
> limit(f(x), x = -infinity); #предел при x -> -бесконечность
```

$$-5. .. 5. \quad \textbf{(28)}$$

```
> limit(f(x), x = infinity);#предел при x -> бесконечность
```

$$0. \quad \textbf{(29)}$$

```
> diff(f(x), x) assuming(cond1);  #уравнение производной на промежутке x < -Pi
```

$$-10\sin(2\,x) \quad \textbf{(30)}$$

```
> dexpr := diff(f(x), x) assuming(cond2) : #уравнение производной на промежутке x >= -Pi
  d := unapply(dexpr, x);
```

$$d := x \mapsto -3.5\,e^{-0.5\,x} \quad \textbf{(31)}$$

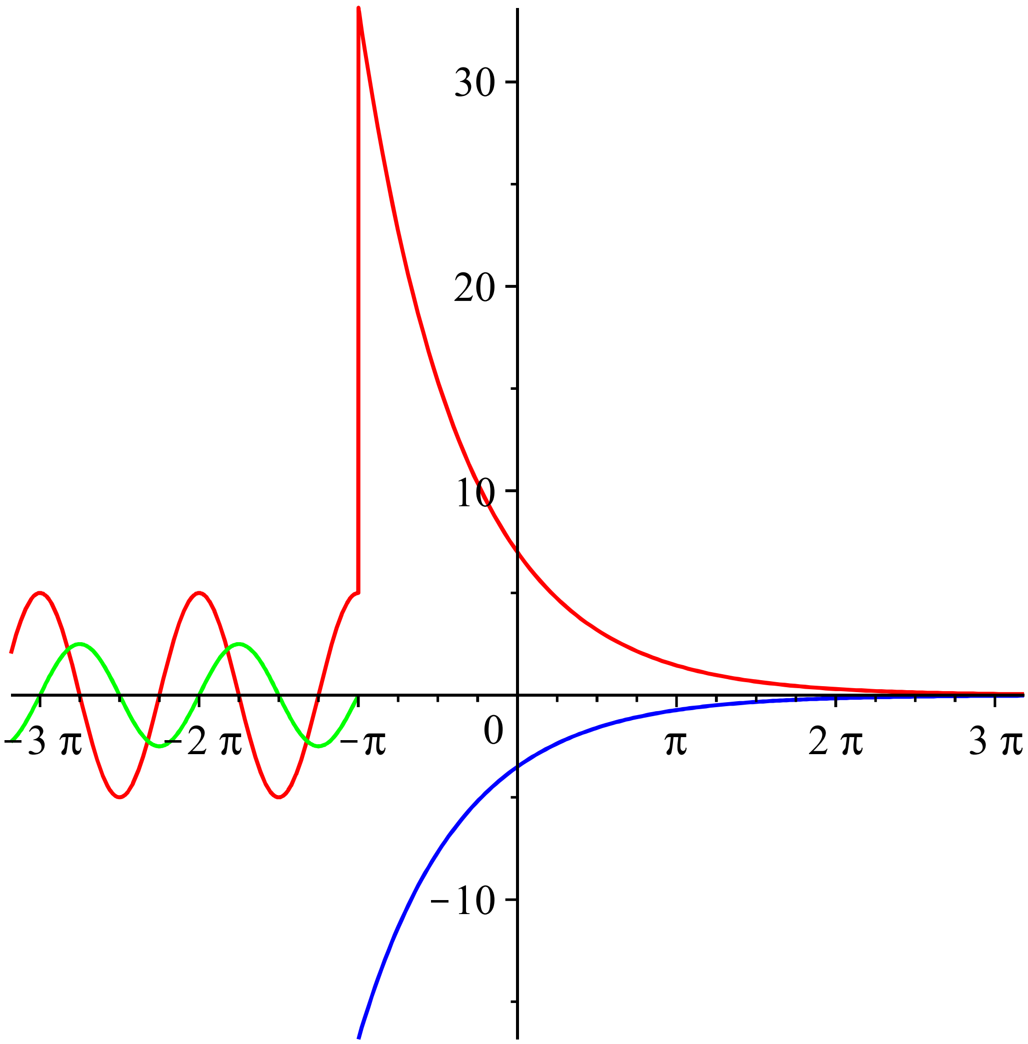
```
> iexpr := int(f(x), x) assuming(cond1) : #неопределенный интеграл левой части
  i := unapply(iexpr, x);
```

$$i := x \mapsto \frac{5\sin(2\,x)}{2} \quad \textbf{(32)}$$

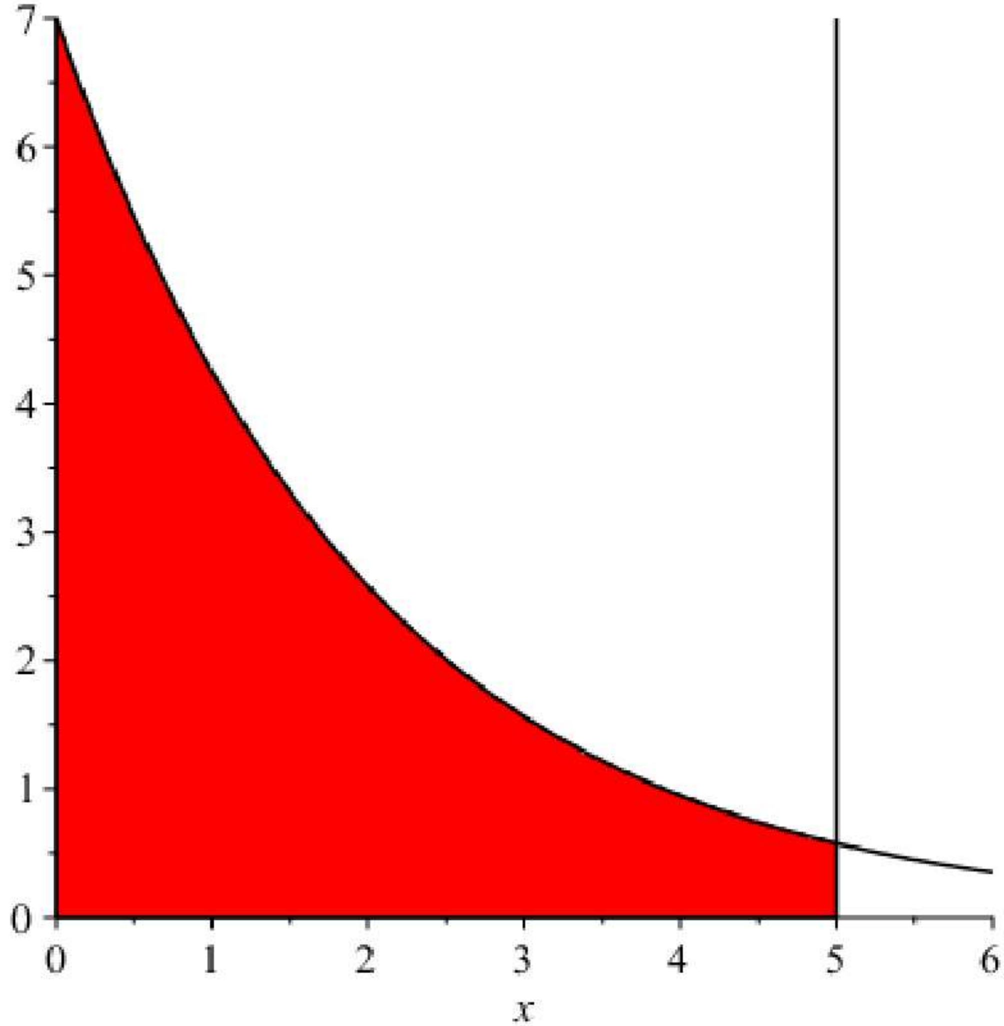
> $int(f(x), x)$ assuming$(cond2)$; #*неопределенный интеграл правой части*

$$-14.\ e^{-0.5000000000 x} \tag{33}$$

> $t1 := plot(f, colour = red)$: #*изображение всего необходимого*
> $t2 := plot(d, -\mathrm{Pi}..10, colour = blue,)$:
> $t3 := plot(i, -10..-\mathrm{Pi}, colour = green)$:
> $plots[display]([t1, t2, t3])$;



> $t1 := plot(f(x), x = 0..6, colour = black)$: #*изображение криволинейной трапеции*
> $t2 := plots[inequal](\{f(x) > y, y \geq 0, x \geq 0\}, x = 0..5, y = 0..7, colour = red, filled = true)$:
> $t3 := plot(\{seq([5, r], r = 0..7)\}, colour = black)$:
> $plots[display]([t1, t2, t3])$;
> $S := i(5) - i(1)$; #*уравнение для площади криволинейной трапеции*

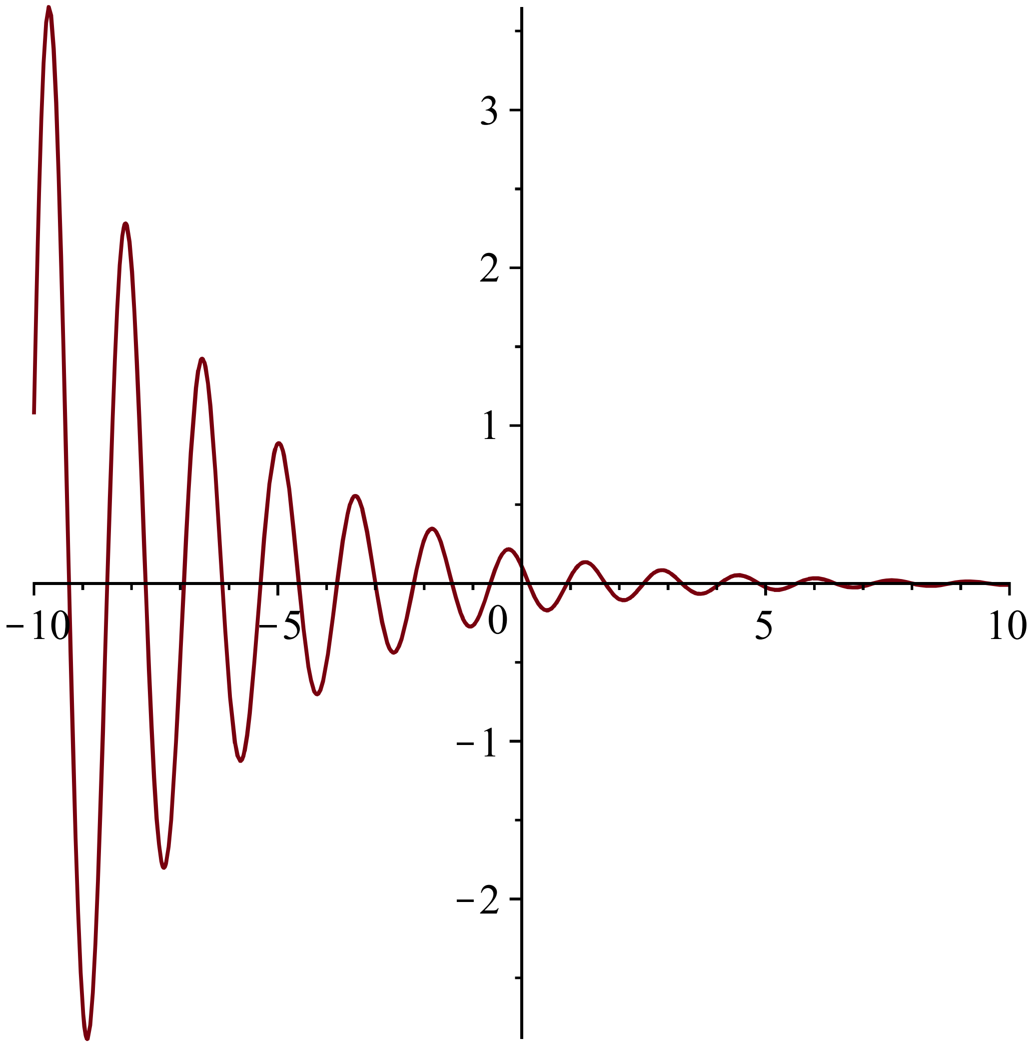


$$S := \frac{5\sin(10)}{2} - \frac{5\sin(2)}{2} \quad \textbf{(34)}$$

> $S := evalf(S);$ *#вычисление точной площади криволинейной трапеции*

$$S := -3.633296344 \quad \textbf{(35)}$$

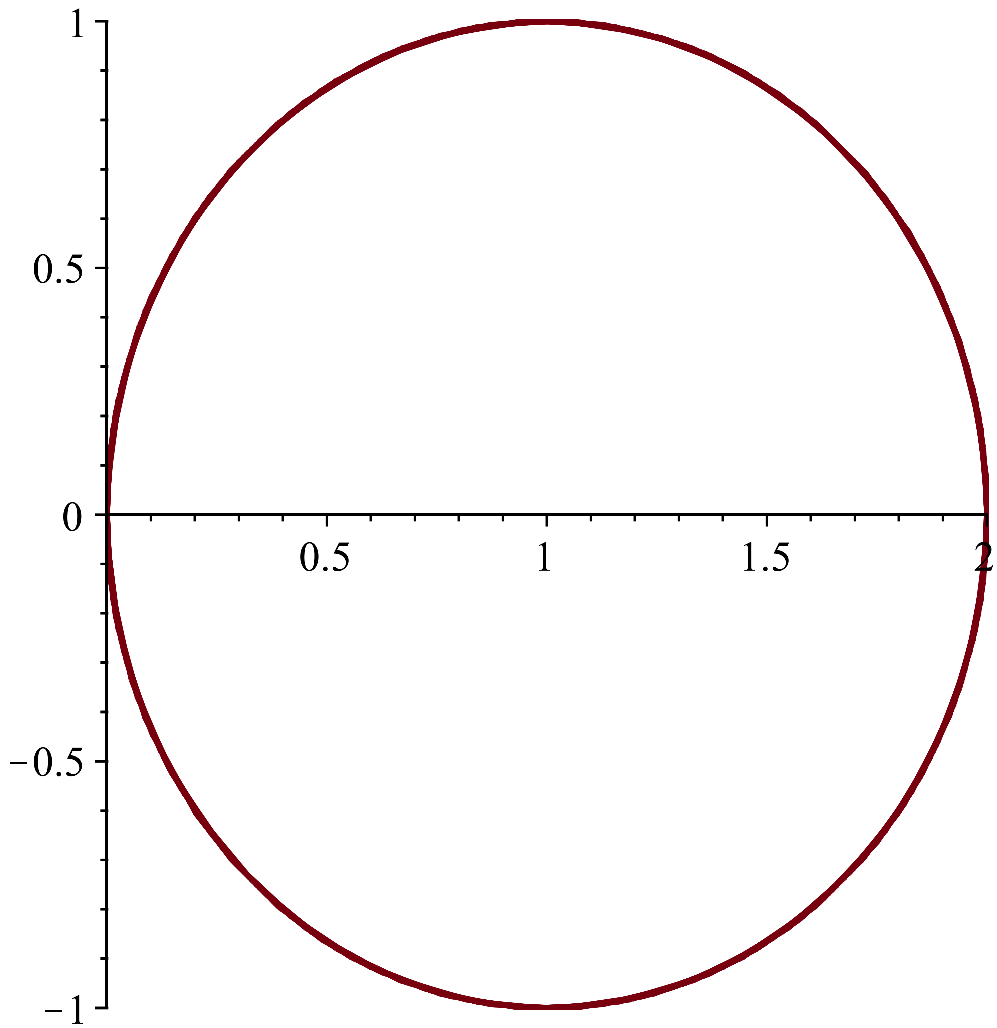
> *#Задание 10*
restart :
$expr := 0.2\exp(-0.3\,x)\cdot\cos(4\,x+1)$: *#уравнение и его график*
$f := unapply(expr, x)$:
$plot(f);$



>

>

> *restart* :
$expr1 := 2(\sin(t))^2$:
$expr2 := \sin(2t)$:
$x := unapply(expr1, t)$:
$y := unapply(expr2, t)$:
plot([*x*(*t*), *y*(*t*), *t* =−100 ..100]); #*график уравнения, заданного параметрически*



>

> $restart:$

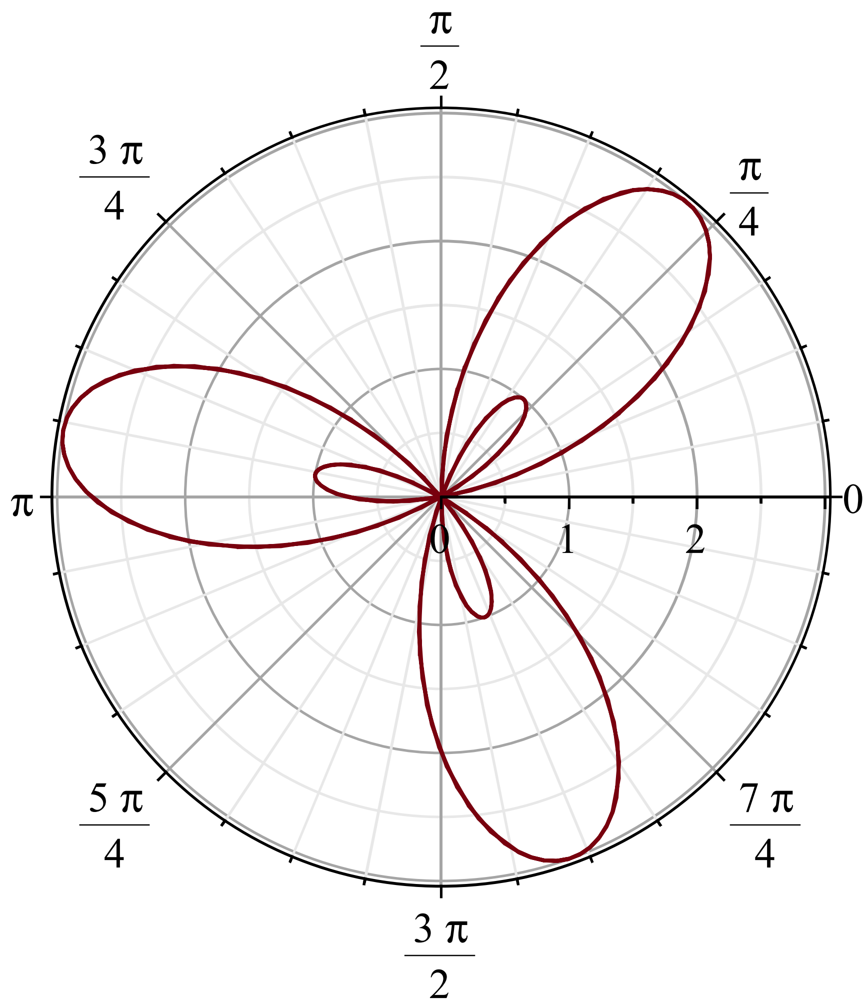
$expr := 1 - 2\cos\left(3x + \frac{\mathrm{Pi}}{6}\right);$

$r := unapply(expr, x);$

$plots[polarplot](r(x), x = 0..4\,\mathrm{Pi});$ *#график функции в полярных координатах*

$$expr := 1 - 2\cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$r := x \mapsto 1 - 2\cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$$



> *restart* :
$expr := 4\,x^2 - 4\,x\cdot y + y^2 - 3\,x + 4\,y - 7 = 0$: #задание уравнения
$f := unapply(expr, x, y);$

$$f := (x, y) \mapsto 4\,x^2 - 4\,y\,x + y^2 - 3\,x + 4\,y - 7 = 0 \quad \textbf{(36)}$$

> *with*(*LinearAlgebra*) :
$A := \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$; # матрица коэфицентов

$$A := \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \quad \textbf{(37)}$$

> $v := Eigenvectors(A)$; #собственные числа матрицы

$$v := \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \textbf{(38)}$$

> $v := \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 & \frac{1}{2} \\ 1 & 1 \end{bmatrix};$

$$v := \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 & \frac{1}{2} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{39}$$

> $e1 := Normalize(Column(v[2], [1]), Euclidean):$
$e2 := Normalize(Column(v[2], [2]), Euclidean):$

> $subs\left(x = e1[1]\cdot x1 + e2[1]\cdot y1, y = e1[2]\cdot x1 + e2[2]\cdot y1, 4x^2 - 4x\cdot y + y^2 - 3x + 4y - 7\right):$ #подстановка уравнение
$expr := simplify(\%);$
$expr\_pseudo := Student[Precalculus][CompleteSquare](expr);$ #выделение полного квадрата

$$expr := (2\,x1 + y1)\sqrt{5} + 5\,x1^2 - 7$$

$$expr\_pseudo := 5\left(x1 + \frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 + y1\sqrt{5} - 8 \tag{40}$$

> $expr\_canon := subs\left(x1 = x2 - \frac{1}{\mathrm{sqrt}(5)},\ y1 = y2 + \frac{8}{\mathrm{sqrt}(5)}, expr\_pseudo\right);$ #подстановка

$$expr\_canon := 5\,x2^2 + \left(y2 + \frac{8\sqrt{5}}{5}\right)\sqrt{5} - 8 \tag{41}$$

> $expr\_canon := expand(expr\_canon);$#раскрытие скобок

$$expr\_canon := 5\,x2^2 + \sqrt{5}\,y2 \tag{42}$$

>

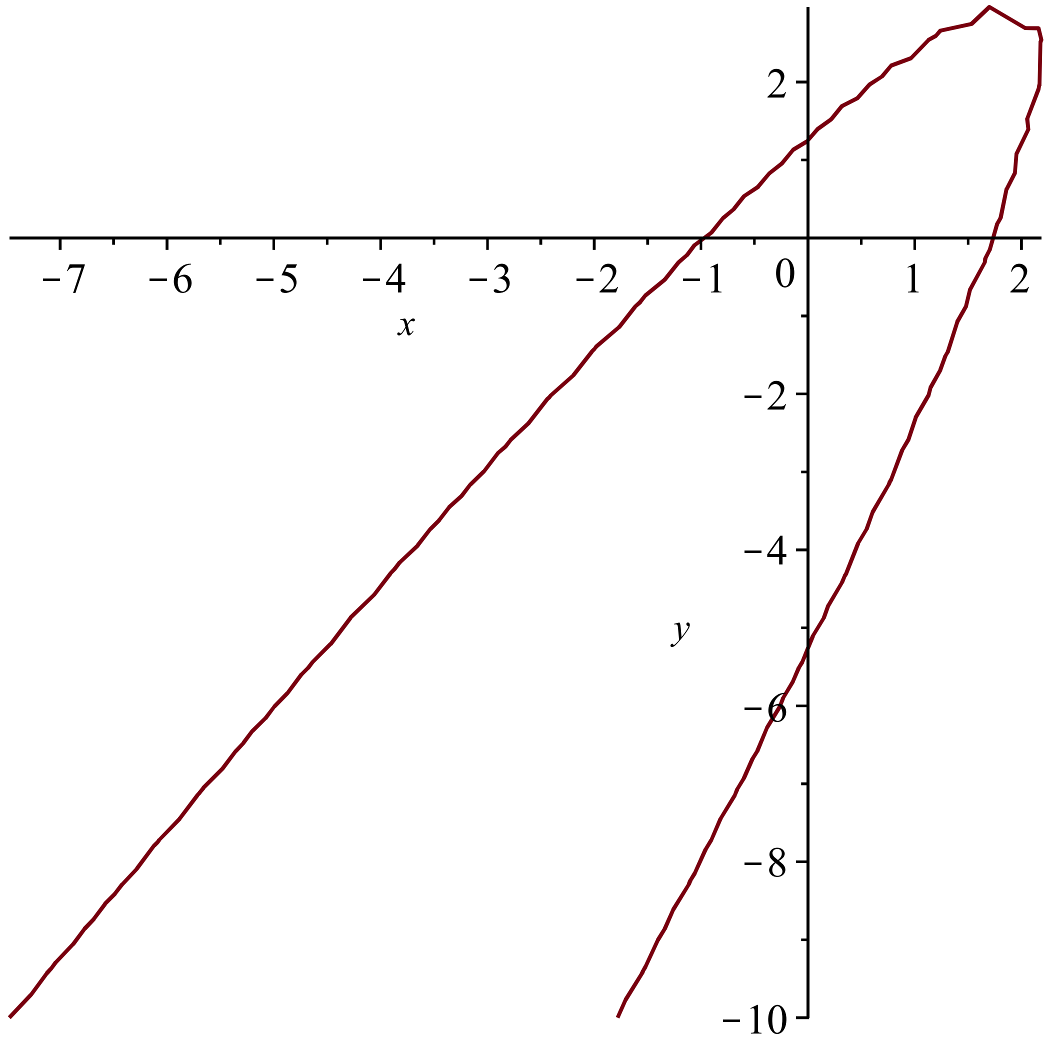
> $expand(expr\_canon);$

$$5\,x2^2 + \sqrt{5}\,y2 \tag{43}$$

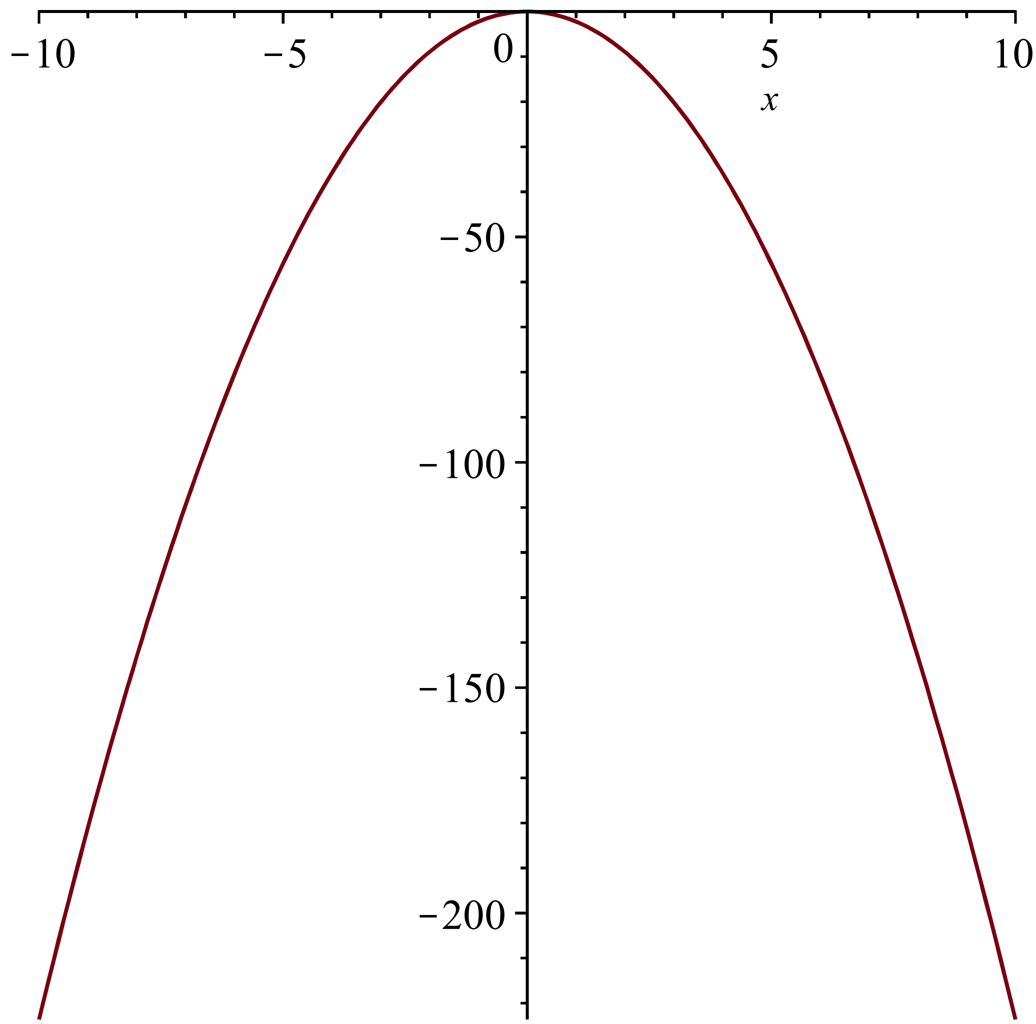
> $expr\_canon := -\mathrm{sqrt}(5)\cdot x^2;$ #окончательное уравнение

$$expr\_canon := -\sqrt{5}\,x^2 \tag{44}$$

> $plots[implicitplot](f(x, y), x = -10..10, y = -10..10);$
$plot(expr\_canon);$



2
0
−2
−4
−6
−8
−10
−7
−6
−5
−4
−3
−2
−1
1
2
x
y



−10
−5
0
5
10
x
−50
−100
−150
−200

>

>