Lab 4
Dubinka Mikhail
Var 2
Task 1:
По данному графику функции-оригинала найти ее изображение Лапласа. Получить ответ в системе Maple и сравнить результаты.

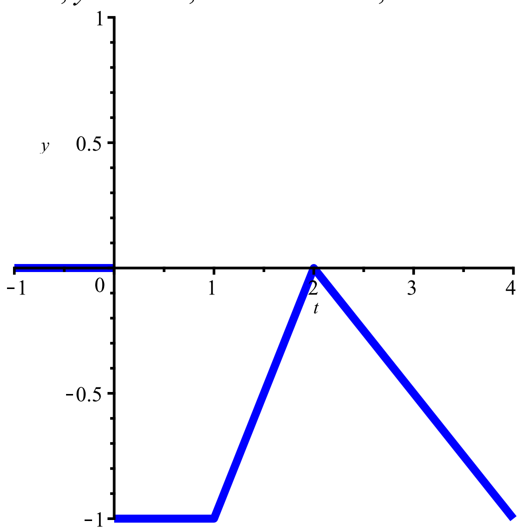
> *restart*

> *with(plots) : with(inttrans) :*

> $f := -\text{Heaviside}(t \cdot a) + \left(\frac{t}{a} - 1\right) \cdot \text{Heaviside}(t - a) + \left(3 - \frac{3\,t}{2\,a}\right) \cdot \text{Heaviside}(t - 2\,a)$

$$f := -\text{Heaviside}(t\,a\sim) + \left(\frac{t}{a\sim} - 1\right) \text{Heaviside}(t - a\sim) + \left(3 - \frac{3\,t}{2\,a\sim}\right) \text{Heaviside}(t - 2\,a\sim) \qquad \textbf{(1)}$$

> *plot(subs(a = 1, f), t = -1 ..4, y = -1 ..1, discont = true, thickness = 3, color = blue)*



> *assume(a, positive)*

> *simplify(laplace(f, t, p))*

$$\frac{-3\,e^{-2\,p\,a\sim} - 2\,p\,a\sim + 2\,e^{-p\,a\sim}}{2\,a\sim\,p^2} \qquad \textbf{(2)}$$

Task 2:
Найдите оригинал по заданному изображению «вручную» и с помощью Maple.

> *restart*

> *with(inttrans) :*

> $pic := \frac{p}{(p+1) \cdot (p^2 + p + 1)}$

$$pic := \frac{p}{(p+1)\,(p^2 + p + 1)} \qquad \textbf{(3)}$$

> *invlaplace(pic, p, t)*

$$-e^{-t} + \frac{e^{-\frac{t}{2}}\left(\sqrt{3}\,\sin\left(\frac{\sqrt{3}\,t}{2}\right) + 3\,\cos\left(\frac{\sqrt{3}\,t}{2}\right)\right)}{3} \qquad \textbf{(4)}$$

Task 3:
Найдите решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее условиям

y(0) = 0 и y'(0) = 0, операторным методом (используя интеграл Дюамеля) и методом Лагранжа. Сравните результаты и проконтролируйте их с помощью системы Maple.

> *restart*

> $de := diff(y(t), t, t) - diff(y(t), t) = \dfrac{1}{1 + \exp(t)}$

$$de := \frac{d^2}{dt^2}\, y(t) - \frac{d}{dt}\, y(t) = \frac{1}{1 + e^t} \quad (5)$$

> $dsolve(\{de, y(0) = 0, y'(0) = 0\}, y(t))$

$$y(t) = -t + e^t\,(1 - \ln(2)) + \ln\left(1 + e^t\right)\left(1 + e^t\right) - 1 - e^t \ln\left(e^t\right) - \ln(2) \quad (6)$$

Task 4:

Операторным методом решите задачу Коши и сравните с решением в Maple.

> *restart*

> $de := diff(y(t), t, t) + 4 \cdot diff(y(t), t) + 29 \cdot y(t) = \exp(-2\,t)$

$$de := \frac{d^2}{dt^2}\, y(t) + 4\, \frac{d}{dt}\, y(t) + 29\, y(t) = e^{-2\,t} \quad (7)$$

> $dsolve(\{de, y(0) = 0, y'(0) = 1\}, y(t))$

$$y(t) = \frac{e^{-2\,t} \sin(5\,t)}{5} - \frac{e^{-2\,t} \cos(5\,t)}{25} + \frac{e^{-2\,t}}{25} \quad (8)$$

Task 5:

Решите систему дифференциальных уравнений операторным методом. Сравните с решением, полученным в Maple.

> *restart*

> $de := diff(x(t), t) = -x(t) + 3 \cdot y(t) + 1,\ diff(y(t), t) = x(t) + y(t)$

$$de := \frac{d}{dt}\, x(t) = -x(t) + 3\, y(t) + 1,\ \frac{d}{dt}\, y(t) = x(t) + y(t) \quad (9)$$

> $dsolve([de, x(0) = 1, y(0) = 2], \{x(t), y(t)\})$

$$\left\{x(t) = -\frac{9\, e^{-2\,t}}{8} + \frac{15\, e^{2\,t}}{8} + \frac{1}{4},\ y(t) = \frac{3\, e^{-2\,t}}{8} + \frac{15\, e^{2\,t}}{8} - \frac{1}{4}\right\} \quad (10)$$

>