```
> #Dubinka 153505 LAB 3.1 variant 2
> #Task 1
  Для данного дифференциального уравнения методом изоклин
  постройте интегральную кривую, проходящую через точку M.
```

> $y(x) \cdot diff(y(x), x) = -2 \cdot x$

$$y(x) \left(\frac{d}{dx} y(x)\right) = -2\, x \tag{1}$$

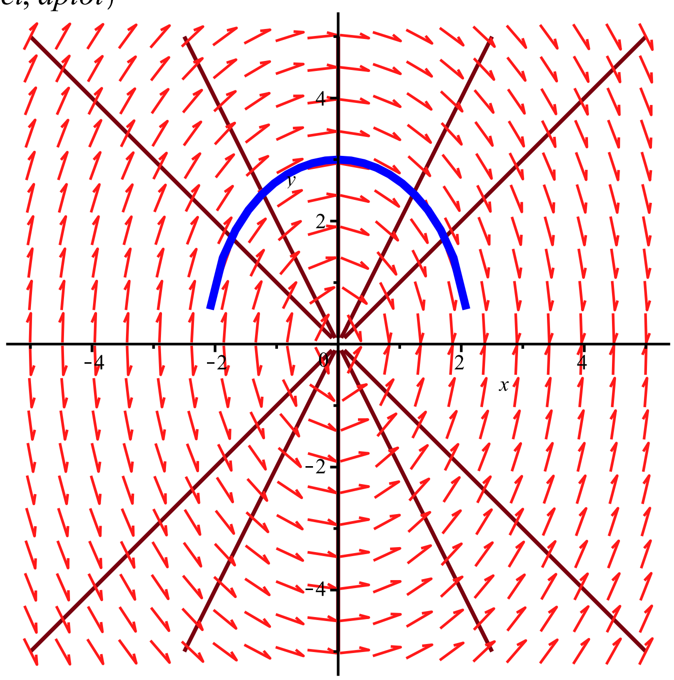
> $with(DETools)$:

> $with(plots)$:

$isocl := implicitplot\left(\left[seq\left(-\frac{2\,x}{y} = k, k = -2 ..2\right)\right], x = -5 ..5, y = -5 ..5\right)$:

> $dplot := DEplot(y(x) \cdot diff(y(x), x) = -2 \cdot x, y(x), x = -5 ..5, y = -5 ..5, [\ y(0) = 3], linecolor = blue)$:

> $plots[display](isocl, dplot)$




```
> #Task 2.1
  Найдите линию, проходящую через точку M0
  и обладающую тем свойством, что в любой ее точке M
  нормальный вектор MN с концом на оси Oy
  имеет длину, равную a, и образует острый угол с положительным
  направлением оси Oy. Сделайте чертеж.
```

> $restart$

> $line := dsolve\left(\left\{diff(y(x), x) = \frac{x}{\mathrm{sqrt}(225 - x^2)}, y(9) = 3\right\}\right)$

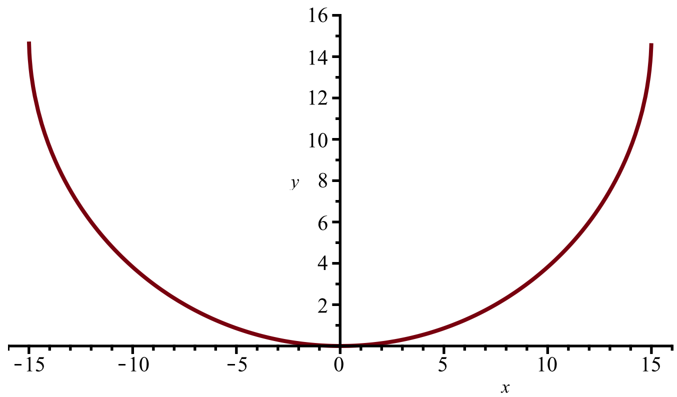
$$line := y(x) = \frac{(x - 15)\ (x + 15)}{\sqrt{-x^2 + 225}} + 15 \tag{2}$$

> $simplify(line)$

(3)

$$y(x) = \frac{x^2 + 15\sqrt{-x^2+225} - 225}{\sqrt{-x^2+225}} \tag{3}$$

> $plot\left(\frac{x^2 + 15\sqrt{-x^2+225} - 225}{\sqrt{-x^2+225}}, x=-16..16, y=0..16, scaling=constrained\right)$




```
> #Task 2.2
Найдите линию, проходящую через точку M0, и обладающую тем
свойством, что в любой ее точке M касательный вектор MN
с концом на оси Ox имеет проекцию на ось Ox, обратно
пропорциональную
абсциссе точки M. Коэффициент пропорциональности равена. Сделайте
чертеж
```

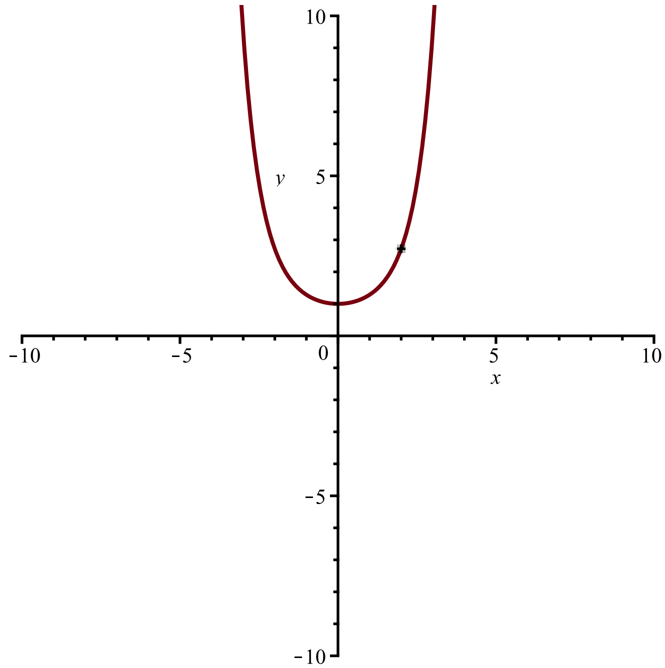
> $restart$

> $a := -2:$

> $line := simplify\left(dsolve\left(\left\{diff(y(x), x) = -\frac{y(x)\cdot x}{a}, y(2) = e\right\}\right)\right)$

$$line := y(x) = e^{\frac{x^2}{4}} \tag{4}$$

> $p1 := plot\left(e^{\frac{x^2}{4}}, x=-10..10, y=-10..10\right):$
$poin := plot([[2, e]], style=point, color=black):$
$plots[display](p1, poin)$



> **#Task 3**
> **Найдите общий интеграл уравнения. Постройте на одном чертеже вблизи особой точки**
> **уравнения поле направлений и какую-либо интегральную кривую.**
> **Сделайте вывод о типе особой точки.**

> *restart*

> $de := diff(y(x), x) = \dfrac{-12\cdot x - 5\cdot y(x) + 34}{2\cdot x + y(x) - 6}$

$$de := \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\, y(x) = \frac{-12\,x - 5\,y(x) + 34}{2\,x + y(x) - 6} \tag{5}$$

> $s := dsolve(de)$

$$s := y(x) = 2 - \frac{8\,(x-2)\,\_C1 + 1 + \sqrt{4\,(x-2)\,\_C1 + 1}}{2\,\_C1} \tag{6}$$

> **#Find uncompatible dot**

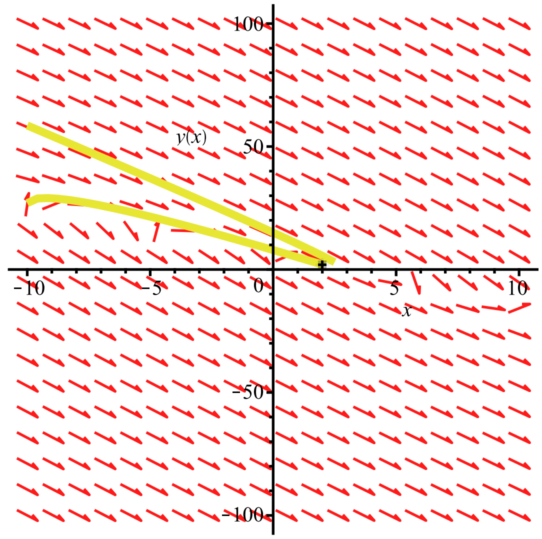
> $solve(\{-12\cdot x - 5\cdot y + 34 = 0, 2\cdot x + y - 6 = 0\})$

$$\{x = 2, y = 2\} \tag{7}$$

> $dfield := DETools[DEplot](de, y(x), x = -10..10, y = -100..100, [y(-10) = 27, y(0) = 15]) :$

> $ppoint := plot([[2, 2]], style = point, color = black) :$

> $plots[display](dfield, ppoint)$



> $A := Matrix([[2-x, 1], [-12, -5-x]])$

$$A := \begin{bmatrix} 2-x & 1 \\ -12 & -5-x \end{bmatrix} \quad (8)$$

> $solve(LinearAlgebra[Determinant](A) = 0)$

$$-1, -2 \quad (9)$$

> **#Roots are negative, knot is stable**

> **#Task 4**
Найдите решение задачи Коши. Сделайте чертеж интегральной кривой.

> $restart$

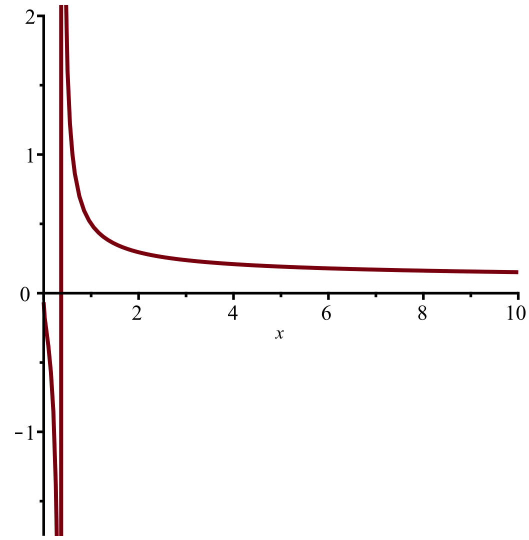
> $de := x \cdot diff(y(x), x) + y(x) = 2 \cdot y^2(x) \cdot \ln(x)$

$$de := x \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) + y(x) = 2\, y(x)^2 \ln(x) \quad (10)$$

> $dsolve\left(\left\{ de, y(1) = \frac{1}{2} \right\} \right)$

$$y(x) = \frac{1}{2 \ln(x) + 2} \quad (11)$$

> $plot\left(\frac{1}{2 \ln(x) + 2} \right)$




```
> #Task 5.1
Решите дифференциальные уравнения. Постройте в одной
системе координат интегральные кривые при целых значениях
произвольной
постоянной от –1 до 1.
```

> $restart$

> $de := x = 2\cdot diff(y(x), x)\cdot artan(diff(y(x), x)) - \ln\left((diff(y(x), x))^2 + 1\right)$

$$de := x = 2\left(\frac{d}{dx}\, y(x)\right) artan\left(\frac{d}{dx}\, y(x)\right) - \ln\left(\left(\frac{d}{dx}\, y(x)\right)^2 + 1\right) \quad \mathbf{(12)}$$

> $deq := diff(y(p), p) = 2\cdot p\cdot \arctan(p) + \dfrac{2\cdot p^2 - p}{p^2 + 1}$

$$deq := \frac{d}{dp}\, y(p) = 2\, p \arctan(p) + \frac{2\, p^2 - p}{p^2 + 1} \quad \mathbf{(13)}$$

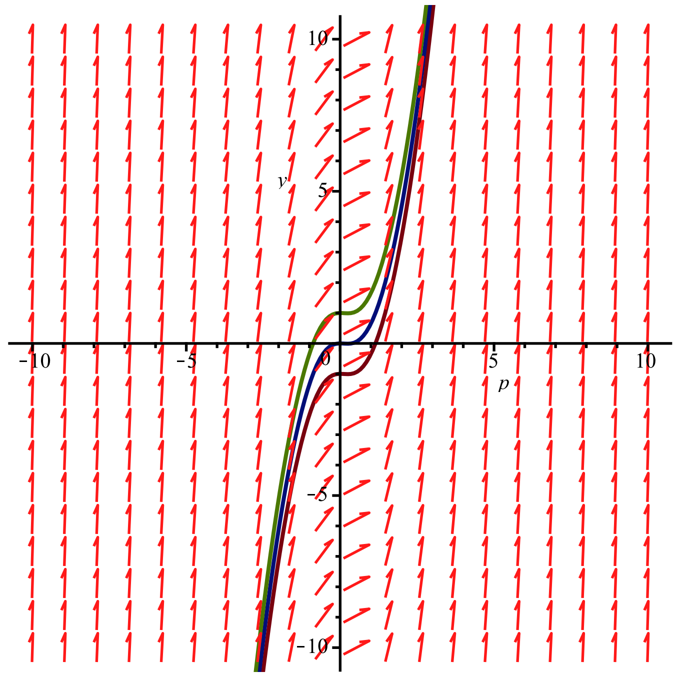
> $s := dsolve(deq)$

$$s := y(p) = p - \frac{\ln\left(p^2 + 1\right)}{2} - \arctan(p) + \arctan(p)\, p^2 + \_C1 \quad \mathbf{(14)}$$

> $deplot := DETools[DEplot](deq, y(p), p = -10..10, y = -10..10, thickness = 5):$

> $dpl := plot\left(\left[seq\left(p - \dfrac{\ln\left(p^2 + 1\right)}{2} - \arctan(p) + \arctan(p)\cdot p^2 + C, C = -1..1\right)\right], p = -10..10, y = -10..10\right):$

> $plots[display](dpl, deplot)$



> #Task 5.2
Решите дифференциальные уравнения. Постройте в одной системе координат интегральные кривые при целых значениях произвольной постоянной от –1 до 1.

> restart

> $de := y(x) = diff(y(x), x) \cdot \cosh(diff(y(x), x)) - \sinh(diff(y(x), x))$

$$de := y(x) = \left(\frac{d}{dx}\, y(x)\right) ch\left(\frac{d}{dx}\, y(x)\right) - sh\left(\frac{d}{dx}\, y(x)\right) \quad \textbf{(15)}$$

> $deq := diff(x(p), p) = \sinh(p)$

$$deq := \frac{d}{dp}\, x(p) = \sinh(p) \quad \textbf{(16)}$$

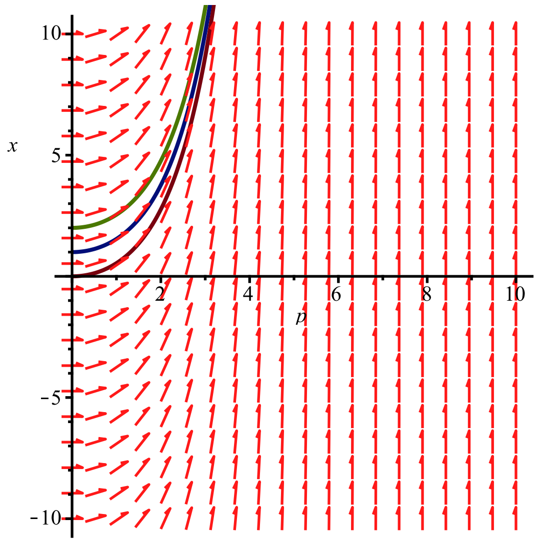
> $dsolve(deq)$

$$x(p) = \cosh(p) + \_C1 \quad \textbf{(17)}$$

> $dpl := plot([seq(\cosh(p) + C, C = -1..1)], p = 0..10, x = -10..10):$

> $deplot := DETools[DEplot](deq, x(p), p = -10..10, x = -10..10):$

> $plots[display](dpl, deplot)$



> **#Task 6**
> **Найдите все решения уравнения. Постройте в одной системе координат график особого решения и интегральных кривых при целых значениях произвольной постоянной от −3 до 3.**

> $restart$

> $de := y(x) = x \cdot diff(y(x), x) + diff(y(x), x)^2 - 1$

$$de := y(x) = x \left(\frac{d}{dx}\, y(x)\right) + \left(\frac{d}{dx}\, y(x)\right)^2 - 1 \tag{18}$$

> $s := dsolve(de)$

$$s := y(x) = -\frac{x^2}{4} - 1,\ y(x) = \_C1^2 + x\,\_C1 - 1 \tag{19}$$

> $sq := seq(C^2 + x \cdot C - 1, C = -3..3)$

$$sq := -3\,x + 8,\ -2\,x + 3,\ -x,\ -1,\ x,\ 2\,x + 3,\ 3\,x + 8 \tag{20}$$

> $plot\left(\left[-\frac{x^2}{4} - 1, sq\right]\right)$