Lab 3.3
Dubinka Mikhail
Var. 2
Task 1: Исследуйте поведение фазовых кривых системы уравнений
вблизи точки покоя. Сделайте чертеж.
Определите тип точки покоя по фазовому портрету и собственным значениям матрицы системы.
Найдите общее решение системы и выделите фундаментальную систему
решений. Сравните с результатами, полученными в Maple.
Постройте в прямоугольной системе Oxy1y2 пространственные кривые,
удовлетворяющие заданной системе и содержащие соответственно точки
(0, $y^0$1, $y^0$2). Значения $y^0$1,$y^0$2возьмите те же, что использовались для постороения фазового портрета. Сравните чертежи, полученные на
плоскости и в пространстве.
Перейдите от системы уравнений к однородному дифференциальному
уравнению 1 - го порядка относительно функцииу2(у1), постройте его
поле направлений в окрестности особой точки. Сравните с фазовым
портретом системы.

> $de := \left\{ \frac{d}{dx}(y1(x)) = 3\cdot y1(x) + 5\cdot y2(x),\ \frac{d}{dx}(y2(x)) = y1(x) + 7\cdot y2(x) \right\}$

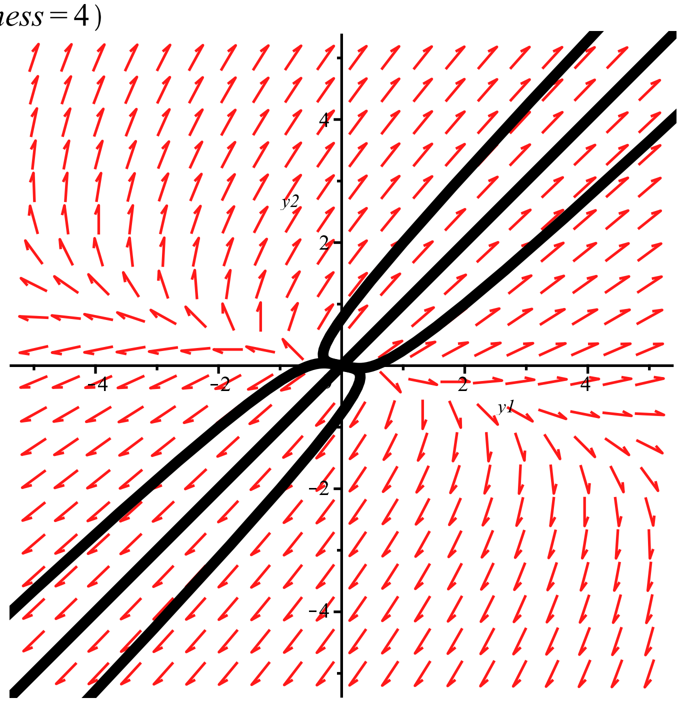
$$de := \left\{ \frac{d}{dx}\, y1(x) = 3\, y1(x) + 5\, y2(x),\ \frac{d}{dx}\, y2(x) = y1(x) + 7\, y2(x) \right\} \quad \textbf{(1)}$$

> $dsolve(de)$

$$\left\{ y1(x) = \_C1\, e^{8x} + \_C2\, e^{2x},\ y2(x) = \_C1\, e^{8x} - \frac{\_C2\, e^{2x}}{5} \right\} \quad \textbf{(2)}$$

> $with(DETools) : with(LinearAlgebra) :$

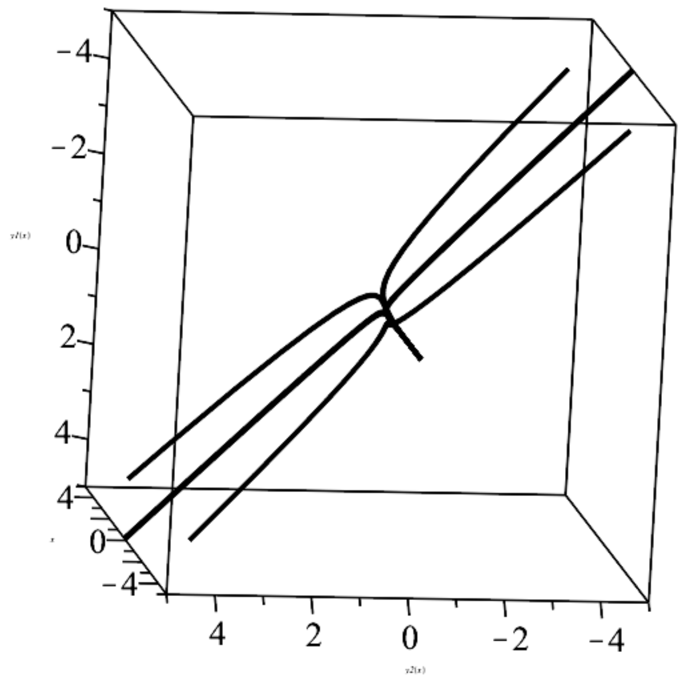
> $phaseportrait([de[1], de[2]], [y1, y2], x = -5..5, [[0, 1, 1], [0, 1, 2], [0, 2, 1], [0, -1, -1], [0, -1, -2], [0, -2, -1], [0, 2, 2], [0, -2, -2]], y1 = -5..5, y2 = -5..5, stepsize = 0.05, linecolor = black, thickness = 4)$



> **Rest point is node**

> $DEplot3d([de[1], de[2]], [y1, y2], x = -5..5, [[0, 1, 1], [0, 1, 2], [0, 2, 1], [0, -1, -1], [0, -1,$

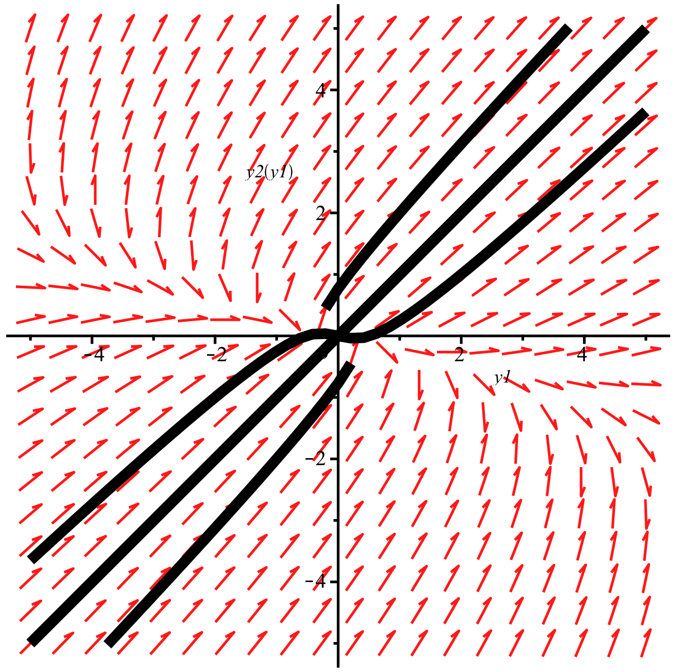
$-2], [0,-2,-1], [0, 2, 2], [0,-2,-2]], y1 =-5..5, y2 =-5..5, stepsize = 0.05, linecolor = black, thickness = 4)$



>

(3)

>



Task 2: . Решите систему уравнений методом исключений и сравните результат с ответом, полученным в Maple.

> *restart*;

> $de := \left[\frac{d}{dx}(y1(x)) = 7 \cdot y1(x) + y2(x), \frac{d}{dx}(y2(x)) = 5 \cdot y1(x) + 3 \cdot y2(x)\right]$

$$de := \left[\frac{d}{dx}\, y1(x) = 7\, y1(x) + y2(x), \frac{d}{dx}\, y2(x) = 5\, y1(x) + 3\, y2(x)\right] \quad (4)$$

> $dsolve(de)$

$$\{y1(x) = \_C1\, e^{8x} + \_C2\, e^{2x}, y2(x) = \_C1\, e^{8x} - 5\, \_C2\, e^{2x}\} \quad (5)$$

Task 3: Решите задачу Коши с помощью методов Лагранжа и Д'Аламбера. Сравните с результатом, полученным в Maple. Сделайте чертеж.

> *restart*;

> $de := \left[\frac{d}{dt}(x(t)) = 2 \cdot x(t) - 2 \cdot y(t), \frac{d}{dt}(y(t)) = -4 \cdot x(t)\right]$

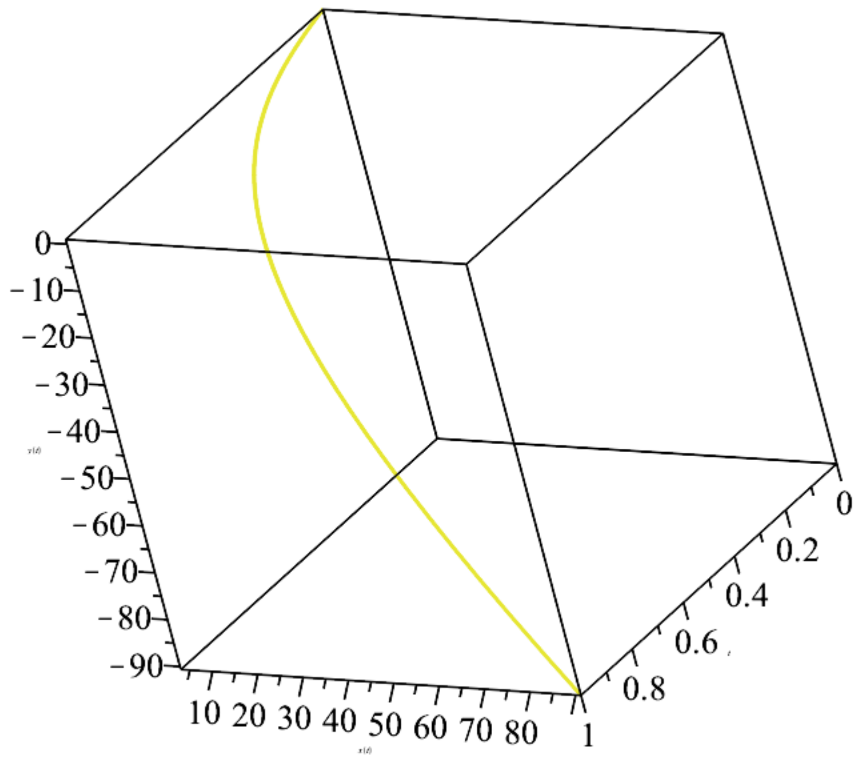
$$de := \left[\frac{d}{dt}\, x(t) = 2\, x(t) - 2\, y(t), \frac{d}{dt}\, y(t) = -4\, x(t)\right] \quad (6)$$

> $dsolve(de)$

$$\left\{x(t) = -\_C1\, e^{4t} + \frac{\_C2\, e^{-2t}}{2}, y(t) = \_C1\, e^{4t} + \_C2\, e^{-2t}\right\} \quad (7)$$

> $with(DEtools):$

> $DEplot3d(\mathrm{de}, [x(t), y(t)], t = 0..1, [[x(0) = 3, y(0) = 1]])$


0
−10
−20
−30
−40
−50
−60
−70
−80
−90
10 20 30 40 50 60 70 80
1
0
0.2
0.4
0.6
0.8