Лабораторная работа #1
Операции с математическими выражениями и функциями в Mapple
Вариант 2
Задание 1 Упростите алгебраическое выражение.

$$> \ simplify\left(\frac{\dfrac{5\cdot x^4+10\cdot x^3-100\cdot x^2-330\cdot x+225}{x^4+x^3-7\cdot x^2-x+6}}{\dfrac{x^2-2\cdot x-15}{x^2-3\cdot x+2}}\right)$$

$$\frac{5\,x^4+10\,x^3-100\,x^2-330\,x+225}{(x+3)^2\,(x-5)\,(x+1)} \tag{1}$$

Задание 2 Приведите выражение к многочлену стандартного вида

$$> \ expand\left((3\cdot x-2)\cdot\left(5\cdot x^2+6\right)\cdot(2\cdot x+3)\right)$$

$$30\,x^4+25\,x^3+6\,x^2+30\,x-36 \tag{2}$$

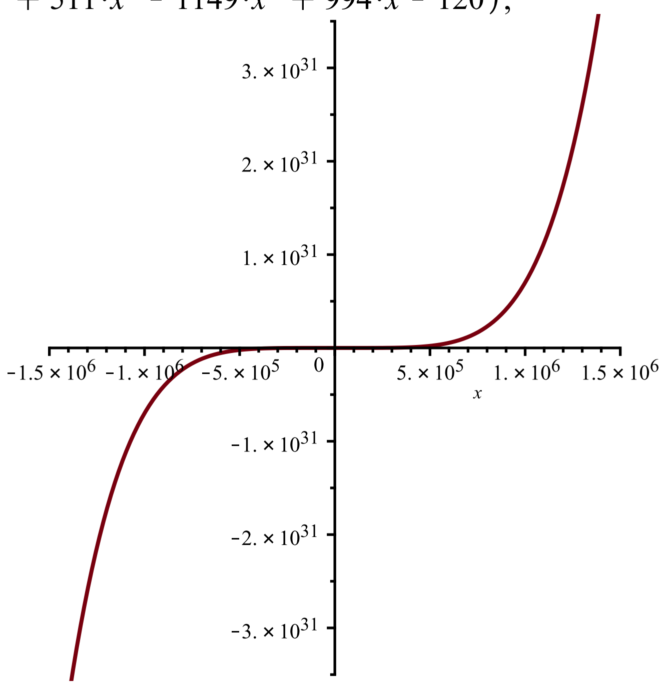
Задание 3 Разложите многочлен на множители

$$> \ factor\left(3\cdot x^4+x^3-22\cdot x^2-4\cdot x+40\right)$$

$$(3\,x-5)\,(x-2)\,(x+2)^2 \tag{3}$$

Задание 4 Постройте график многочлена и найдите все его корни.

$$> \ plot\left(7\cdot x^5-99\cdot x^4+511\cdot x^3-1149\cdot x^2+994\cdot x-120, x=-2\cdot 10^6\,..\,2\cdot 10^6\right);$$
$$solve\left(7\cdot x^5-99\cdot x^4+511\cdot x^3-1149\cdot x^2+994\cdot x-120\right);$$



$$2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \frac{1}{7} \tag{4}$$

Задание 5 Разложите рациональную дробь на сумму простейших дробей.

$$> \ convert\left(\frac{4\cdot x^4+6\cdot x^3+5\cdot x-4}{\left(x^2+3\right)\cdot(x-1)^2\cdot\left(x^2-4\right)}, parfrac, x\right)$$

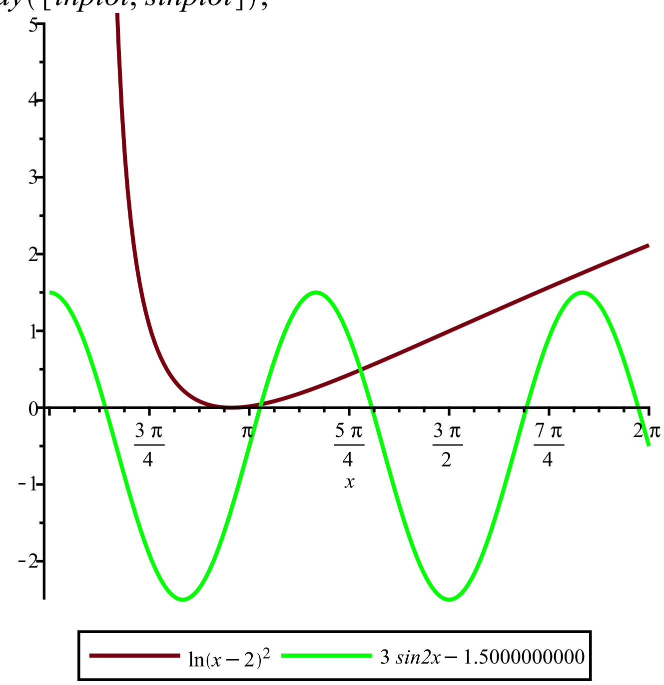
$$\frac{59}{14\,(x-2)}-\frac{11}{12\,(x-1)^2}-\frac{245}{72\,(x-1)}-\frac{1}{126\,(x+2)}+\frac{-45\,x-7}{56\,\left(x^2+3\right)} \tag{5}$$

Задание 6 Решите графически уравнение и найдите его приближенные корни с точностью до 10^-5

> $lnplot := plot\left(\ln^2(x-2), x = \frac{\mathrm{Pi}}{2} \,..\, 2\cdot\mathrm{Pi}, legend = '\ln^2(x-2)'\right):$

> $sinplot := plot\left(-2\cdot\sin(3\cdot x) - 0.5, x = \frac{\mathrm{Pi}}{2} \,..\, 2\cdot\mathrm{Pi}, legend = '3\ sin2x - 1.5', color = green\right):$

> $with(plots) : display([lnplot, sinplot]);$



> $evalf\left(fsolve\left(\ln^2(x-2) = -2\cdot\sin(3\cdot x) - 0.5, x = \mathrm{Pi} \,..\, \frac{5\cdot\mathrm{Pi}}{4}\right), 6\right);$

$$3.2334200000 \tag{6}$$

> $evalf\left(fsolve\left(\ln^2(x-2) = -2\cdot\sin(3\cdot x) - 0.5, x = \frac{5\cdot\mathrm{Pi}}{4} \,..\, 2\cdot\mathrm{Pi}\right), 6\right);$

$$4.0158900000 \tag{7}$$

Задание 7

> $f := \frac{4\cdot n - 1}{3\cdot n - 1}:$

> $e := \frac{1}{10}:$

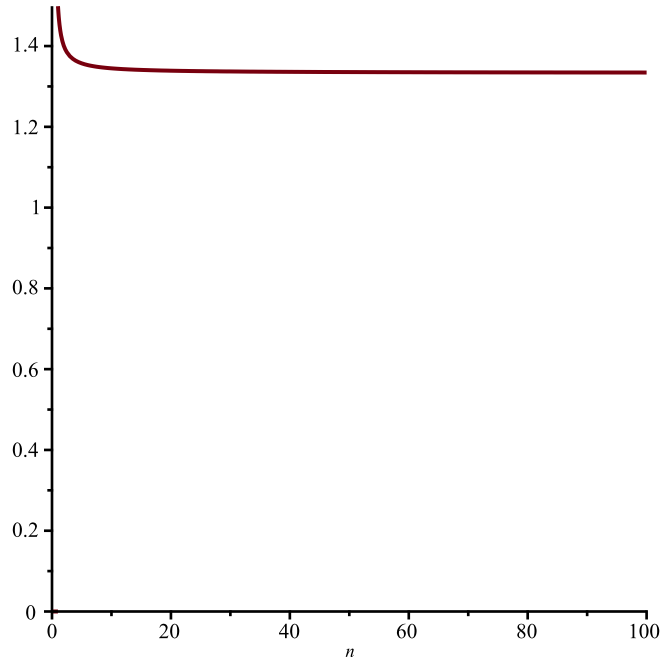
> $solve\left(\frac{4}{3} - e < f < \frac{4}{3} + e\right)$

$$\left(-\infty, -\frac{7}{9}\right), \left(\frac{13}{9}, \infty\right) \tag{8}$$

> $f1 := piecewise(-infinity < n < -1, f, 1 < n < infinity, f)$

$$f1 := \begin{cases} \frac{4\,n-1}{3\,n-1} & -\infty < n < -1 \\ \frac{4\,n-1}{3\,n-1} & 1 < n < \infty \end{cases} \tag{9}$$

> $plot(f1(n), n = 0 \,..\, 100, discont = true);$



Задание 8 Вычислите пределы числовых последовательностей.

> $limit\left(n \cdot \left(\mathrm{sqrt}(n\cdot(n-2)) - \mathrm{sqrt}\left(n^2-3\right)\right), n = infinity\right);$

$$-\infty \tag{10}$$

> $limit\left(\left(\dfrac{2\cdot n^2+21\cdot n-7}{2\cdot n^2+18\cdot n+9}\right)^n, n = infinity\right)$

$$e^{\frac{3}{2}} \tag{11}$$

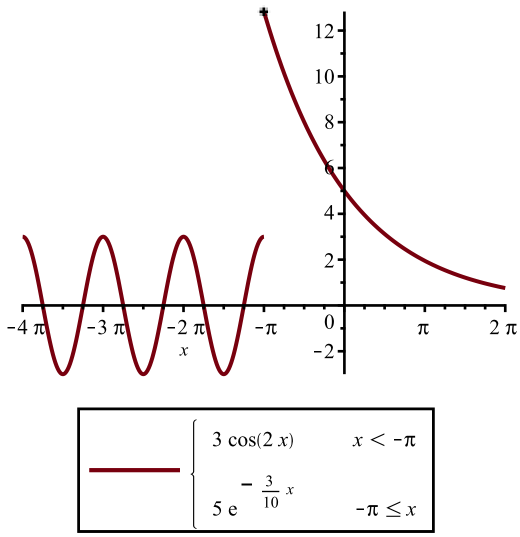
Задание 9 Для заданной кусочно-непрерывной функции выполните следующие действия:
1. Определите ее через функциональный оператор и постройте график.
2. В точке разрыва и на бесконечности найдите односторонние пределы.
3. Найдите производную и неопределенный интеграл на каждом из промежутков непрерывности.
4. Постройте в одной системе координат графики функции, производной
и какой-нибудь первообразной.
5. Найдите площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком
функции и прямыми

> $f := x \rightarrow piecewise\left(x < -\mathrm{Pi}, 3\cdot\cos(2\cdot x), x \geq -\mathrm{Pi}, 5\cdot\exp\left(-\dfrac{3}{10}\cdot x\right)\right):$

$f(x)$

$$\begin{cases} 3\cos(2x) & x < -\pi \\ 5\,e^{-\frac{3x}{10}} & -\pi \leq x \end{cases} \tag{12}$$

> $plot(f(x), x=-4\cdot\mathrm{Pi}..(2\cdot\mathrm{Pi}), legend=f(x), discont=true)$



> *limit*($f(x)$, $x = -$Pi, *left*)

$$3 \tag{13}$$

> *limit*($f(x)$, $x =-$Pi, *right*)

$$5\left(e^{\pi}\right)^{3/10} \tag{14}$$

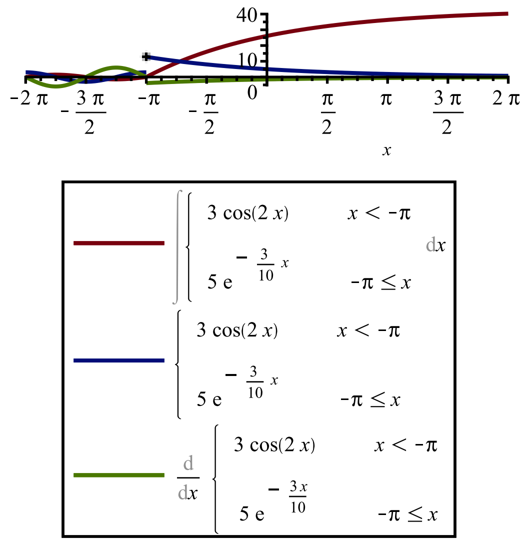
> *int*($f(x)$, x);

$$\begin{cases} \dfrac{3\sin(2x)}{2} & x \leq -\pi \\ -\dfrac{50\,e^{-\frac{3x}{10}}}{3} + \dfrac{50\left(e^{\pi}\right)^{3/10}}{3} & -\pi < x \end{cases} \tag{15}$$

> *diff*($f(x)$, x);

$$\begin{cases} -6\sin(2x) & x < -\pi \\ \mathit{undefined} & x = -\pi \\ -\dfrac{3\,e^{-\frac{3x}{10}}}{2} & -\pi < x \end{cases} \tag{16}$$

> *plot*([*int*($f(x)$, x), $f(x)$, *diff*($f(x)$, x)], *legend* = [*Int*($f(x)$, x), $f(x)$, *Diff*($f(x)$, x)], *discont* = *true*);

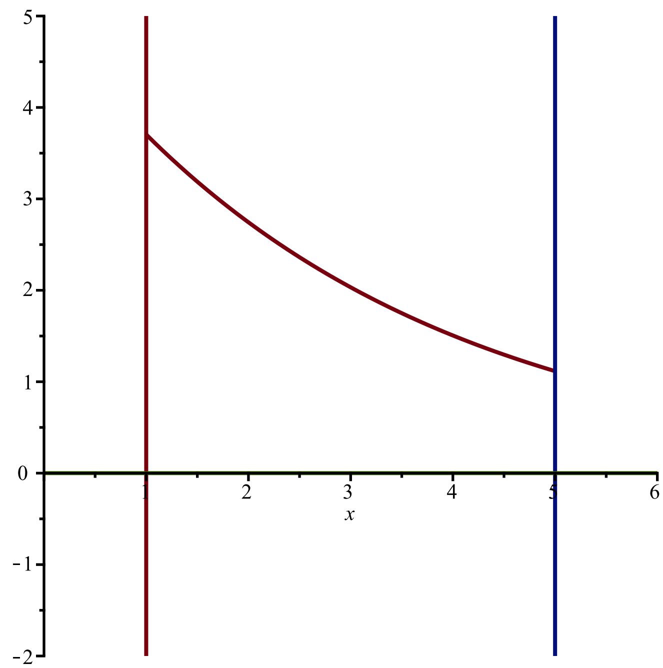


> *result* := *int*(*f* (*x*), *x* = 1 ..5);

$$result := \frac{50\,e^{-\frac{3}{10}}}{3} - \frac{50\,e^{-\frac{3}{2}}}{3} \qquad \textbf{(17)}$$

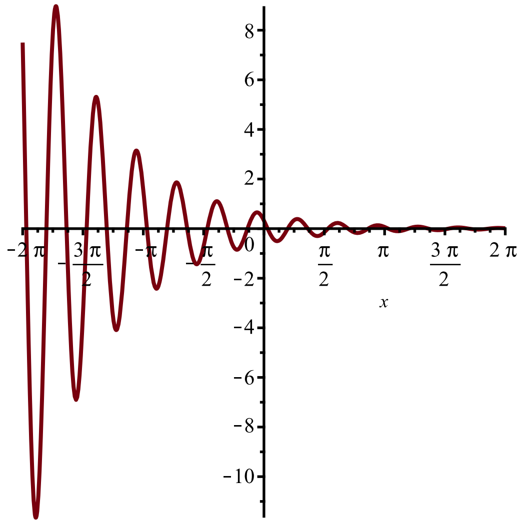
> *p1* := *plot*([[[1,-2], [1, 5]], [[5,-2], [5, 5]], 0], *x* = 0 ..6, *y* =-2 ..5) :
p2 := *plot*(*f* (*x*), *discont* = *true*, *x* = 1 ..5) :

> *with*(*plots*) :
display({*p1*, *p2*});



Задание 10 Постройте кривые на плоскости. Для кривой 2-го порядка (пункт 2) найдите каноническое уравнение с помощью ортогонального преобразования.

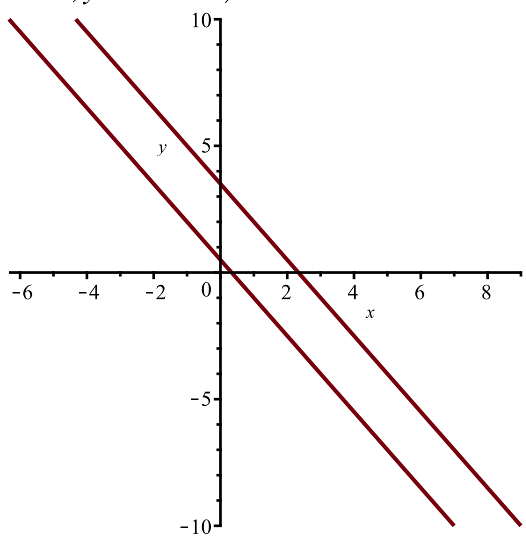
> *plot*(0.6·exp(−0.5·*x*) ·cos(6·*x* + 1))




```
> f(x, y) := 9·x^2 + 12·x·y + 4·y^2 - 24·x - 16·y + 7 = 0;
```

$$f(x, y) := 9\,x^2 + 12\,x\,y + 4\,y^2 - 24\,x - 16\,y + 7 = 0 \qquad \textbf{(18)}$$

```
> implicitplot(f(x, y), x = -10..10, y = -10..10)
```




```
> with(LinearAlgebra) :
> M := Matrix([[9, 6], [6, 4]]) :
> v := LinearAlgebra[Eigenvectors](M);
```

$$v := \begin{bmatrix} 13 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{2}{3} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(19)}$$

```
> with(LinearAlgebra) :
  e1 := Normalize(Column(v[2], [1]), Euclidean) :
  e2 := Normalize(Column(v[2], [2]), Euclidean) :
  subs(x = e1[1]·x1 + e2[1]·y1, y = e1[2] · x1 + e2[2] · y1, 9·x^2 + 12·x·y + 4·y^2 - 24·x - 16·y
      + 7) : expr := simplify(%);
  expr_pseudocanon := Student[Precalculus][CompleteSquare](expr);
```

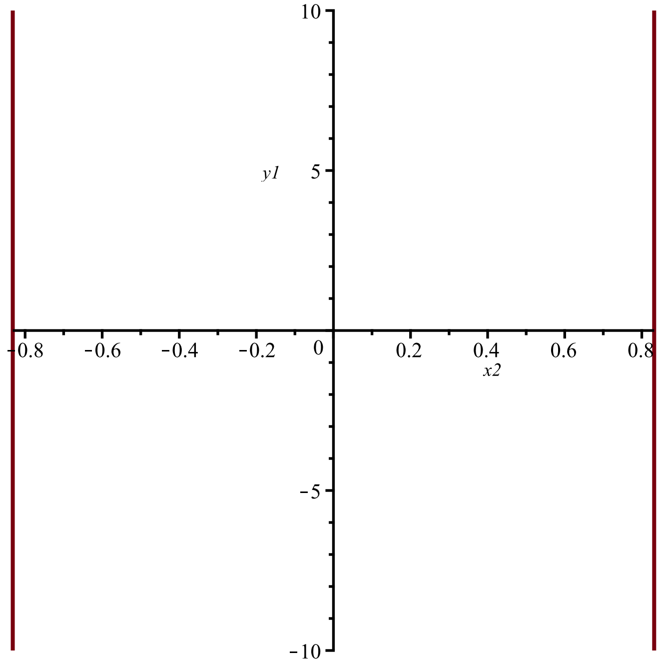
$$expr := 13\,x1^2 - 8\,x1\,\sqrt{13} + 7$$

$$expr\_pseudocanon := 13\left(x1 - \frac{4\sqrt{13}}{13}\right)^2 - 9 \quad \textbf{(20)}$$

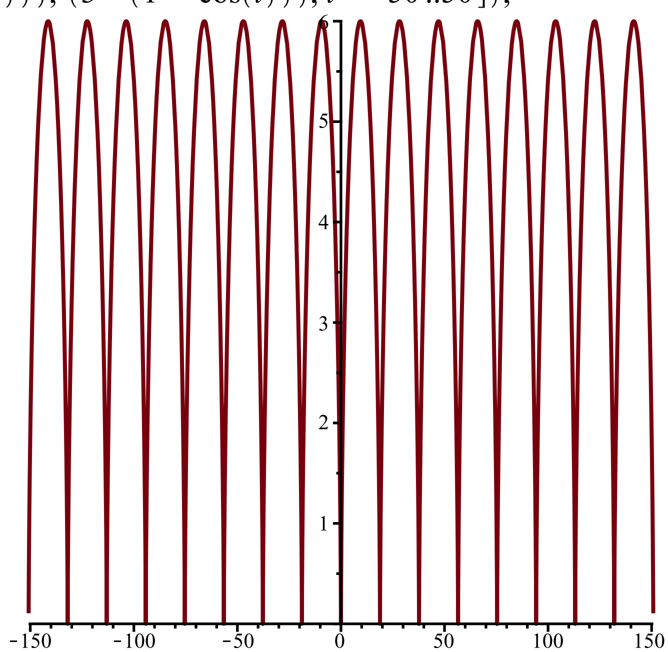
> $expr\_canon := subs\left(x1 = x2 + \frac{4}{13}\cdot \mathrm{sqrt}(13), expr\_pseudocanon\right);$

$$expr\_canon := 13\,x2^2 - 9 \quad \textbf{(21)}$$

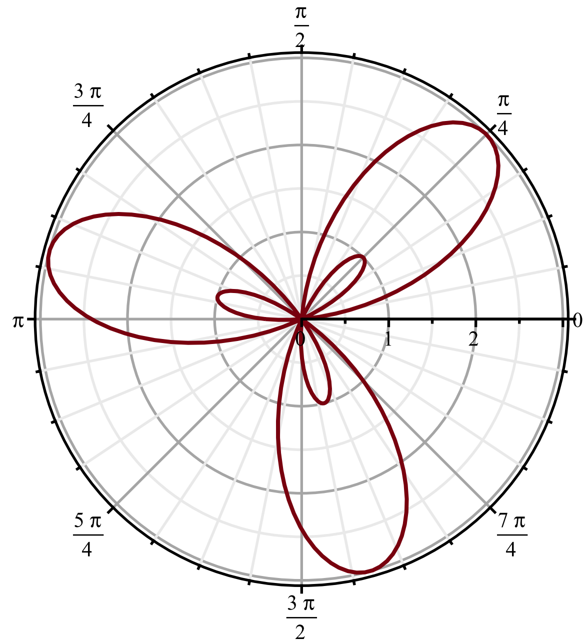
> $implicitplot(expr\_canon = 0, x2 = -1..1, y1 = -10..10);$



> $plot([(3\cdot(t - \sin(t))), (3\cdot(1 - \cos(t))), t = -50..50]);$



> $plots[polarplot]\left(1 + 2\cdot\sin\left(3\cdot\mathrm{phi} - \frac{\mathrm{Pi}}{4}\right), scaling = constrained\right);$



π/2
π/4
3π/4
π
0
1
2
0
5π/4
7π/4
3π/2